


МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
(ФГБОУ ВО «ВГУ»)

**УТВЕРЖДАЮ**

Заведующий кафедрой  
Информационных технологий и  
математических методов в экономике  
 проф. Давнис В.В.  
23.04.2020

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**  
**Б1.Б.04 Математика**

**1. Код и наименование направления подготовки/специальности:**

38.05.01 Экономическая безопасность

**2. Профиль подготовки/специализация:** Экономико-правовое обеспечение экономической безопасности

**3. Квалификация (степень) выпускника:** экономист

**4. Форма обучения:** очная

**5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины:** кафедра Информационных технологий и математических методов в экономике

**6. Составители программы:**

Воищева Ольга Станиславовна, к.э.н., доцент, экономический факультет  
кафедра Информационных технологий и математических методов в экономике,  
Щекунских Светлана Станиславовна, к.ф.-м.н., доцент, экономический факультет  
кафедра Информационных технологий и математических методов в экономике

**7. Рекомендована:** НМС экономического факультета ВГУ протокол №4 от 16.04.2020.

**8. Учебный год:** 2020-2021

**Семестр(ы):** 1, 2

## 9. Цели и задачи учебной дисциплины:

**Целью** изучения дисциплины является формирование у обучающихся устойчивых знаний, умений и навыков по применению математических моделей и методов линейной алгебры, математического анализа и теории вероятностей к решению теоретических и практических задач, исследованию прикладных вопросов экономики, развитие логического мышления и математической культуры; формирование необходимого уровня математической подготовки для решения профессиональных задач.

**Задачами** изучения дисциплины являются:

- изучение основных понятий и методов линейной алгебры, математического анализа, теории вероятностей;
- формирование навыков и умений решать типовые задачи и работать со специальной литературой;
- овладение обучающимися теоретическими и методическими основами моделирования с использованием моделей и методов линейной алгебры, математического анализа, теории вероятностей;
- ознакомление с вычислительными алгоритмами решения задач основных разделов математики;
- применение методов линейной алгебры, математического анализа, теории вероятностей для решения конкретных экономических и профессиональных задач.

**10. Место учебной дисциплины в структуре ООП:** Дисциплина «Математика» входит в базовую часть учебного плана в 1, 2 семестрах и является обязательной. Программа дисциплины строится на предпосылке, что обучающиеся владеют базовыми знаниями по математике на уровне средней школы. Дисциплина создает предпосылки для более глубокого освоения разделов Эконометрики.

**11. Планируемые результаты обучения по дисциплине/модулю (знания, умения, навыки), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями выпускников):**

Компетенция		Планируемые результаты обучения
Код	Название	
ОПК-1	способностью применять математический инструментарий для решения экономических задач	<b>Знать:</b> <ul style="list-style-type: none"><li>- основные понятия и методы линейной алгебры, математического анализа, теории вероятностей;</li><li>- основы линейной алгебры, математического анализа, теории вероятностей, необходимые для решения экономических задач;</li><li>- теоретические и методические основы моделирования с использованием моделей и методов линейной алгебры, математического анализа, теории вероятностей;</li><li>- возможности применения математического инструментария для решения экономических и профессиональных задач.</li></ul>

		<p><b>Уметь:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- формулировать и доказывать основные теоремы линейной алгебры, математического анализа, теории вероятностей;</li> <li>- использовать математический язык и математическую символику, работать со специальной литературой;</li> <li>- решать типовые задачи линейной алгебры, математического анализа, теории вероятностей; проводить их анализ, получать количественные соотношения;</li> <li>- применять вычислительные алгоритмы решения задач основных разделов математики;</li> <li>- применять методы линейной алгебры, математического анализа, теории вероятностей для решения конкретных экономических задач; анализировать и содержательно интерпретировать полученные результаты.</li> </ul> <p><b>Владеть:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- теоретическими и методическими основами моделирования с использованием моделей и методов линейной алгебры, математического анализа, теории вероятностей;</li> <li>- навыками применения современного математического инструментария для решения экономических задач.</li> </ul>
--	--	---

**12. Объем дисциплины в зачетных единицах/час.** (в соотв. с учебным планом) — 8/288

**Форма промежуточной аттестации:** зачет, экзамен

**13. Виды учебной работы:**

Вид учебной работы		Трудоемкость		
		Всего	По семестрам	
			1 семестр	2 семестр
Аудиторные занятия		136	68	68
в том числе:	лекции	68	34	34
	практические	68	34	34
	лабораторные	-	-	-
Самостоятельная работа		116	76	40
в том числе: курсовая работа (проект)		-	-	-
Форма промежуточной аттестации		36	зачет-0	экзамен -36
Итого:		288	144	144

### 13.1. Содержание дисциплины:

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины
<b>Линейная алгебра, математический анализ (1 семестр)</b>		
<b>1. Лекции</b>		
1.1	Введение. Элементы теории множеств	Предмет математика. Необходимость и особенности применения математики. Понятие множества. Операции над множествами. Ограниченные и неограниченные множества. Иллюстрация операций над множествами с помощью диаграмм Эйлера. Примеры использования теории множеств для решения прикладных задач.
1.2	Основные понятия линейной алгебры. Векторы и матрицы	Понятие матрицы, понятие вектора – столбца и вектора- строки. Экономические примеры векторов и матриц. Основные виды матриц, симметрические и ортогональные матрицы. Операции над векторами. Операции над матрицами и их свойства. Определитель квадратной матрицы и его свойства. Понятие минора, алгебраического дополнения. Теорема Лапласа. Основные методы вычисления определителей n-го порядка. Обратная матрица. Нахождение обратной матрицы методом Гаусса. Нахождение обратной матрицы методом присоединенной матрицы. Ранг матрицы. Собственные значения и собственные векторы матриц. Примеры решения экономических задач с использованием матриц.
1.3	Системы линейных уравнений	Основные понятия и определения. Система n линейных уравнений с n переменными. Решение систем в матричной форме. Правило Крамера. Система m уравнений с n переменными. Теорема Кронекера – Капелли. Метод Жордана – Гаусса решения систем m уравнений с n переменными. Система линейных однородных уравнений. Фундаментальная система решений. Общее, частное и базисное решение систем линейных уравнений. Применение систем линейных уравнений в экономике.
1.4	Линейные и евклидовы пространства	Определение линейного пространства $R^n$ , примеры. Линейно зависимые и независимые системы векторов. Базис и координаты. Размерность линейного пространства. Определение евклидова пространства. Скалярное произведение и его аксиомы. Примеры евклидовых пространств. Длины векторов и угол между векторами в $R^n$ . Нормированные пространства. Понятие ортонормированного базиса евклидова пространства. Квадратичные формы, их матрицы в данном базисе. Критерий Сильвестра знакоопределенности квадратичной формы. Элементы аналитической геометрии.
1.5	Последовательности. Предел последовательности	Понятие последовательности. Способы задания последовательностей. Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности. Ограниченные и неограниченные последовательности. Сходящиеся последовательности, их свойства. Монотонные последовательности. Число e. Теорема о вложенных отрезках. Вычисление предела последовательности.
1.6	Функции. Предел функции	Определение функции. Способы задания функции. Понятия сложной и обратной функций. Неявная функция. Классификация функций. Применение функций в экономике (производственная функция, функция полезности, функция спроса и предложения). Бесконечно малые и бесконечно большие функции. Сравнение бесконечно малых и бесконечно больших функций. Определения предела функции в точке и на бесконечности, определение односторонних пределов. Основные свойства пределов функции. Первый и второй замечательные пределы. Примеры экономических приложений. Вычисление пределов функций и раскрытие неопределенностей.

1.7	Непрерывность функции	<p>Определение непрерывности функции в точке и на промежутке. Непрерывность элементарных функций. Свойства непрерывных функций.</p> <p>Классификация точек разрыва. Теорема об устойчивости знака непрерывной функции. Первая и вторая теоремы Больцано-Коши. Первая и вторая теоремы Вейерштрасса. Непрерывность сложной и обратной функции.</p>
1.8	Дифференциальное исчисление функции одной переменной	<p>Понятие производной. Геометрический и экономический смысл производной. Односторонние производные. Использование понятия производной в экономической теории. Понятие дифференцируемости функции. Необходимые и достаточные условия дифференцируемости функции в точке. Дифференцируемость и непрерывность функции.</p> <p>Понятия дифференциала. Геометрический смысл дифференциала. Применение дифференциала к приближенным вычислениям. Дифференцирование суммы, разности произведения, частного функции. Дифференцирование элементарных функций. Дифференцирование сложной функции, прием логарифмического дифференцирования. Дифференцирование обратной функции. Производные и дифференциалы высших порядков.</p>
1.9	Применение дифференциального исчисления к исследованию функций	<p>Теоремы Ролля, Лагранжа, Коши. Геометрическая и экономическая интерпретация теорем. Признаки монотонности функции. Экстремум функции. Необходимое условие экстремума. Первое и второе достаточные условия экстремума. Примеры решения экономических задач на определение экстремума. Понятие выпуклости функции. Достаточные условия выпуклости. Понятие точки перегиба. Необходимое и достаточное условия точки перегиба. Асимптоты графика функций. Теорема Лопиталья. Общая схема исследования функции. Исследование функций в экономике. Определение интервалов монотонности, экстремумов, точек перегиба и асимптот графика функции. Построение графиков функций.</p>
1.10	Неопределенный интеграл	<p>Первообразная функции. Неопределенный интеграл и его основные свойства. Интегралы от основных элементарных функций. Метод замены переменной. Метод интегрирования по частям. Основные типы интегралов, берущихся по частям. Интегрирование тригонометрических функций. Разложение рациональной дроби на сумму простейших дробей. Интегрирование рациональных функций. Метод неопределенных коэффициентов. Интегрирование простейших иррациональных функций.</p>
<b>2. Практические занятия</b>		
2.1	Элементы теории множеств	<p>Понятие множества. Решение задач, иллюстрирующих операции над множествами с помощью диаграмм Эйлера. Использование теории множеств для решения прикладных задач.</p>
2.2	Векторы и матрицы	<p>Решение задач с использованием операций над матрицами: сложение матриц, умножение матриц. Вычисление определителей матриц различных порядков. Нахождение обратных матриц. Вычисление ранга матриц.</p>
2.3	Системы линейных уравнений	<p>Решение систем <math>n</math> линейных уравнений с <math>n</math> переменными. Решение систем в матричной форме. Метод Гаусса. Правило Крамера. Решение систем <math>m</math> уравнений с <math>n</math> переменными методом Жордана-Гаусса. Теорема Кронекера – Капели (правило ранга). Решение систем линейных однородных уравнений. Нахождение фундаментальной системы решений. Общее, частное и базисное решение систем линейных уравнений. Нахождение собственных значений и собственных векторов матрицы.</p>

2.4	Линейные и евклидовы пространства	Определение евклидова пространства. Скалярное произведение и его аксиомы. Примеры евклидовых пространств. Нормированные пространства. Понятие ортонормированного базиса евклидова пространства. Разложение вектора по произвольному ортонормированному базису евклидова пространства.
2.5	Последовательности. Предел последовательности	Понятие последовательности. Способы задания последовательностей. Вычисление предела последовательности.
2.6	Функции. Предел функции	Определение функции. Способы задания функции. Вычисление пределов функций и раскрытие неопределенностей. Неопределенности $\frac{0}{0}$ , $\frac{\infty}{\infty}$ , $\infty - \infty$ , $0 \cdot \infty$ Первый и второй замечательные пределы.
2.7	Непрерывность функции	Исследование непрерывности функции в точке и на промежутке. Непрерывность элементарных функций. Нахождение точек разрыва функции, классификация точек разрыва.
2.8	Дифференциальное исчисление функции одной переменной	Вычисление производной. Геометрический и экономический смысл производной. Дифференцирование суммы, разности произведения, частного функции. Дифференцирование элементарных функций. Вычисление производной сложной функции. Прием логарифмического дифференцирования. Вычисление дифференциалов различных функций. Вычисление производных и дифференциалов высших порядков.
2.9	Применение дифференциального исчисления к исследованию функций	Исследование функций: нахождение асимптот графика функций, проверка необходимого условия экстремума, нахождение стационарных точек, проверка достаточных условий экстремума, нахождение интервалов выпуклости функции и точек перегиба. Построение графиков функций с помощью проведенного исследования.
2.10	Неопределенный интеграл	Вычисление неопределенных интегралов от основных элементарных функций. Метод замены переменной. Метод интегрирования по частям. Основные типы интегралов, берущихся по частям. Интегрирование тригонометрических функций. Разложение рациональной дроби на сумму простейших дробей. Интегрирование рациональных функций. Метод неопределенных коэффициентов. Интегрирование простейших иррациональных функций.
<b>Математический анализ, теория вероятностей и математическая статистика (2 семестр)</b>		
<b>1. Лекции</b>		
1.1	Определенный интеграл	Понятие интегральной суммы. Определенный интеграл, геометрический и экономический смысл. Основные свойства определенного интеграла. Интеграл с переменным верхним пределом. Формула Ньютона-Лейбница. Интегрирование по частям и метод замены переменной в определенном интеграле. Приложения определенного интеграла. Приближенные методы интегрирования. Использование понятия определенного интеграла в экономике.
1.2	Несобственные интегралы	Несобственные интегралы с бесконечными пределами интегрирования и несобственные интегралы от неограниченных функций.
1.3	Векторные пространства. Функции многих переменных	Понятие координатного пространства. Понятие метрического, линейного, нормированного, евклидова пространства. Примеры экономических пространств. Замкнутые открытые, компактные множества в метрических пространствах. Точечные множества в $n$ -мерном пространстве. Функции многих переменных. Предел функции многих переменных. Непрерывность функции многих переменных. Основные свойства непрерывных функций. Понятие сложной функции. Непрерывность сложной функции. Частные и

		полные приращения функции многих переменных. Частные производные и дифференциал первого порядка в функции многих переменных. Дифференцируемость функций. Связь дифференцируемости с существованием частных производных. Дифференцируемость и непрерывность. Понятие производной по направлению и градиента. Дифференцирование сложной и неявной функции. Частные производные и дифференциалы высших порядков. Использование функций многих переменных в экономической теории. Локальный экстремум функции многих переменных. Необходимое условие локального экстремума. Достаточное условие локального экстремума (критерий Сильвестра). Условный экстремум функции многих переменных. Теорема о разрешимости системы функциональных уравнений. Метод множителей Лагранжа. Примеры решение экономических задач.
1.4	Числовые и функциональные ряды	Числовые ряда. Определение числового ряда и его суммы. Необходимый признак сходимости числовых рядов. Гармонический ряд. Ряды с положительными членами. Достаточные признаки числового ряда (признак сравнения, признак Даламбера, интегральный признак Коши). Знакопеременные ряды абсолютная и условная сходимость. Понятие о функциональных рядах. Интервал и радиус сходимости степенного ряда. Разложение функции в степенные ряды (ряды Тейлора и Маклорена). Применение рядов в приближенных вычислениях.
1.5	Введение. Основные понятия теории вероятностей	Предмет теории вероятностей. Необходимость и условия применения вероятностных методов в экономике. Предмет математическая статистика. Связь математической статистики с теорией вероятностей. Понятие испытания. Определение события. Виды событий. Действия над событиями. Классическое определение вероятности. Геометрическая вероятность. Относительная частота. Устойчивость относительной частоты. Статистическое определение вероятности. Вычисление вероятностей с использованием комбинаторных схем.
1.6	Вероятностное пространство. Основные теоремы теории вероятностей	Множество элементарных событий. Множество событий. Понятие об алгебре множеств и о $\sigma$ -алгебре. Аксиомы Колмогорова. Понятие вероятностного пространства. Теорема сложения вероятностей для совместных и несовместных событий. Принцип практической невозможности маловероятных событий. Условная вероятность. Теоремы умножения для зависимых и независимых событий. Формула полной вероятности. Формула Байеса. Повторение испытаний. Формула Бернулли. Наивероятнейшее число появления события в последовательности независимых испытаний. Функция Лапласа, интегральная функция Лапласа и их применение для решения задач в условиях повторения испытаний.
1.7	Случайные величины и способы их задания. Числовые характеристики случайных величин	Понятие случайной величины. Функция распределения случайной величины и ее свойства. Дискретные и непрерывные случайные величины. Понятие закона распределения случайной величины. Ряд распределения дискретной случайной величины. Плотность распределения вероятностей непрерывной случайной величины. Вероятность попадания непрерывной случайной величины в заданный интервал. Математическое ожидание дискретных и непрерывных случайных величин. Мода. Медиана. Дисперсия дискретных и непрерывных случайных величин. Начальные и центральные моменты случайных величин. Асимметрия. Эксцесс. Вычисление числовых характеристик с использованием Excel.

1.8	Основные законы распределения. Закон больших чисел и центральная предельная теорема	Биномиальный закон. Гипергеометрическое распределение. Закон Пуассона. Равномерный закон. Нормальный закон. Вычисление вероятности попадания случайной величины, подчиненной нормальному закону, в заданный интервал. Правило “трех сигм”. Показательное распределение. Примеры использования законов распределения для моделирования экономических процессов. Генерирование псевдослучайных чисел с заданным законом распределения в Excel. Понятие закона больших чисел. Роль закона больших чисел в изучении статистических закономерностей в экономике. Примеры действия закона больших чисел. Неравенство Чебышева. Теорема Чебышева. Понятие центральной предельной теоремы. Понятие о теореме Ляпунова.
1.9	Статистическое описание результатов наблюдений. Статистические методы оценки параметров	Генеральная совокупность и выборка (выборочная совокупность). Выборка из одномерного и многомерного распределения. Способы отбора. Выборочное распределение. Вариационный ряд, его характеристики и графическое изображение. Гистограмма. Полигон. Выборочный аналог функции распределения – эмпирическая функция распределения и ее свойства. Числовые характеристики выборочного распределения: выборочное среднее, выборочная дисперсия, медиана, асимметрия, эксцесс, выборочные моменты. Обработка результатов наблюдений с использованием Excel. Понятие оценки параметров. Свойства оценок: состоятельность, несмещенность, эффективность. Точечные оценки параметров распределения. Интервальные оценки параметров распределения. Доверительный интервал. Примеры построения доверительных интервалов. Оценки для выборочного среднего и выборочной дисперсии. Статистическое оценивание в Excel.
1.10	Проверка статистических гипотез	Описание гипотез. Простые и сложные гипотезы. Нулевая и конкурирующие гипотезы. Критерии проверки статистических гипотез. Уровень значимости и мощность критерия. Ошибки первого и второго рода. Проверка гипотез о законах распределения. Критерий согласия. Проверка гипотез о равенстве средних и дисперсий. Распределения вероятностей, используемые для проверки статистических гипотез (распределение Пирсона, распределение Стьюдента, распределение Фишера). Проверка гипотез с использованием Excel.
<b>2. Практические занятия</b>		
2.1	Определенный интеграл	Определенный интеграл. Вычисление определенных интегралов с использованием формулы Ньютона-Лейбница. Интегрирование по частям и метод замены переменной в определенном интеграле. Приложения определенного интеграла.
2.2	Несобственные интегралы	Вычисление несобственных интегралов с бесконечными пределами интегрирования и несобственных интегралов от неограниченных функций.
2.3	Функции многих переменных	Функции многих переменных. Вычисление частных производных и дифференциалов первого порядка функции многих переменных. Вычисление производной по направлению и градиента. Дифференцирование сложной функции. Вычисление частных производных и дифференциалов высших порядков. Использование функций многих переменных в экономической теории. Нахождение локального экстремума функции многих переменных. Нахождение условного экстремума функции многих переменных с использованием метода множителей Лагранжа
2.4	Числовые и функциональные ряды	Числовые ряды. Нахождение суммы числовых рядов. Проверка необходимого признака сходимости числовых рядов. Гармонический ряд. Ряды с положительными членами. Проверка достаточных признаков сходимости числовых рядов (признак сравнения, признак Даламбера, интегральный признак Коши). Знакопеременные ряды абсолютная и условная сходимость. Понятие о функциональных рядах. Нахождение интервалов и радиусов сходимости степенного ряда.



2.5	Основные понятия теории вероятностей	Действия над событиями. Решение задач с использованием комбинаторных схем. Классическое определение вероятности. Вычисление вероятностей с использованием комбинаторных схем и классической формулы вероятности
2.6	Основные теоремы теории вероятностей	Решение задач с использованием теоремы сложения вероятностей для совместных и несовместных событий; теоремы умножения для зависимых и независимых событий; формулы полной вероятности, формул Байеса. Решение задач с использованием формулы Бернулли. Нахождение наивероятнейшего числа появления события в последовательности независимых испытаний. Решение задач с использованием теоремы Пуассона, локальной и интегральной теорем Муавра – Лапласа.
2.7	Случайные величины и способы их задания. Числовые характеристики случайных величин	Решение задач на построение ряда распределения дискретной случайной величины. Построение функции распределения дискретных и непрерывных случайных величин. Нахождение функции плотности распределения вероятностей непрерывной случайной величины. Нахождение вероятности попадания непрерывной случайной величины в заданный интервал. Решение задач на вычисление математического ожидания дискретных и непрерывных случайных величин, моды, медианы, дисперсии дискретных и непрерывных случайных величин. Проверка основных свойств числовых характеристик. Начальные и центральные моменты случайных величин. Асимметрия. Эксцесс. Вычисление числовых характеристик с использованием Excel.
2.8	Основные законы распределения. Закон больших чисел и центральная предельная теорема	Решение задач на использование биномиального, геометрического, гипергеометрического законов распределения, закон Пуассона. Равномерный закон. Нормальный закон. Вычисление вероятности попадания случайной величины, подчиненной нормальному закону, в заданный интервал. Правило “трех сигм”. Показательное распределение. Понятие закона больших чисел. Примеры действия закона больших чисел. Неравенство Чебышева. Теорема Чебышева.
2.9	Статистическое описание результатов наблюдений. Статистические методы оценки параметров	Выборка из одномерного и многомерного распределения. Построение вариационного ряда, нахождение его характеристик и графическое изображение. Построение гистограммы, полигона. Выборочный аналог функции распределения – эмпирическая функция распределения. Вычисление числовых характеристик выборочного распределения: выборочное среднее, выборочная дисперсия, медиана, асимметрия, эксцесс, выборочные моменты. Понятие оценки параметров. Проверка свойства оценок: состоятельность, несмещенность, эффективность. Нахождение точечных и интервальных оценок параметров распределения. Построение доверительных интервалов. Нахождение оценок для выборочного среднего и выборочной дисперсии
2.10	Проверка статистических гипотез	Простые и сложные гипотезы. Нулевая и конкурирующие гипотезы. Критерии проверки статистических гипотез. Уровень значимости и мощность критерия. Ошибки первого и второго рода. Проверка гипотез о законах распределения. Критерий согласия. Проверка гипотез о равенстве средних и дисперсий. Распределения вероятностей, используемые для проверки статистических гипотез (распределение Пирсона, распределение Стьюдента, распределение Фишера).

### 13.2. Темы (разделы) дисциплины и виды занятий:

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Виды занятий (часов)			
		Лекции	Практические занятия	Самостоятельная работа	Всего
<i>Линейная алгебра, математический анализ (1 семестр)</i>					
1	Введение. Элементы теории множеств	2	2	4	8
2	Основные понятия линейной алгебры. Векторы и матрицы	5	4	10	19
3	Системы линейных уравнений	4	4	10	18
4	Линейные и евклидовы пространства	1	-	4	5
5	Последовательности, предел последовательности	2	1	4	7
6	Функции. Предел функции	4	8	6	18
7	Непрерывность функции	2	1	6	9
8	Дифференциальное исчисление функции одной переменной	5	5	10	20
9	Применение дифференциального исчисления к исследованию функций	5	4	10	19
10	Неопределенный интеграл	4	5	12	21
	Итого:	34	34	76	144
<i>Математический анализ, теория вероятностей и математическая статистика (2 семестр)</i>					
1	Определенный интеграл	2	1	4	7
2	Несобственные интегралы	1	1	4	6
3	Векторные пространства. Функции многих переменных	8	12	4	24
4	Числовые и функциональные ряды	2	2	4	8
5	Введение. Основные понятия теории вероятностей	4	4	2	10
6	Вероятностное пространство. Основные теоремы теории вероятностей	4	4	4	12
7	Случайные величины и способы их задания. Числовые характеристики случайных величин	4	4	4	12
8	Основные законы распределения. Закон больших чисел и центральная предельная теорема	2	2	6	10
9	Статистическое описание результатов наблюдений. Статистические методы оценки параметров	4	2	4	10
10	Проверка статистических гипотез	3	2	4	9
	Экзамен				36
	Итого:	34	34	40	144

### 14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

В процессе преподавания дисциплины используются такие виды учебной работы, как лекции, практические занятия, контрольные работы, а также различные виды самостоятельной работы обучающихся.

В ходе лекционных занятий необходимо вести конспектирование учебного материала, обращать внимание на категории, формулировки, раскрывающие содержание

тех или иных явлений и процессов, научные выводы и практические рекомендации. Это позволит впоследствии вспомнить изученный материал, дополнить содержание при самостоятельной работе с литературой, подготовиться к экзамену. Необходимо задавать преподавателю уточняющие вопросы с целью уяснения теоретических положений, разрешения спорных ситуаций. Целесообразно дорабатывать свой конспект лекции, делая в нем соответствующие записи из литературы, рекомендованной преподавателем и предусмотренной учебной программой.

Практические занятия реализуются в соответствии с рабочим учебным планом при последовательном изучении тем дисциплины. Практические занятия позволяют развивать у обучающихся творческое теоретическое мышление, умение самостоятельно изучать литературу, анализировать практику; учат четко формулировать мысль, вести дискуссию, то есть имеют исключительно важное значение в развитии самостоятельного мышления.

В ходе подготовки к практическим занятиям обучающимся рекомендуется изучить основную литературу, ознакомиться с дополнительной литературой. При этом следует учесть рекомендации преподавателя и требования учебной программы. Рекомендуется также дорабатывать свой конспект лекции, делая в нем соответствующие записи из литературы, рекомендованной преподавателем и предусмотренной рабочей программой.

В связи с тем, что активность обучающегося на практических занятиях является предметом контроля его продвижения в освоении курса, то подготовка к таким занятиям требует ответственного отношения.

Прежде чем приступить к решению задач, обучающемуся необходимо ознакомиться с соответствующими разделами программы дисциплины по учебной литературе, рекомендованной программой курса; получить от преподавателя информацию о порядке проведения занятия, критериях оценки результатов работы; получить от преподавателя конкретное задание и информацию о сроках выполнения, о требованиях к оформлению и форме представления результатов.

При выполнении задания необходимо привести развернутые пояснения хода решения и проанализировать полученные результаты. При необходимости обучающиеся имеют возможность задать вопросы преподавателю по трудностям, возникшим при решении задач.

Самостоятельная работа обучающегося является основным средством овладения учебным материалом во время, свободное от обязательных учебных занятий. Самостоятельная работа обучающегося над усвоением учебного материала по учебной дисциплине может выполняться в библиотеке университета, учебных кабинетах, компьютерных классах, а также в домашних условиях. Содержание самостоятельной работы обучающегося определяется учебной программой дисциплины, методическими материалами, заданиями и указаниями преподавателя.

Самостоятельная работа обучающихся направлена на самостоятельное изучение отдельных тем и вопросов учебной дисциплины. Самостоятельная работа является обязательной для каждого обучающегося, ее объем по учебному курсу определяется учебным планом. При самостоятельной работе обучающийся взаимодействует с рекомендованными материалами при минимальном участии преподавателя.

Самостоятельная работа с учебниками, учебными пособиями, научной, справочной и популярной литературой, материалами периодических изданий и ресурсами сети Internet, статистическими данными является наиболее эффективным методом получения знаний, позволяет значительно активизировать процесс овладения информацией, способствует более глубокому усвоению изучаемого материала, формирует у обучающихся свое отношение к конкретной проблеме.

Виды самостоятельной работы: конспектирование учебной и научной литературы; проработка учебного материала (по конспектам лекций, учебной и научной литературе); работа в электронной библиотечной системе; работа с информационными справочными системами, выполнение домашних заданий (практических и теоретических); выполнение

контрольных работ; подготовка к практическим занятиям; работа с вопросами для самопроверки.

Для обеспечения самостоятельной работы на кафедре Информационных технологий и математических методов в экономике разработаны методические указания к самостоятельной работе студентов.

## 15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины:

а) основная литература:

№ п/п	Источник
1.	Кремер, Н. Ш. Линейная алгебра : учебник и практикум для вузов / под редакцией Н. Ш. Кремера. — 3-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2020. — 422 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-08547-1. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <a href="https://urait.ru/bcode/450038">https://urait.ru/bcode/450038</a>
2.	Шипачев, В. С. Высшая математика : учебное пособие для вузов / В. С. Шипачев. — 8-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2020. — 447 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-12319-7. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <a href="https://urait.ru/bcode/449732">https://urait.ru/bcode/449732</a>
3.	Малугин, В. А. Линейная алгебра для экономистов. Учебник, практикум и сборник задач : для бакалавриата и специалитета / В. А. Малугин, Я. А. Рощина. — Москва : Издательство Юрайт, 2018. — 478 с. — (Бакалавр и специалист). — ISBN 978-5-534-02976-5. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <a href="https://urait.ru/bcode/413355">https://urait.ru/bcode/413355</a>
4.	Балдин, К. В. Теория вероятностей и математическая статистика : учебник / К. В. Балдин, В. Н. Башлыков, А. В. Рукосуев. — 3-е изд., стер. — Москва : Дашков и К°, 2020. — 472 с. : ил. — Режим доступа: по подписке. — URL: <a href="https://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=573173">https://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=573173</a> — Библиогр.: с. 433-434. — ISBN 978-5-394-03595-1..
5.	Высшая математика для экономистов : учебник / Н. Ш. Кремер, Б. А. Путко, И. М. Тришин, М. Н. Фридман ; ред. Н. Ш. Кремер. — 3-е изд. — Москва : Юнити, 2015. — 482 с. : граф. — (Золотой фонд российских учебников). — Режим доступа: по подписке. — URL: <a href="https://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=114541">https://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=114541</a> — ISBN 978-5-238-00991-9.
6.	Кундышева, Е.С. Математика : учебник / Е.С. Кундышева. — 4-е изд. — Москва : Дашков и К°, 2015. — 562 с. : табл., граф., схем., ил. — Режим доступа: по подписке. — URL: <a href="https://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=452840">https://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=452840</a> . — Библиогр.: с. 552-553. — ISBN 978-5-394-02261-6.

б) дополнительная литература:

№ п/п	Источник
7.	Минорский В.П. Сборник задач по высшей математике.- М.: Наука, 2005. — 352 с.
8.	Основы математического анализа : учебное пособие / В.В. Давнис О.С. Воищева, С.С. Щекунских и др; Воронеж. гос. ун-т .— Воронеж : Издательский дом ВГУ, 2017 .— 203 с. .-ISBN-978-5-9273-2526-9.
9.	Красс, М. С. Математика в экономике. Базовый курс : учебник для бакалавров / М. С. Красс. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 470 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-9916-3137-2. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <a href="https://urait.ru/bcode/426158">https://urait.ru/bcode/426158</a>
10.	Красс М.С., Чупрынов Б.П. Основы математики и ее приложения в экономическом образовании: Учебник – М.: Изд. «Дело», 2001. – 688с.
11.	Красс М.С. Математика для экономистов/М.С. Красс, Б.П.Чупрынов. - Санкт-Петербург[и др.]: Питер, 2010. – 464 с. : ил., табл. – (Учебное пособие). – Библиогр.: с.461.-Предм.указ.: с.462-464.- М.: ИНФРА-М, 2008. – 463 с. ISBN 978-5-94723-672
12.	Высшая математика для экономического бакалавриата в 3 ч. Часть 1 : учебник и практикум для академического бакалавриата / под редакцией Н. Ш. Кремера. — 5-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 276 с. — (Бакалавр. Академический курс). — ISBN 978-5-534-05820-8. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <a href="https://urait.ru/bcode/436490">https://urait.ru/bcode/436490</a>

13.	Высшая математика для экономического бакалавриата в 3 ч. Часть 2 : учебник и практикум для академического бакалавриата / под редакцией Н. Ш. Кремера. — 5-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2017. — 239 с. — (Бакалавр. Академический курс). — ISBN 978-5-534-05822-2. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <a href="https://urait.ru/bcode/410434">https://urait.ru/bcode/410434</a>
14.	Высшая математика для экономического бакалавриата в 3 ч. Часть 3 : учебник и практикум для вузов / под редакцией Н. Ш. Кремера. — 5-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2020. — 418 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-05823-9. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <a href="https://urait.ru/bcode/452114">https://urait.ru/bcode/452114</a>
15.	Шипачев, В. С. Дифференциальное и интегральное исчисление : учебник и практикум для прикладного бакалавриата / В. С. Шипачев. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 212 с. — (Бакалавр. Прикладной курс). — ISBN 978-5-534-04282-5. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <a href="https://urait.ru/bcode/437924">https://urait.ru/bcode/437924</a>
16.	Татарников, О. В. Линейная алгебра : учебник и практикум для прикладного бакалавриата / О. В. Татарников, А. С. Чуйко, В. Г. Шершнева ; под общей редакцией О. В. Татарникова. — Москва : Издательство Юрайт, 2017. — 334 с. — (Бакалавр. Прикладной курс). — ISBN 978-5-9916-3568-4. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <a href="https://urait.ru/bcode/406922">https://urait.ru/bcode/406922</a>
17.	Иванова, С. А. Линейная алгебра : учебное пособие : / С. А. Иванова, В. А. Павский ; Кемеровский государственный университет. — 2-е изд., перераб. и доп. — Кемерово : Кемеровский государственный университет, 2019. — 125 с. : ил., табл. — Режим доступа: по подписке. — URL: <a href="https://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=573547">https://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=573547</a> . — Библиогр. в кн. — ISBN 978-5-8353-2359-3.
18.	Сахарова, Л. В. Математика : учебник : / Л. В. Сахарова ; Ростовский государственный экономический университет (РИНХ). — Ростов-на-Дону : Издательско-полиграфический комплекс РГЭУ (РИНХ), 2017. — 116 с. — Режим доступа: по подписке. — URL: <a href="https://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=567421">https://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=567421</a> — Библиогр. в кн. — ISBN 978-5-7972-2361-0.
19.	Кремер Н.Ш. Теория вероятностей и математическая статистика: [учебник для студ. вузов, обуч. по экон. спец.]/ Н.Ш. Кремер — Москва: ЮНИТИ, 2010 — 550 с.- ISBN 978-5- 238-01270-4.
20.	<a href="#">Гмурман В. Е.</a> Теория вероятностей и математическая статистика : учебное пособие для студ. вузов / В.Е. Гмурман .— Изд. 11-е, стер. — М. : Высш. шк., 2005 .— 478, [1] с. : ил., табл. — Предм. указ.: с.474-479 .— ISBN 5-06-004214-6.
21.	<a href="#">Гмурман В. Е.</a> Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике : учебное пособие для студ. вузов / В. Е. Гмурман .— Изд. 10-е, стер. — М. : Высшая школа, 2005 .— 403, [1] с. : ил., табл. — ISBN 5-06-004212-X.
22.	<a href="#">Красс М. С.</a> Математика для экономического бакалавриата : учебник для студ., обуч. по направлению "Экономика" и экон. специальностям / М. С. Красс, Б.П. Чупрынов ; Акад. нар. хоз-ва при Правительстве Рос. Федерации .— М. : Дело, 2005 .— 574, [1] с. : ил., табл. — Библиогр.: с.568 .— Предм. указ.: с.569-575 .— ISBN 5-7749-0404-0.
23.	<a href="#">Шипачев В. С.</a> . Курс высшей математики : учебник / В.С. Шипачев ; под ред. А. Н. Тихонова .— 2-е изд., перераб. и доп. — М. : Проспект : Велби, 2004 .— 560 с. : ил. — ISBN 5-98032-337-6 (в пер.).
24.	<a href="#">Шипачев В. С.</a> Задачник по высшей математике : учебное пособие для студ. вузов / В.С. Шипачев .— 3-е изд., стер. — М. : Высш. шк., 2003 .— 303, [1] с. : ил. — ISBN 5-06-003575-1.

в) информационные электронно-образовательные ресурсы (официальные ресурсы интернет)\*:

№ п/п	Ресурс
1.	Зональная научная библиотека ВГУ <a href="https://www.lib.vsu.ru/">https://www.lib.vsu.ru/</a>
2.	ЭБС Лань, <a href="http://e.lanbook.com/">http://e.lanbook.com/</a>
3.	ЭБС Университетская библиотека online <a href="https://biblioclub.ru/">https://biblioclub.ru/</a>
4.	ЭБС ЮРАЙТ <a href="https://urait.ru/">https://urait.ru/</a>
5.	Электронный университет ВГУ» LMS Moodle, <a href="https://edu.vsu.ru/">https://edu.vsu.ru/</a>

## 16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы:

№ п/п	Источник
1	Основы математического анализа : учебное пособие /В.В. Давнис О.С. Воищева, С.С. Щекунских и др; Воронеж. гос. ун-т .— Воронеж : Издательский дом ВГУ, 2017 .— 203 с. .-ISBN-978-5-9273-2526-9.

2	Методические указания для самостоятельной работы студентов по курсам "Математический анализ", "Многомерный математический анализ" [Электронный ресурс] : для студ. 1 к. экон. фак. по направлениям "Экономика" и "Экономическая безопасность" / Воронеж. гос. ун-т ; [сост.: В.В. Давнис и др.] .— Электрон. текстовые дан. — Воронеж, 2015 .— Загл. с титул. экрана .— Свободный доступ из интранета ВГУ .— Текстовый файл .— Windows 2000 ; Adobe Acrobat Reader .— <a href="http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m15-278.pdf">URL:http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m15-278.pdf</a>
3	Методические указания для самостоятельной работы студентов по курсу "Линейная алгебра" [Электронный ресурс] : для студ. 1 курса экон. фак. по направлениям "Экономика" и "Экон. безопасность" / Воронеж. гос. ун-т ; [сост. : В.В. Давнис и др.] .— Электрон. текстовые дан. (1 файл : Кб) .— Воронеж, 2015 .— Загл. с титул. экрана .— Режим доступа: для зарегистрированных читателей ВГУ .— Текстовый файл .— Widows 2000 ; Adobe Acrobat Reader .— <a href="http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m15-279.pdf">URL:http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m15-279.pdf</a>
4	Методические указания для самостоятельной работы студентов по курсу "Теория вероятностей и математическая статистика" [Электронный ресурс] : для студ. 2 к. экон. фак. по направлениям "Экономика" и "Экон. безопасность" / Воронеж. гос. ун-т ; [сост. : В.В. Давнис и др.] .— Электрон. текстовые дан. — Воронеж, 2015 .— Загл. с титул. экрана .— Режим доступа: для зарегистрированных читателей ВГУ .— Текстовый файл .— Windows 2000 ; Adobe Acrobat Reader .— <a href="http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m15-280.pdf">URL:http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m15-280.pdf</a>

### **17. Информационные технологии, используемые для реализации учебной дисциплины, включая программное обеспечение и информационно-справочные системы (при необходимости):**

Программа дисциплины реализуется с применением дистанционных образовательных технологий.

Для организации занятий требуется:

- персональный компьютер и видеопроекционное оборудование;
- программное обеспечение общего назначения Microsoft Office;
- специализированное программное обеспечение при изучении дисциплины не используется.

### **18. Материально-техническое обеспечение дисциплины:**

г. Воронеж, ул. Хользунова, 42в, учебный корпус №5а  
 Специализированная мебель, проектор NEC PA500U, экран для проектора настенный Projecta Compact Electrol 113, компьютер XS35GS V3L, цифровая аудио платформа Symetrix Jupiter 4, телевизоры Samsung 50" (2 шт.), комплект активных громкоговорителей Apart SDQ5P, микрофон проводной; проектор Acer X1240, Экран Projecta Compact Electrol, WHDMI-приемник, переносной ноутбук HP.

## 19. Фонд оценочных средств:

### 19.1. Перечень компетенций с указанием этапов формирования и планируемых результатов обучения:

Код и содержание компетенции (или ее части)	Планируемые результаты обучения (показатели достижения заданного уровня освоения компетенции посредством формирования знаний, умений, навыков)	Этапы формирования компетенции (разделы (темы) дисциплины или модуля и их наименование)	ФОС* (средства оценивания)
ОПК-1 способностью применять математический инструментарий для решения экономических задач	<p><b>Знать:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- основные понятия и методы линейной алгебры, математического анализа, теории вероятностей;</li> <li>- основы линейной алгебры, математического анализа, теории вероятностей, необходимые для решения экономических задач;</li> <li>- теоретические и методические основы моделирования с использованием моделей и методов линейной алгебры, математического анализа, теории вероятностей;</li> <li>- возможности применения математического инструментария для решения экономических и профессиональных задач.</li> </ul>	<p>Элементы теории множеств. Векторы и матрицы Системы линейных уравнений. Евклидовы пространства. Последовательности. Предел последовательности. Функции. Предел функции. Непрерывность функции. Дифференциальное исчисление функции одной переменной. Применение дифференциального исчисления к исследованию функций. Неопределенный интеграл. Определенный интеграл. Несобственные интегралы. Функции многих переменных. Числовые и функциональные ряды. Дифференциальные уравнения. Основные понятия теории вероятностей. Вероятностное пространство. Основные теоремы теории вероятностей. Случайные величины и способы их задания. Числовые характеристики случайных величин. Основные законы распределения. Закон больших чисел и центральная предельная теорема. Статистическое описание результатов наблюдений. Статистические методы оценки параметров. Проверка статистических гипотез.</p>	Контрольные вопросы или тестовые задания
	<p><b>Уметь:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- формулировать и доказывать основные теоремы линейной алгебры, математического анализа, теории вероятностей;</li> <li>- использовать математический язык и математическую символику, работать со специальной литературой;</li> <li>- решать типовые задачи линейной алгебры, математического анализа, теории вероятностей; проводить их анализ, получать количественные соотношения;</li> </ul>	<p>Решение задач, иллюстрирующих операции над множествами с помощью диаграмм Эйлера. Решение задач с использованием операций над матрицами: сложение матриц, умножение матриц. Вычисление определителей матриц различных порядков. Нахождение обратных матриц. Вычисление ранга матриц. Решение систем <math>n</math> линейных уравнений с <math>n</math> переменными. Решение систем в матричной форме. Метод Жордана – Гаусса. Правило Крамера.</p>	Практические задания и контрольные работы

	<p>- применять вычислительные алгоритмы решения задач основных разделов математики;</p> <p>- применять методы линейной алгебры, математического анализа, теории вероятностей для решения конкретных экономических задач; анализировать и содержательно интерпретировать полученные результаты.</p>	<p>Решение систем <math>m</math> уравнений с <math>n</math> переменными. Теорема Кронекера – Капели (правило ранга). Решение систем линейных однородных уравнений. Нахождение фундаментальной системы решений. Связь между решениями неоднородной системой и соответствующей ей однородной системы. Общее, частное и базисное решение систем линейных уравнений. Нахождение собственных значений и собственных векторов матрицы.</p> <p>Понятие функции. Нахождение области определения и области значения функций. Вычисление пределов функций и раскрытие неопределенностей.</p> <p>Неопределенности <math>\frac{0}{0}</math>, <math>\frac{\infty}{\infty}</math>, <math>\infty - \infty</math>, <math>0 \cdot \infty</math>. Первый и второй замечательные пределы.</p> <p>Исследование непрерывности функции в точке и на промежутке. Непрерывность элементарных функций.</p> <p>Нахождение точек разрыва функции, классификация точек разрыва. Вычисление производной. Геометрический и экономический смысл производной.</p> <p>Дифференцирование суммы, разности произведения, частного функции. Дифференцирование элементарных функций.</p> <p>Вычисление производной сложной функции, прием логарифмического дифференцирования.</p> <p>Вычисление дифференциалов различных функций. Вычисление производных и дифференциалов высших порядков.</p> <p>Исследование функций: нахождение асимптот графика функций, проверка необходимого условия экстремума, нахождение стационарных точек, проверка достаточных условий экстремума, нахождение интервалов выпуклости функции и точек перегиба. Построение графиков функций с помощью проведенного исследования.</p> <p>Вычисление неопределенных интегралов от основных элементарных функций. Метод замены переменной. Метод интегрирования по частям.</p>	
--	--	---	--



		<p>Основные типы интегралов берущиеся по частям. Интегрирование тригонометрических функций. Разложение рациональной дроби на сумму простейших дробей. Интегрирование рациональных функций. Метод неопределенных коэффициентов. Интегрирование простейших иррациональных функций. Вычисление определенных интегралов с использованием формулы Ньютона - Лейбница. Интегрирование по частям и метод замены переменной в определенном интеграле. Приложения определенного интеграла. Вычисление несобственных интегралов с бесконечными пределами интегрирования и несобственных интегралов от неограниченных функций. Вычисление частных производных и дифференциалов первого порядка функции многих переменных. Вычисление производной по направлению и градиента. Дифференцирование сложной функции. Вычисление частных производных и дифференциалов высших порядков. Использование функций многих переменных в экономической теории. Нахождение локального экстремума функции многих переменных. Нахождение условного экстремума функции многих переменных с использованием метода множителей Лагранжа. Вычисление вероятностей с использованием комбинаторных схем и классической формулы вероятности. Решение задач с использованием теорема сложения вероятностей для совместных и несовместных событий; теоремы умножения для зависимых и независимых событий; формулы полной вероятности, формул Байеса</p> <p>Решение задач с использованием формулы Бернулли. Нахождение наивероятнейшего числа появления события в последовательности независимых испытаний. Решение задач с использованием теоремы Пуассона, локальной и интегральной теорем Муавра –</p>	
--	--	---	--

		<p>Лапласа. Решение задач на построение ряда распределения дискретной случайной величины. Построение функции распределения дискретных и непрерывных случайных величин. Нахождение функции плотности распределения вероятностей непрерывной случайной величины. Нахождение вероятности попадания непрерывной случайной величины в заданный интервал. Решение задач на вычисление математического ожидания дискретных и непрерывных случайных величин, моды, медианы, дисперсии дискретных и непрерывных случайных величин. Проверка основных свойств числовых характеристик. Начальные и центральные моменты случайных величин. Асимметрия. Эксцесс. Вычисление числовых характеристик с использованием Excel.</p> <p>Решение задач на использование биномиального, геометрического, гипергеометрического законов распределения, закон Пуассона. Равномерный закон. Нормальный закон. Вычисление вероятности попадания случайной величины, подчиненной нормальному закону, в заданный интервал. Правило "трех сигм". Показательное распределение. Построение вариационного ряда, нахождение его характеристик и графическое изображение. Построение гистограммы, полигона. Выборочный аналог функции распределения – эмпирическая функция распределения. Вычисление числовых характеристик выборочного распределения: выборочное среднее, выборочная дисперсия, медиана, асимметрия, эксцесс, выборочные моменты. Понятие оценки параметров. Проверка свойства оценок: состоятельность, несмещенность, эффективность. Нахождение точечных и интервальных оценок параметров распределения. Построение доверительных интервалов. Нахождение оценок</p>	
--	--	---	--

		для выборочного среднего и выборочной дисперсии.	
	<b>Владеть:</b> - теоретическими и методическими основами моделирования с использованием моделей и методов линейной алгебры, математического анализа, теории вероятностей; - навыками применения современного математического инструментария для решения экономических задач.	Использование теории множеств для решения прикладных задач. Использование методов линейной алгебры для решения экономических задач. Использование функций многих переменных в экономической теории. Статистическое описание результатов наблюдений. Статистические методы оценки параметров. Проверка статистических гипотез.	Практические задания и контрольные работы

## 19.2 Описание критериев и шкалы оценивания компетенций (результатов обучения) при промежуточной аттестации

Для оценивания результатов обучения на экзамене используются следующие показатели:

- 1) владение теоретическими основами линейной алгебры, математического анализа, теории вероятностей и математической статистики;
- 2) умение формулировать и доказывать основные теоремы линейной алгебры; умение иллюстрировать ответ примерами и фактами;
- 3) умение решать типовые задачи линейной алгебры, математического анализа, теории вероятностей и математической статистики, проводить их анализ, получать количественные соотношения;
- 4) умение применять теоретические знания и методы линейной алгебры, математического анализа, теории вероятностей и математической статистики к решению практических задач;
- 5) умение использовать математический аппарат при решении теоретических и прикладных задач; умение анализировать и содержательно интерпретировать полученные результаты;
- 6) владение навыками применения математического инструментария для решения экономических задач.

Для оценивания результатов обучения на зачете используется – зачтено, не зачтено.

Для оценивания результатов обучения на экзамене используется 4-балльная шкала: «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

Соотношение показателей, критериев и шкалы оценивания результатов обучения.

Критерии оценивания компетенций	Уровень сформированности компетенций	Шкала оценок
<i>Обучающийся в полной мере владеет теоретическими основами линейной алгебры, математического анализа, теории вероятностей и математической статистики; способен применять теоретические знания для решения практических задач; умеет формулировать и доказывать основные теоремы линейной алгебры; способен иллюстрировать ответ примерами и фактами; умеет решать типовые задачи линейной алгебры, математического анализа, теории вероятностей и математической статистики, проводить их анализ, получать количественные соотношения; умеет использовать математический аппарат при решении теоретических и прикладных задач, способен анализировать и содержательно интерпретировать полученные результаты; владеет навыками применения математического инструментария для решения экономических задач.</i>	<i>Повышенный уровень</i>	<i>Отлично</i>
<i>Обучающийся владеет теоретическими основами линейной алгебры, математического анализа, теории вероятностей и математической статистики; при применении теоретических знаний для решения практических задач допускает незначительные ошибки; умеет формулировать основные теоремы линейной алгебры, но при</i>	<i>Базовый уровень</i>	<i>Хорошо</i>

доказательстве допускает незначительные ошибки, способен иллюстрировать ответ примерами и фактами; при решении типовых задач математического анализа, линейной алгебры, теории вероятностей и математической статистики допускает незначительные вычислительные ошибки; умеет проводить анализ типовых задач линейной алгебры, математического анализа, теории вероятностей и математической статистики, получать количественные соотношения; умеет использовать математический аппарат при решении теоретических и прикладных задач, способен анализировать и содержательно интерпретировать полученные результаты; владеет навыками применения математического инструментария для решения экономических задач.		
Обучающийся частично владеет теоретическими основами линейной алгебры, математического анализа, теории вероятностей и математической статистики; не умеет применять теоретические знания для решения практических задач, формулирует основные теоремы линейной алгебры, но не умеет их доказывать; обучающийся дает неполные ответы; допускает ошибки при решении типовых задач линейной алгебры, математического анализа, теории вероятностей и математической статистики; способен фрагментарно проводить анализ типовых задач линейной алгебры, математического анализа, теории вероятностей и математической статистики, получать количественные соотношения; умеет фрагментарно использовать математический аппарат при решении теоретических и практических задач; частично владеет навыками применения математического инструментария для решения экономических задач.	Пороговый уровень	Удовлетворительно
Обучающийся демонстрирует отрывочные, фрагментарные знания теоретических основ линейной алгебры, математического анализа, теории вероятностей и математической статистики; не умеет применять теоретические знания для решения практических задач допускает грубые ошибки при решении типовых задач математического анализа, линейной алгебры, теории вероятностей и математической статистики, не умеет проводить анализ типовых задач линейной алгебры, математического анализа, теории вероятностей и математической статистики, не владеет навыками применения математического инструментария для решения экономических задач.	-	Неудовлетворительно

Зачтено в случае сформированности компетенций повышенного, базового или порогового уровней.

Зачтено в 1 семестре обучающийся получает по результатам работы в семестре, если по результатам текущих аттестаций (контрольные работы) получено «отлично», «хорошо», выполнены самостоятельные задания и задания по лекциям в объеме не менее 85% от предложенных. Если приведенные выше условия не выполнены, то используется приведенная выше шкала, где оценка определяется по результатам R использования ФОС из следующих условий  $R=R3+RC$ , R3 – экзаменационный балл (max 80), RC - аттестационные баллы семестра (max 20)., аттестационные баллы семестра складываются из баллов текущей аттестации (max 10) и выполнения самостоятельных заданий и заданий по лекциям (max 10).

- $R > 85$  (повышенный уровень): «отлично» зачтено
- $70 \leq R \leq 85$  (базовый уровень): «хорошо» зачтено
- $51 \leq R < 70$  (пороговый уровень): «удовлетворительно» зачтено
- $R < 51$  (низкий уровень): «неудовлетворительно» незачтено.

Для оценивания уровня сформированности компетенции на экзамене используется приведенная выше шкала, где оценки определяются по результатам R использования ФОС из следующих условий.  $R = RЭ + RC$ , RЭ – экзаменационный балл (max 80), RC - аттестационные баллы семестра (max 20)., аттестационные баллы семестра складываются из баллов текущей аттестации (max 10) и выполнения самостоятельных заданий и заданий по лекциям (max 10).

- $R > 85$  (повышенный уровень): «отлично»
- $70 \leq R \leq 85$  (базовый уровень): «хорошо»;
- $51 \leq R < 70$  (пороговый уровень): «удовлетворительно»
- $R < 51$  (низкий уровень): «неудовлетворительно».

**19.3 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующие этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы**

**19.3.1 Перечень вопросов к зачету, экзамену:**

**1 семестр**

**Линейная алгебра**

1. Понятие  $n$ -мерного вектора, основные определения.
2. Операции над векторами, основные свойства операций.
3. Линейная зависимость системы векторов.
4. Лемма о линейной зависимости системы векторов, содержащей нулевой вектор.
5. Лемма о линейной зависимости диагональной системы векторов.
6. Базис и ранг системы векторов.
7. Матрицы. Основные понятия и определения.
8. Операции над матрицами. Свойства операций.
9. Определитель матрицы, свойства определителя.
10. Вычисления определителей 2-го, 3-го и высшего порядков.
11. Понятие обратной матрицы. Теорема о существовании и нахождении обратной матрицы.
12. Ранг матрицы. Вычисление ранга матрицы с помощью преобразований Гаусса.
13. СЛАУ. Матрично-векторная запись СЛАУ. Понятие решения СЛАУ. Классификация СЛАУ по наличию решений.
14. Критерий совместности СЛАУ (теорема Кронекера-Капелли).
15. Методы решения СЛАУ квадратного вида ( $n \times n$ ). Метод Крамера
16. Методы решения СЛАУ квадратного вида ( $n \times n$ ). Метод обратной матрицы
17. Методы решения СЛАУ квадратного вида ( $n \times n$ ). Метод Гаусса
18. Решение СЛАУ прямоугольного вида ( $m \times n$ ). Общее решение, частное решение, базисное решение, опорное решение.
19. Однородная система уравнений. Теорема о существовании нетривиального решения (случай, когда система  $n \times n$ ).
20. Необходимое и достаточное условие существования нетривиального решения системы  $n \times m$ .
21. Фундаментальная система решений однородной системы уравнений.
22. Общее решение системы уравнений в векторной форме.
23. Собственные значения и собственные векторы матрицы.
24. Свойства собственных векторов матрицы.
25. Ортогональная и ортонормированная системы векторов.
26. Ортогонализация системы векторов.
27. Собственные векторы симметрической матрицы. Алгоритм построения ортонормированного базиса.
28. Приведение квадратной матрицы к диагональному виду.
29. Ортогональные матрицы. Построение ортогональной матрицы.
30. Понятие квадратичной формы. Стандартный и канонический виды квадратичной формы.
31. Приведение квадратичной формы к каноническому виду.

**Математический анализ**

1. Множества. Операции над множествами.
2. Ограниченность множества. Точная верхняя и нижняя грани множества. Свойство точных граней.
3. Теорема о существовании точных граней.
4. Открытые, замкнутые множества. Компактность множества. Отображение.
5. Последовательности. Действия над ними.
6. Ограниченные и неограниченные последовательности.
7. Бесконечно малые, бесконечно большие последовательности. Связь между ними.
8. Свойства бесконечно малых последовательностей.
9. Сходящиеся последовательности.
10. Теорема о единственности предела сходящейся последовательности.
11. Алгебраическая сумма, произведение, частное сходящихся последовательностей.
12. Предельный переход в неравенствах.

13. Теорема о трех последовательностях.
14. Монотонные последовательности.
15. Число  $e$ .
16. Теорема о вложенных промежутках.
17. Понятие функции. Способы задания.
18. Предел функции в точке. Правый, левый пределы функции (по Гейне и по Коши).
19. Предел функции на бесконечности (по Гейне и по Коши).
20. Теоремы о пределах функции.
21. Первый замечательный предел.
22. Второй замечательный предел.
23. Бесконечно малые и бесконечно большие функции. Связь между ними.
24. Сравнение бесконечно малых функций.
25. Непрерывность функции.
26. Точки разрыва функции (первого рода, второго рода, устранимый разрыв).
27. Теорема об арифметических свойствах непрерывных функций.
28. Теорема об устойчивости знака непрерывной функции.
29. Первая теорема Больцано-Коши.
30. Вторая теорема Больцано-Коши.
31. Точная верхняя и точная нижняя грани функции.
32. Первая теорема Вейерштрасса.
33. Вторая теорема Вейерштрасса.
34. Непрерывность сложной функции.
35. Непрерывность обратной функции.
36. Понятие производной. Геометрический смысл.
37. Понятие дифференцируемости функции.
38. Теорема о связи дифференцируемости функции и существованием производной.
39. Связь непрерывности и дифференцируемости.
40. Дифференциал функции. Геометрический смысл дифференциала.
41. Бесконечно малые, бесконечно большие функции. Связь между ними.
42. Свойства бесконечно малых функций.
43. Правила сравнения бесконечно малых и бесконечно больших функций.
44. Дифференцирование суммы, разности, произведения и частного двух функций.
45. Производные функций

$$y = x^n, \quad n \in \mathbb{N}, \quad y = \cos x, \quad y = \sin x, \quad y = \operatorname{tg} x, \quad y = \operatorname{ctg} x,$$

$$y = \log_a x, \quad a > 0, a \neq 1.$$

46. Теорема о производной обратной функции.

47. Производные функций  $y = a^x, a > 0, a \neq 1,$

$$y = \arcsin x, \quad y = \arccos x, \quad y = \operatorname{arctg} x, \quad y = \operatorname{arcctg} x.$$

48. Дифференцирование сложной функции.
49. Прием логарифмического дифференцирования. Производная функции  $y = x^\alpha, \alpha \in \mathbb{R}$ .
50. Производные высших порядков.
51. Дифференциалы высших порядков.
52. Возрастание и убывание функции в точке.
53. Понятие локального экстремума функции. Необходимое условие.
54. Теорема Ролля.
55. Теорема Лагранжа.
56. Теорема Коши.
57. Условия монотонности функции на интервале.
58. Формула Тейлора.
59. Первое достаточное условие экстремума.
60. Второе достаточное условие экстремума.
61. Экстремум функции не дифференцируемой в данной точке.
62. Направление выпуклости и точки перегиба графика функции.
63. Необходимое условие точки перегиба.
64. Достаточное условие точки перегиба.

65. Асимптоты графика функции.
66. Понятие первообразной. Основные свойства (лемма, теорема).
67. Понятие неопределенного интеграла.
68. Метод замены переменной.
69. Метод интегрирования по частям.
70. Основные типы интегралов берущихся по частям.
71. Теорема о представлении рациональной функции в виде суммы элементарных дробей с неопределенными коэффициентами.
72. Метод неопределенных коэффициентов.
73. Основные типы интегралов от рациональных функций.
74. Интегрирование тригонометрических функций.
75. Интегрирование некоторых иррациональных функций.

## 2 семестр

### Математический анализ

1. Понятие интегральной суммы. Геометрический смысл.
2. Понятие определенного интеграла.
3. Основные свойства определенного интеграла.
4. Интеграл с переменным верхним пределом.
5. Формула Ньютона-Лейбница.
6. Замена переменных в определенном интеграле.
7. Формула интегрирования по частям в определенном интеграле.
8. Приближенное вычисление определенного интеграла.
9. Несобственные интегралы с бесконечными пределами.
10. Несобственные интегралы от неограниченных функций.
11. Метрические, линейные, нормированные, евклидовы пространства.
12. Понятие функции  $n$  переменных. Предел функции  $n$  переменных.
13. Непрерывность функции  $n$  переменных.
14. Непрерывность функции  $n$  переменных по одной из переменных.
15. Непрерывность сложной функции.
16. Частные производные функции  $n$  переменных.
17. Дифференцируемость функции  $n$  переменных.
18. Дифференциал функции  $n$  переменных.
19. Дифференцирование сложной функции.
20. Производная по направлению. Градиент.
21. Частные производные высших порядков функции  $n$  переменных.
22. Дифференциал второго порядка функции  $n$  переменных.
23. Квадратичная форма. Критерий Сильвестра.
24. Локальный экстремум функции  $n$  переменных. Необходимое условие локального экстремума.
25. Достаточные условия локального экстремума функции  $n$  переменных.
26. Неявные функции. Производная неявной функции.
27. Условный экстремум.
28. Метод множителей Лагранжа.
29. Определение числового ряда, частичной суммы, сходящегося ряда.
30. Свойства сходящихся числовых рядов.
31. Необходимое условие сходимости числового ряда. Гармонический ряда.
32. Необходимое и достаточное условие сходимости ряда с неотрицательными членами.
33. Признак сравнения.
34. Признак Доломбера.
35. Интегральный признак Коши. Пример.
36. Знакопередающийся ряд. Признак Лейбница.
37. Знакопеременные ряды, их сходимости. Абсолютная и условная сходимости.
38. Степенные ряды.
39. Теорема Абеля.
40. Теорема об интервале сходимости степенного ряда.
41. Теорема о радиусе сходимости степенного ряда.

## Теория вероятностей и математическая статистика

1. Понятие испытания. Пространство элементарных событий.
2. Определение событий. Виды событий. Действия над событиями.
3. Классическое определение вероятности.
4. Относительная частота. Устойчивость относительной частоты.
5. Статистическая вероятность.
6. Геометрическая вероятность.
7. Вычисление вероятностей с использованием комбинаторных схем.
8. Пространство элементарных исходов. Событие и его вероятность.
9. Понятие об алгебре множеств и  $\sigma$ -алгебре. Аксиомы Колмогорова.
10. Понятие вероятностного пространства.
11. Теорема сложения вероятностей для несовместных событий.
12. Теорема сложения вероятностей для совместных событий.
13. Условная вероятность. Теорема умножения вероятностей.
14. Независимые события. Теорема умножения для независимых событий.
15. Вероятность появления хотя бы одного события.
16. Формула полной вероятности.
17. Формула Байеса.
18. Независимые испытания Бернулли. Теорема Бернулли.
19. Наивероятнейшее число появления события в последовательности независимых испытаний.
20. Формула Пуассона.
21. Приближенные формулы Муавра-Лапласа (локальная и интегральная теоремы Муавра-Лапласа). Следствие интегральной теоремы Муавра-Лапласа.
22. Понятие случайной величины. Дискретные и непрерывные случайные величины.
23. Ряд распределения дискретной случайной величины.
24. Функция распределения случайной величины и ее свойства.
25. Плотность распределения вероятностей непрерывной случайной величины и ее свойства.
26. Математическое ожидание дсв и нсв. Свойства математического ожидания.
27. Дисперсия дсв и нсв. Свойства дисперсии.
28. Мода, медиана, асимметрия, эксцесс.
29. Квантили. Понятие процентной точки.
30. Начальные и центральные моменты случайных величин, связь между ними.
31. Биномиальный закон распределения.
32. Геометрическое распределение.
33. Гипергеометрическое распределение.
34. Закон Пуассона.
35. Равномерный закон.
36. Показательное распределение.
37. Нормальный закон.
38. Вычисление вероятности попадания случайной величины, подчиненной нормальному закону, в заданный интервал. Правило «трех сигм».
39. Понятие закона больших чисел.
40. Неравенство Чебышева.
41. Теорема Чебышева.
42. Обобщенная теорема Чебышева.
43. Центральная предельная теорема.
44. Генеральная совокупность и выборка. Выборочное распределение.
45. Вариационный ряд, его характеристики. Гистограмма. Полигон.
46. Эмпирическая функция распределения и ее свойства.
47. Числовые характеристики выборочного распределения: выборочное среднее, выборочная дисперсия, медиана, асимметрия, эксцесс, выборочные моменты.
48. Понятие оценки параметра. Свойства оценок: состоятельность, несмещенность, эффективность.
49. Интервальные оценки параметров распределения. Доверительный интервал.
50. Оценки для выборочного среднего и выборочной дисперсии.
51. Описание гипотез. Простые и сложные гипотезы. Нулевая и конкурирующая гипотезы.
52. Критерии проверки статистических гипотез.
53. Уровень значимости и мощность критерия. Ошибки первого и второго рода.



54. Проверка гипотез о законах распределения.  
 55. Критерий согласия.  
 56. Проверка гипотез о равенстве средних и дисперсий.

### 19.3.2 Перечень практических заданий:

- 1) Определите следующие множества:  
 а) пересечение четных и нечетных чисел;  
 б) пересечение множеств целых и четных чисел;  
 в) объединение множеств четных и нечетных чисел;  
 г) разность множеств целых и четных чисел.
- 2) Даны три множества:  $A = [-2; 8]$ ;  $B = (-4; 11)$ ;  $C = [0; 9)$ .  
 Найдите следующие множества:  $A \cap B \cap C$ ;  $(A \cup B) \cap C'$ ;  $A \cup B \cup C$ ;  $(A' \cap B) \cup C$ .
- 3) Проверить графически справедливость равенства:  
 $(A \cup B) \cap C = (A \cap C) \cup (B \cap C)$ .
- 4) Проверить графически справедливость следующих равенств:
1.  $A \cup B = B \cup A$ ;
  2.  $(A \cup B) \cap C = (A \cap C) \cup (B \cap C)$ ;
  3.  $A \cap B = B \cap A$ ;
  4.  $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$ ;
  5.  $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$ ;
  6.  $(A \cap B) \cup C = (A \cup C) \cap (B \cup C)$
  7.  $(A \cup B)' = A' \cap B'$ ;
  8.  $(A \cap B)' = A' \cup B'$ ;
  9.  $(A \cap B) \setminus B = A \setminus B$ ;
  10.  $A \cap (B \cup C) = A \setminus (A \setminus B) \cap (A \setminus C)$ ;
  11.  $(A \setminus B) \cap C = (A \cap C) \setminus (B \cap C)$ ;
  12.  $A \cap B \cap C = A \setminus (A \setminus (B \cap C))$ ;
  13.  $(A \cap C) \setminus B = (A \cap C) \setminus (B \cap C)$ ;
  14.  $(A \setminus B) \cup (A \setminus C) = A \setminus (B \cap C)$ ;
  15.  $(A \cap C) \cup (B \cap D) = (A \cup B) \cap (C \cup D)$ ;
  16.  $(B \setminus C) \cup (B \setminus A) = A \setminus C$ ;
  17.  $A \setminus C = (A \setminus B) \cup (B \setminus C)$ ;
  18.  $(A \setminus B) \cap C = (A \cap C) \setminus (B \cap C) = (A \cap C) \setminus B$ ;
  19.  $(A \cup B) \setminus C = (A \setminus C) \cup (B \setminus C)$ ;
  20.  $(A \cap B')' \cup B = A' \cup B$ ;
  21.  $(A \cap B) \setminus C = (A \setminus C) \cap (B \setminus C)$ ;
  22.  $((A \cap D) \cup (B \cup D'))' = (A' \cap D) \cup (B' \cup D)$ ;
  23.  $A \setminus (B \cap C) = (A \setminus C) \cup (A \cup B)$ ;
  24.  $(A \setminus B) \cup C = ((A \cup C) \setminus B) \cup (B \cap C)$ ;
  25.  $(A \setminus B) \setminus (C \setminus D) = (A \setminus (B \cup C)) \cup ((A \cap D) \setminus B)$ .

1. Вычислить выражение  $X = ((A - B) * C)^T * D^T$

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 5 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 3 & 5 & 0 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 1 & 0 & 3 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \quad D = (3 \ 5 \ 1)$$

2. Вычислите выражение  $X = (AB - 3C^T)^T$

$$A = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} \quad B = (7 \ 2 \ 4) \quad C = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -3 \\ 3 & 2 & -1 \\ 2 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

3. Вычислите выражение  $X = (ABC + 2D)^T$

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & -1 \\ -1 & 2 & 0 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} \quad C = (2 \ 5 \ 1) \quad D = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 3 & 2 & -5 \\ 5 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

4. Вычислите выражение  $X = (AB)^T + (CD)^T$

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & -1 \\ 1 & -1 & 0 \\ 2 & 3 & 0 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 1 \\ 1 & 6 & 2 \\ 0 & 2 & 3 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix} \quad D = (2 \ -1 \ 3)$$

5. Вычислите выражение  $X = AB - BC + 5C$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ -2 & 1 & -3 \\ 3 & -4 & 2 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 5 \\ 1 & 3 & 2 \\ 0 & -1 & 4 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 3 & -1 \\ 4 & 5 & -1 \\ 2 & -1 & 5 \end{pmatrix}$$

1.  $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & -2 \\ 2 & -2 & 1 \end{pmatrix} \quad \det A = ?$     2.  $A = \begin{pmatrix} 5 & 2 & 3 \\ 4 & 3 & 2 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix} \quad \det A = ?$

1.  $A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 3 \\ 3 & 2 & -1 \\ 5 & 6 & 3 \end{pmatrix} \quad \det A = ?$     4.  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 2 & 3 \\ 3 & 3 & 4 \end{pmatrix} \quad \det A = ?$

2. Найдите обратную матрицу:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix} \quad A = \begin{pmatrix} 3 & -4 & 5 \\ 4 & -6 & 2 \\ 3 & -5 & -1 \end{pmatrix}$$

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 7 \\ 6 & 3 & 4 \\ 5 & -2 & -3 \end{pmatrix} \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 5 \\ 3 & -4 & 7 \\ -3 & 2 & -5 \end{pmatrix}$$

5. Решить матричное уравнение: а)  $X \cdot \begin{pmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & -1 \end{pmatrix};$

$$6) \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 4 & 6 & 5 \\ 3 & 5 & 4 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 3 & 4 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}.$$

6. Найдите общее и базисное решения системы уравнений:

$$a) \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + x_3 + 6x_4 + 9x_5 = 2 \\ x_2 - 2x_3 + 2x_4 + 3x_5 = -7 \\ 2x_1 + x_2 + 4x_3 + 2x_4 + 3x_5 = 3 \\ 3x_1 + 2x_2 + 5x_3 + 4x_4 + 6x_5 = 1 \end{cases};$$

$$6) \begin{cases} -x_1 + 3x_2 + 3x_3 + 4x_4 + 5x_5 = 7 \\ 6x_1 + 2x_2 + 2x_3 - x_4 = -2 \\ -3x_1 + x_2 + x_3 + 2x_4 = 5 \\ 11x_1 + 3x_2 + 3x_3 + x_4 - x_5 = -5 \end{cases}.$$

7. Исследовать однородную систему на наличие у нее нетривиального решения:

$$a) \begin{cases} 3x_1 - x_2 + 3x_3 + 2x_4 = 0 \\ 5x_1 - 3x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 0 \\ x_1 - 3x_2 - 5x_3 - 7x_4 = 0 \\ 7x_1 - 5x_2 + x_3 + 4x_4 = 0 \end{cases}; \quad 6) \begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 - 4x_4 = 0 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 - x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 2x_3 - 3x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + x_3 - 2x_4 = 0 \end{cases}.$$

8. Решить методом обратной матрицы систему уравнений, предварительно вычислив обратную матрицу методом Гаусса:

$$a) \begin{cases} 4x_1 + 4x_2 - x_3 = -8 \\ 6x_1 + 8x_2 + 6x_3 = -5 \\ x_1 + x_2 + x_3 = -2 \end{cases}; \quad 6) \begin{cases} 2x_1 + 2x_2 - x_3 = 4 \\ 3x_2 + 4x_3 = -5 \\ x_1 + x_3 = -2 \end{cases};$$

$$в) \begin{cases} 2x_1 - 3x_2 - x_3 = -6 \\ 3x_1 + 4x_2 + 3x_3 = -5 \\ x_1 + x_2 + x_3 = -2 \end{cases}.$$

9. Решить системы уравнений методом Гаусса:

$$a) \begin{cases} x_1 + x_2 + 3x_3 - 2x_4 = 6 \\ 2x_1 - x_2 + 3x_3 + 5x_4 = 3 \\ -x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 4x_4 = 8 \\ 3x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 = -3 \end{cases}; \quad 6) \begin{cases} 2x_1 + 7x_2 + 3x_3 + x_4 = 5 \\ x_1 + 3x_2 + 5x_3 - 2x_4 = 3 \\ x_1 + 5x_2 - 9x_3 + 8x_4 = 1 \\ 5x_1 + 18x_2 + 4x_3 + 5x_4 = 12 \end{cases};$$

$$\begin{array}{l}
 \text{в)} \left\{ \begin{array}{l} 2x_1 + 3x_2 - x_3 + x_4 = -3 \\ 3x_1 - x_2 + 2x_3 + 4x_4 = 8 \\ x_1 + x_2 + 3x_3 - 2x_4 = 6 \\ -x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 5x_4 = 3 \end{array} \right. ; \quad \text{г)} \left\{ \begin{array}{l} 2x_1 - x_2 + 4x_3 + x_4 = 9 \\ x_1 - 2x_2 - 3x_3 - x_4 = -1 \\ 2x_1 + x_2 + 4x_3 - x_4 = 11 \\ 3x_1 - 2x_2 + x_3 - x_4 = 9 \end{array} \right.
 \end{array}$$

**1. Свойства пределов. Раскрытие неопределенности  $\frac{0}{0}$ .**

Найти пределы:

1.  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4x + 1}{2x + 1}$ .

2.  $\lim_{x \rightarrow \pi/4} \frac{1 + \sin 2x}{1 - \cos 4x}$ .

3.  $\lim_{x \rightarrow 3} (x^2 - 7x + 4)$ .

4.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 + x + 4}$ .

5. $\lim_{x \rightarrow \pi/2} (\sin x - \cos 2x)$ .	6. $\lim_{x \rightarrow 4} \left(\frac{1}{2}x^3 - x + 2\right)$ .
7. $\lim_{x \rightarrow 2} \sqrt{3 + \sqrt[4]{2x^3}}$ .	8. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2}$ .
9. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x - 2}{x^2 - 3x + 2}$ .	10. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{x^2 - 2x - 3}$ .
11. $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 25}{x - 5}$ .	12. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 5x + 6}{x - 3}$ .

13.  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - x - 2}{x^3 + 1}$ .

14.  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x^2 - 3x + 2}$ .

15.  $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\operatorname{tg} x}{\sin 2x}$ .

16.  $\lim_{x \rightarrow \pi/4} \frac{\sin x - \cos x}{\cos 2x}$ .

17.  $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{3x + 6}{x^3 + 8}$ .

18.  $\lim_{x \rightarrow \pi/4} \frac{\sin 2x - \cos 2x - 1}{\cos x - \sin x}$ .

19.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sqrt{1 + 3x} - 1}$ .

20.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{x} - 1}{\sqrt{x} - 1}$ .

21.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{x}$ .

22.  $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sqrt{1 - \operatorname{tg} x} - \sqrt{1 + \operatorname{tg} x}}{\sin 2x}$ .

Неопределенности вида  $\frac{\infty}{\infty}$

Найти пределы:

1.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 - 1}{3x^2 - 4x}$ .

2.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^3 - 7x}{1 - 2x^3}$ .

3.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^2 - 3x + 2}{2x^2 + 4x + 1}$ .

4.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x + 1}{\sqrt{3x^2 + 1}}$ .

$$5. \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{5x^2}{1-x^2} + 2^{\frac{1}{x}} \right).$$

$$7. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + 2x + 3}{2x^2 + 3x + 4}.$$

$$6. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 + 3 + 5 + \dots + (2n-1)}{1 + 2 + 3 + \dots + n}.$$

$$8. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x+3}{2x^2 + 3x + 4}.$$

Предел отношения  $\frac{\sin x}{x}$  при  $x \rightarrow 0$

Найти пределы:

$$1. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 4x}{x}.$$

$$3. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x}{x}.$$

$$5. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{x \sin x}.$$

$$7. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sin 3x}.$$

$$9. \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{1 - \cos 2x}}{x}.$$

$$2. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin \frac{x}{3}}{x}.$$

$$4. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 \frac{x}{2}}{x^2}.$$

$$6. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{\sqrt{x+2} - \sqrt{2}}.$$

$$8. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 4x}{\sqrt{x+1} - 1}.$$

$$10. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2}.$$

4. Неопределенности вида  $\infty - \infty$  и  $0 \cdot \infty$

$$1. \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + 3x} - x).$$

$$3. \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + 3x + 1} - \sqrt{x^2 - 3x - 4})$$

$$5. \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1}{\sin^2 x} - \frac{1}{4 \sin^2 \frac{x}{2}} \right).$$

$$7. \lim_{x \rightarrow +\infty} (x - \sqrt{x^2 - 9}).$$

$$9. \lim_{x \rightarrow \pi/2} \left( \frac{\sin x}{\cos^2 x} - \operatorname{tg}^2 x \right).$$

$$11. \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x^3}{3x^2 - 4} - \frac{x^2}{3x + 2} \right).$$

$$2. \lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{1}{x-1} - \frac{2}{x^2-1} \right).$$

$$4. \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + x + 1} - \sqrt{x^2 - x}).$$

$$6. \lim_{x \rightarrow +\infty} (x - \sqrt{x^2 - x + 1}).$$

$$8. \lim_{x \rightarrow 1} (1-x) \cdot \operatorname{tg} \frac{\pi x}{2}.$$

$$10. \lim_{x \rightarrow 2} \left( \frac{1}{x-2} - \frac{12}{x^3-8} \right).$$

$$12. \lim_{x \rightarrow \pi/2} \left( x - \frac{\pi}{2} \right) \cdot \operatorname{tg} x.$$

Второй замечательный предел

Найти пределы:

$$1. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{5}{n}\right)^n.$$

$$2. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{3n}\right)^n.$$

$$3. \lim_{n \rightarrow -\infty} \left(1 + \frac{4}{n}\right)^{n+3}.$$

$$4. \lim_{x \rightarrow 0} (1 + 2x)^{1/x}.$$

$$5. \lim_{x \rightarrow 0} (1 - 4x)^{(1-x)/x}.$$

$$6. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n}{n+1}\right)^n.$$

$$7. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x-1}{2x+1}\right)^{2x}.$$

$$8. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n+4}.$$

$$9. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n-3}{n}\right)^{\frac{n}{2}}.$$

$$10. \lim_{n \rightarrow \infty} n(\ln(n+3) - \ln n).$$

11. Используя определение предела функции доказать, что:

$$1) \lim_{x \rightarrow 2} (3x - 5) = 1;$$

$$2) \lim_{x \rightarrow 6} (2x - 5) = 7;$$

$$3) \lim_{x \rightarrow 2} (3x + 5) = 11;$$

$$4) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{\sqrt{x}-1} = 2;$$

$$5) \lim_{x \rightarrow 2} x^2 = 4.$$

12. Доказать, что  $\lim_{x \rightarrow 2} (2x - 1) = 3$ . Найти такое  $\delta$ , чтобы для  $|x - 2| < \delta$  выполнялось

$$|f(x) - 3| = |(2x - 1) - 3| < 0,01.$$

13. Сформулировать на “языке  $\varepsilon - \delta$ ” и на “языке последовательностей” определения:

1) бесконечно большой функции; 2) бесконечно малой функции:

а) при  $x \rightarrow +\infty$ ; б) при  $x \rightarrow -\infty$ ; в) при  $x \rightarrow \infty$ ; г) при  $x \rightarrow a^+$ ; д)  $x \rightarrow a^-$ .

14. Сравнить бесконечно малые в точке  $x = 0$  функции:

$$1) \alpha(x) = \sin x \text{ и } \beta(x) = x;$$

$$2) \alpha(x) = \sin x \text{ и } \beta(x) = \sin x;$$

$$3) \alpha(x) = 1 - \cos x \text{ и } \beta(x) = x.$$

15. Используя сравнение бесконечно малых функций найти  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{x + x^3}$ .

16. Сравнить бесконечно большие функции:

$$1) \alpha(x) = \frac{1+x}{x} \text{ и } \beta(x) = \frac{1}{x} \text{ в точке } x = 0;$$

$$2) \alpha(x) = x^2 + x \text{ и } \beta(x) = 3x - 2 \text{ при } x \rightarrow \infty;$$

$$3) \alpha(x) = 3x^2 + 1 \text{ и } \beta(x) = x^2 - 5 \text{ при } x \rightarrow \infty;$$

*Понятие производной*

1. Найти  $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ , если:

а)  $y = ax^2 + bx$ ;    б)  $y = ax^2$ ;    в)  $y = x + \frac{1}{x}$ .

2. Используя определение производной, найдите производные функций в точке  $x = x_0$ :

1.  $f(x) = 3x + 2$ ;

2.  $f(x) = 5x^2$ ;

3.  $f(x) = -3x^2 - 5x$ ;

4.  $f(x) = 2x^3$ ;

5.  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$ ;

6.  $f(x) = \frac{2}{x}$ ;

#### Вычисление производных

Найти по формулам производные от функций.

1.  $y = \frac{x^3}{3} - 2x^2 + 4x - 5$ .

2.  $y = x^4 + 3x^2 - 2x + 1$ .

3.  $y = 6\sqrt[3]{x} - 4\sqrt{x}$ .

4.  $y = \left(1 - \frac{1}{\sqrt[3]{x}}\right)^2$ .

5.  $y = 4x^5 - 3\sin x + 5\operatorname{ctg}x$ .

6.  $y = 3\sqrt{x} + 4\cos x - 2\operatorname{tg}x + 3$ .

7.  $y = 3 + 4x^2 + \sqrt[5]{x^3} + \frac{1}{x^2} + \sin x + \cos x$ .

8.  $y = x^2 \cos x$ .

9.  $y = x^2 \operatorname{ctg}x$ .

10.  $y = \frac{\cos x}{x^2}$ .

11.  $y = \frac{x^2}{x^2 + 1}$ .

12.  $f(x) = \frac{x^3}{3} - x^2 + x$ ; вычислить  $f'(0)$ ,  $f'(1)$ ,  $f'(-1)$ .

13.  $f(x) = x^2 - \frac{1}{2x^2}$ ; вычислить  $f'(2) - f'(-2)$ .

#### Производная сложной функции

Найти производные от функций:

1.  $y = \frac{1}{(1-x^2)^5}$ .

2.  $y = \sqrt{\cos 4x}$ .

3.  $y = \sqrt{2x - \sin 2x}$ .

4.  $y = (\sin x)^4$ .

5.  $y = \sqrt{\frac{x}{2} - \sin \frac{x}{2}}$ .

6.  $y = \cos^2\left(\frac{\pi}{4} - \frac{x}{2}\right)$ .

7.  $y = \frac{1 + \sin 2x}{1 - \sin 2x} + \operatorname{tg} 2x$ .

8.  $y = \operatorname{tg} \sin \cos x$ .

#### Производные логарифмических и показательных функций

Найти производные от функций:

$$1. y = \ln(x^2 + 2x).$$

$$2. y = \ln \sin x - \frac{1}{2} \sin^2 x.$$

$$3. y = \ln(\sqrt{x} + \sqrt{x+1}).$$

$$4. y = \ln \frac{x^2}{1-x^2}.$$

$$5. y = 2\sqrt{x} - 4 \ln(2 + \sqrt{x}).$$

$$6. y = \frac{\cos x}{\sin^2 x} + \ln \operatorname{tg} \frac{x}{2}.$$

$$7. y = \ln(e^{2x} + \sqrt{e^{4x} + 1}).$$

$$8. y = \ln \sqrt{\frac{e^{4x}}{e^{4x} + 1}}.$$

$$9. y = \ln(\operatorname{ctg} x + \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 x}).$$

$$10. y = 5^{\sqrt[3]{\cos x \cdot \operatorname{tg}^2 3x}}.$$

$$11. y = \sqrt[5]{\ln \sin \frac{x+3}{4}}.$$

$$12. y = \ln(x \cdot \sin x \sqrt{1-x^2}).$$

*Производные обратных тригонометрических функций*

Найти производные от функций:

$$1. y = \sqrt{1-x^2} + \arcsin x.$$

$$2. y = x - \operatorname{arctg} x.$$

$$3. y = \arcsin \sqrt{1-4x}.$$

$$4. y = \arccos(1-2x).$$

$$5. y = \operatorname{arcctg} \frac{1+x}{1-x}.$$

$$6. y = x\sqrt{1-x^2} + \arcsin x.$$

$$7. y = \arcsin(e^{3x}).$$

$$8. y = \operatorname{arctg} x + \ln \sqrt{\frac{1+x}{1-x}}.$$

$$9. y = x(\cos \ln x + \sin \ln x). \quad 10. f(x) = \arcsin \frac{x-1}{x}; \text{ найти } f'(5).$$

$$11. y = \ln \sin \operatorname{tg} e^{-\frac{x}{2}}.$$

$$12. y = \ln \cos \frac{x-1}{x}.$$

$$13. y = x \sin \left( \ln x - \frac{\pi}{4} \right).$$

$$14. y = \frac{\sqrt{2}}{3} \operatorname{arctg} \frac{x}{\sqrt{2}}.$$

$$15. y = \frac{3}{4} \ln \frac{x^2+1}{x^2-1} + \frac{1}{4} \ln \frac{x-1}{x+1} + \frac{1}{2} \operatorname{arctg} x.$$

$$16. y = -\frac{1}{2 \sin^2 x} + \ln \operatorname{tg} x.$$

*Производные высших порядков*

1. Найти производные второго порядка от функций:

$$1) y = \sin^2 x; \quad 2) y = \operatorname{tg} x; \quad 3) y = \sqrt{1+x^2};$$

$$4) y = e^{-x^2}; \quad 5) y = \operatorname{ctg} x; \quad 6) y = \arcsin \frac{x}{2};$$

2. Найти производные третьего порядка от функций:

$$1) y = \cos^2 x; \quad 2) y = \frac{1}{x^2}; \quad 3) y = x^2 \cdot \sin x;$$



4)  $y = \operatorname{arctg} \frac{x}{2}$ ;      5)  $y = x \cdot e^{-x}$ ;      6)  $y = e^x \cdot \cos x$ ;

3. Найти производные  $n$ -го порядка от функций:

1)  $y = e^{-\frac{x}{a}}$ ;      2)  $y = \ln x$ ;      3)  $y = \sqrt{x}$ ;  
 4)  $y = x^n$ ;      5)  $y = \sin x$ ;      6)  $y = \cos^2 x$ ;  
 7)  $y = 2^{3x}$ ;      8)  $y = \frac{1}{1+2x}$ ;      9)  $y = \sin^2 x$ ;

*Дифференциал функции*

Найти дифференциалы функций:

1.  $y = x^3 - 3x^2 + 3x$ ;      2.  $y = \sqrt{1+x^2}$ ;  
 3.  $y = \sin^3 2x$ ;      4.  $y = \ln(\sin \sqrt{x})$ ;  
 5.  $y = e^{-\frac{1}{\cos x}}$ ;      6.  $y = 2^{-x^2}$ ;  
 7.  $y = \operatorname{arctg} \sqrt{x^2+1}$ ;      8.  $y = x^2 \cdot \sin \sqrt{x}$ ;

Исследовать функции и построить графики функций:

1.  $y = \frac{x^3}{3} + x^2$ ;      2.  $y = x^3 + 6x^2 + 9x$ ;  
 3.  $y = \frac{x^2}{x^2-1}$ ;      4.  $y = \frac{(x+1)^2}{x^2+2x}$ ;  
 5.  $y = \frac{2x^3}{x^2-4}$ ;      6.  $y = (x+1)(x-2)^2$ ;  
 7.  $y = \frac{x^4}{(1+x)^3}$ ;      8.  $y = \sqrt[3]{(x+1)^2} - \sqrt[3]{(x-1)^2}$ ;

Найти интегралы:

1.  $\int \left( x^2 + 2x + \frac{1}{x} \right) dx$ .      2.  $\int \left( \frac{1}{\sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt[4]{x^3}} \right) dx$ .  
 3.  $\int (\sqrt{x} + \sqrt[3]{x}) dx$ .      4.  $\int \frac{10x^8 + 3}{x^4} dx$ .  
 5.  $\int \operatorname{ctg}^2 x dx$ .      6.  $\int \frac{3 - 2\operatorname{ctg}^2 x}{\cos^2 x} dx$ .  
 7.  $\int \frac{\cos 2x}{\cos^2 x \sin^2 x} dx$ .      8.  $\int \frac{dx}{\cos^2 x \sin^2 x}$ .  
 9.  $\int \left( \frac{2}{1+x^2} - \frac{3}{\sqrt{1-x^2}} \right) dx$ .      10.  $\int \frac{x^4}{1+x^2} dx$ .  
 11.  $\int \sin^2 \frac{x}{2} dx$ ;      12.  $\int \cos^2 \frac{x}{2} dx$ .

$$13. \int \left( \frac{1}{x^2 - 25} + \frac{1}{\sqrt{x^2 + 5}} \right) dx.$$

$$15. \int \frac{x^2}{x^2 + 1} dx.$$

$$17. \int (2^x + e^x) dx.$$

$$19. \int e^x \left( 2 + \frac{e^{-x}}{\sin^2 x} \right) dx.$$

$$21. \int \frac{(x^2 - 1)^2}{x^3} dx.$$

$$23. \int \frac{x - 2}{\sqrt{x^3}} dx.$$

$$25. \int \frac{3tg^2 x + 4}{\sin^2 x} dx.$$

$$27. \int \cos 3x dx.$$

$$29. \int e^{-3x} dx.$$

$$31. \int (e^{\frac{x}{2}} + e^{\frac{-x}{2}}) dx.$$

$$33. \int (3 - 2x)^4 dx.$$

$$35. \int \frac{2x - 5}{x^2 - 5x + 7} dx.$$

$$37. \int \frac{dx}{1 - 10x}.$$

$$39. \int ctg x dx.$$

$$41. \int \frac{\cos 2x}{\sin x \cos x} dx.$$

$$43. \int \frac{dx}{\sqrt{25 - 4x^2}}.$$

$$45. \int \frac{dx}{x^2 - 6x + 13}.$$

$$47. \int \frac{dx}{\sqrt{1 - 2x - x^2}}.$$

$$49. \int x \ln(x - 1) dx.$$

$$14. \int \frac{(\sqrt{x} - 1)^3}{x} dx.$$

$$16. \int \frac{\sqrt{1 + x^2} - \sqrt{1 - x^2}}{\sqrt{1 - x^4}} dx.$$

$$18. \int \frac{2^x + 5^x}{10^x} dx.$$

$$20. \int a^x \left( 1 + \frac{a^{-x}}{x^3} \right) dx.$$

$$22. \int \left( \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}} - \frac{1}{x\sqrt{x}} \right) dx.$$

$$24. \int \frac{(2\sqrt{x} + 1)^2}{x^2} dx.$$

$$26. \int \left( \sin \frac{x}{2} - \cos \frac{x}{2} \right)^2 dx.$$

$$28. \int \sin \frac{x}{2} dx.$$

$$30. \int \frac{dx}{\cos^2 5x}.$$

$$32. \int \sqrt{4x - 1} dx.$$

$$34. \int \sqrt[3]{5 - 6x} dx.$$

$$36. \int \frac{x}{x^2 + 1} dx.$$

$$38. \int \frac{e^{2x}}{1 - 3e^{2x}} dx.$$

$$40. \int tg x dx.$$

$$42. \int \frac{\sin x}{1 + 3 \cos x} dx.$$

$$44. \int \frac{dx}{x^2 + 4x + 5}.$$

$$46. \int \frac{dx}{\sqrt{x^2 + 2x + 3}}.$$

$$48. \int \frac{dx}{\sqrt{4x - x^2}}.$$

$$50. \int (\ln x)^2 dx.$$

51.  $\int \ln(x^2 + 1) dx.$

53.  $\int x e^{2x} dx.$

55.  $\int e^x \sin x dx.$

57.  $\int (1 + 2 \cos x)^3 dx.$

59.  $\int \frac{\cos^3 x}{\sin^2 x} dx.$

61.  $\int \frac{dx}{\cos x}.$

63.  $\int \frac{dx}{\cos^3 x}.$

65.  $\int \frac{\sin^3 x + 1}{\cos^2 x} dx.$

67.  $\int (1 - \sin 2x)^2 dx.$

69.  $\int \cos^4 x dx.$

71.  $\int \frac{dx}{3 + \cos x}.$

73.  $\int \frac{2x + 7}{x^2 + x - 2} dx.$

75.  $\int \frac{x^4 - 2x^3 + 3x + 4}{1 + x^3} dx.$

77.  $\int \frac{x^5 - x + 1}{x^2 + 1} dx.$

79.  $\int \frac{dx}{\sqrt[3]{x} + \sqrt{x}}.$

81.  $\int x \sqrt{5 - x} dx.$

83.  $\int \frac{dx}{x \sqrt{4x - x^2}}.$

85.  $\int \frac{x + 1}{x \sqrt{x - 2}} dx.$

87.  $\int \sqrt{16 - x^2} dx.$

89.  $\int \sqrt{4x + x^2} dx.$

91.  $\int \frac{e^{3x}}{e^x + 2} dx.$

52.  $\int \sqrt{x} \ln x dx.$

54.  $\int x^2 e^{\frac{-x}{2}} dx.$

56.  $\int \frac{\ln x dx}{x^2}.$

58.  $\int \frac{\sin^3 x}{\cos^2 x} dx.$

60.  $\int \frac{dx}{\sin x}.$

62.  $\int \frac{\cos x + \sin x}{\sin 2x} dx.$

64.  $\int \sin^3 x \cos^2 x dx.$

66.  $\int \sin^2 3x dx.$

68.  $\int (1 + 2 \cos x)^2 dx.$

70.  $\int \sin^2 x \cos^2 x dx.$

72.  $\int \frac{dx}{1 + 3 \sin^2 x}.$

74.  $\int \frac{5x + 2}{x^2 + 2x + 10} dx.$

76.  $\int \frac{3x^4 + 3x^2 + 1}{x^2 + 1} dx.$

78.  $\int \frac{-2x^4 + 4x^2 - 1}{1 - x^2} dx$

80.  $\int \frac{x^3 dx}{\sqrt{x^2 + 2}}.$

82.  $\int \frac{x - 1}{\sqrt{2x - 1}} dx.$

84.  $\int \frac{dx}{(x + 1) \sqrt{x^2 + 2x + 2}}.$

86.  $\int \frac{dx}{(x - 1) \sqrt{x^2 - 2x}}.$

88.  $\int \sqrt{3 + 2x - x^2} dx.$

90.  $\int \frac{e^{2x} - 2e^x}{e^{2x} + 1} dx.$

92.  $\int \frac{e^x + 1}{e^x - 1} dx.$

Вычислить определенные интегралы:

1.  $\int_0^2 (3x^2 - 1) dx.$

3.  $\int_0^1 \sqrt{1-x} dx.$

5.  $\int_3^5 x\sqrt{x^2-9} dx.$

7.  $\int_0^{\pi/4} \sin 4x dx.$

9.  $\int_1^e \frac{dx}{x(1-\ln^2 x)}.$

2.  $\int_1^2 (x^2 + \frac{1}{x^4}) dx.$

4.  $\int_{-2}^{-1} \frac{dx}{(8+3x)^3}.$

6.  $\int_1^2 (x^2 - 2x + 2) dx.$

8.  $\int_0^{2\pi} \cos \frac{x}{2} dx.$

10.  $\int_1^{e^4} \frac{dx}{x\sqrt{1+\ln x}}.$

Вычислить интегралы или установить их расходимость:

1.  $\int_1^{+\infty} \frac{dx}{(x+1)^5}.$

3.  $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{x^2+4x+8}.$

5.  $\int_0^{+\infty} \frac{x^2}{x^3+1} dx.$

7.  $\int_{-\infty}^0 xe^x dx.$

9.  $\int_0^4 \frac{dx}{\sqrt{16-x^2}}.$

2.  $\int_1^{+\infty} \frac{dx}{x^4}.$

4.  $\int_0^{+\infty} \frac{\arctg x}{x^2+1} dx.$

6.  $\int_2^{+\infty} \frac{\ln^2 x}{x} dx.$

8.  $\int_0^{+\infty} x \sin x dx.$

10.  $\int_0^2 \frac{dx}{(x-1)^3}.$

Найти частные производные от функций:

1.  $z = x^3 + 3x^2y - y^3.$

3.  $z = \frac{y}{x}.$

5.  $z = \frac{xy}{x-y}.$

7.  $z = \sin(x+y).$

2.  $z = \ln(x^2 + y^2).$

4.  $z = \arctg \frac{y}{x}.$

6.  $z = \ln\left(\frac{1}{\sqrt[3]{x}} - \frac{1}{\sqrt[3]{y}}\right).$

8.  $z = x^2y.$

Найти полные дифференциалы функций:

1.  $z = \frac{y}{x} - \frac{x}{y}.$

3.  $u = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}.$

5.  $z = xy.$

2.  $s = x \cdot \ln t.$

4.  $z = x^2y.$

6.  $z = \sqrt{x^2 - y^2}.$

1. Бросают игральную кость с шестью гранями и запускают волчок, имеющий восемь граней. Сколькими способами они могут упасть?

2. На вершину горы ведут пять дорог. Сколькими способами турист может подняться на гору и спуститься с нее? То же самое при условии, что спуск и подъем происходят по разным дорогам?
3. На ферме 20 овец и 24 свиньи. Сколькими способами можно выбрать одну овцу и одну свинью? Если такой выбор уже сделан, сколькими способами его можно сделать еще раз?
4. Имеется 6 пар перчаток разных размеров. Сколькими способами можно выбрать из них одну перчатку на правую руку и одну на левую, так чтобы они были разных размеров.
5. На собрании должны выступить 5 человек: А, Б, В, Г, Д. Сколькими способами можно расположить их в списке ораторов, при условии, что Б не должен до того, как выступит А?
6. На собрании должны выступить 5 человек: А, Б, В, Г, Д. Сколькими способами можно расположить их в списке ораторов, при условии, что Б должен выступить сразу же после А?
7. Найти сумму четырехзначных чисел, получаемых при всевозможных перестановках цифр 1; 2; 3; 4.
8. Сколько чисел меньших чем миллион, можно составить с помощью цифр 8 и 9?
9. Сколько нечетных четырехзначных чисел можно составить из цифр числа 3694, если каждую цифру можно использовать не более одного раза?
10. Из пяти букв разрезной азбуки составлено слово «книга». Карточки перемешали, а затем наугад собрали их. Какова вероятность того, что опять собрали слово «книга»?
11. Среди изготовленных 15 деталей имеется 5 нестандартных. Определить вероятность того, что взятые наугад три детали окажутся стандартными.
12. На отдельных одинаковых карточках написаны цифры: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Все девять карточек перемешивают, после чего наугад берут четыре карточки и раскладывают в порядке появления. Какова вероятность получить при этом а) число 1234; б) любое четырехзначное четное число.
13. Восемь различных книг расставлены случайным образом на полке. Найти вероятность того, что две определенные книги окажутся поставленными рядом.
14. В 25 экзаменационных билетах содержится по два вопроса, которые не повторяются. Студент знает ответы на 45 вопросов. Какова вероятность того, что доставшийся ему билет состоит из подготовленных вопросов?
15. В двух ящиках находятся детали: в первом 10, из них 3 стандартные, во втором – 15, из них 6 стандартных. Из каждого ящика наугад вынимают по одной детали. Найти вероятность того, что обе детали окажутся стандартными.
16. В студии телевидения три телевизионные камеры. Для каждой камеры вероятность того, что она включена в данный момент, равна 0,6. Найти вероятность того, что в данный момент включена хотя бы одна камера.
17. На базу поступило 50 ящиков овощей, из них 40 – первого сорта. Наудачу для проверки берут два ящика. Какова вероятность, что: а) оба содержат овощи первого сорта; б) разного сорта; в) одного сорта.
18. В магазин вошли три покупателя. Вероятность того, что каждый покупатель совершит покупку, равна 0,4. Найти вероятность того, что: а) два из них совершат покупки; б) ни один не совершит покупку; в) все три совершат покупки; г) по крайней мере два совершат покупку; д) хотя бы один купит товар.
19. На сборку поступают детали с трех станков, производительности которых соотносятся как 3:4:5. Брак продукции этих станков составляет 3%, 1% и 2% соответственно. Найти вероятность того, что наудачу взятая деталь из общей продукции станков – стандартная.
20. Страховая компания разделяет застрахованных по классам риска: I класс – малый риск, II класс – средний, III класс – большой риск. Среди этих клиентов 40% - первого класса риска, 35% - второго и 20% - третьего. Вероятность выплачивать вознаграждение для первого класса риска равна 0,01, второго – 0,04, третьего – 0,09. Какова вероятность того, что застрахованный получит денежное вознаграждение за период страхования.
21. В магазин товар поставляется тремя фирмами в соотношении 5:8:7. Среди продукции первой фирмы брак составляет 10%, второй - 5%, третьей – 15%. Найти вероятность того, что: а) приобретенный товар окажется не бракованным; б) приобретенный товар оказался бракованным. Какой фирмой вероятнее всего он произведен?
22. Из 20 стрелков 7 попадают в цель с вероятностью 0,5; 8 – с вероятностью 0,7; и 5 – с вероятностью 0,5. Наудачу выбранный стрелок произвел выстрел, поразив цель. К какой из групп вероятнее всего принадлежит этот стрелок?
23. Проводится 16 независимых испытаний с вероятностью успеха, равной 0,4. Найти наиболее вероятное число успешных испытаний.

24. Всхожесть семян некоторого растения составляет 80%. Найти вероятность того, что из пяти посеянных семян взойдут: а) пять семян; б) не менее четырех; в) не более одного.
25. Сколько раз нужно подбросить игральную кость, чтобы наиболее вероятное число выпадения 6 очков было равно 50?
26. В автопарке 70 машин. Вероятность поломки машины равна 0,3. Найти наиболее вероятное число исправных автомобилей и вероятность этого числа.
27. Отдел контроля проверяет на стандартность 900 деталей. Вероятность того, что деталь стандартна, равна 0,9. С вероятностью 0,9544 найти границы, в которых будет заключено число стандартных деталей.
28. Вероятность появления события в каждом из 400 независимых испытаний равна 0,8. Найти такое положительное число  $\varepsilon$ , чтобы с вероятностью 0,9876 абсолютная величина отклонения относительной частоты появления события от вероятности 0,8, не превысила  $\varepsilon$ .
29. В автопарке имеется 400 автомобилей. Вероятность безотказной работы каждого из них равна 0,9. С вероятностью 0,95 определить границы, в которых будет находиться доля безотказно работавших машин в определенный момент времени.
30. Вероятность того, что покупатель совершит покупку в магазине, 0,4. Составить закон распределения случайной величины  $X$  - числа покупателей, совершивших покупку, если магазин посетило 3 покупателя. Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение случайной величины  $X$ .
31. Клиенты банка, не связанные друг с другом, не возвращают кредиты в срок с вероятностью 0,1. Составить закон распределения числа возвращенных в срок кредитов из 5 выданных. Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение случайной величины  $X$ .
32. Контрольная работа состоит из трех вопросов. На каждый вопрос приведено 4 ответа, один из которых правильный. Составить закон распределения числа правильных ответов при простом угадывании. Найти математическое ожидание и дисперсию этой случайной величины.
33. Покупатель посещает магазины для приобретения нужного товара. Вероятность того, что товар имеется в определенном магазине, составляет 0,4. Составить закон распределения случайной величины  $X$  - числа магазинов, которые посетит покупатель из четырех возможных. Построить график распределения. Найти наиболее вероятное число магазинов, которые посетит покупатель.
34. Дан закон распределения дискретной случайной величины:

$x_i$	1	4	6	8
$p_i$	0,1	0,3	0,4	0,2

Найти интегральную функцию распределения случайной величины  $X$  и построить ее график.

35. Случайная величина  $X$  задана интегральной функцией  $F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq -2, \\ \frac{x}{4} + \frac{1}{2} & \text{при } -2 < x \leq 2, \\ 1 & \text{при } x > 2. \end{cases}$

Найти вероятность того, что в результате испытания случайная величина  $X$  примет значение: а) меньше 0; б) меньше 1; в) не меньше 1; г) заключенное в интервале (0; 2).

### 19.3.3 Тестовые задания:

#### Вариант 1

1. Какая квадратная матрица называется единичной?
- 1) у которой все элементы равны единице;
  - 2) у которой все элементы главной диагонали равны единице, а все другие – нулю;
  - 3) у которой все элементы главной и побочной диагонали равны единице, а все другие – нулю.

2. Укажите то преобразование, которое нельзя считать элементарным преобразованием матрицы:
- 1) удаление любых столбцов (строк) матрицы;
  - 2) перестановка двух столбцов (строк) матрицы;
  - 3) умножение всех элементов одного столбца (строки) матрицы на одно и то же число, отличное от нуля.
3. Какое условие является достаточным для осуществления операции сложения матриц **A** и **B**?
- 1) матрицы **A** и **B** должны быть квадратными;
  - 2) суммарное количество строк и столбцов матрицы **A** должно быть равно суммарному количеству строк и столбцов матрицы **B**;
  - 3) размерности матриц **A** и **B** должны быть одинаковыми.
4. Система совместна тогда и только тогда, когда:
- 1) ранг матрицы системы равен рангу расширенной матрицы системы;
  - 2) ранг матрицы системы меньше ранга расширенной матрицы системы;
  - 3) ранг матрицы системы больше ранга расширенной матрицы системы.
5. Если **A**, **B** и **C** имеют обратные матрицы, то решением матричного уравнения **AXB = C** является матрица:

1)  $X = B^{-1}CA^{-1}$ ; 2)  $X = A^{-1}CB^{-1}$ ; 3)  $X = B^{-1}C^{-1}A^{-1}$ ; 4)  $X = AC^{-1}B$

6. Может ли ранг матрицы быть равным нулю? Меньше нуля? Равным 3,5?

7. Матрица  $A = \begin{pmatrix} 3-\lambda & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$  вырождена при  $\lambda$  равном? **Ответ обосновать.**

8. Даны матрицы  $A = \begin{pmatrix} 3 & 6 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ ;  $B = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ . Найти  $B'A'AB$ . **Ответ обосновать**

9. Для матрицы  $A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 8 \\ -9 & 10 & 7 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$  найти алгебраическое дополнение к элементу  $a_{32}$ . **Ответ обосновать.**

**обосновать.**

### Вариант 1

#### Теоретическая часть

1. Сформулировать определение сложной функции. Привести примеры сложной функции.
2. Приведите примеры эквивалентных бесконечно малых функций в точке  $x = 2$ .
3. Сформулировать определение предела функции по Гейне при  $x \rightarrow -\infty$ , т.е.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = b$
4. Какие из перечисленных функций являются при  $x \rightarrow 3$  бесконечно малыми:
  - 1)  $y = \frac{1}{x-3}$ ;
  - 2)  $y = (x-3)^{10}$ ;
  - 3)  $y = \sin \frac{x}{3}$ ;
  - 4)  $y = \cos(2(x-3))$ ;
  - 5)  $y = \frac{1}{\cos(3x-1)}$ .

**Ответ обосновать.**

#### Задачи

1. Примером ограниченной последовательности является последовательность:
  - 1) 0; 1; 0; 2; 0; 3...
  - 2) -1; -2; -3; -4...
  - 3) 2; -2; 2; -2...
  - 4) 2; 4; 6; 8; 10...**Ответ обосновать.**
2. При каком  $a$   $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{9}{x}\right)^{ax} = e^3$ .
 **Ответ обосновать.**
3. Последовательность задана рекуррентным соотношением  $a_{n+1} = a_n \cdot a_{n-1}$ ,  $a_1 = 3$ ,  $a_2 = 4$ . Тогда четвертый член этой последовательности равен:
  - 1) 108
  - 2) 48
  - 3) 54
  - 4) 18.**Ответ обосновать.**

4. Найти  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(x+3) - \ln 3}{5x}$ .

## Вариант 2

### Теоретическая часть

1. Сформулировать определение числовой последовательности.
2. Сформулировать и доказать теорему о существовании предела функции.
3. Определение предела функции записано с помощью логических символов  $(\forall \varepsilon > 0)(\exists \delta = \delta(\varepsilon) > 0)(\forall x \in X : a < x < a + \delta) : f(x) > \varepsilon$ . Записать это определение словами.
4. Чему равен  $\lim_{n \rightarrow \infty} (-4)^n$   
1)  $\infty$                       2) -4                      3) не существует                      4) 4.

Ответ обосновать.

### Задачи

1. Для функции  $y = \frac{x^2}{x-6}$  найти точки разрыва и установить характер разрыва. Ответ обосновать.
  2. Дана функция  $y = 5 - \sqrt{x^2 + x - 6}$ . Тогда ее областью значений является множество:  
1)  $[-5; +\infty)$ ;    2)  $(-\infty; -3] \cup [2; +\infty)$ ;    3)  $[5; +\infty)$ ;    4)  $(-\infty; 5]$ .
- Ответ обосновать.
3. Существует ли на отрезке  $[-2; 2]$  точки, где функция  $y = 3x^3 + 1$  равна нулю? Ответ обосновать.
  4. Найти  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x-1}(\sqrt{x}-\sqrt{2})}{x^2-4}$

## 2 семестр

### Вариант 1

### Теоретическая часть

1. При каких  $a$  и  $b$  функция  $F(x) = \frac{a}{3}x^b + \frac{a}{3}x^2 + x + 5$  является первообразной для  $f(x) = (3x+1)^2$ . Ответ обосновать.
2. Указать замену переменной, которую необходимо выполнить в интеграле  $\int x^5 e^{x^3} dx$  для его упрощения или сведения к табличному. Ответ обосновать.  
1)  $t = x^5$ ;                      2)  $t = x^3$ ;                      3)  $t = x^2 e^{x^3}$ ;                      4)  $t = e^{x^3}$ .
3. Перечислить основные типы интегралов, берущихся по частям.
4. Замена переменной в определенном интеграле (теорема с доказательством).
5. Интеграл  $\int_1^{+\infty} e^{ax} dx$  сходится  
1) при всех  $a > 0$ ;    2) при всех  $a < 0$ ;    3) при всех  $a$ ;    4) ни при каких  $a$ .  
Ответ обосновать.

### Задачи

6. Вычислить определенный интеграл  $\int_0^1 \frac{x^2 - x + 1}{1 + x^2} dx$ .
7. Найти интеграл  $\int \frac{e^x}{e^x - 1} dx$ .
8. Найти интеграл  $\int x^3 \ln x dx$ .



## Вариант 2

### Теоретическая часть

1. При каких целых  $a, b, c$  функция  $F(x) = 3e^{5x+3}$  является первообразной для  $f(x) = ae^{bx+c}$ . Ответ обосновать.
2. Какой вид примет интеграл  $\int \frac{\ln^3(x+5)}{x+5} dx$  после замены переменной  $t = \ln(x+5)$ . Ответ обосновать.
3. Дать определение неопределенного интеграла. Перечислить основные свойства неопределенного интеграла.
4. Интеграл с переменным верхним пределом (определение, теорема с доказательством).
5. Интеграл  $\int_1^{+\infty} \frac{dx}{x^{a+1}}$  сходится  
1) при всех  $a > 0$ ; 2) при всех  $a < 0$ ; 3) при всех  $a$ ; 4) ни при каких  $a$ .  
Ответ обосновать.

### Задачи

6. Вычислить определенный интеграл  $\int_2^3 \sqrt{2x-3} dx$ .
7. Найти интеграл  $\int x \ln(x-1) dx$ .
8. Найти интеграл  $\int \frac{dx}{\sqrt{3-2x-x^2}}$ .

## Вариант 3

1. Событие  $A$  – появление пяти очков при бросании игральной кости является:  
1) достоверным; 2) случайным; 3) невозможным; 4) несовместным
2. Суммой событий  $A$  и  $B$  называется событие, состоящее:  
1) в появлении хотя бы одного из этих событий;  
2) в появлении события  $B$  и не появлении события  $A$ ;  
3) в одновременном появлении этих событий;  
4) в одновременном не появлении этих событий.
3. Формула классического определения вероятности события имеет вид:  
1)  $P(A) \geq 1 - P(\bar{A})$ ; 2)  $P(A) = \frac{m}{n}$ ; 3)  $P(A) = m \cdot n$  4)  $P(A) = m + n$ ;
4. Случайная величина называется непрерывной, если  
1) она может принимать определенные, фиксированные значения;  
2) в результате опыта она может принимать любые заранее неизвестные значения;  
3) она может принимать значения, сколь угодно мало отличающиеся друг от друга  
4) она принимает постоянное значение.
5. Функцией распределения случайной величины  $X$  называется:  
1)  $F(x) = C$ ; 2)  $F(x) = P(X < x)$ ; 3)  $F(x) = P(X > x^2)$ ; 4)  $F(x) = 1 - P(X > x)$ .
6. Страхуется 1200 автомобилей; считается, что каждый из них может попасть в аварию с вероятностью 0,08. Для вычисления вероятности того, что количество аварий среди всех застрахованных автомобилей не превзойдет 100, следует использовать формулу  
1) Пуассона; 2) полной вероятности; 3) Бернулли; 4) Байеса.
7. Непрерывная случайная величина равномерно распределена на отрезке  $[-14; 26]$ . Ее математическое ожидание равно:  
1) 6 2) 29/12 3) 7 4) 30/37

8. Непрерывная случайная величина распределена по нормальному закону с плотностью распределения вероятностей  $f(x) = \frac{1}{5\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-10)^2}{50}}$ . Сформулировать «правило трех сигм» для данной случайной величины.
9. Какие из следующих утверждений являются верными:  
 А) центральный момент первого порядка есть дисперсия св;  
 Б) центральные моменты могут быть выражены через начальные моменты;  
 В) начальный момент первого порядка есть математическое ожидание св;  
 Г) центральный момент второго порядка есть дисперсия св.  
 1) А, Г      2) Б, Г      3) А, Б, Г      4) Г      5) Б, В, Г
10. Свойством испытаний Бернулли является следующее:  
 1) все исходы испытаний равновероятны;  
 2) испытания заканчиваются одним из двух исходов;  
 3) вероятность успеха определяется результатом одного произвольного испытания;  
 4) все приведенные выше ответы верны.
11. Для любой случайной величины  $X$ , имеющей математическое ожидание  $M(X)$ , дисперсию  $D(X)$ , и любого  $\varepsilon > 0$  справедливо неравенство:  
 1)  $P(|X - M(X)| \geq \varepsilon) \geq \frac{M(X)}{\varepsilon}$ ;      2)  $P(|X - M(X)| \geq \varepsilon) \geq \frac{D(X)}{\varepsilon^2}$ ;  
 3)  $P(|X - M(X)| \leq \varepsilon) \geq 1 - \frac{D(X)}{\varepsilon^2}$ ;      4)  $P(|X - M(X)| \leq \varepsilon) \geq \frac{D(X)}{\varepsilon^2}$ .

#### Вариант 4

1. Бросают две монеты. События А - «герб на первой монете» и В - «цифра на второй монете» являются  
 1) совместными;    2) зависимыми;    3) несовместными;    4) независимыми
2. Произведением нескольких событий называется событие, состоящее  
 1) в совместном наступлении всех этих событий;  
 2) в наступлении одного из этих событий;  
 3) в наступлении хотя бы одного из этих событий;  
 4) в наступлении противоположного события.
3. Формула Байеса имеет вид:  
 1)  $P(A) = 1 - P(\bar{A})$ ;
- 2)  $P_A(H_i) = \frac{P(H_i)P_{H_i}(A)}{P(H_1)P_{H_1}(A) + P(H_2)P_{H_2}(A) + \dots + P(H_n)P_{H_n}(A)}$ ,      3)
- $P(A) = P(H_1)P_{H_1}(A) + P(H_2)P_{H_2}(A) + \dots + P(H_n)P_{H_n}(A)$ ,
- 4)  $P(A) = \frac{n!}{m!(n-m)!} p^m q^{n-m}$ .
4.  $F(x)$  является функцией распределения некоторой случайной величины. Сколько утверждений из числа перечисленных являются справедливыми в любом случае?  
 1)  $F(x) \geq 1$ ;      2)  $F(-\infty) = 0$ ;  $F(+\infty) = 1$ ;      3)  $0 \leq F(x) \leq 1$ ;      4)  $F(x) = -5$ ;  
 1) 0;      2) 1;      3) 2;      4) 3;      5) 4.
5. Непрерывная случайная величина распределена по нормальному закону с плотностью распределения вероятностей  $f(x) = \frac{1}{4\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-5)^2}{32}}$ . Математическое ожидание случайной величины равно:  
 1) 4      2) 16      3) 5      4) 32
6. Непрерывная случайная величина распределена равномерно на интервале  $[5, 12]$ . Ее функция распределения имеет вид:

$$1) F(x) = \begin{cases} 0, & x < 5 \\ \frac{x-3}{5}, & 5 \leq x \leq 12 \\ 1, & x > 12 \end{cases}$$

$$2) F(x) = \begin{cases} 0, & x < 5 \\ 1/7, & 5 \leq x \leq 12 \\ 1, & x > 12 \end{cases}$$

$$3) F(x) = \begin{cases} 0, & x < 5 \\ \frac{1}{5}, & 5 \leq x \leq 12 \\ 0, & x > 12 \end{cases}$$

$$4) F(x) = \begin{cases} 0, & x < 5 \\ \frac{x-8}{3}, & 5 \leq x \leq 12 \\ 1, & x > 12 \end{cases}$$

7. Пусть  $X$  непрерывная случайная величина с плотностью  $f(x)$  и функцией распределения  $F(x)$ . Какое из следующих свойств верно:

1)  $P(a < X < b) = F(b) - F(a)$ ;

2)  $P(a < X < b) = f(b) - f(a)$

3)  $P(a < X < b) = f(a) - f(b)$ ;

4)  $P(a < X < b) = (F(b) + F(a)) / 2$ .

8. Пусть событие  $A$  может произойти совместно с некоторыми событиями (гипотезами)  $H_i$ . Какое условие нужно для применения формулы полной вероятности?

1) события  $H_i$  образуют полную группу событий;

2) события  $H_i$  независимы;

3) события  $H_i$  содержат в себе один из двух исходов;

4) все приведенные ответы верны.

9. Из 400 студентов контрольную работу с первого раза успешно выполняют 60% студентов. Вероятность того, что 180 студентов успешно выполнят контрольную работу может быть найдена с использованием

1) формулы Пуассона;

2) локальной теоремы Муавра – Лапласа;

3) формулы Бернулли;

4) формулы полной вероятности.

10. Если св  $X$  принимает только неотрицательные значения и имеет математическое ожидание, то для любого положительного числа  $A$  верно неравенство:

1)  $P(X \geq A) \leq 1 - \frac{M(X)}{A^2}$

2)  $P(X \leq A) \geq \frac{M(X)}{A^2}$

3)  $P(X \leq A) < \frac{M(X)}{A}$

4)  $P(X \geq A) \leq \frac{M(X)}{A}$ .

11. Какое свойство НЕ выполняется для независимых случайных величин  $X, Y$ :

1)  $\text{cov}(X, Y) = 0$

2)  $D(X+Y) = D(X) + D(Y)$

3)  $M(XY) = M(X)M(Y)$

4)  $D(XY) = D(X)D(Y)$

### Критерии оценки

Критерием оценивания тестов является оценка. Общая сумма баллов, которая может быть получена за аттестационный тест, соответствует количеству тестовых заданий. За каждое правильно решенное тестовое задание присваивается по 1 баллу.

#### Шкала оценивания тестовых заданий:

-оценка «отлично» выставляется обучающемуся, если даны правильные ответы на 86-100% тестовых заданий;

-оценка «хорошо» выставляется обучающемуся, если даны правильные ответы на 70-85% тестовых заданий;

-оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся, если даны правильные ответы на 54-69% тестовых заданий;

-оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся, если даны правильные ответы менее чем на 54% тестовых заданий.

### 19.3.4 Перечень заданий для контрольных работ:

#### Пример практического задания (текущая аттестация 1 семестр)

#### Контрольная работа 1

#### ВАРИАНТ 1

1. Вычислить выражение:  $X = B \cdot C^T \cdot D - A^2$

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 1 & 0 & 3 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}, B = (-3 \ 2 \ 4), C = (3 \ 2 \ -5), D = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 0 & -1 & 3 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix}.$$

1. Вычислить определитель:  $|A| = \begin{vmatrix} 2 & 1 & 3 & 5 \\ 3 & 2 & 7 & 13 \\ 5 & 3 & 7 & 2 \\ 4 & 2 & 5 & 10 \end{vmatrix}$ .

2. Решить матричное уравнение, вычислив обратную матрицу методом Гаусса:

$$X \cdot \begin{pmatrix} 2 & 1 & 4 \\ 3 & 2 & 4 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & -1 \end{pmatrix}.$$

3. Найдите общее решение в векторной форме для системы уравнений:

$$\begin{cases} 3x_1 - x_2 + 3x_3 + 2x_4 + 5x_5 = 6 \\ 5x_1 - 3x_2 + 2x_3 + 3x_4 + 4x_5 = 7 \\ x_1 - 3x_2 - 5x_3 - 7x_5 = -4 \\ 7x_1 - 5x_2 + x_3 + 4x_4 + x_5 = 6 \end{cases}.$$

5. Найдите собственные значения и собственные векторы матрицы

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

#### ВАРИАНТ 2

1. Вычислить выражение:  $X = ((B - A) \cdot C)^T \cdot D^T$

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 0 & -1 & 3 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 1 & 0 & 3 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}, D = (3 \ 5 \ 1).$$

2. Вычислить определитель:  $|A| = \begin{vmatrix} 6 & 3 & 4 & 1 \\ 2 & 5 & 1 & 2 \\ 7 & 4 & 3 & 3 \\ 4 & 2 & 5 & 1 \end{vmatrix}$ .

3. Решить матричное уравнение, вычислив обратную матрицу методом Гаусса:

$$X \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 3 & 2 & -4 \\ 2 & -1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 0 \\ 3 & 2 & 2 \end{pmatrix}.$$

4. Найдите общее решение в векторной форме для системы уравнений:

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 - 2x_4 + x_5 = 4 \\ 3x_1 + 6x_2 + 5x_3 - 4x_4 + 3x_5 = 5 \\ x_1 + 2x_2 + 7x_3 - 4x_4 + x_5 = 11 \\ 2x_1 + 4x_2 + 2x_3 - 3x_4 + 3x_5 = 6 \end{cases}.$$

5. Найдите собственные значения и собственные векторы матрицы

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

#### Критерии оценки

Каждому обучающемуся выдается вариант контрольной работы, состоящей из пяти задач. Критерием оценивания ответов на контрольную работу является оценка.

*Шкала оценивания контрольной работы:*

- оценка «отлично» выставляется обучающемуся, если верно решены все предложенные задачи, возможно допущена одна вычислительная ошибка;
- оценка «хорошо» выставляется обучающемуся, если верно решены четыре из пяти предложенных задач, или решены все задачи, но допущены ошибки в ходе решения;
- оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся, если верно решены две с половиной из пяти предложенных задач, а решение остальных задач не приведено или они решены с грубыми ошибками;
- оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся, если решено меньше двух с половиной задач или в целом все задачи решены неверно.

#### Контрольная работа 2

Найти пределы функций:

1.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5 - 3x^2 - 3x^3}{2x^3 + 4x^2 + 5x}$

2.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+3} - 2\sqrt{x}}{x-1}$

5.  $\lim_{x \rightarrow 1} (x-1) \operatorname{ctg} \pi x$

3.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x}{\sqrt{1+x} \sin x - \cos x}$

4.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{5^{2x} - 1}{x}$

6.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 + 3 + 5 + \dots + (2n-1)}{\sqrt{3n^4 + n^3}}$

#### Критерии оценки

Каждому обучающемуся выдается вариант контрольной работы, состоящей из шести задач. Критерием оценивания ответов на контрольную работу является оценка.

*Шкала оценивания контрольной работы:*

- оценка «отлично» выставляется обучающемуся, если верно решены все предложенные задачи, возможно допущена одна вычислительная ошибка;
- оценка «хорошо» выставляется обучающемуся, если верно решены пять из шести предложенных задач, или решены все задачи, но допущены ошибки в ходе решения;

- оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся, если верно решены три из шести предложенных задач, а решение остальных задач не приведено или они решены с грубыми ошибками;

- оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся, если решено меньше трех задач или в целом все задачи решены неверно.

### Контрольная работа 3

1. Найти производную функции  $y = 2^{\cos^3(4x)}$
2. Исследовать функцию и построить графики.

$$1) y = \frac{x^3}{x^2 - 3}$$

$$2) y = x + 2\sqrt{-x}.$$

#### Критерии оценки

Каждому обучающемуся выдается вариант контрольной работы, состоящей из двух заданий. Критерием оценивания ответов на контрольную работу является оценка.

#### Шкала оценивания контрольной работы:

- оценка «отлично» выставляется обучающемуся, если верно выполнены все предложенные задания, возможно допущена одна вычислительная ошибка в задании 2.

- оценка «хорошо» выставляется обучающемуся, если верно выполнено первое задание, во втором задании исследованы и построены графики обеих функций, оно допущены ошибки в ходе решения;

- оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся, если верно выполнено первое задание, во втором задании верно исследован и построен график только одной функции,

- оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся, если не выполнено первое задание, или если нет верного исследования и не построены графики ни одной из предложенных функций.

#### Пример практического задания (текущая аттестация 2 семестр)

### Контрольная работа 1

Найти интегралы

$$1) \int \frac{xdx}{\sqrt{4+x^2}}$$

$$2) \int x^2 e^{2x} dx$$

$$3) \int \frac{x^4 + 2x}{x^2 + 1} dx$$

$$4) \int \frac{dx}{1 + 2\cos^2 x}$$

$$5) \int \frac{5x - 14}{x^3 - x^2 - 4x + 4} dx$$

$$6) \int \frac{dx}{(x-1)\sqrt{x^2 + 3x + 1}}$$

$$7) \int_0^1 x\sqrt{4-x^2} dx$$

$$8) \int_1^{\infty} \frac{dx}{1+x^2}$$

#### Критерии оценки

Каждому обучающемуся выдается вариант контрольной работы, состоящей из восьми заданий. Критерием оценивания ответов на контрольную работу является оценка.

#### Шкала оценивания контрольной работы:

- оценка «отлично» выставляется обучающемуся, если верно решены все предложенные задания, возможно допущена одна вычислительная ошибка;

- оценка «хорошо» выставляется обучающемуся, если верно решены семь из предложенных задач, или решены все задачи, но допущены ошибки в ходе решения;

- оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся, если верно решены четыре из восьми предложенных задач, а решение остальных задач не приведено или они решены с грубыми ошибками;

- оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся, если решено меньше четырех задач или в целом все задачи решены неверно.

## Контрольная работа 2

1. Найти дифференциал функции  $u = x^y + 2^{xy} + \cos^2(x^3 z)$ .
2. Найти дифференциал второго порядка  $u = x^3 y^2 + \sin x + 5 \cos y$ .
3. Найти дифференциал первого порядка функции  $f(x, y, z) = z - xy + \frac{y}{zx}$  в точке  $M(1, 0, 1)$ .
4. Найти  $\frac{\partial z}{\partial u}$ ,  $\frac{\partial z}{\partial v}$  для функции  $z = \sqrt{2xy + x^2}$ , где  $x = 2^{u^2} + \cos v$ ,  $y = ctgu + 2^v$ .
5. Найти экстремум функции  $z = x^3 + 8y^3 - 6xy + 1$ .
6. Найти экстремум функции  $z = x + y$  при условии  $\frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} = \frac{1}{2}$ .

### Критерии оценки

Каждому обучающемуся выдается вариант контрольной работы, состоящей из шести задач. Критерием оценивания ответов на контрольную работу является оценка.

*Шкала оценивания контрольной работы:*

- оценка «отлично» выставляется обучающемуся, если верно решены все предложенные задачи, возможно допущена одна вычислительная ошибка;
- оценка «хорошо» выставляется обучающемуся, если верно решены пять из шести предложенных задач, или решены все задачи, но допущены ошибки в ходе решения;
- оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся, если верно решены три из шести предложенных задач, а решение остальных задач не приведено или они решены с грубыми ошибками;
- оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся, если решено меньше трех задач или в целом все задачи решены неверно.

## Контрольная работа 3

### Вариант 1

1. 20 человек рассаживаются на 5 скамейках по 4 человека на каждой. Найти вероятность того, что два данных лица окажутся сидящими рядом.
2. Вероятность того, что студент сдаст первый экзамен, равна 0,9, второй – 0,9, третий – 0,8. Найти вероятность того, что хотя бы два экзамена будут сданы.
3. По самолету производится три одиночных выстрела. Вероятность попадания при первом выстреле равна 0,5, при втором – 0,6, при третьем – 0,8. Для вывода самолета из строя достаточно трех попаданий. При одном попадании самолет выходит из строя с вероятностью 0,3; при двух – 0,6. Найти вероятность того, что в результате трех выстрелов самолет будет сбит.
4. Вероятность пройти через заболоченный участок, не промолив ноги, равна 0,6. Какова вероятность того, что из 220 человек не промочат ноги от 120 до 133 человек. (Предполагается, что прохожие не используют опыт друг друга).

### Вариант 2

1. Лифт с 4 пассажирами останавливается на 10 этажах. Какова вероятность того, что два пассажира не выйдут на одном этаже?
2. Детали проходят три операции обработки. Вероятность появления брака во время первой операции равна 0,02, второй – 0,03, третьей – 0,02. Найти вероятность выхода стандартной детали, считая появление брака во время отдельных операций независимыми событиями.
3. Сборщик получил три коробки деталей, изготовленных заводом №1 и две коробки, изготовленных заводом №2. Вероятность того, что стандартная деталь изготовлена

заводом №1, равна 0,8, заводом №2 – 0,9. Сборщик наудачу извлек деталь из наугад взятой коробки. Найти вероятность того, что извлеченная деталь стандартна.

4. Чему равна вероятность  $p$  наступления события в каждом из 39 независимых испытаний, если наивероятнейшее число наступлений события в этих испытаниях равна 25?

#### Критерии оценки

Каждому обучающемуся выдается вариант контрольной работы, состоящей из четырех задач. Критерием оценивания ответов на контрольную работу является оценка.

*Шкала оценивания контрольной работы:*

- оценка «отлично» выставляется обучающемуся, если верно решены все предложенные задачи, возможно допущена одна вычислительная ошибка;
- оценка «хорошо» выставляется обучающемуся, если верно решены три из четырех предложенных задач, или решены все задачи, но допущены ошибки в ходе решения;
- оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся, если верно решены две из четырех предложенных задач, а решение остальных задач не приведено или они решены с грубыми ошибками;
- оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся, если решено меньше двух задач или в целом все задачи решены неверно

### 19.3.5 Примеры КИМ

**Пример контрольно– измерительного материала для промежуточной аттестации (зачет, 1 семестр)**

#### Контрольно-измерительный материал №1

1. Решите систему:

$$\begin{cases} 3x_1 + x_2 + 2x_3 = 4, \\ 3x_1 + 2x_2 = 1, \\ 5x_1 + 2x_2 - x_3 = 2. \end{cases}$$

2. Даны матрицы  $A = \begin{pmatrix} 3 & 6 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ ;  $B = \begin{pmatrix} 5 & 1 \\ -3 & 4 \end{pmatrix}$ . Найти  $A \cdot B \cdot A^T$ .

3. Найти а)  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1}{2x^2 - x} - \frac{1}{x^2 - x} \right)$ ; б)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 8}{x^2 - 5x + 6}$

4. Найти производную функции  $y = \frac{1}{\sqrt[4]{\operatorname{ctg}(\ln(3x^2 + 8x - 5))}}$

**Пример контрольно– измерительного материала для промежуточной аттестации (экзамен, 2 семестр)**

#### Контрольно-измерительный материал №1

*Теоретическая часть*

1. Система уравнений называется совместной, если она:  
1) имеет хотя бы одно решение; 2) не имеет решений; 3) содержит, по крайней мере, два одинаковых уравнения.
2. Какая квадратная матрица называется симметричной?

$$\mathbf{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

3. Результатом умножения вектора  $\mathbf{b}$  на вектор  $\mathbf{a} = (1 \ 2 \ 3)$  является... Ответ обосновать.
4. Схематично изобразить график функции для которого выполнены условия  $y' < 0$ ,  $y'' > 0$ . Ответ обосновать.





## Контрольно-измерительный материал №2

1. Метод Гаусса решения систем линейных уравнений: случай единственного решения.
2. Неопределенный интеграл. Основные свойства.
3. Функция распределения случайной величины и ее свойства.

Задачи:

1. Найдите обратную матрицу для матрицы  $A$ :

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

2. Решите систему линейных уравнений методом Крамера:

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 31, \\ 5x_1 + x_2 + 2x_3 = 29, \\ 3x_1 - x_2 + x_3 = 10. \end{cases}$$

3. Вычислите интеграл:  $\int xe^{2x} dx$ .

4. Найдите экстремум функции:  $z = x^2 + 2y^2$  при условии  $3x + 2y = 11$ .

5. Клиенты банка, не связанные друг с другом, не возвращают кредиты в срок с вероятностью 0,1. Составить закон распределения числа возвращенных в срок кредитов из 5 выданных. Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение случайной величины  $X$ .

### 19.4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

Оценка знаний, умений и навыков, характеризующая этапы формирования компетенций в рамках изучения дисциплины осуществляется в ходе текущей и промежуточной аттестаций.

Текущая аттестация проводится в соответствии с Положением о текущей аттестации обучающихся по программам высшего образования Воронежского государственного университета. Текущая аттестация проводится в форме: контрольных работ. Критерии оценивания приведены выше.

Промежуточная аттестация проводится в соответствии с Положением о промежуточной аттестации обучающихся по программам высшего образования.

Промежуточная аттестация с применением электронного обучения, дистанционных образовательных технологий (далее – ЭО, ДОТ) проводится в рамках электронного курса, размещенного в ЭИОС (образовательный портал «Электронный университет ВГУ» (LMS Moodle, <https://edu.vsu.ru/>)).

Промежуточная аттестация обучающихся осуществляется в форме зачета, экзамена.

Обучающиеся, проходящие промежуточную аттестацию с применением ДОТ, должны располагать техническими средствами и программным обеспечением, позволяющим обеспечить процедуры аттестации. Обучающийся самостоятельно обеспечивает выполнение необходимых технических требований для проведения промежуточной аттестации с применением дистанционных образовательных технологий.

Идентификация личности обучающегося при прохождении промежуточной аттестации обеспечивается посредством использования каждым обучающимся индивидуального логина и пароля при входе в личный кабинет, размещенный в ЭИОС ВГУ.

Контрольно-измерительные материалы промежуточной аттестации включают в себя теоретические вопросы, позволяющие оценить уровень полученных знаний и практические задания, позволяющие оценить степень сформированности умений и навыков.

При оценивании используются количественные или качественные шкалы оценок. Критерии оценивания приведены выше.