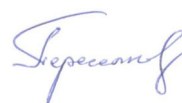


МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
(ФГБОУ ВО «ВГУ»)

УТВЕРЖДАЮ

Заведующий кафедрой  
математической физики  
и информационных технологий



Пересёлков С.А.

28.08.2021

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Б1.О.12.06 Методы математической физики

1. Код и наименование направления подготовки/специальности:

11.03.04 Электроника и наноэлектроника.

2. Профиль подготовки/специализация: Интегральная электроника и наноэлектроника.

3. Квалификация (степень) выпускника: бакалавр

4. Форма обучения: очная

5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины: 0803 кафедра математической физики и информационных технологий

6. Составители программы: Чернов Владислав Евгеньевич, доктор физико-математических наук, доцент, профессор кафедры.

7. Рекомендована: Научно методическим советом физического факультета, протокол № 6 от 26.06.2021г.

8. Учебный год: 2022/2023

Семестр(ы): 3

## 9. Цели и задачи учебной дисциплины

### Целями освоения учебной дисциплины являются:

- формирование представлений о дифференциальных уравнениях в частных производных, методах отыскания их решений и свойствах этих решений;
- знакомство с современным математическим языком (например, обобщённых функций и простейших понятий функционального анализа) и умение формулировать на нём задачи современных естественных наук и технологий;
- воспитание общей математической культуры, развитие математической интуиции и понимания места и роли математической физики в системе математических наук;
- формирование личности студента, развитие его интеллекта, способностей к логическому и алгоритмическому мышлению.

### Задачи учебной дисциплины:

- освоение аналитических (точных и приближённых) и численных методов решения линейных и нелинейных уравнений в частных производных, возникающих в задачах современных естественных наук и технологий;
- демонстрация эффективности методов математической физики как одного из средств математического моделирования, а также роли математики в прикладных исследованиях.

## 10. Место учебной дисциплины в структуре ООП:

Входит в модуль «Математика» обязательной части Б1. Изучение дисциплины проводится на базе общих курсов (математический анализ, аналитическая геометрия, линейная алгебра, векторный и тензорный анализ, дифференциальные уравнения) с учётом требований к уровню подготовки, необходимых для освоения основной образовательной программы. Дисциплина является предшествующей для курсов электродинамики, квантовой теории, статистической физики, физики сплошных сред, физики твёрдого тела, физики волновых явлений, теории тепло- и массопереноса.

## 11. Планируемые результаты обучения по дисциплине/модулю (знания, умения, навыки), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями) и индикаторами их достижения:

| Код   | Название компетенции  | Код(ы)  | Индикатор(ы)  | Планируемые результаты обучения   |
|-------|---|---------|---|---|
| ОПК-1 | Способен применять базовые знания в области физико-математических и (или) естественных наук в сфере своей профессиональной деятельности | ОПК-1.1 | Владеет знаниями фундаментальных разделов математики                        | Демонстрирует знания фундаментальных законов природы и основных физических и математических законов.          |
|       |   | ОПК-1.2 | Создает и применяет математические модели в своей практической деятельности | Применяет физические законы и математические методы для решения задач теоретического и прикладного характера. |

|  |  |         |   |   |
|--|--|---------|---|---|
|  |  | ОПК-1.3 | Умеет оценивать границы применимости используемых математических моделей при решении типовых профессиональных задач | Использует положения, законы и методы естественных наук для решения инженерных задач в сфере профессиональной деятельности. |
|--|--|---------|---|---|

**12. Объем дисциплины в зачетных единицах/час.**(в соответствии с учебным планом) — 3/108.

**Форма промежуточной аттестации**(зачет/экзамен) зачет

### 13. Трудоемкость по видам учебной работы

| Вид учебной работы                                 |              | Трудоемкость |              |
|--|--------------|--------------|--------------|
|  |              | Всего        | По семестрам |
|  |              |              | 3 семестр    |
| Аудиторные занятия                                 |              | 54           | 54           |
| в том числе:                                       | лекции       | 18           | 18           |
|  | практические | 36           | 36           |
|  | лабораторные | 0            | 0            |
| Самостоятельная работа                             |              | 54           | 54           |
| в том числе: курсовая работа (проект)              |              | 0            | 0            |
| Форма промежуточной аттестации (экзамен – __ час.) |              | 0            | 0            |
| Итого:   |              | 108          | 108          |

#### 13.1. Содержание дисциплины

| п/п              | Наименование раздела дисциплины   | Содержание раздела дисциплины   | Реализация раздела дисциплины с помощью онлайн-курса, ЭУМК * |
|------------------|---|---|--|
| <b>1. Лекции</b> |   |   |  |
| 1.1              | Некоторые понятия и предложения теории множеств, теории функций и теории операторов | Точечные множества в $R^n$ . Классы функций. Пространства функций. Гильбертовы пространства. Ортонормальные системы. Полнота. Базис. Линейные операторы и функционалы. Ядро и образ. Обратный оператор. Ограниченные операторы. Линейные уравнения. Эрмитовы операторы. |  |

|     |   |  |  |
|-----|---|--|--|
| 1.2 | Основные уравнения математической физики, их вывод и классификация                        | Уравнение колебаний. Уравнение диффузии и теплопроводности. Стационарное уравнение. Уравнения газо-гидродинамики и тепло-массопереноса. Уравнение Максвелла. Уравнение Шрёдингера. Классификация уравнений в точке. Характеристические поверхности (характеристики). Канонический вид уравнений с двумя независимыми переменными (эллиптический, гиперболический, параболический)  |  |
| 1.3 | Постановка основных краевых задач для линейных дифференциальных уравнений второго порядка | Классификация краевых задач. Задача Коши. Краевая задача для уравнений эллиптического типа. Смешанная задача. Другие краевые задачи. Корректность постановок задач математической физики. Теорема Коши-Ковалевской. Классические и обобщенные решения  |  |
| 1.4 | Обобщенные функции и операции с ними  | Пространство $D$ основных и $D'$ обобщенных функций. Носитель обобщенной функции. Регулярные и сингулярные обобщенные функции. Замена переменных в обобщенных функциях. Умножение обобщенных функций. Производные обобщенной функции. Прямое произведение и свёртка обобщенных функций. Пространство $S$ основных функций и $S'$ обобщенных функций медленного роста $S'$ . Преобразование Фурье основных функций из $S$ и обобщенных функций из $S'$ . Свойства преобразования Фурье. Преобразование Фурье свертки. |  |
| 1.5 | Фундаментальное решение и задача Коши   | Обобщенные решения линейных дифференциальных уравнений. Фундаментальные решения линейных дифференциальных операторов. Уравнения с правой частью. А50). 6. Фундаментальное решение операторов теплопроводности, волнового, Лапласа и Гельмгольца. Поверхностные и объемные волновые потенциалы. Обобщенная задачи Коши для волнового уравнения. Распространение волн. Диффузия волн и принцип Гюйгенса. Поверхностный и объемный тепловой потенциал. Обобщенная задачи Коши для уравнения теплопроводности.           |  |

|                                |  |  |  |
|--------------------------------|--|--|--|
| 1.6                            | Краевые задачи для уравнений эллиптического типа                                       | Постановка задачи на собственные значения. Тождества Лагранжа и (формулы) Грина. Свойства оператора $L = \operatorname{div}(\rho \operatorname{grad}) + q$ . Свойства и физический смысл собственных значений и собственных функций оператора $L$ . Задача Штурма-Лиувилля: функция Грина и сведение к интегральному уравнению. Теорема Стеклова. Гармонические функции. Теорема о среднем арифметическом. Принцип максимума. Элементы теории потенциала. Функция Грина задачи Дирихле. Краевые задачи для уравнения Лапласа на плоскости. Краевые задачи для уравнений Лапласа и Пуассона в пространстве. |  |
| 1.7                            | Специальные функции  | Определение и простейшие свойства функций Бесселя. Ортогональность и рекуррентные соотношения для функций Бесселя. Корни функций Бесселя. Полнота функций Бесселя. Определение сферических функций. Дифференциальное уравнение для сферических функций. Полиномы Лежандра. Производящая функция. Присоединенные функции Лежандра.  |  |
| 1.8                            | Смешанная задача   | Общая схема метода Фурье. Смешанная задача для уравнения гиперболического типа. Интеграл энергии. Смешанная задача для уравнения параболического типа. Принцип максимума.  |  |
| <b>2. Практические занятия</b> |  |  |  |
| 2.1                            | Некоторые понятия и предложения теории множеств, теории функций и теории операторов    | Примеры замкнутых, открытых множеств в $R^n$ . Границы. Поверхности. Примеры функциональных пространств: $C^k$ и $L^2$ . Ортогонализация Грама-Шмидта. Примеры операторов и функционалов. Нахождение ядра и образа. Проверка эрмитовости.  |  |
| 2.2                            | Основные уравнения математической физики, их классификация и постановка основных задач | Преобразование уравнений с частными производными заменой координат и неизвестной функции. Выражение оператора Лапласа в сферических и цилиндрических координатах. Приведение уравнений с двумя переменными к каноническому виду. Пример Адамара. Формула Даламбера.  |  |
| 2.3                            | Обобщенные   | Замена переменных, умножение и   |  |

|     |  |  |  |
|-----|--|--|--|
|     | функции и операции с ними                        | дифференцирование обобщенных функций. Свойства обобщенных производных. Выражение производные функций, имеющих конечный скачок, через дельта-функцию и её производные. Свойства свертки обобщенных функций. Примеры обобщенных функций медленного роста. Преобразование Фурье обобщенных функций медленного роста. Примеры преобразования Фурье для $n=1,2,3$ .                 |  |
| 2.4 | Фундаментальное решение и задача Коши            | Фундаментальное решение линейного дифференциального оператора с обыкновенными производными. Задача Коши для волнового уравнения. Метод спуска. Формулы Кирхгофа, Пуассона и Даламбера. Метод отражений. Полубесконечная струна. Задача Коши для уравнения теплопроводности. Расплывание волнового пакета (уравнение Шрёдингера) и начальной концентрации (уравнение диффузии). |  |
| 2.5 | Краевые задачи для уравнений эллиптического типа | Задача Штурма-Лиувилля. Нахождение спектра, собственных функций и функции Грина. Метод Фурье для задачи на собственные значения. Примеры построения функции Грина задачи Дирихле (метод отражений). Решение краевой задачи с помощью функции Грина. Метод Фурье в прямоугольнике. Формула Пуассона. Решение задач Дирихле и Неймана для круга и шара.                          |  |
| 2.6 | Специальные функции                              | Однородная и неоднородная краевая задача на собственные значения для уравнения Бесселя. Сферические функции. Формула Лапласа. Шаровые функции  |  |
| 2.7 | Смешанная задача                                 | Метод Фурье для одномерного волнового уравнения и уравнения теплопроводности. Неоднородные уравнения и краевые условия. Колебания ограниченной струны и ограниченной мембраны. Уравнение теплопроводности в шаре.  |  |

### 13.2. Темы (разделы) дисциплины и виды занятий:

| № п/п | Наименование темы (раздела) дисциплины  | Виды занятий (количество часов) |              |              |                        | Всего |
|-------|---|---------------------------------|--------------|--------------|------------------------|-------|
|       |   | Лекции                          | Практические | Лабораторные | Самостоятельная работа |       |
| 1     | Некоторые понятия и предложения теории множеств, теории функций и теории операторов       | 2                               | 2            |              | 4                      | 8     |
| 2     | Основные уравнения математической физики, их вывод и классификация                        | 2                               | 4            |              | 6                      | 12    |
| 3     | Постановка основных краевых задач для линейных дифференциальных уравнений второго порядка | 2                               | 2            |              | 4                      | 8     |
| 4     | Обобщенные функции и операции с ними  | 4                               | 6            |              | 10                     | 20    |
| 5     | Фундаментальное решение и задача Коши   | 2                               | 6            |              | 8                      | 16    |
| 6     | Краевые задачи для уравнений эллиптического типа  | 2                               | 6            |              | 8                      | 16    |
| 7     | Специальные функции   | 2                               | 2            |              | 4                      | 8     |
| 8     | Смешанная задача  | 2                               | 8            |              | 10                     | 20    |
|       | Итого:  | 18                              | 36           |              | 54                     | 108   |

### 14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Необходимо после каждой лекции разбирать и осваивать материал по ее теме, для лучшего понимания читать рекомендованную основную и дополнительную литературу, готовиться к практическому занятию, разбирая соответствующий теоретический материал, систематически выполнять домашние задания, выполнять текущие тестирования (контрольные работы) по пройденному теоретическому и практическому материалу.

### 15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины (список литературы оформляется в соответствии с требованиями ГОСТ и используется общая сквозная нумерация для всех видов источников)

а) основная литература:

| № п/п | Источник   |
|-------|--|
| 1     | Владимиров, В.С. Сборник задач по уравнениям математической физики : задачник / Владимиров В.С., Михайлов В.П., Михайлова Т.В., Шабунин М.И. — Москва : Физматлит, 2016 .— 520 с. — Сборник задач по уравнениям математической физики [Электронный ресурс] / Владимиров В.С., Михайлов В.П., Михайлова Т.В., Шабунин М.И. - М. : ФИЗМАТЛИТ, 2016. — ISBN 5-9221-1692-3 .— <URL:https://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785922116923.html>. |

|   |  |
|---|--|
| 2 | Карчевский, М. М. Лекции по уравнениям математической физики [Электронный ресурс] / Карчевский М. М. — 2-е изд., испр. — Санкт-Петербург : Лань, 2016 .— 164 с. — Книга из коллекции Лань - Математика .— ISBN 978-5-8114-2132-9 .— <URL: <a href="http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=72982">http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=72982</a> >.   |
| 3 | Емельянов, В. М. Уравнения математической физики. Практикум по решению задач [Электронный ресурс] / Емельянов В. М., Рыбакина Е. А. — 2-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2016 .— 216 с. — Рекомендовано Учебно-методическим объединением по университетскому политехническому образованию в качестве учебного пособия для студентов высших учебных заведений, обучающихся по направлениям подготовки «Техническая физика» и «Прикладная механика» .— Книга из коллекции Лань - Физика .— ISBN 978-5-8114-0863-4 .— <URL: <a href="http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=71748">http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=71748</a> >. |
| 4 | Некоторые аспекты современных методов уравнений математической физики [Электронный ресурс] : [учебное пособие] : / Воронеж. гос. ун-т ; [сост. : Л.Н. Ляхов и др.] .— Электрон. текстовые дан. — Воронеж : Издательский дом ВГУ, 2016 .— Загл. с титул. экрана .— Свободный доступ из интрасети ВГУ .— Текстовые файлы .— Windows 2000 ; Adobe Acrobat Reader .— <URL: <a href="http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m16-223.pdf">http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m16-223.pdf</a> >.  |
| 5 | Деревич, И. В. Практикум по уравнениям математической физики [Электронный ресурс] : учебное пособие / Деревич И. В. — 2-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2018 .— 428 с. — Книга из коллекции Лань - Физика .— ISBN 978-5-8114-2601-0 .— <URL: <a href="https://e.lanbook.com/book/104942">https://e.lanbook.com/book/104942</a> >.  |

б) дополнительная литература:

| № п/п | Источник   |
|-------|--|
| 1     | Горюнов А.Ф. Уравнения математической физики в примерах и задачах. 2 / А.Ф. Горюнов. — Москва: МИФИ, 2008. — 528 с. (ЭБС «Университетская библиотека online»<br><a href="http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=231600">http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=231600</a> )  |
| 2     | Сабитов К.Б. Уравнения математической физики: учебник. — М.: Физматлит, 2013. — 352 с. (ЭБС «Университетская библиотека online»<br><a href="http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=59660">http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=59660</a> )   |
| 3     | Владимиров, В.С. Уравнения математической физики : учебник / Владимиров В.С., Жаринов В.В. — Москва : Физматлит, 2008 .— 400 с. — Уравнения математической физики [Электронный ресурс]: Учеб. для вузов. / Владимиров В.С, Жаринов В.В. - 2-е изд., стереотип. - М. : ФИЗМАТЛИТ, 2008. — ISBN 5-9221-0310-7 .— <a href="https://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785922103107.html">https://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785922103107.html</a> |
| 4     | Треногин, В.А. Методы математической физики : ???? практикум / Треногин В.А., Недосекина И.С. — Москва : МИСиС, 2012 .— 196 с. — Методы математической физики [Электронный ресурс] : практикум / В.А. Треногин, И.С. Недосекина. - М. : МИСиС, 2012. — ISBN 5-87623-611-1 .— <a href="https://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785876236111.html">https://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785876236111.html</a>                                   |
| 5     | Кошляков, Николай Сергеевич. Уравнения в частных производных математической физики : учебное пособие для студ. мех.-мат. и физ. фак. ун-тов / Кошляков Н. С., Глинер Э. Б., Смирнов М. М. — М. : Высшая школа, 1970  |



|   |  |
|---|--|
|   | .— 710 с.  |
| 6 | Тихонов, Андрей Николаевич. Уравнения математической физики : учебник для студ. физ.-мат. специальностей ун-тов / А.Н. Тихонов, А.А. Самарский ; Моск. гос. ун-т им. М.В. Ломоносова .— 7-е изд. — М. : Изд-во Моск. ун-та : Наука, 2004 .— 798 с. : ил., табл. — (Классический университетский учебник / редсов. : В.А.Садовничий (пред.) [и др.]) .— Библиогр.: с.791 .— Предм. указ.: с.792-798 .— ISBN 5-211-04843-1 .— ISBN 5-02-033599-1 |
| 7 | Ильин, А.М. Уравнения математической физики : ??? учебное пособие / Ильин А.М. — Москва : Физматлит, 2009 .— 192 с. — Уравнения математической физики [Электронный ресурс] / Ильин А.М. - М. : ФИЗМАТЛИТ, 2009. — ISBN 5-9221-1036-5 .—<br>8<URL:https://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785922110365.html>.   |

в) информационные электронно-образовательные ресурсы (официальные ресурсы интернет)\*:

| № п/п | Ресурс                              |
|-------|-------------------------------------|
| 1.    | www.lib.vsu.ru – ЗНБ ВГУ            |
| 2.    | http://e.lanbook.com/ - ЭБС «Лань»  |
| 3.    | http://www.book.ru/ - ЭБС «Book.ru» |

\* Вначале указываются ЭБС, с которыми имеются договора у ВГУ, затем открытые электронно-образовательные ресурсы, онлайн-курсы, ЭУМК

**16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы** (учебно-методические рекомендации, пособия, задачки, методические указания по выполнению практических (контрольных), курсовых работ и др.)

**17. Образовательные технологии, используемые при реализации учебной дисциплины, включая дистанционные образовательные технологии (ДОТ), электронное обучение (ЭО), смешанное обучение):**

<https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=9819>

Электронные средства для представления презентаций

**18. Материально-техническое обеспечение дисциплины:** (при использовании лабораторного оборудования указывать полный перечень, при большом количестве оборудования можно вынести данный раздел в приложение к рабочей программе)

Лекционная аудитория, доска, учебная литература, электронные средства для представления презентаций

---

## 19. Оценочные средства для проведения текущей и промежуточной аттестаций

Порядок оценки освоения обучающимися учебного материала определяется содержанием следующих разделов дисциплины:

| № п/п  | Наименование раздела дисциплины (модуля) | Компетенция(и)   | Индикатор(ы) достижения компетенции  | Оценочные средства                        |
|--|--|--|--|---|
| 1.   | 1.1-1.8                                  | ОПК-1<br>Способен использовать положения, законы и методы естественных наук и математики для решения задач инженерной деятельности | ОПК-1.1 Демонстрирует знания фундаментальных законов природы и основных физических и математических законов                        | КИМ                                       |
|  | 2.1-2.7                                  |  | ОПК-1.2 Применяет физические законы и математические методы для решения задач теоретического и прикладного характера               | КИМ                                       |
|  | 2.1-2.7                                  |  | ОПК-1.3 Использует положения, законы и методы естественных наук для решения инженерных задач в сфере профессиональной деятельности | КИМ                                       |
| Промежуточная аттестация<br>форма контроля - экзамен |  |  |  | Перечень вопросов<br>Практическое задание |

## 20. Типовые оценочные средства и методические материалы, определяющие процедуры оценивания

### 20.1 Описание критериев и шкалы оценивания компетенций (результатов обучения) при промежуточной аттестации

Необходимо знать, уметь записать и решать основные классы уравнений математической физики. Владеть языком функциональных пространств, операторов, функционалов, обобщённых функций. Уметь решать задачи Коши для уравнений колебаний и теплопроводности. Уметь решать задачу Штурма-Лиувилля, а также краевые задачи для уравнения Лапласа и Пуассона в прямоугольнике, круговом/кольцевом секторе, шаровом сегменте. Владеть основными приёмами работы со спецфункциями.

Критерии оценок:

Отлично – подробные и безошибочные ответы на основные и дополнительные вопросы.

Хорошо – подробные ответы на поставленные вопросы с мелкими ошибками.

Удовлетворительно – неудовлетворительные ответы на один из основных и некоторые дополнительные вопросы.

Неудовлетворительно – плохое знание материала, неудовлетворительные ответы на большинство поставленных вопросов.

| Критерии оценивания компетенций  | Уровень сформированности компетенций | Шкала оценок        |
|--|--------------------------------------|---------------------|
| Подробные и безошибочные ответы на основные и дополнительные вопросы, полное понимание и свободное владение материалом.                    | Повышенный уровень                   | Отлично             |
| Подробные ответы на поставленные вопросы с мелкими ошибками, незначительные пробелы в знании материала.                                    | Базовый уровень                      | Хорошо              |
| Неудовлетворительные ответы на один из основных вопросов КИМа и некоторые дополнительные вопросы, неполное знание или понимание материала. | Пороговый уровень                    | Удовлетворительно   |
| Плохое знание материала, неудовлетворительные ответы на вопросы КИМа и большинство дополнительных вопросов.                                | –                                    | Неудовлетворительно |

## 20.2 Перечень вопросов к экзамену (зачету):

1. Классификация уравнений в частных производных 2-го порядка с двумя независимыми переменными. Каноническая форма уравнений.
2. Приведение к каноническому виду дифференциальных уравнений в частных производных 2-го порядка с двумя независимыми переменными.
3. Канонические формы линейных уравнений с постоянными коэффициентами. Частные методы нахождения общего решения канонической формы.
4. Решение задачи Коши для уравнений в частных производных 2-го порядка с двумя независимыми переменными.
5. Уравнения с частными производными в физических задачах на примерах колебательных процессов, диффузии и теплопроводности, стационарных процессов.
6. Постановка начальных и краевых задач для уравнений математической физики.
7. Задача Коши. Задача Штурма – Лиувилля.
8. Корректность постановки задач математической физики.
9. Задача Коши для одномерного однородного и неоднородного уравнения Даламбера. Формула Даламбера. Принцип Дюамеля.
10. Метод Даламбера для полупрямой и конечного отрезка.
11. Ортогональные системы функций. Задача Штурма-Лиувилля для обыкновенного дифференциального уравнения, спектр собственных значений, собственные функции и их свойства.
12. Смешанная задача для одномерного волнового уравнения с однородными граничными условиями. Метод Фурье.
13. Смешанная задача для одномерного уравнения теплопроводности с однородными граничными условиями. Метод Фурье.
14. Решение смешанной задачи для одномерного неоднородного волнового уравнения с неоднородными граничными условиями методом разделения переменных.

15. Решение смешанной задачи для одномерного неоднородного уравнения теплопроводности с неоднородными граничными условиями методом разделения переменных.
16. Разделение переменных в уравнениях Лапласа и Гельмгольца в прямоугольной области при решении задач Дирихле и Неймана.
17. Решение первой и второй краевых задач для круга методом разделения переменных. Представление решения в виде интегралов Пуассона и Дини.
18. Нахождение гармонической функции в кольце и круговом секторе методом разделения переменных.
19. Решение задачи о колебаниях прямоугольной мембраны методом Фурье.
20. Применение операционного метода (интегрального преобразования Лапласа) при решении дифференциальных уравнений в частных производных 2-го порядка гиперболического и параболического типов.
21. Метод функции Грина при решении уравнений эллиптического и параболического типов.
22. Дельта-функция и ее свойства.
23. Свойства функции Грина.
24. Формулы Грина.
25. Решение задачи Дирихле для круга и полуплоскости методом функции Грина.
26. Задача Коши для однородного уравнения теплопроводности и решение ее с помощью функции Грина (формула Пуассона).
27. Решение задачи Коши для уравнения Даламбера методом спуска в 2-х мерном пространстве (формула Пуассона).
28. Основные и обобщенные функции. Свойства обобщенных функций и действия над ними. Дельта-функция Дирака и ее свойства.
29. Дельтаобразные последовательности. Гамма- и бета- функции. Определения и основные свойства.
30. Уравнение Бесселя. Функции Бесселя первого рода и их свойства. Функции Бесселя второго порядка и их линейная независимость.
31. Общее решение уравнения Бесселя для произвольных значений индекса. Рекуррентные соотношения для функций Бесселя. Функции Бесселя полуцелого индекса. Функции Бесселя 3-го рода. Уравнение Бесселя с параметром.
32. Модифицированные функции Бесселя 1-го и 2-го рода. Задача Штурма-Луивилля для уравнения Бесселя. Ряды Фурье-Бесселя и Дини.
33. Полиномы Лежандра. Формула Родрига. Интеграл Шлефли.
34. Рекуррентные соотношения для полиномов Лежандра. Ортогональность полиномов Лежандра. Ряд Фурье-Лежандра. Присоединенные функции Лежандра.
35. Сферические функции. Производящая функция полиномов Эрмита. Формула Родрига.
36. Рекуррентные соотношения для полиномов Эрмита. Ортогональность полиномов Эрмита. Ряд Фурье-Эрмита.
37. Решение задачи о колебаниях круглой мембраны методом Фурье.
38. Разделение переменных в уравнении Лапласа в цилиндрической системе координат.
39. Разделение переменных в уравнении Гельмгольца в полярных координатах.
40. Решение задачи об остывании цилиндра методом Фурье.

41. Разделение переменных в уравнениях Лапласа и Гельмгольца в сферических координатах. Решение задачи об остывании шара методом Фурье.
42. Разделение переменных в уравнении Шредингера. Линейный гармонический осциллятор. Ротатор. Движение электрона в кулоновском поле.
43. Понятие о нелинейных уравнениях математической физике.
44. Метод конечных разностей для решения задачи Дирихле.
45. Метод конечных разностей для уравнения теплопроводности.

### 20.3 Перечень практических заданий

|    |   |  |  |
|----|---|--|--|
| 1  | $u_t = u_{xx} + \exp(t) \sin 2x$            | $u(x,0) = \sin 3x + \pi + 3x$                          | $u(0,t) = \pi \quad u(\pi,t) = 4\pi$     |
| 2  | $u_t = u_{xx} + \exp(t) \cos 2x$            | $u(x,0) = 2 \cos 3x + x^2 - \pi x$                     | $u_x(0,t) = -\pi \quad u_x(\pi,t) = \pi$ |
| 3  | $u_t = u_{xx} + \exp(3t) \sin \frac{3x}{2}$ | $u(x,0) = 3 \sin \frac{x}{2} + 2\pi + \pi x$           | $u(0,t) = 2\pi \quad u_x(\pi,t) = \pi$   |
| 4  | $u_t = u_{xx} + \exp(3t) \cos \frac{x}{2}$  | $u(x,0) = 2 \cos \frac{3x}{2} - 2\pi x + 2\pi^2 - \pi$ | $u_x(0,t) = -2\pi \quad u(\pi,t) = -\pi$ |
| 5  | $u_t = u_{xx} + \exp(t) \sin 5x$            | $u(x,0) = \sin x + 3\pi - 2x$                          | $u(0,t) = 3\pi \quad u(\pi,t) = \pi$     |
| 6  | $u_t = u_{xx} + \exp(t) \cos 3x$            | $u(x,0) = \cos x - x^2 + \pi x$                        | $u_x(0,t) = \pi \quad u_x(\pi,t) = -\pi$ |
| 7  | $u_t = u_{xx} + \exp(t) \sin \frac{x}{2}$   | $u(x,0) = \sin \frac{3x}{2} + 4\pi + \pi x$            | $u(0,t) = 4\pi \quad u_x(\pi,t) = \pi$   |
| 8  | $u_t = u_{xx} + \exp(2t) \cos \frac{3x}{2}$ | $u(x,0) = \cos \frac{x}{2} + 3x - 2\pi$                | $u_x(0,t) = 3 \quad u(\pi,t) = \pi$      |
| 9  | $u_{tt} = u_{xx} + \sin t \sin 2x$          | $u(x,0) = \sin 3x + \pi + 3x$<br>$u_t(x,0) = 0$        | $u(0,t) = \pi \quad u(\pi,t) = 4\pi$     |
| 10 | $u_{tt} = u_{xx} + \cos t \cos 2x$          | $u(x,0) = 2 \cos 3x + x^2 - \pi x$<br>$u_t(x,0) = 0$   | $u_x(0,t) = -\pi \quad u_x(\pi,t) = \pi$ |

|        |   |  |                                      |
|--------|---|--|--------------------------------------|
| 1<br>1 | $u_{tt} = u_{xx} + \sin t \sin \frac{3x}{2}$  | $u(x,0) = 3 \sin \frac{x}{2} + 2\pi + \pi x$<br>$u_t(x,0) = 0$           | $u(0,t) = 2\pi$ $u_x(\pi,t) = \pi$   |
| 1<br>2 | $u_{tt} = u_{xx} + \cos 3t \cos \frac{x}{2}$  | $u(x,0) = 2 \cos \frac{3x}{2} - 2\pi x + 2\pi^2 - \pi$<br>$u_t(x,0) = 0$ | $u_x(0,t) = -2\pi$ $u(\pi,t) = -\pi$ |
| 1<br>3 | $u_{tt} = u_{xx} + \sin t \sin 5x$            | $u(x,0) = \sin x + 3\pi - 2x$<br>$u_t(x,0) = 0$                          | $u(0,t) = 3\pi$ $u(\pi,t) = \pi$     |
| 1<br>4 | $u_{tt} = u_{xx} + \cos t \cos 3x + 2$        | $u(x,0) = \cos x - x^2 + \pi x$<br>$u_t(x,0) = 0$                        | $u_x(0,t) = \pi$ $u_x(\pi,t) = -\pi$ |
| 1<br>5 | $u_{tt} = u_{xx} + \sin t \sin \frac{x}{2}$   | $u(x,0) = \sin \frac{3x}{2} + 4\pi + \pi x$<br>$u_t(x,0) = 0$            | $u(0,t) = 4\pi$ $u_x(\pi,t) = \pi$   |
| 1<br>6 | $u_{tt} = u_{xx} + \cos 2t \cos \frac{3x}{2}$ | $u(x,0) = 3x - 2\pi$<br>$u_t(x,0) = \cos \frac{x}{2}$                    | $u_x(0,t) = 3$ $u(\pi,t) = \pi$      |
| 1<br>7 | $u_{tt} = u_{xx} + \sin t \sin 2x$            | $u(x,0) = \pi + 3x$<br>$u_t(x,0) = \sin 3x$                              | $u(0,t) = \pi$ $u(\pi,t) = 4\pi$     |
| 1<br>8 | $u_{tt} = u_{xx} + \cos t \cos 2x -$          | $u(x,0) = x^2 - \pi x$<br>$u_t(x,0) = 2 \cos 3x$                         | $u_x(0,t) = -\pi$ $u_x(\pi,t) = \pi$ |
| 1<br>9 | $u_{tt} = u_{xx} + \sin 3t \sin \frac{3x}{2}$ | $u(x,0) = 2\pi + \pi x$<br>$u_t(x,0) = 3 \sin \frac{x}{2}$               | $u(0,t) = 2\pi$ $u_x(\pi,t) = \pi$   |
| 2<br>0 | $u_{tt} = u_{xx} + \cos 3t \cos \frac{x}{2}$  | $u(x,0) = -2\pi x + 2\pi^2 - \pi$<br>$u_t(x,0) = 2 \cos \frac{3x}{2}$    | $u_x(0,t) = -2\pi$ $u(\pi,t) = -\pi$ |
| 2<br>1 | $u_{tt} = u_{xx} + \sin t \sin 5x$            | $u(x,0) = 3\pi - 2x$<br>$u_t(x,0) = \sin x$                              | $u(0,t) = 3\pi$ $u(\pi,t) = \pi$     |

## 20.4 Тестовые задания.

### Текущая аттестация № 1

1. Решение задачи Коши для волнового уравнения методом Даламбера. Полубесконечная струна. Закрепленный и свободный край.
2. Решения краевых задач для волнового уравнения методом Фурье. Случай закрепленных концов струны.

### Текущая аттестация № 2

1. Вывод уравнения Лапласа в цилиндрических координатах.
2. Характеристики и условия на характеристиках для двумерной системы уравнений акустики.

## 20.5 Перечень заданий для контрольных работ.

### Контрольно-измерительный материал № 1.

1. Решить уравнение:  
 $u_t = 2\Delta u, 0 \leq r \leq 3, t \in (0, \infty), u(r, 0) = 9 - r^2, u(3, t) = 0;$
2. Найти общее решение параболического уравнения:  
 $u_{xx} + 4u_{xy} + 4u_{yy} + u_x - 2u_y = 0.$

### Контрольно-измерительный материал № 2.

1. Решить уравнение:  
 $u_t = 4u_{xx}, x \in (0, 2), t \in (0, \infty), u(x, 0) = \sin^2(2\pi x) - \sin(4\pi x), u(0, t) = u(2, t) = 0;$
2. Найти общее решение эллиптического уравнения:  
 $u_{xx} + 2u_{xy} + 5u_{yy} = 0.$

Оценка знаний, умений и навыков, характеризующая этапы формирования компетенций в рамках изучения дисциплины, осуществляется в ходе текущей и промежуточной аттестаций.

Текущая аттестация проводится в соответствии с Положением о текущей аттестации обучающихся по программам высшего образования Воронежского государственного университета. Текущая аттестация проводится в форме(ах) письменного опроса и контрольных работ. Критерии оценивания приведены выше.

Промежуточная аттестация проводится в соответствии с Положением о промежуточной аттестации обучающихся по программам высшего образования.

Контрольно-измерительные материалы промежуточной аттестации включают в себя теоретические вопросы, позволяющие оценить уровень полученных знаний. При оценивании используются качественные шкалы оценок. Критерии оценивания приведены выше.

## ЛИСТ СОГЛАСОВАНИЙ

### РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Направление/специальность 11.03.04 Электроника и микроэлектроника.

Дисциплина Б1.О.12.06 Методы математической физики

Профиль подготовки Интегральная электроника и микроэлектроника

Форма обучения очная

Учебный год 2022/2023

---

Ответственный исполнитель

Заведующий кафедрой математической  
физики и информационных технологий



Переселков С.А. 28.08.2021

Исполнители

Профессор кафедры математической  
физики и информационных технологий

Чернов В.Е. 28.08.2021

СОГЛАСОВАНО

Куратор ООП

по направлению/специальности \_\_\_\_\_ .\_\_\_. 2021  
*подпись* *расшифровка подписи*

Начальник отдела обслуживания ЗНБ \_\_\_\_\_ .\_\_\_. 2021  
*подпись* *расшифровка подписи*

---

Программа рекомендована Научно-методическим советом физического факультета,  
протокол № 6 от 26.06.2021г.