

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО «ВГУ»)

УТВЕРЖДАЮ

Заведующий кафедрой
Системного анализа и управления

наименование кафедры, отвечающей за реализацию дисциплины

В.Г. Задорожний



подпись, расшифровка подписи

___. ___. 2021г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ
Б1.О.18 Функциональный анализ

Код и наименование дисциплины в соответствии с учебным планом

1. Код и наименование направления подготовки/специальности:

01.03.02 прикладная математика и информатика

2. Профиль подготовки/специализация: *Базовый блок дисциплин*

3. Квалификация (степень) выпускника: *бакалавр*

4. Форма обучения: *очная*

5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины: *кафедра системного анализа и управления*

6. Составители программы: *(ФИО, ученая степень, ученое звание)*

Курбатов В. Г., д. ф.-м.н., профессор

7. Рекомендована: Научно-методическим советом факультета прикладной математики, информатики и механики (протокол №10 от 15.06.2021)

отметки о продлении вносятся вручную)

8. Учебный год: 2022/23

Семестр(ы): 4

9. Цели и задачи учебной дисциплины:

Целями освоения учебной дисциплины являются:

- изучение студентами теоретических основ функционального анализа, составляющих фундамент ряда математических дисциплин и дисциплин прикладного характера для формирования умений и навыков по использованию фундаментальных знаний, полученных в области математических и естественных наук, в профессиональной деятельности; по применению и модифицированию математические модели для решения задач в области профессиональной деятельности.

Задачи учебной дисциплины:

- познакомить с основными понятиями и результатами нелинейного анализа, основными принципами функционального анализа, теорией метрических и банаховых пространств, спектральной теории операторов и её приложениям;

- обучить студентов теоретическим основам курса,

- овладение методами решения практических задач и приобретение навыков самостоятельной научной деятельности.

10. Место учебной дисциплины в структуре ООП: Дисциплина относится к базовому циклу Б1, обязательная часть. От студентов требуется знание курсов «Алгебры» и «Математического анализа». Данная дисциплина необходима для глубокого понимания курсов «Дифференциальных уравнений», «Уравнений математической физики» и «Методов вычислений». Идеология данной дисциплины используется во многих математических прикладных курсах.

11. Планируемые результаты обучения по дисциплине/модулю (знания, умения, навыки), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями выпускников):

| Код | Название компетенции | Код(ы) | Индикатор(ы) | Планируемые результаты обучения |
|-------|---|---------|---|---|
| ОПК-1 | Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности | ОПК-1.1 | Демонстрирует знания, относящиеся к базовым дисциплинам математики, информатики и естественных наук. | Знать: знание основ теории Уметь: умение решать типовые задачи применять методы и идеи дисциплины Владеть: навыками применения полученных знаний в учебной и научной деятельности |
| | Способен применять и модифицировать математические модели для решения задач в области профессиональной деятельности | ОПК-3.1 | Применяет современные технологии математического моделирования для решения задач в области профессиональной деятельности. | |

12. Объем дисциплины в зачетных единицах/час.(в соответствии с учебным планом) — 5/180.

Форма промежуточной аттестации: зачет и экзамен.

13. Виды учебной работы

| Вид учебной работы | Трудоемкость | | | |
|--|--------------|--------------|----|-----|
| | Всего | По семестрам | | |
| | | 4 | | ... |
| Аудиторные занятия | 96 | 96 | | |
| в том числе: | лекции | 48 | 48 | |
| | практические | 48 | 48 | |
| | лабораторные | | | |
| Самостоятельная работа | 48 | 48 | | |
| в том числе: курсовая работа (проект) | | | | |
| Форма промежуточной аттестации (зачет – 0 час. / экзамен – __ час.) | 36 | 36 | | |
| Итого: | 180 | 180 | | |

13.1. Содержание дисциплины

| п/п | Наименование раздела дисциплины | Содержание раздела дисциплины | Реализация раздела дисциплины с помощью онлайн-курса, ЭУМК * |
|------------------|---------------------------------|--|--|
| 1. Лекции | | | |
| 1.1 | Множества | Бесконечные операции с множествами. Преобразы функций. Отношение эквивалентности. Мощность. Понятие об аксиоме выбора. | Функциональный анализ 4-6 |
| 1.2 | Метрические пространства | Определение метрического пространства. Определение линейного пространства. Определение нормированного пространства. Шары и ограниченные множества. Открытые и замкнутые множества. | Функциональный анализ 4-6 |
| 1.3 | Пределы и полнота | Предел последовательности. Эквивалентные метрики и нормы. Сходимость в K_n и l_p . Сходимость в $C[a,b]$. Пространство $C^1[a,b]$. Полные метрические пространства. Пополнение метрического пространства. Определение банахова пространства. Предел и непрерывность функций. | Функциональный анализ 4-6 |
| 1.4 | Компактность | Компактные множества. Отделимость компактных множеств. Компактность и замкнутость. Множество Кантора. Вполне ограниченные множества. Выделение сходящихся подпоследовательностей. Теорема Вейерштрасса о непрерывных функциях. Критерий компактности в K_n . Критерий компактности в $C[a,b]$. Топологические пространства. | Функциональный анализ 4-6 |
| 1.5 | Принцип сжимающих отображений | Принцип сжимающих отображений. Сжимающие отображения на отрезке. Локализация сжимающего отображения. | Функциональный анализ 4-6 |
| 1.6 | Мера Лебега | Строение открытых множеств на прямой. Мера открытого множества на прямой. Мера компактного множества на прямой. Мера Лебега. Измеримость и суммируемость неограниченных множеств. σ -алгебры. | Функциональный анализ 4-6 |
| 1.7 | Интеграл Лебега | Измеримые функции. Интеграл Лебега от простых функций. Суммируемые функции. Пренебрежимые множества и функции. Пространство Лебега L^1 . Пространство Лебега L^2 . | Функциональный анализ 4-6 |

| | | | |
|--------------------------------|------------------------------------|--|---------------------------|
| | | Пространства Лебега L^p . | |
| 1.8 | Евклидовы пространства | Определение евклидова пространства. Ортогональность. Свойства ортогональных систем. Неравенство Бесселя и тождество Парсеваля. Существование ортонормированного базиса в сепарабельном евклидовом пространстве. Гильбертовы пространства. Ортогональное дополнение. Прямая сумма. | Функциональный анализ 4-6 |
| 1.9 | Линейные операторы | Определение линейного оператора. Ядро и образ линейного оператора. Непрерывные линейные операторы. Норма линейного оператора. Норма оператора, действующего в K^n . Нормы четырех операторов в $C[a,b]$. Пространство линейных операторов. Обратимые линейные операторы. | Функциональный анализ 4-6 |
| 1.10 | Линейные функционалы | Определение линейного функционала. Непрерывные линейные функционалы. Сопряженное пространство. Сопряженные операторы. | Функциональный анализ 4-6 |
| 1.11 | Начала спектральной теории | Спектр и резольвентное множество. Формула Бёрлинга-Гельфанда | Функциональный анализ 4-6 |
| 1.12 | Интегральные операторы и уравнения | Операторы Вольтерра. Метод итераций для уравнения Фредгольма. Уравнение Фредгольма с вырожденным ядром | Функциональный анализ 4-6 |
| 2. Практические занятия | | | |
| 2.1 | Множества | Бесконечные операции с множествами. Прообразы функций. Отношение эквивалентности. Мощность. Понятие об аксиоме выбора. | Функциональный анализ 4-6 |
| 2.2 | Метрические пространства | Определение метрического пространства. Определение линейного пространства. Определение нормированного пространства. Шары и ограниченные множества. Открытые и замкнутые множества. | Функциональный анализ 4-6 |
| 2.3 | Пределы и полнота | Предел последовательности. Эквивалентные метрики и нормы. Сходимость в K^n и l^p . Сходимость в $C[a,b]$. Пространство $C^1[a,b]$. Полные метрические пространства. Пополнение метрического пространства. Определение банахова пространства. Предел и непрерывность функций. | Функциональный анализ 4-6 |
| 2.4 | Компактность | Компактные множества. Отделимость компактных множеств. Компактность и замкнутость. Множество Кантора. Вполне ограниченные множества. Выделение сходящихся подпоследовательностей. Теорема Вейерштрасса о непрерывных функциях. Критерий компактности в K^n . Критерий компактности в $C[a,b]$. Топологические пространства. | Функциональный анализ 4-6 |
| 2.5 | Принцип сжимающих отображений | Принцип сжимающих отображений. Сжимающие отображения на отрезке. Локализация сжимающего отображения. | Функциональный анализ 4-6 |
| 2.6 | Мера Лебега | Строение открытых множеств на прямой. Мера открытого множества на прямой. Мера компактного множества на прямой. Мера Лебега. Измеримость и суммируемость неограниченных множеств. σ -алгебры. | Функциональный анализ 4-6 |
| 2.7 | Интеграл Лебега | Измеримые функции. Интеграл Лебега от простых функций. Суммируемые функции. Пренебрежимые множества и функции. Пространство Лебега L^1 . Пространство Лебега L^2 . Пространства Лебега L^p . | |
| 2.8 | Евклидовы пространства | Определение евклидова пространства. Ортогональность. Свойства ортогональных систем. Неравенство Бесселя и тождество Парсеваля. Существование ортонормированного базиса в сепарабельном евклидо- | Функциональный анализ 4-6 |

| | | | |
|------|------------------------------------|---|---------------------------|
| | | вом пространстве. Гильбертовы пространства. Ортогональное дополнение. Прямая сумма. | |
| 2.9 | Линейные операторы | Определение линейного оператора. Ядро и образ линейного оператора. Непрерывные линейные операторы. Норма линейного оператора. Норма оператора, действующего в K^n . Нормы четырех операторов в $C[a,b]$. Пространство линейных операторов. Обратимые линейные операторы. | Функциональный анализ 4-6 |
| 2.10 | Линейные функционалы | Определение линейного функционала. Непрерывные линейные функционалы. Сопряженное пространство. Сопряженные операторы. | Функциональный анализ 4-6 |
| 2.11 | Начала спектральной теории | Спектр и резольвентное множество. Формула Бёрлинга–Гельфанда | Функциональный анализ 4-6 |
| 2.12 | Интегральные операторы и уравнения | Операторы Вольтерра. Метод итераций для уравнения Фредгольма. Уравнение Фредгольма с вырожденным ядром | Функциональный анализ 4-6 |

13.2. Темы (разделы) дисциплины и виды занятий

| № п/п | Наименование темы (раздела) дисциплины | Виды занятий (часов) | | | | |
|-------|--|----------------------|--------------|--------------|------------------------|-------|
| | | Лекции | Практические | Лабораторные | Самостоятельная работа | Всего |
| 1 | Множества | 4 | 4 | | 4 | 12 |
| 2 | Метрические пространства | 4 | 4 | | 4 | 12 |
| 3 | Пределы и полнота | 4 | 4 | | 4 | 12 |
| 4 | Компактность | 4 | 4 | | 4 | 12 |
| 5 | Принцип сжимающих отображений | 4 | 4 | | 4 | 12 |
| 6 | Мера Лебега | 4 | 4 | | 4 | 12 |
| 7 | Интеграл Лебега | 4 | 4 | | 4 | 12 |
| 8 | Евклидовы пространства | 4 | 4 | | 4 | 12 |
| 9 | Линейные операторы | 4 | 4 | | 4 | 12 |
| 10 | Линейные функционалы | 4 | 4 | | 4 | 12 |
| 11 | Начала спектральной теории | 4 | 4 | | 4 | 12 |
| 12 | Интегральные операторы и уравнения | 4 | 4 | | 4 | 12 |
| | Итого: | 48 | 48 | | 48 | 144 |

14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Курс предполагает отведение большого числа разделов на самостоятельную работу студентов. Приведенные источники позволяют в полной мере самостоятельно изучить студентами данные разделы.

Материал по каждой теме излагается последовательно с использованием ранее введенных определений, обозначений и доказательств. Необходима постоянная самостоятельная проработка и усвоение изложенного на занятиях материала.

Желателен просмотр материала по данной учебной дисциплине с опережением лекций с использованием рекомендуемой в данной учебной программе литературы.

Приветствуются вопросы студентов по теме учебной дисциплины и смежным вопросам в ходе аудиторных занятий.

При использовании дистанционных образовательных технологий и электронного обучения выполнять все указания преподавателей по работе на LMS-платформе, своевременно подключаться к online-занятиям, соблюдать рекомендации по организации самостоятельной работы.

15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины (список литературы оформляется в соответствии с требованиями ГОСТ и используется общая сквозная нумерация для всех видов источников)

а) основная литература:

| № п/п | Источник |
|-------|--|
| 1 | Павлов, Е. А. Основы функционального анализа : учебное пособие / Е. А. Павлов. — 2-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2020. — 88 с. — ISBN 978-5-8114-3635-4. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/116362 (дата обращения: 29.11.2021). — Режим доступа: для авториз. пользователей. |
| 2 | Власова, Е. А. Элементы функционального анализа : учебное пособие / Е. А. Власова, И. К. Марчевский. — Санкт-Петербург : Лань, 2021. — 400 с. — ISBN 978-5-8114-1958-6. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/168870 (дата обращения: 29.11.2021). — Режим доступа: для авториз. пользователей. |

б) дополнительная литература:

| № п/п | Источник |
|-------|--|
| 1 | Треногин В.А. Функциональный анализ / В.А.Треногин. – М.: Физматлит, 2002. – 488 с. |
| 2 | Люстерник Л.А. Краткий курс функционального анализа/Л.А. Люстерник, В.И. Соболев. – М.: Лань, 2009. - 272с. |
| 3 | Хелемский А.Я. Лекции по функциональному анализу / А.Я. Хелемский. – М.: МЦНМО, 2014. - 560 с. |
| 4 | Колмогоров А.Н. Элементы теории функций и функционального анализа / А.Н. Колмогоров, С.В. Фомин. – М.: Физматлит, 2012. - 572 с. |
| 5 | Леонтьева Т.А. Задачи по теории функций и функциональному анализу с решениями. / Т.А. Леонтьева, А.В. Домрина. – М.: Инфра-М, 2013. - 164 с. |
| 6 | Курбатов, В. Г. Основы спектральной теории / В. Г. Курбатов, И. В. Курбатова.— Воронеж : Научная книга, 2015.— 122 с. |

в) информационные электронно-образовательные ресурсы (официальные ресурсы интернет)*:

| № п/п | Ресурс |
|-------|--|
| 1. | Электронно-библиотечная система «Университетская библиотека online (доступ осуществляется по адресу: https://biblioclub.ru/); |
| 2. | Функциональный анализ, 4-6 / В.Г. Курбатов— Образовательный портал «Электронный университет ВГУ». — Режим доступа: https://edu.moodle.ru . |
| 3. | Электронная библиотека технического ВУЗа «Консультант студента» (доступ осуществляется по адресу: https://www.studmedlib.ru/); |
| 4. | Электронно-библиотечная система «Лань» (доступ осуществляется по адресу: https://e.lanbook.com/). |

* Вначале указываются ЭБС, с которыми имеются договора у ВГУ, затем открытые электронно-образовательные ресурсы

16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы (учебно-методические рекомендации, пособия, задачки, методические указания по выполнению практических (контрольных) работ и др.)

| № п/п | Источник |
|-------|--|
| 1 | Электронный каталог Научной библиотеки Воронежского государственного университета. – Режим доступа: http://www.lib.vsu.ru |
| 2 | Функциональный анализ 4-6 / В. Г. Курбатов. — Образовательный портал «Электронный университет ВГУ». — Режим доступа: https://edu.moodle.ru . |

17. Информационные технологии, используемые для реализации учебной дисциплины, включая программное обеспечение и информационно-справочные системы (при необходимости)

Дисциплина реализуется с применением электронного обучения и дистанционных образовательных технологий. Для организации занятий рекомендован онлайн-курс «Функциональный анализ 4-6», размещенный на платформе Электронного университета ВГУ (LMS moodle), а также Интернет-ресурсы, приведенные в п.15в.5.

18. Материально-техническое обеспечение дисциплины: Аудитории, позволяющие проводить лекционные и практические занятия, оснащенные учебной мебелью, доской меловой.

19. Оценочные средства для проведения текущей и промежуточной аттестаций

Порядок оценки освоения обучающимися учебного материала определяется содержанием следующих разделов дисциплины:

| № п/п | Наименование раздела дисциплины (модуля) | Компетенция(и) | Индикатор(ы) достижения компетенции | Оценочные средства |
|--|--|----------------|-------------------------------------|-------------------------------------|
| 1. | Раздел 1. Множества Раздел 2. Метрические пространства Раздел 3. Пределы и полнота Раздел 4. Компактность Раздел 5. Принцип сжимающих отображений Раздел 6. Мера Лебега Раздел 7. Интеграл Лебега Раздел 8. Евклидовы пространства Раздел 9. Линейные операторы Раздел 10. Линейные функционалы Раздел 11. Начала спектральной теории Раздел 12. Интегральные операторы и уравнения | ОПК-1 ОПК-3 | ОПК-1.1 ОПК-1.3 | <i>Контрольная 1, контрольная 2</i> |
| Промежуточная аттестация форма контроля – зачет и экзамен | | | | <i>Перечень вопросов см. ниже.</i> |

20 Типовые оценочные средства и методические материалы, определяющие процедуры оценивания

20.1 Текущий контроль успеваемости

Контроль успеваемости по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств:

Образцы вариантов контрольных

Образец заданий к контрольной 1

1. Сформулируйте определение замкнутого множества.
2. Сходится ли последовательность $x_n(t) = \sin nt$ в пространстве $C[a, b]$?
3. Докажите, что отображение $f(x) = (\sin x)/3 + 2$ является сжимающим.
4. Сформулируйте определение внешней меры.
5. Докажите, что функция Дирихле измерима.
6. Докажите, что из равномерной сходимости на $[a, b]$ вытекает сходимость в среднем.
7. Сформулируйте определение пренебрежимой функции.

Образец заданий к контрольной 2

1. Вычислите скалярное произведение функций \cos и \sin в пространстве $L_2[0, 2\pi]$.
2. Докажите, что в пространстве $C[a, b]$ норма не порождается никаким скалярным произведением.
3. Сформулируйте определение абстрактного ряда Фурье.
4. Докажите, что подпространство сепарабельного пространства само сепарабельно.
5. Найдите образ интегрального оператора Фредгольма в $C[0, 1]$, имеющего ядро $K(x, y) = xy$.

Требования к выполнению заданий контрольных (шкалы и критерии оценивания)

Оценка «5» (отлично) выставляется, если обучающийся показывает всесторонние и глубокие знания программного материала, знание основной и дополнительной литературы; последовательно и четко отвечает на вопросы билета и дополнительные вопросы; уверенно ориентируется в проблемных ситуациях; демонстрирует способность применять теоретические знания для анализа практических ситуаций, делать правильные выводы, проявляет творческие способности в

понимании, изложении и использовании программного материала; подтверждает полное освоение компетенций, предусмотренных программой.

Оценка «4» (хорошо) выставляется, если обучающийся показывает полное знание программного материала, основной и дополнительной литературы; дает полные ответы на теоретические вопросы, допуская некоторые неточности; правильно применяет теоретические положения к оценке практических ситуаций; демонстрирует хороший уровень освоения материала и в целом подтверждает освоение компетенций, предусмотренных программой.

Оценка «3» (удовлетворительно) выставляется, если обучающийся показывает знание основного материала в объеме, необходимом для предстоящей профессиональной деятельности; при ответе на вопросы не допускает грубых ошибок, но испытывает затруднения в последовательности их изложения; не в полной мере демонстрирует способность применять теоретические знания для анализа практических ситуаций, подтверждает освоение компетенций, предусмотренных программой на минимально допустимом уровне.

Оценка «2» (неудовлетворительно) выставляется, если обучающийся имеет существенные пробелы в знаниях основного учебного материала по разделу; не способен аргументированно и последовательно его излагать, допускает грубые ошибки в ответах, неправильно отвечает на задаваемые вопросы или затрудняется с ответом; не подтверждает освоение компетенций, предусмотренных программой.

20.2 Промежуточная аттестация

Промежуточная аттестация по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств: собеседование по билетам к зачету, собеседование по экзаменационным билетам к экзамену.

Перечень вопросов к зачету

1. Бесконечные операции с множествами.
2. Преобразы функций.
3. Отношение эквивалентности.
4. Мощность. Понятие об аксиоме выбора.
5. Определение метрического пространства.
6. Определение линейного пространства.
7. Определение нормированного пространства.
8. Шары и ограниченные множества.
9. Открытые и замкнутые множества.
10. Предел последовательности. Эквивалентные метрики и нормы.
11. Сходимость в K_n и l_p .
12. Сходимость в $C[a,b]$.
13. Пространство $C^1[a,b]$.
14. Полные метрические пространства.
15. Пополнение метрического пространства. Определение банахова пространства.
16. Предел и непрерывность функций.
17. Компактные множества.
18. Отделимость компактных множеств.
19. Компактность и замкнутость. Множество Кантора.
20. Вполне ограниченные множества.
21. Выделение сходящихся подпоследовательностей.
22. Теорема Вейерштрасса о непрерывных функциях.
23. Критерий компактности в K_n .
24. Критерий компактности в $C[a,b]$.
25. Топологические пространства.

Образец билета к зачету

1. Определение метрического пространства.
2. Определение нормы в пространстве $C[a,b]$.
3. Определение вполне ограниченного множества.
4. Доказать теорему об отделимости компактных множеств.

Описание технологии проведения зачета

Средство промежуточного контроля усвоения разделов дисциплины, организованное в виде собеседования преподавателя и обучающегося.

Требования к выполнению заданий, шкалы и критерии оценивания

Оценка «зачтено» выставляется, если обучающийся показывает знание основного материала в объеме, необходимом для предстоящей профессиональной деятельности; не в полной мере демонстрирует способность применять теоретические знания для анализа практических ситуаций; выполнил не менее 2/3 всех предложенных заданий и задач или допустил не более одной грубой ошибки и двух недочетов, не более одной грубой и одной негрубой ошибки, не более трех негрубых ошибок, одной негрубой ошибки и трех недочетов, при наличии четырех-пяти недочетов; допускает незначительные ошибки при оформлении работы; подтверждает освоение компетенций, предусмотренных программой на минимально допустимом уровне.

Оценка «незачтено» выставляется, если обучающийся имеет существенные пробелы в знаниях основного учебного материала по дисциплине; если число ошибок и недочетов в работе превысило норму для оценки «зачтено» или обучающийся выполнил правильно менее 2/3 всех заданий и задач; допускает грубые ошибки при оформлении работы; не подтверждает освоение компетенций, предусмотренных программой.

Перечень вопросов к экзамену

1. Принцип сжимающих отображений.
2. Сжимающие отображения на отрезке.
3. Локализация сжимающего отображения.
4. Строение открытых множеств на прямой.
5. Мера открытого множества на прямой.
6. Мера компактного множества на прямой.
7. Мера Лебега.
8. Измеримость и суммируемость неограниченных множеств.
9. σ -алгебры.
10. Измеримые функции.
11. Интеграл Лебега от простых функций.
12. Суммируемые функции.
13. Пренебрежимые множества и функции.
14. Пространство Лебега L^1 .
15. Пространство Лебега L^2 .
16. Пространства Лебега L^p .
17. Определение евклидова пространства.
18. Ортогональность. Свойства ортогональных систем.
19. Неравенство Бесселя и тождество Парсеваля.
20. Существование ортонормированного базиса в сепарабельном евклидовом пространстве.
21. Гильбертовы пространства.
22. Ортогональное дополнение.
23. Прямая сумма.
24. Определение линейного оператора.
25. Ядро и образ линейного оператора.
26. Непрерывные линейные операторы.
27. Норма линейного оператора.
28. Норма оператора, действующего в K^n .
29. Нормы четырех операторов в $C[a,b]$.
30. Пространство линейных операторов.
31. Обратимые линейные операторы.
32. Определение линейного функционала.
33. Непрерывные линейные функционалы.
34. Сопряженное пространство.
35. Сопряженные операторы.

Образец билета к экзамену

1. Мера компактного множества на прямой.
2. Существование ортонормированного базиса в сепарабельном евклидовом пространстве.

3. Норма линейного оператора.

Описание технологии проведения экзамена

Средство промежуточного контроля усвоения разделов дисциплины, организованное в виде собеседования преподавателя и обучающегося.

Требования к выполнению заданий, шкалы и критерии оценивания

Оценка «отлично» выставляется за глубокое знание предусмотренного программой материала, содержащегося в основных и дополнительных рекомендованных литературных источниках, за умение четко, лаконично и логически последовательно отвечать на поставленные вопросы, за умение анализировать изучаемые явления в их взаимосвязи и диалектическом развитии, применять теоретические положения при решении практических задач; обучающийся подтверждает полное освоение компетенций, предусмотренных программой.

Оценка «хорошо» выставляется за твердое знание основного (программного) материала, включая расчеты (при необходимости), за грамотные, без существенных неточностей ответы на поставленные вопросы, за умение применять теоретические положения для решения практических задач; обучающийся демонстрирует хороший уровень освоения материала и в целом подтверждает освоение компетенций, предусмотренных программой.

Оценка «удовлетворительно» выставляется за общее знание только основного материала, за ответы, содержащие неточности или слабо аргументированные, с нарушением последовательности изложения материала, за слабое применение теоретических положений при решении практических задач; обучающийся подтверждает освоение компетенций, предусмотренных программой на минимально допустимом уровне.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется за незнание значительной части программного материала, за существенные ошибки в ответах на вопросы, за неумение ориентироваться в расчетах, за незнание основных понятий дисциплины; не подтверждает освоение компетенций, предусмотренных программой.