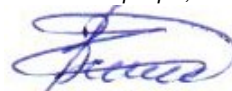


МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
(ФГБОУ ВО «ВГУ»)

УТВЕРЖДАЮ

Заведующий кафедрой  
Системного анализа и управления  
наименование кафедры, отвечающей за реализацию дисциплины



В.Г. Задорожний  
подпись, расшифровка подписи

\_\_ . \_\_ . 2021 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Б1.О.19 Дифференциальные уравнения

Код и наименование дисциплины в соответствии с учебным планом

1. Код и наименование направления подготовки/специальности: 02.03.02

Фундаментальная информатика и информационные технологии

2. Профиль подготовки/специализация: инженерия программного обеспечения

3. Квалификация выпускника: \_\_ бакалавр

4. Форма обучения: \_ очная

5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины: \_\_ кафедра системного анализа и управления

6. Составители программы: \_\_ Е.П. Белоусова, к.ф.-м.н., доцент

(ФИО, ученая степень, ученое звание)

7. Рекомендована: Научно-методическим советом факультета прикладной математики, информатики и механики (протокол № 10 от 15.06.2021

(наименование рекомендующей структуры, дата, номер протокола,

отметки о продлении вносятся вручную)

8. Учебный год: \_ 2021/2022

Семестр(ы): \_\_\_\_\_ 4

## 9. Цели и задачи учебной дисциплины

Целями освоения учебной дисциплины являются:

- сформировать у студентов современные теоретические знания в области обыкновенных дифференциальных уравнений и практические навыки в решении и исследовании основных типов обыкновенных дифференциальных уравнений, познакомить студентов с начальными навыками математического моделирования для формирования умений и навыков по использованию фундаментальных знаний, полученных в области математических и естественных наук, в профессиональной деятельности; по применению и модифицированию математические модели для решения задач в области профессиональной деятельности.

Задачи учебной дисциплины:

- обучение студентов применению на практике методов построения математических моделей в виде дифференциальных уравнений;
- освоение основных методов решения дифференциальных уравнений;
- обучение основным положениям теории: устойчивость, существование решений, качественные свойства решений;
- формирование базовых знаний и навыков решения типовых задач с учетом основных понятий и общих закономерностей по основным разделам дифференциальных уравнений, относящейся к базовым дисциплинам математики;
- формирование практических навыков выделения основных направлений модификации математической модели на основе требований к решению конкретной прикладной задачи, а также навыков оценки качества модели.

**10. Место учебной дисциплины в структуре ООП:** Дисциплина относится к базовому циклу. Для её успешного освоения требуется знание основных разделов курса математического анализа, линейной алгебры, аналитической геометрии.

**11. Планируемые результаты обучения по дисциплине/модулю (знания, умения, навыки), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями) и индикаторами их достижения:**

Код	Название компетенции	Код(ы)	Индикатор(ы)	Планируемые результаты обучения
ОПК-1	Способен использовать фундаментальные знания, полученные в области математических и естественных наук, в профессиональной деятельности	ОПК-1.1	Решает типовые задачи с учетом основных понятий и общих закономерностей, сформулированных в рамках базовых дисциплин математики, информатики и естественных наук	Знать: основные понятия и методы теории дифференциальных уравнений  Уметь: решать задачи теоретического и прикладного характера из различных разделов дифференциальных уравнений  Владеть: теоретическими и практическими навыками в теории дифференциальных уравнений, теории устойчивости.
ОПК-3	Способен разрабатывать математические модели и проводить их анализ при	ОПК-3.2	Применяет технологии математического моделирования и вычислительного эксперимента для	Знать: технологии математического моделирования.  Уметь: проводить вычислительный эксперимент.

решении задач в области профессиональной деятельности	проведения комплексного исследования научной или технической проблемы	Владеть: навыками проведения комплексного исследования научной или технической проблемы.
---	---	--

**12. Объем дисциплины в зачетных единицах/час.(в соответствии с учебным планом) —**  
 \_4\_ / \_144\_.

**Форма промежуточной аттестации(зачет/экзамен) \_\_\_\_\_ экзамен \_\_\_\_\_**

### 13. Трудоемкость по видам учебной работы

Вид учебной работы	Трудоемкость			
	Всего	По семестрам		
		4 семестра		...
Аудиторные занятия	64	64		
в том числе:	лекции	32	32	
	практические	32	32	
	лабораторные			
Самостоятельная работа	44	44		
в том числе: курсовая работа (проект)				
Форма промежуточной аттестации (экзамен – _час.)	36	36		
Итого:	144	144		

#### 13.1. Содержание дисциплины

п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины	Реализация раздела дисциплины с помощью онлайн-курса, ЭУМК *
<b>1. Лекции</b>			
1.1	Уравнения первого порядка	Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными, линейное уравнение, уравнение Бернулли, уравнение в полных дифференциалах	Дифференциальные уравнения 02.03.02
1.2	Уравнения n-го порядка	Дифференциальные уравнения произвольного порядка с переменными и постоянными коэффициентами	Дифференциальные уравнения 02.03.02
1.3	Системы уравнений	Системы дифференциальных уравнений произвольного порядка с постоянными коэффициентами (однородные и неоднородные)	Дифференциальные уравнения 02.03.02
1.4	Устойчивость	Устойчивость по Ляпунову, асимптотическая устойчивость, признаки устойчивости решений	Дифференциальные уравнения 02.03.02
1.5	Особые точки	Особые точки, типы особых точек, фазовый портрет	Дифференциальные уравнения 02.03.02
<b>2. Практические занятия</b>			
2.1	Уравнения первого порядка	Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными, линейное уравнение, уравнение	Дифференциальные уравнения

		Бернулли, уравнение в полных дифференциалах	уравнения 02.03.02
2.2	Уравнения n-го порядка	Дифференциальные уравнения произвольного порядка с переменными и постоянными коэффициентами	Дифференциальные уравнения 02.03.02
2.3	Системы уравнений	Системы дифференциальных уравнений произвольного порядка с постоянными коэффициентами (однородные и неоднородные)	Дифференциальные уравнения 02.03.02
2.4	Устойчивость	Устойчивость по Ляпунову, асимптотическая устойчивость, признаки устойчивости решений	Дифференциальные уравнения 02.03.02
2.5	Особые точки	Особые точки, типы особых точек, фазовый портрет	Дифференциальные уравнения 02.03.02

\* *заполняется, если отдельные разделы дисциплины изучаются с помощью онлайн-курса. В колонке Примечание необходимо указать название онлайн-курса или ЭУМК. В других случаях в ячейки ставятся прочерки.*

### 13.2. Темы (разделы) дисциплины и виды занятий

№ п/п	Наименование темы (раздела) дисциплины	Виды занятий (количество часов)				
		Лекции	Практические	Лабораторные	Самостоятельная работа	Всего
1.	Уравнения первого порядка	7	7		8	22
2.	Уравнения n-го порядка	6	6		9	21
3.	Системы уравнений	7	7		9	23
4.	Устойчивость	6	6		9	21
5.	Особые точки	6	6		9	21
	Итого:	32	32		44	108

### 14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Курс предполагает отведение большого числа разделов на самостоятельную работу студентов. Приведенные источники позволяют в полной мере самостоятельно изучить студентами данные разделы.

Материал по каждой теме излагается последовательно с использованием ранее введенных определений, обозначений и доказательств. Необходима постоянная самостоятельная проработка и усвоение изложенного на занятиях материала.

Желателен просмотр материала по данной учебной дисциплине с опережением лекций с использованием рекомендуемой в данной учебной программе литературы.

Приветствуются вопросы студентов по теме учебной дисциплины и смежным вопросам в ходе аудиторных занятий.

При использовании дистанционных образовательных технологий и электронного обучения выполнять все указания преподавателей по работе на LMS-платформе, своевременно подключаться к online-занятиям, соблюдать рекомендации по организации самостоятельной работы.

### 15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины (список литературы оформляется в соответствии с требованиями ГОСТ и используется общая сквозная нумерация для всех видов источников)

а) основная литература:

№ п/п	Источник
1.	<u><a href="https://e.lanbook.com/book/111893">Трухан, А. А.</a></u> Обыкновенные дифференциальные уравнения и методы их решения. Ряды. Элементы вариационного исчисления [Электронный ресурс]: учебное пособие / Трухан А. А., Огородникова Т. В. — 1-е изд. — Санкт-Петербург: Лань, 2019. — 268 с. — Книга из коллекции Лань - Математика. — ISBN 978-5-8114-3445-9. — <URL: <a href="https://e.lanbook.com/book/111893">https://e.lanbook.com/book/111893</a> >.

2.	<a href="http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&amp;pl1_id=1542">Бибиков, Ю. Н.</a> Курс обыкновенных дифференциальных уравнений [Электронный ресурс] / Бибиков Ю. Н. — 2-е изд., стереотип. — Санкт-Петербург : Лань, 2011 .— 304 с. — Книга из коллекции Лань - Математика .— ISBN 978-5-8114-1176-4 .— <URL: <a href="http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&amp;pl1_id=1542">http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&amp;pl1_id=1542</a> >.
----	---

б) дополнительная литература:

№ п/п	Источник
1.	<i>Дифференциальные уравнения : учебник и практикум для академического бакалавриата : [для студ. вузов, обуч. по естественнонауч. направлениям] : в 2 ч. / А.В. Боровских, А.И. Перов .— Москва : Юрайт, 2017- .— (Бакалавр. Академический курс) .</i>
2.	<i>Понтрягин Л.С. Обыкновенные дифференциальные уравнения/ Л.С. Понтрягин. – М.: Наука, 1982. – 275 с.</i>
3.	<i>Филиппов А.Ф. Сборник задач по дифференциальным уравнениям/ А.Ф. Филиппов. – М.: Наука, 2004. – 45 с.</i>

в) информационные электронно-образовательные ресурсы (официальные ресурсы интернет)\*:

№ п/п	Ресурс
1.	<i>Электронный каталог Научной библиотеки Воронежского государственного университета. – Режим доступа: <a href="http://www.lib.vsu.ru">http://www.lib.vsu.ru</a></i>
2.	<i>Дифференциальные уравнения ПММ 02.03.02 / Е.П. Белоусова — Образовательный портал «Электронный университет ВГУ». — Режим доступа: <a href="https://edu.moodle.ru">https://edu.moodle.ru</a>.</i>
3.	<a href="https://e.lanbook.com/book/111893">Трухан, А. А.</a> Обыкновенные дифференциальные уравнения и методы их решения. Ряды. Элементы вариационного исчисления [Электронный ресурс] : учебное пособие / Трухан А. А., Огородникова Т. В. — 1-е изд. — Санкт-Петербург : Лань, 2019 .— 268 с. — Книга из коллекции Лань - Математика .— ISBN 978-5-8114-3445-9 .— <URL: <a href="https://e.lanbook.com/book/111893">https://e.lanbook.com/book/111893</a> >.

\* Вначале указываются ЭБС, с которыми имеются договора у ВГУ, затем открытые электронно-образовательные ресурсы, онлайн-курсы, ЭУМК

**16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы** (учебно-методические рекомендации, пособия, задачки, методические указания по выполнению практических (контрольных), курсовых работ и др.)

№ п/п	Источник
1.	<i>Электронный каталог Научной библиотеки Воронежского государственного университета. – Режим доступа: <a href="http://www.lib.vsu.ru">http://www.lib.vsu.ru</a></i>
2.	<a href="https://e.lanbook.com/book/111893">Трухан, А. А.</a> Обыкновенные дифференциальные уравнения и методы их решения. Ряды. Элементы вариационного исчисления [Электронный ресурс] : учебное пособие / Трухан А. А., Огородникова Т. В. — 1-е изд. — Санкт-Петербург : Лань, 2019 .— 268 с. — Книга из коллекции Лань - Математика .— ISBN 978-5-8114-3445-9 .— <URL: <a href="https://e.lanbook.com/book/111893">https://e.lanbook.com/book/111893</a> >.
3.	<i>Дифференциальные уравнения ПММ 02.03.02 / Е.П. Белоусова — Образовательный портал «Электронный университет ВГУ». — Режим доступа: <a href="https://edu.moodle.ru">https://edu.moodle.ru</a>.</i>

**17. Образовательные технологии, используемые при реализации учебной дисциплины, включая дистанционные образовательные технологии (ДОТ), электронное обучение (ЭО), смешанное обучение):**

Дисциплина реализуется с применением электронного обучения и дистанционных образовательных технологий. Для организации занятий рекомендован онлайн-курс «Дифференциальные уравнения 02.03.02», размещенный на платформе Электронного университета ВГУ (LMS moodle), а также Интернет-ресурсы, приведенные в п.15в.

**18. Материально-техническое обеспечение дисциплины:** Освоение дисциплины производится на базе учебных аудиторий Главного корпуса ВГУ. Аудитории оснащены оборудованием, позволяющим проводить лекционные и практические занятия.

## 19. Оценочные средства для проведения текущей и промежуточной аттестаций

Порядок оценки освоения обучающимися учебного материала определяется содержанием следующих разделов дисциплины:

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Компетенция(и)	Индикатор(ы) достижения компетенции	Оценочные средства
1.	Раздел 1. Уравнения первого порядка. Раздел 2. Уравнения n-го порядка.	ОПК-1	ОПК-1.1	<i>Собеседования по темам, контрольная 1, контрольная 2</i>
2.	Раздел 3. Системы уравнений Раздел 4. Устойчивость. Раздел 5. Особые точки	ОПК-3	ОПК-3.2	<i>Собеседования по темам, контрольная 1, контрольная 2</i>
Промежуточная аттестация форма контроля - экзамен				<i>Перечень вопросов см. ниже.</i>

## 20 Типовые оценочные средства и методические материалы, определяющие процедуры оценивания

### 20.1 Текущий контроль успеваемости

Контроль успеваемости по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств:

#### Перечень практических заданий

#### Контрольно-измерительные материалы № 1

1. Показать, что ДУ  $y' = y/x$  при начальном условии  $y(0) = y_0$  имеет бесконечно много решений вида  $y = cx$ , если  $y_0 = 0$  и не имеет ни одного решения, если  $y_0 \neq 0$ .
2. Какие решения теряются при разделении переменных в уравнении  $y' = 2\sqrt{y}$ ? Найти все решения этого ДУ, изобразите интегральные кривые.
3. Являются ли линейно независимыми на  $R$  следующие системы функций: 1,  $\sin x$ ,  $\cos 2x$ .

#### Контрольно-измерительные материалы № 2

1. Привести пример матриц  $A$  и  $B$  таких, что  $e^{(A+B)t} \neq e^{At}e^{Bt}$ .
2. Что является интегральной кривой и фазовой траекторией системы ДУ двух уравнений, имеющих решение  $x_1(t) = \cos t$ ,  $x_2(t) = \sin t$ .

3. Что такое точка покоя системы  $x' = f(x)$ ? Какая фазовая траектория ей отвечает?

### Контрольная работа 1

#### Вариант 1

1. Решить уравнение

$$y = (xy' + 2y)^2.$$

2. Решить уравнение

$$(2x + y + 5)y' = 3x + 6.$$

3. Решить уравнение

$$y^2 dx - (xy + x^3)dy = 0.$$

4. Решить уравнение

$$(x \cos y + \sin 2y)y' = 1.$$

5. Решить уравнение

$$2x^3 yy' + 3x^2 y^2 + 7 = 0.$$

#### Вариант 2

1. Решить уравнение

$$ydy = (xdy + ydx)\sqrt{1 + y^2}.$$

2. Решить уравнение

$$y' = (4x + y - 3)^2.$$

3. Решить уравнение

$$y^2 dx + (xy + \operatorname{tg} xy)dy = 0.$$

4. Решить уравнение

$$(x + y)^2 y' = 1.$$

5. Решить уравнение

$$(4xy - 3)y' + y^2 = 1.$$

### Контрольная работа 2

#### Вариант 1

1. Решить уравнение
-

$$y'' + y = 2 - \frac{1}{\sin x}.$$

2. Решить уравнение

$$y'' - 6y' + 9y = \frac{2e^{3x}}{x}.$$

3. Решить начальную задачу

$$y'' + 3y' = 3e^{-3x}, \quad y(0) = y'(0) = 0.$$

4. Решить начальную задачу

$$y'' - y = x, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = -1.$$

5. Построить функцию Грина

$$x^2 y'' + 2xy' - 2y = f(x), \quad y(0) \text{ ограничено}, \quad y(1) = 0.$$

### Вариант 2

1. Решить уравнение

$$y'' - 10y' + 25y = \frac{e^{5x}}{x^2}.$$

2. Решить уравнение

$$y'' + 4y = \frac{1}{\sin 2x}.$$

3. Решить начальную задачу

$$y''' - y' = -2x, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 1, \quad y''(0) = 2.$$

4. Решить начальную задачу

$$y'' + 4y' + 4y = 3e^{-2x}, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 0.$$

5. Построить функцию Грина

$$y'' - y = f(x), \quad y(x) \text{ ограничено при } x \rightarrow \pm\infty.$$

*Описание технологии проведения:*

Средство проверки умений применять полученные знания для решения задач определенного типа по дисциплине.

---

Требования к выполнению заданий (или шкалы и критерии оценивания):

**Оценка «отлично»** выставляется, если обучающийся показывает полное знание программного материала; демонстрирует способность применять теоретические знания для анализа практических ситуаций, делать правильные выводы; выполнил все задания и задачи полностью без ошибок и недочетов; строго соблюдает требования при оформлении работы; подтверждает полное освоение компетенций, предусмотренных программой.



**Оценка «хорошо»** выставляется, если обучающийся показывает полное знание программного материала; правильно применяет теоретические положения к оценке практических ситуаций; выполнил все задания и задачи полностью, но при наличии в их решении не более одной негрубой ошибки и одного недочета, не более трех недочетов; строго соблюдает требования при оформлении работы; демонстрирует хороший уровень освоения материала и в целом подтверждает освоение компетенций, предусмотренных программой.

**Оценка «удовлетворительно»** выставляется, если обучающийся показывает знание основного материала в объеме, необходимом для предстоящей профессиональной деятельности; не в полной мере демонстрирует способность применять теоретические знания для анализа практических ситуаций; выполнил не менее 2/3 всех предложенных заданий и задач или допустил не более одной грубой ошибки и двух недочетов, не более одной грубой и одной негрубой ошибки, не более трех негрубых ошибок, одной негрубой ошибки и трех недочетов, при наличии четырех-пяти недочетов; допускает незначительные ошибки при оформлении работы; подтверждает освоение компетенций, предусмотренных программой на минимально допустимом уровне.

**Оценка «неудовлетворительно»** выставляется, если обучающийся имеет существенные пробелы в знаниях основного учебного материала по дисциплине; если число ошибок и недочетов в работе превысило норму для оценки 3 или обучающийся выполнил правильно менее 2/3 всех заданий и задач; допускает грубые ошибки при оформлении работы; не подтверждает освоение компетенций, предусмотренных программой.

## 20.2 Промежуточная аттестация

Промежуточная аттестация по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств:

### *Собеседование по экзаменационным билетам*

---

#### **Перечень вопросов к экзамену.**

2. Обыкновенное ДУ. Решение. Задача Коши. Частное и общее решения. Частный и общий интегралы.
3. Метод изоклин.
4. Составление дифференциального уравнения.
5. Теорема Коши-Липшица. Доказательство существования решения.
6. Теорема Коши-Липшица. Доказательство единственности решения.
7. Условие Липшица.
8. Уравнения в полных дифференциалах.
9. Линейное уравнение первого порядка. Формула для решения задачи Коши.
10. Уравнение Бернулли.
11. Теорема о дифференциальных неравенствах.
12. Лемма о линейных интегральных неравенствах.
13. Поле направлений, интегральные кривые, начальная задача.
14. Линейная зависимость. Матрица Вронского.

15. Теорема об интегральных неравенствах.
16. Теорема об интегральных неравенствах.
17. Лемма о линейных дифференциальных неравенствах.
18. Линейные уравнения высокого порядка с переменными коэффициентами.
19. Уравнение с разделяющимися переменными Однородные уравнения.
20. Определитель Вронского и формула Лиувилля.
21. Теорема об общем решении для линейного неоднородного уравнения высокого порядка.
22. Метод Лагранжа вариации произвольных постоянных.
23. Понижение порядка дифференциального уравнения при известных частных решениях.
24. Понижение порядка дифференциального уравнения при известных частных решениях.
25. Восстановление дифференциального уравнения по известной фундаментальной системе решений.
  26. Метод Эйлера и характеристическое уравнение для уравнения высокого порядка с постоянными коэффициентами.
27. Метод Эйлера и характеристическое уравнение для уравнения высокого порядка с постоянными коэффициентами.
28. Комплексное ДУ. Комплексное решение.
29. Формула смещения. Теорема об общем решении уравнения высокого порядка с постоянными коэффициентами в комплексном случае (случай простых корней).
30. Теорема об общем решении уравнения высокого порядка с постоянными коэффициентами в вещественном случае (случай простых корней).
31. Характеристическое уравнение. Метод Лагранжа (случай кратных корней).
32. Линейное неоднородное уравнение высокого порядка с постоянными коэффициентами (резонансный случай).
33. Квазимногочлены и их свойства.
34. Краевая задача. Примеры.
35. Линейные неоднородные уравнения высокого порядка с постоянными коэффициентами (нерезонансный случай).
36. Существования и единственность функции Грина краевой задачи.
37. Представление решения краевой задачи через функцию Грина.

#### *Описание технологии проведения*

Средство промежуточного контроля усвоения разделов дисциплины, организованное в виде собеседования преподавателя и обучающегося.

Требования к выполнению заданий, шкалы и критерии оценивания:

**Оценка «отлично»** выставляется за глубокое знание предусмотренного программой материала, содержащегося в основных и дополнительных рекомендованных литературных источниках, за

умение четко, лаконично и логически последовательно отвечать на поставленные вопросы, за умение анализировать изучаемые явления в их взаимосвязи и диалектическом развитии, применять теоретические положения при решении практических задач; обучающийся подтверждает полное освоение компетенций, предусмотренных программой.

**Оценка «хорошо»** выставляется за твердое знание основного (программного) материала, включая расчеты (при необходимости), за грамотные, без существенных неточностей ответы на поставленные вопросы, за умение применять теоретические положения для решения практических задач; обучающийся демонстрирует хороший уровень освоения материала и в целом подтверждает освоение компетенций, предусмотренных программой

**Оценка «удовлетворительно»** выставляется за общее знание только основного материала, за ответы, содержащие неточности или слабо аргументированные, с нарушением последовательности изложения материала, за слабое применение теоретических положений при решении практических задач; обучающийся подтверждает освоение компетенций, предусмотренных программой на минимально допустимом уровне

**Оценка «неудовлетворительно»** выставляется за незнание значительной части программного материала, за существенные ошибки в ответах на вопросы, за неумение ориентироваться в расчетах, за незнание основных понятий дисциплины; не подтверждает освоение компетенций, предусмотренных программой.

---