

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО «ВГУ»)

УТВЕРЖДАЮ
Заведующий кафедрой
математического моделирования



М.Ш. Бурлуцкая

26.06.2022 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Б1.В.07 Функции и векторные поля на гладких многообразиях

- 1. Код и наименование направления подготовки:** 01.03.04 Прикладная математика
- 2. Профиль подготовки:** Применение математических методов к решению инженерных и экономических задач
- 3. Квалификация выпускника:** бакалавр
- 4. Форма обучения:** Очная
- 5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины:**
Кафедра математического моделирования
- 6. Составитель программы:** Царев Сергей Львович, к.ф.-м.н.
- 7. Рекомендована:** Научно-методическим советом математического факультета, протокол № 0500-03 от 24.03.2022
- 8. Учебный год:** 2024/2025 **Семестр:** 6

9. Цели и задачи учебной дисциплины

Цель курса: освоение методов математического и алгоритмического моделирования при изучении реальных процессов и объектов, описываемых с помощью дифференциальных форм на Римановых многообразиях, с целью нахождения решений прикладных задач, заданных уравнениями соболевского типа на многообразиях.

Задачи учебной дисциплины:

- изучение дифференцируемых Римановых многообразий, дифференциальных k-форм;
- освоение интегрирования k-форм на Римановых многообразиях;
- применение дифференциальных k-форм на Римановых многообразиях к исследованию уравнений соболевского типа.

10. Место учебной дисциплины в структуре ОПОП:

Дисциплина «Функции и векторные поля на гладких многообразиях» относится к части, формируемой участниками образовательных отношений Блока 1 Дисциплины (модули).

Для успешного освоения дисциплины необходимы знания и умения, приобретенные в результате обучения по предшествующим дисциплинам: «Математический анализ», «Алгебра», «Дифференциальные уравнения». Учебная дисциплина «Функции и векторные поля на гладких многообразиях» является предшествующей для следующих дисциплин: «Задачи теории устойчивости», «Математические методы в естествознании».

11. Планируемые результаты обучения по дисциплине/модулю (знания, умения, навыки), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями) и индикаторами их достижения:

Код	Название компетенции	Код(ы)	Индикатор(ы)	Планируемые результаты обучения
ПКВ-1	ПК-1. Способен выявлять естественно-научную сущность проблем, возникающих при решении инженерных и экономических задач.	ПК-1.1	Обладает базовыми знаниями в области математических наук, программирования и информационных технологий.	Знать: основы теории гладких многообразий и теории Морса. Уметь: собирать, обрабатывать, анализировать и обобщать результаты исследований в области анализа на гладких многообразиях. Владеть навыками: научно-исследовательской деятельности в области анализа на гладких многообразиях
		ПК-1.2	Умеет собирать, обрабатывать, анализировать результаты исследований, полученных при решении инженерных и экономических задач	
		ПК-1.3	Имеет практический опыт научно-исследовательской деятельности в математике и информатике	

12. Объем дисциплины в зачетных единицах/час.— 4/144.

Форма промежуточной аттестации: зачет с оценкой.

13. Трудоемкость по видам учебной работы

Вид учебной работы	Трудоемкость		
	Всего	По семестрам	
		6 семестр	
Контактная работа	80	80	

в том числе:	лекции	32	32	
	практические	48	48	
	лабораторные			
	курсовая работа			
	контрольные работы			
Самостоятельная работа		64	64	
Промежуточная аттестация				
Итого:		144	144	

13.1. Содержание дисциплины

п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины	Реализация раздела дисциплины с помощью онлайн-курса, ЭУМК *
1. Лекции			
1.1	Подготовительные сведения из математического анализа	1. Открытые множества на числовой прямой 2. Предел и непрерывность	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=5808
1.2	Топологические пространства	1. Определение топологического пространства 2. Примеры топологических пространств	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=5808
1.3	Открытые и замкнутые множества	1. Свойства открытых и замкнутых множеств. Окрестности. 2. Внутренние и предельные точки. Внутренность, граница, замыкание множества в топологическом пространстве.	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=5808
1.4	База топологии	1. База топологии.	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=5808
1.5	Метрические пространства	1. Определение метрики. Шары. 2. Топология, порожденная метрикой. Примеры.	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=5808
1.6	Сравнение топологий	1. Сравнение топологий	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=5808
1.7	Подпространства	1. Подпространства	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=5808
1.8	Непрерывные отображения, гомеоморфизмы	1. Непрерывные отображения топологических пространств. 2. Гомеоморфизмы и гомеоморфные пространства.	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=5808
1.9	Компактность	1. Компактность	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=5808
1.10	Связность	1. Связность	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=5808
1.11	Произведение топологических пространств	1. Произведение топологических пространств	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=5808
1.12	Многообразия	1. Определение многообразия. 2. Примеры гладких многообразий	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=5808
1.13	Функции на многообразиях	1. Гладкие функции на гладких многообразиях. 2. Критические точки. 3. Невырожденные критические точки. Морсовские функции.	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=5808
1.14	Касательное пространство, касательное расслоение	1. Определение касательного вектора и касательного пространства к гладкому многообразию.	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=5808

		2. Касательное расслоение.	
1.15	Векторные поля на гладких многообразиях	1. Векторные поля на гладких многообразиях	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=5808
2. Практические занятия			
2.1	Подготовительные сведения из математического анализа	1. Открытые множества на числовой прямой 2. Предел и непрерывность	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=5808
2.2	Топологические пространства	1. Определение топологического пространства 2. Примеры топологических пространств	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=5808
2.3	Открытые и замкнутые множества	1. Свойства открытых и замкнутых множеств. Окрестности. 2. Внутренние и предельные точки. Внутренность, граница, замыкание множества в топологическом пространстве.	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=5808
2.4	База топологии	1. База топологии.	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=5808
2.5	Метрические пространства	1. Определение метрики. Шары. 2. Топология, порожденная метрикой. Примеры.	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=5808
2.6	Сравнение топологий	1. Сравнение топологий	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=5808
2.7	Подпространства	1. Подпространства	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=5808
2.8	Непрерывные отображения, гомеоморфизмы	1. Непрерывные отображения топологических пространств. 2. Гомеоморфизмы и гомеоморфные пространства.	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=5808
2.9	Компактность	1. Компактность	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=5808
2.10	Связность	1. Связность	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=5808
2.11	Произведение топологических пространств	1. Произведение топологических пространств	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=5808
2.12	Многообразия	1. Определение многообразия. 2. Примеры гладких многообразий	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=5808
2.13	Функции на многообразиях	1. Гладкие функции на гладких многообразиях. 2. Критические точки. 3. невырожденные критические точки. Морсовские функции.	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=5808
2.14	Касательное пространство, касательное расслоение	1. Определение касательного вектора и касательного пространства к гладкому многообразию. 2. Касательное расслоение.	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=5808
2.15	Векторные поля на гладких многообразиях	1. Векторные поля на гладких многообразиях	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=5808

13.2. Темы (разделы) дисциплины и виды занятий

№ п/п	Наименование темы (раздела) дисциплины	Виды занятий (количество часов)				
		Лекции	Практич.	Лаб.	Самост. работа	Всего

1	Подготовительные сведения из математического анализа	2	2		4	8
2	Топологические пространства	2	2		4	8
3	Открытые и замкнутые множества	2	2		4	8
4	База топологии	2	2		4	8
5	Метрические пространства	2	2		4	8
6	Сравнение топологий	1	2		2	5
7	Подпространства	1	2		2	5
8	Непрерывные отображения, гомеоморфизмы	2	4		4	10
9	Компактность	2	2		4	8
10	Связность	2	2		4	8
11	Произведение топологических пространств	2	2		4	8
12	Многообразия	2	4		4	10
13	Функции на многообразиях	2	4		4	10
14	Касательное пространство, касательное расслоение	2	4		4	10
15	Векторные поля на гладких многообразиях	2	4		4	10
16	Римановы многообразия и дифференциальные k-формы	2	4		4	10
17	Уравнения соболевского типа	2	4		4	10
	Итого:	32	48		64	144

14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины:

Освоение дисциплины предполагает не только обязательное посещение обучающимся аудиторных занятий (лекций и практических занятий) и активную работу на них, но и самостоятельную учебную деятельность.

Самостоятельная учебная деятельность студентов по дисциплине «Функции и векторные поля на многообразиях» предполагает выполнение следующих заданий:

1) самостоятельное изучение учебных материалов по разделам 1–15 с использованием основной и дополнительной литературы, информационно-справочных и поисковых систем;

2) подготовку к текущим аттестациям.

Все выполняемые студентами самостоятельно задания подлежат последующей проверке преподавателем для получения допуска к зачету.

В случае необходимости перехода на дистанционный режим обучения используется электронный курс «Функции и векторные поля на гладких многообразиях» на портале «Электронный университет ВГУ»: URL: <https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=5808>. Там же размещены необходимые для освоения курса материалы.

15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины

а) основная литература:

№ п/п	Источник
1	Борисович Ю. Г. Введение в топологию / Ю. Г. Борисович, Н. М. Близняков, Я. А. Израилевич, Т. Н. Фоменко. – М.: URSS; ЛЕНАНД, 2015. – 441 с.
1	Борисович Ю. Г. Введение в топологию / Ю. Г. Борисович, Н. М. Близняков, Я. А. Израилевич, Т. Н. Фоменко. – М.: URSS; ЛЕНАНД, 2015. – 441 с.

б) дополнительная литература:

№ п/п	Источник
-------	----------

2	Уорнер Ф. Основы теории гладких многообразий и групп Ли / Ф. Уорнер ; Пер. с англ. — М.: Мир, 1987. — 302 с.
3	Голубицкий М. Устойчивые отображения и их особенности / М. Голубицкий, В. Гийемин. — М.: Мир, 1977. — 290 с.
4	Волобуев И. П. Дифференциальная геометрия и алгебра Ли и их приложения в теории поля / И. П. Волобуев, Ю. А. Кубышин. — М.: Эдиториал УРСС, 1998. — 222 с.
5	Милнор, Дж. Теория Морса / Дж. Милнор; Пер. с англ. — М.: Мир, 1965. — 184 с.

в) информационные электронно-образовательные ресурсы (официальные ресурсы интернет)*

№ п/п	Источник
6	Гликлик Ю. Е. Топология и дифференциальная геометрия. — URL: https://www.math.vsu.ru/images/pdf/top4.pdf
7	Гликлик Ю. Е. Геометрия многообразий, мотивированная математической физикой. — URL: https://www.math.vsu.ru/images/pdf/gliklikh3.pdf
8	Царев С. Л. Функции и векторные поля на гладких многообразиях [Электронный ресурс]. — Воронеж : Издательский дом ВГУ, 2019 .— Загл. с титула экрана. — Свободный доступ из интрасети ВГУ. — Текстовый файл. — <URL: http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m19-154.pdf >.
9	В. А. Шарафутдинов. Основы теории Морса. — URL: http://math.nsc.ru/LBRT/d6/chair/documents/Sharafutdinov/Sharafutdinov_Riemannian_Geometry_Chapter_3.pdf

16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы:

№ п/п	Источник
1	Постон Т. Теория катастроф и её приложения / Т. Постон, И. Стюарт. — М.: Мир, 1980. — 606 с.
2	Голубицкий М. Устойчивые отображения и их особенности / М. Голубицкий, В. Гийемин. — М.: Мир, 1977. — 290 с.
3	Спивак М. Математический анализ на многообразиях / М. Спивак. — М.: Мир, 1968. — 165 с.
7	Царев С. Л. Функции и векторные поля на гладких многообразиях [Электронный ресурс]. — Воронеж : Издательский дом ВГУ, 2019 .— Загл. с титула экрана. — Свободный доступ из интрасети ВГУ. — Текстовый файл. — URL: http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m19-154.pdf >.
8	Положение об организации самостоятельной работы обучающихся в Воронежском государственном университете
9	Курс на платформе «Электронный университет ВГУ»: URL: https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=5808

17. Образовательные технологии, используемые при реализации учебной дисциплины, включая дистанционные образовательные технологии (ДОТ, электронное обучение (ЭО), смешанное обучение):

Дисциплина может реализовываться с применением дистанционных образовательных технологий, например, на платформе «Электронный университет ВГУ»: <https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=5808>. Перечень необходимого программного обеспечения: операционная система Windows или Linux, браузер Mozilla Firefox, Opera или Internet.

18. Материально-техническое обеспечение дисциплины: Учебная аудитория для проведения занятий лекционного и семинарского типа, текущего контроля и промежуточной аттестации со специализированной мебелью.

Для самостоятельной работы используется класс с компьютерной техникой, оснащенный специализированной мебелью, маркерной доской, маркерами, необходимым программным обеспечением, электронными учебными пособиями и законодательно - правовой и нормативной поисковой системой, имеющий выход в глобальную сеть.

19. Оценочные средства для проведения текущей и промежуточной аттестаций

Порядок оценки освоения обучающимися учебного материала определяется содержанием следующих разделов дисциплины:

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Компетенция(и)	Индикатор(ы) достижения компетенции	Оценочные средства
1.	Подготовительные сведения из математического анализа	ПК-1	ПК-1.1 ПКВ-1.2	Контрольные домашние задания
2.	Топологические пространства	ПК-1	ПК-1.1 ПК-1.2 ПК-1.3	Контрольные домашние задания
3	Открытые и замкнутые множества	ПК-1	ПК-1.1 ПК-1.2	Контрольные домашние задания
4	База топологии	ПК-1	ПК-1.1 ПК-1.2 ПК-1.3	Контрольные домашние задания
5	Метрические пространства	ПК-1	ПК-1.1 ПК-1.2	Контрольные домашние задания
6	Сравнение топологий	ПК-1	ПК-1.1 ПК-1.2 ПК-1.3	Контрольные домашние задания
7	Подпространства	ПК-1	ПК-1.1 ПК-1.2	Контрольные домашние задания
8	Непрерывные отображения, гомеоморфизмы	ПК-1	ПК-1.1 ПК-1.2 ПК-1.3	Контрольная работа №1
9	Компактность	ПК-1	ПК-1.1 ПК-1.2 ПК-1.3	Контрольные домашние задания
10	Связность	ПК-1	ПК-1.1 ПК-1.2 ПК-1.3	Контрольные домашние задания
11	Произведение топологических пространств	ПК-1	ПК-1.1 ПК-1.2 ПК-1.3	Контрольные домашние задания
12	Многообразия	ПК-1	ПК-1.1 ПК-1.2 ПК-1.3	Контрольные домашние задания
13	Функции на многообразиях	ПК-1	ПК-1.1 ПК-1.2 ПК-1.3	Контрольные домашние задания
14	Касательное пространство, касательное расслоение	ПК-1	ПК-1.1 ПК-1.2 ПК-1.3	Контрольные домашние задания

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Компетенция(и)	Индикатор(ы) достижения компетенции	Оценочные средства
15	Векторные поля на гладких многообразиях	ПК-1	ПК-1.1 ПК-1.2 ПК-1.3	Контрольная работа №2
Промежуточная аттестация Форма контроля – зачет с оценкой				Перечень вопросов к зачету

20. Типовые оценочные средства и методические материалы, определяющие процедуры оценивания

20.1. Текущий контроль успеваемости

Контроль успеваемости по дисциплине осуществляется с помощью приведенных ниже контрольных домашних заданий и двух контрольных работ.

Контрольное домашнее задание к теме 1

Выполнить упражнения к разделу 1 из пособия: Царев С. Л. Функции и векторные поля на гладких многообразиях [Электронный ресурс]. — Воронеж : Издательский дом ВГУ, 2019 .— Загл. с титула экрана. — Свободный доступ из интрасети ВГУ. — Текстовый файл. — <URL:<http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m19-154.pdf>>.

Контрольное домашнее задание к теме 2

Выполнить упражнения к разделу 2 из пособия: Царев С. Л. Функции и векторные поля на гладких многообразиях [Электронный ресурс]. — Воронеж : Издательский дом ВГУ, 2019 .— Загл. с титула экрана. — Свободный доступ из интрасети ВГУ. — Текстовый файл. — <URL:<http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m19-154.pdf>>.

Контрольное домашнее задание к теме 3

Выполнить упражнения к разделу 3 из пособия: Царев С. Л. Функции и векторные поля на гладких многообразиях [Электронный ресурс]. — Воронеж : Издательский дом ВГУ, 2019 .— Загл. с титула экрана. — Свободный доступ из интрасети ВГУ. — Текстовый файл. — <URL:<http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m19-154.pdf>>.

Контрольное домашнее задание к теме 4

Выполнить упражнения к разделу 4 из пособия: Царев С. Л. Функции и векторные поля на гладких многообразиях [Электронный ресурс]. — Воронеж : Издательский дом ВГУ, 2019 .— Загл. с титула экрана. — Свободный доступ из интрасети ВГУ. — Текстовый файл. — <URL:<http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m19-154.pdf>>.

Контрольное домашнее задание к теме 5

Выполнить упражнения к разделу 5 из пособия: Царев С. Л. Функции и векторные поля на гладких многообразиях [Электронный ресурс]. — Воронеж : Издательский дом ВГУ, 2019 .— Загл. с титула экрана. — Свободный доступ из интрасети ВГУ. — Текстовый файл. — <URL:<http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m19-154.pdf>>.

Контрольное домашнее задание к теме 6

Выполнить упражнения к разделу 6 из пособия: Царев С. Л. Функции и векторные поля на гладких многообразиях [Электронный ресурс]. — Воронеж : Издательский дом ВГУ, 2019 .— Загл. с титула экрана. — Свободный доступ из интрасети ВГУ. — Текстовый файл. — <URL:<http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m19-154.pdf>>.

Контрольное домашнее задание к теме 7

Выполнить упражнения к разделу 7 из пособия: Царев С. Л. Функции и векторные поля на гладких многообразиях [Электронный ресурс]. — Воронеж : Издательский дом ВГУ, 2019 .— Загл.

с титула экрана. — Свободный доступ из интрасети ВГУ. — Текстовый файл. — <URL:<http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m19-154.pdf>>.

Контрольное домашнее задание к теме 8

Выполнить упражнения к разделу 8 из пособия: Царев С. Л. Функции и векторные поля на гладких многообразиях [Электронный ресурс]. — Воронеж : Издательский дом ВГУ, 2019. — Загл. с титула экрана. — Свободный доступ из интрасети ВГУ. — Текстовый файл. — <URL:<http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m19-154.pdf>>.

Контрольное домашнее задание к теме 9

Выполнить упражнения к разделу 9 из пособия: Царев С. Л. Функции и векторные поля на гладких многообразиях [Электронный ресурс]. — Воронеж : Издательский дом ВГУ, 2019. — Загл. с титула экрана. — Свободный доступ из интрасети ВГУ. — Текстовый файл. — <URL:<http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m19-154.pdf>>.

Контрольное домашнее задание к теме 10

Выполнить упражнения к разделу 10 из пособия: Царев С. Л. Функции и векторные поля на гладких многообразиях [Электронный ресурс]. — Воронеж : Издательский дом ВГУ, 2019. — Загл. с титула экрана. — Свободный доступ из интрасети ВГУ. — Текстовый файл. — <URL:<http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m19-154.pdf>>.

Контрольное домашнее задание к теме 11

Выполнить упражнения к разделу 11 из пособия: Царев С. Л. Функции и векторные поля на гладких многообразиях [Электронный ресурс]. — Воронеж : Издательский дом ВГУ, 2019. — Загл. с титула экрана. — Свободный доступ из интрасети ВГУ. — Текстовый файл. — <URL:<http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m19-154.pdf>>.

Контрольное домашнее задание к теме 12

Выполнить упражнения к разделу 12 из пособия: Царев С. Л. Функции и векторные поля на гладких многообразиях [Электронный ресурс]. — Воронеж : Издательский дом ВГУ, 2019. — Загл. с титула экрана. — Свободный доступ из интрасети ВГУ. — Текстовый файл. — <URL:<http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m19-154.pdf>>.

Контрольное домашнее задание к теме 13

Выполнить упражнения к разделу 13 из пособия: Царев С. Л. Функции и векторные поля на гладких многообразиях [Электронный ресурс]. — Воронеж : Издательский дом ВГУ, 2019. — Загл. с титула экрана. — Свободный доступ из интрасети ВГУ. — Текстовый файл. — <URL:<http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m19-154.pdf>>.

Контрольное домашнее задание к теме 14

Выполнить упражнения к разделу 14 из пособия: Царев С. Л. Функции и векторные поля на гладких многообразиях [Электронный ресурс]. — Воронеж : Издательский дом ВГУ, 2019. — Загл. с титула экрана. — Свободный доступ из интрасети ВГУ. — Текстовый файл. — <URL:<http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m19-154.pdf>>.

Контрольное домашнее задание к теме 15

Выполнить упражнения к разделу 15 из пособия: Царев С. Л. Функции и векторные поля на гладких многообразиях [Электронный ресурс]. — Воронеж : Издательский дом ВГУ, 2019. — Загл. с титула экрана. — Свободный доступ из интрасети ВГУ. — Текстовый файл. — <URL:<http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m19-154.pdf>>.

Текущий контроль представляет собой проверку усвоения учебного материала теоретического и практического характера, регулярно осуществляемую на занятиях.

Цель текущего контроля — определение уровня сформированности профессиональных компетенций, знаний и навыков деятельности в области знаний, излагаемых в курсе.

Задачи текущего контроля: провести оценивание

1. уровня освоения теоретических и практических понятий, научных основ профессиональной деятельности;

2. степени готовности обучающегося применять теоретические и практические знания и профессионально значимую информацию, сформированности когнитивных умений.

3. приобретенных умений, профессионально значимых для профессиональной деятельности.

Задания контрольных работ

Контрольные работы №1

1. Постройте на каком-нибудь множестве две топологии, чтобы в одной было конечное число открытых множеств, во второй — бесконечное, но вторая не была бы сильнее первой.
2. Докажите, что стандартная топология числовой прямой индуцирует на каждом конечном подмножестве дискретную топологию.
3. Опишите все непрерывные отображения $(X, \tau_d) \rightarrow (Y, \tau_y)$, где τ_d — дискретная топология, τ_y — какая угодно топология.
4. Покажите, что композиция двух гомеоморфизмов — гомеоморфизм.

Контрольные работы №2

1. Докажите, что конечное множество компактно в любой топологии.
2. Докажите, что интервал на числовой прямой со стандартной топологией — связное множество, а объединение двух непересекающихся интервалов — несвязное.
3. Придумайте пример, когда объединение двух несвязных множеств связно.
4. Докажите, что связность — топологическое свойство.

Критерии оценки выполнения контрольных работ:

Оценка «отлично» ставится, если обучающийся продемонстрировал знание необходимого для выполнения контрольной работы теоретического материала, показал владение практическими навыками и умение решать конкретную задачу в соответствии с поставленной целью.

Оценка «хорошо» ставится, если обучающийся продемонстрировал знание необходимого для выполнения контрольной работы теоретического материала, показал владение практическими навыками и умение решать конкретную задачу в соответствии с поставленной целью, но при этом были допущены незначительные неточности теоретического или практического плана.

Оценка «удовлетворительно» ставится, если студент допустил существенную ошибку, связанную с незнанием теории или отсутствием необходимых умений и навыков для выполнения конкретной практической работы или допустил вычислительные ошибки в задачах обработки данных, но при этом правильно ответил на дополнительные вопросы, связанных с близкой тематикой.

Оценка «неудовлетворительно» ставится, если обучающийся допустил несколько существенных ошибок, связанных с незнанием теории или отсутствием необходимых умений и навыков для выполнения конкретной практической работы или допустил вычислительные ошибки в задачах обработки.

20.2. Промежуточная аттестация

Промежуточная аттестация по дисциплине осуществляется в форме собеседования по вопросам с использованием ниже приведенных оценочных средств (перечень вопросов к зачету). В билет включаются теоретический вопрос и одно из упражнений из перечня домашних контрольных заданий.

Перечень вопросов к зачету:

№№ п/п	Темы к текущей аттестации (зачету с оценкой)
-----------	--

1.	Топологические пространства.
2.	Карта, Атлас. Определение гладкого многообразия.
3.	Примеры гладких многообразий: евклидовы пространства и открытые области в них, многомерные сферы, торы.
4.	Гладкие отображения гладких многообразий. Иммерсии, субмерсии, вложения.
5.	Теоремы о неявном и обратном отображениях. Диффеоморфизмы.
6.	Подмногообразия. Теорема Уитни.
7.	Матричные многообразия.
8.	Касательное пространство и касательное расслоение.
9.	Определение векторного поля на многообразии.
10.	Тензорные поля
11.	Дифференциальные формы
12.	Производная Ли
13.	Лемма Морса.
14.	Лемма о расщеплении особенности.
15.	Гладкие функции на компактных многообразиях. Морсовские функции.

Для оценивания результатов обучения на зачете используются следующие **показатели**:

- 1) знание теоретических основ;
- 2) умение решать задачи
- 3) умение работать с алгоритмами методов и информационными ресурсами.

Для оценивания результатов зачета используется **шкала**: «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

Соотношение показателей, критериев и шкалы оценивания результатов обучения показаны в следующей таблице:

Критерии оценивания компетенций	Уровень сформированности компетенций	Шкала оценок
Полное соответствие ответа обучающегося всем перечисленным показателям по каждому из вопросов контрольно-измерительного материала. Продемонстрировано знание основных результатов анализа на многообразиях; умение применять методы и результаты анализа на многообразиях; владение основными понятиями и методами анализа на многообразиях.	Повышенный	«Отлично»
В ответе на основные вопросы контрольно-измерительного материала содержатся отдельные пробелы в знании основ анализа на многообразиях; недостаточно продемонстрированы умения применять методы и результаты анализа на многообразиях; неполное владение основными понятиями и методами анализа на многообразиях.	Достаточный	«Хорошо»
В ответе на основные вопросы контрольно-измерительного материала содержатся частичные знания основ анализа на многообразиях; допускаются существенные ошибки при демонстрации умений применять методы и результаты анализа на многообразиях; обнаружено слабое владение	Пороговый	«Удовлетворительно»

основными понятиями и методами анализа на многообразиях.		
В ответе на основные вопросы контрольно-измерительного материала содержатся отрывочные либо ничтожные знания основ анализа на многообразиях; допускаются грубые ошибки при демонстрации умений применять методы и результаты анализа на многообразиях; отсутствует либо имеет случайный характер владение основными понятиями и методами анализа на многообразиях.	—	«Неудовлетворительно»