

МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
(ФГБОУ ВО «ВГУ»)

**УТВЕРЖДАЮ**  
и.о. заведующего кафедрой  
ERP-систем и бизнес-процессов  
С.Л. Кенин  
25.04.2022



**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**  
**Б1.О.20 Теория вероятностей и математическая статистика**

**1. Код и наименование направления подготовки/специальности:**

10.05.01 Компьютерная безопасность

**2. Профиль подготовки/специализация:**

Анализ безопасности компьютерных систем

Математические методы защиты информации

Математические методы защиты информации (УВЦ)

**3. Квалификация (степень) выпускника:** Специалист

**4. Форма обучения:** очная

**5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины:**

ERP-систем и бизнес-процессов

**6. Составители программы:**

Голованов Дмитрий Юрьевич, старший преподаватель кафедры ERP-систем и бизнес-процессов

**7. Рекомендована:**

научно-методическим советом факультета ПММ 15.04.2022 г., протокол № 8

**8. Учебный год:** 2023/2024, 2024/2025

**Семестр(ы):** 4, 5

## 9. Цели и задачи учебной дисциплины

Целью изучения дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика» является овладение математическим аппаратом, используемым для описания массовых случайных явлений, и методами обработки статистических данных, необходимыми для построения вероятностных моделей; приобретение навыков решения задач математической статистики как аналитически, так и с помощью вычислительной техники.

**10. Место учебной дисциплины в структуре ООП:** Дисциплина относится к обязательной части блока Б1 дисциплин учебного плана.

**11. Планируемые результаты обучения по дисциплине/модулю (знания, умения, навыки), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями выпускников):**

| Код   | Название компетенции   | Код(ы)   | Индикаторы(ы)  | Планируемые результаты обучения   |
|-------|--|----------|--|---|
| ОПК-3 | Способен на основании совокупности математических методов разрабатывать, обосновывать и реализовывать процедуры решения задач профессиональной деятельности; | ОПК-3.49 | знает основные понятия теории вероятностей, числовые и функциональные характеристики распределений случайных величин и их основные свойства; | Знание аппарата теории вероятностей, математической статистики, теории принятия статистических решений;<br>Умение применять первичную статистическую обработки выборки, находить точечные и интервальные оценки параметров распределений, использовать критерии проверки статистических гипотез, определять наличие корреляционных связей между случайными величинами и строить функции регрессии. Владение математическим аппаратом, используемым для описания массовых случайных явлений. |
|       |  | ОПК-3.50 | знает классические предельные теоремы теории вероятностей;   |   |
|       |  | ОПК-3.51 | знает основные понятия теории случайных процессов;   |   |
|       |  | ОПК-3.52 | знает постановку задач и основные понятия математической статистики;   |   |
|       |  | ОПК-3.53 | знает стандартные методы получения точечных и интервальных оценок параметров вероятностных распределений;                                    |   |
|       |  | ОПК-3.54 | знает стандартные методы проверки статистических гипотез;  |   |
|       |  | ОПК-3.55 | умеет обосновывать классические положения и стандартные методы теории вероятностей и случайных процессов;                                    |   |
|       |  | ОПК-3.56 | умеет обосновывать классические положения и стандартные методы математической статистики;  |   |
|       |  | ОПК-3.57 | умеет разрабатывать и использовать вероятностные и статистические модели при решении типовых прикладных задач.                               |   |

**12. Объем дисциплины в зачетных единицах/час. – 9/324.**

**Форма промежуточной аттестации - экзамен.**

### 13. Виды учебной работы

| Вид учебной работы             | Трудоёмкость (часы) |   |              |      |  |
|--------------------------------|---------------------|---|--------------|------|--|
|                                | Всего               | В том числе<br>в<br>интерактив<br>ной форме | По семестрам |      |  |
|                                |                     |   | 4            | 5    |  |
| Аудиторные занятия             | 148                 |   | 64           | 84   |  |
| в том числе: лекции            | 66                  |   | 32           | 34   |  |
| Практические                   | 48                  |   | 32           | 16   |  |
| Лабораторные                   | 34                  |   | 0            | 34   |  |
| Самостоятельная работа         | 104                 |   | 80           | 24   |  |
| Форма промежуточной аттестации | 0/72                |   | 0/36         | 0/36 |  |
| Итого:                         | 324                 |   | 180          | 144  |  |

#### 13.1. Содержание дисциплины

| № п/п            | Наименование раздела дисциплины                         | Содержание раздела дисциплины  | Реализация раздела дисциплины с помощью онлайн-курса, ЭУМК |
|------------------|---|--|--|
| <b>1. Лекции</b> |   |  |  |
| 1                | Случайные события                                       | Предмет и задачи курса. Случайные события: определение, классификация, действия над событиями. Примеры   | Теория вероятностей и математическая статистика (10.05.01) |
| 2                | Вероятность   | Понятие вероятности. Аксиомы Колмогорова. Свойства вероятности. Классическое, геометрическое и статистическое определения вероятности. Примеры                       |  |
| 3                | Условная вероятность                                    | Условная вероятность: определение и свойства Независимость событий. Свойства независимых событий. Примеры.   |  |
| 4                | Вероятность сложных событий                             | Теоремы сложения и умножения вероятностей. Формула полной вероятности. Формула Байеса. Примеры.  |  |
| 5                | Схема испытаний Бернулли                                | Независимость испытаний. Схема Бернулли. Предельные теоремы. Примеры.  |  |
| 6                | Случайные величины                                      | Случайные величины: определение, классификация, формы законов распределения и их свойства. Примеры. Числовые характеристики случайных величин и их свойства. Примеры |  |
| 7                | Случайные векторы                                       | Векторные случайные величины: определение, законы распределения, числовые характеристики. Функция регрессии. Независимость случайных величин. Примеры                |  |
| 8                | Функции случайных величин                               | Функции случайных величин. Числовые характеристики функции случайных величин. Примеры. Закон распределения функции случайных величин. Примеры                        |  |
| 9                | Распределения, используемые в математической статистике | Распределения Стьюдента, Фишера, Хи-квадрат-Пирсона, их числовые характеристики и асимптотические свойства   |  |
| 10               | Основы выборочного метода                               | Выборка. Функция распределения выборки. Выборочные моменты. Гистограмма. Распределения выборочных моментов нормальной генеральной совокупности и их функций.         |  |
| 11               | Точечные оценки   | Свойства точечных оценок. Критерии состоятельности, эффективности оценок. Функция правдоподобия. Граница Рао-  |  |

|                                |   |  |  |
|--------------------------------|---|--|--|
|                                |   | Крамера. Примеры. Достаточные статистики. Методы нахождения точечных оценок. Примеры. Свойства оценок максимального правдоподобия.   |  |
| 12                             | Интервальные оценки   | Доверительные интервалы для параметров нормального распределения. Примеры  |  |
| 13                             | Проверка статистических гипотез   | Проверка простых параметрических гипотез. Проверка гипотез о параметрах нормального распределения. Проверка сложных параметрических гипотез. Проверка гипотез о равенстве параметров нормальных генеральных совокупностей.   |  |
| 14                             | Критерии согласия и однородности  | Проверка гипотез о законе распределения. Критерий согласия Хи-квадрат Пирсона. Критерий согласия Колмогорова. Критерий однородности Колмогорова-Смирнова.  |  |
| 15                             | Методы анализа статистических зависимостей                                    | Метод наименьших квадратов. Применение метода наименьших квадратов для определения функциональной зависимости по экспериментальным данным. Примеры. Оценка коэффициента корреляции. Проверка гипотезы об отсутствии корреляционной связи. Функция регрессии. Статистический прогноз. |  |
| <b>2. Практические занятия</b> |   |  |  |
| 2.1                            | Алгебра событий. Комбинаторика  | Свойства алгебры событий. Сочетания, размещения перестановки.  | Теория вероятностей и математическая статистика (10.05.01) |
| 2.2                            | Классическое и геометрическое определения вероятности.                        | Подсчёт вероятностей.  |  |
| 2.3                            | Формулы полной вероятности и Байеса   | Подсчёт вероятностей.  |  |
| 2.4                            | Последовательность независимых испытаний.                                     | Формула Бернулли.  |  |
| 2.5                            | Предельные теоремы Муавра-Лапласа   | Решение задач.   |  |
| 2.6                            | Функция и плотность распределения вероятностей.                               | Расчёт функций и плотностей.   |  |
| 2.7                            | Законы распределения вероятностей и числовые характеристики случайных величин | Биномиальный, Пуассона, Нормальный, Равномерный, показательный законы распределения вероятностей. Математическое ожидание, дисперсия, начальные и центральные моменты.   |  |
| 2.8                            | Многомерные случайные величины  | Характеристики многомерных случайных величин.  |  |
| 2.9                            | Расчёт выборочных характеристик   | Выборка, вариационный ряд, репрезентативная выборка, выборочные средняя и дисперсия, гистограмма.  |  |
| 2.10                           | Точечная оценка параметров.   | Свойства оценок: несмещённость, состоятельность, эффективность.  |  |
| 2.11                           | Интервальные оценки.  | Точность оценки и доверительная вероятность  |  |
| 2.12                           | Проверка статистических гипотез   | Критерии согласия  |  |
| <b>3. Лабораторные работы</b>  |   |  |  |
| 3.1                            | Лабораторная работа №1<br>Тема: Расчёт выборочных характеристик               | <i>Теоретические сведения</i><br>Генеральная совокупность, выборка, вариационный ряд, выборочная средняя, выборочная дисперсия, эмпирическая функция распределения вероятностей, гистограмма.<br><i>Практическая часть</i><br>С помощью стандартных функций, содержащихся в          |  |

|     |   |  |  |
|-----|---|--|--|
|     |   | Mathcad, рассчитать выборочные вероятностные характеристики.<br>Составить отчёт о проделанной работе и защитить  |  |
| 3.2 | Лабораторная работа №2<br>Тема: Точечная оценка параметров распределения. | <i>Теоретические сведения</i><br>Определение, свойства и методы точечной оценки параметров известных вероятностных распределений<br><i>Практическая часть</i><br>1. Расчёт оценок параметров.<br>2. Оценка параметров по функции правдоподобия.<br>3. Расчёт плотности распределения вероятностей и функции распределения.<br>4. Оценка плотности распределения вероятностей.<br>5. Построение графиков.<br>6. Составление отчёта о проделанной работе и защита его. |  |
| 3.3 | Лабораторная работа №3<br>Тема: Доверительный интервал.                   | <i>Теоретические сведения</i><br>Определение и свойства доверительного интервала.<br><i>Практическая часть</i><br>1. Рассчитать границы доверительных интервалов.<br>2. Рассчитать границы плотностей и функций распределения.<br>3. Построить графики.<br>4. Составить отчёт о проделанной работе и защитить его.   |  |
| 3.4 | Лабораторная работа №4<br>Тема: Критерии согласия.                        | <i>Теоретические сведения</i><br>Решение задачи статистической проверки гипотезы о виде функции распределения вероятностей.<br><i>Практическая часть</i><br>1. Рассчитать значение статистики для критерия Хи-квадрат Пирсона.<br>2. Использовать критерий Колмогорова.<br>3. Сравнить значения полученных статистик.<br>4. Составить отчёт о проделанной работе и защитить его.   |  |
| 3.5 | Лабораторная работа №5<br>Тема: Корреляционный и регрессионный анализ.    | <i>Теоретические сведения</i><br>Методы оценки коэффициента корреляции и проверка его значимости. Построение линейной функции регрессии.<br><i>Практическая часть</i><br>1. Рассчитать значение оценки коэффициента корреляции Пирсона.<br>2. Найти оценки параметров функции регрессии.<br>3. Построить графики.<br>4. Рассчитать доверительный интервал.<br>5. Составить отчёт о проделанной работе и защитить его.  |  |

### 13.2. Темы (разделы) дисциплины и виды занятий

| № п/п  | Наименование раздела дисциплины   | Виды занятий (часов) |        |           |        |                        |       |
|--------|---|----------------------|--------|-----------|--------|------------------------|-------|
|        |   | Лекции               | Практ. | Лаб. раб. | Контр. | Самостоятельная работа | Всего |
| 1      | Алгебра событий. Комбинаторика  | 2                    | 2      | 0         | 2      | 4                      | 10    |
| 2      | Четыре определения вероятности.   | 4                    | 4      | 0         | 4      | 4                      | 16    |
| 3      | Формулы полной вероятности и Байеса   | 4                    | 4      | 0         | 4      | 4                      | 16    |
| 4      | Последовательность независимых испытаний.                                     | 4                    | 4      | 0         | 4      | 4                      | 16    |
| 5      | Предельные теоремы Муавра-Лапласа   | 2                    | 2      | 0         | 2      | 4                      | 10    |
| 6      | Функция и плотность распределения вероятностей.                               | 6                    | 6      | 0         | 8      | 4                      | 24    |
| 7      | Законы распределения вероятностей и числовые характеристики случайных величин | 6                    | 6      | 0         | 8      | 4                      | 24    |
| 8      | Многомерные случайные величины  | 4                    | 6      | 0         | 4      | 4                      | 18    |
| 9      | Распределения, используемые в математической статистике                       | 4                    | 2      | 2         | 2      | 4                      | 14    |
| 10     | Основы выборочного метода   | 4                    | 2      | 2         | 4      | 4                      | 16    |
| 11     | Точечные оценки   | 6                    | 2      | 8         | 8      | 18                     | 36    |
| 12     | Интервальные оценки   | 6                    | 2      | 6         | 6      | 14                     | 24    |
| 13     | Проверка статистических гипотез   | 6                    | 2      | 6         | 6      | 14                     | 24    |
| 14     | Критерии согласия и однородности  | 4                    | 2      | 6         | 6      | 14                     | 22    |
| 15     | Методы анализа статистических зависимостей.                                   | 4                    | 2      | 4         | 4      | 14                     | 18    |
| Итого: |   | 66                   | 48     | 34        | 72     | 104                    | 324   |

### 14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Изучение теоретического материала, представленного в лекциях, основной и дополнительной литературе, повторение теоретического материала, изложенного в лекциях. Изучение теоретического материала по тематике контрольных работ, подготовка и защита отчётов по лабораторным работам, подготовка к экзаменам.

При использовании дистанционных образовательных технологий и электронного обучения выполнять все указания преподавателей по работе на LMS-платформе, своевременно подключаться к online-занятиям, соблюдать рекомендации по организации самостоятельной работы.

### 15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины

## а) основная литература:

| № п/п | Источник  |
|-------|---|
| 1.    | Кибзун, А. И. Теория вероятностей и математическая статистика. Базовый курс с примерами и задачами : учебное пособие / А. И. Кибзун, Е. Р. Горяинова, А. В. Наумов. — 2-е изд., перераб. и доп. — Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2005. — 224 с. — ISBN 5-9221-0231-1. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <a href="https://e.lanbook.com/book/2198">https://e.lanbook.com/book/2198</a> (дата обращения: 10.02.2021). — Режим доступа: для авториз. пользователей. |
| 2.    | Туганбаев, А. А. Теория вероятностей и математическая статистика : учебное пособие / А. А. Туганбаев, В. Г. Крупин. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 320 с. — ISBN 978-5-8114-1079-8. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <a href="https://e.lanbook.com/book/210536">https://e.lanbook.com/book/210536</a> (дата обращения: 10.02.2021). — Режим доступа: для авториз. пользователей.   |

## б) дополнительная литература:

| № п/п | Источник   |
|-------|--|
| 3.    | Кибзун, А. И. Теория вероятностей и математическая статистика. Базовый курс с примерами и задачами : справочник / А. И. Кибзун, Е. Р. Горяинова, А. В. Наумов. — 3-е изд. — Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2007. — 232 с. — ISBN 978-5-9221-0836-2. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <a href="https://e.lanbook.com/book/59479">https://e.lanbook.com/book/59479</a> (дата обращения: 17.05.2022). — Режим доступа: для авториз. пользователей.  |
| 4.    | Двойцова, И. Н. Элементы теории вероятностей и математической статистики. Сборник задач для обучающихся : учебное пособие / И. Н. Двойцова. — Санкт-Петербург : СПбУ ГПС МЧС России, 2021. — 136 с. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <a href="https://e.lanbook.com/book/201848">https://e.lanbook.com/book/201848</a> (дата обращения: 10.02.2021). — Режим доступа: для авториз. пользователей.   |
| 5.    | Задачи государственного экзамена по курсу "Теория вероятностей и математическая статистика" [Электронный ресурс] : практикум для вузов : [для студ. 3-5 к. днев. отд-ния и студ. 6 к. вечер. отд-ния фак. ПММ специальности 010501 - Прикладная математика и информатика] / Воронеж. гос. ун-т; сост.: Б. Н. Воронков, Т. А. Радченко. — Электрон. текстовые дан. — Воронеж : ИПЦ ВГУ, 2011. — Загл. с титул. экрана — Свободный доступ из интрасети ВГУ. — Текстовый файл. — Windows 2000; Adobe Acrobat Reader. — <URL: <a href="http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m11-144.pdf">http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m11-144.pdf</a> >. |

## в) информационные электронно-образовательные ресурсы:

| № п/п | Источник  |
|-------|---|
| 6.    | Электронно-библиотечная система «Лань» - Режим доступа: <a href="https://e.lanbook.com">https://e.lanbook.com</a>   |
| 7.    | Электронный каталог Научной библиотеки Воронежского государственного университета. — Режим доступа: <a href="http://www.lib.vsu.ru">http://www.lib.vsu.ru</a> .   |
| 8.    | Теория вероятностей и математическая статистика (10.05.01)/Д.Ю. Голованов. — Образовательный портал «Электронный университет ВГУ». — Режим доступа: <a href="https://edu.vsu.ru">https://edu.vsu.ru</a> . |

**16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы**

В качестве формы организации самостоятельной работы применяются методические указания для самостоятельного освоения и приобретения навыков работы со специализированным программным обеспечением. Самостоятельная работа студентов: изучение теоретического материала; подготовка к лекциям, работа с учебно-методической литературой, подготовка отчётов по лабораторным работам.

Для обеспечения самостоятельной работы студентов в электронном курсе дисциплины на образовательном портале «Электронный университет ВГУ» сформирован учебно-методический комплекс, который включает в себя: программу курса, учебные пособия и справочные материалы, методические указания по выполнению проекта. Студенты получают доступ к данным материалам на первом занятии по дисциплине.

## **17. Образовательные технологии, используемые при реализации учебной дисциплины, включая дистанционные образовательные технологии (ДОТ), электронное обучение (ЭО), смешанное обучение):**

При реализации дисциплины используются следующие образовательные технологии: логическое построение дисциплины, обозначение теоретического и практического компонентов в учебном материале. Применяются разные типы лекций (вводная, обзорная, информационная, проблемная). Дисциплина реализуется с применением информационно-коммуникационных технологий.

Дисциплина реализуется с применением электронного обучения и дистанционных образовательных технологий, для организации самостоятельной работы обучающихся используется онлайн-курс, размещенный на платформе Электронного университета ВГУ (LMS moodle), а также другие Интернет-ресурсы, приведенные в п.15в.

## **18. Материально-техническое обеспечение дисциплины:**

Учебная аудитория для лекций и практических занятий: специализированная мебель, компьютер преподавателя, мультимедийный проектор, экран.

Учебная аудитория для лабораторных занятий: специализированная мебель, персональные компьютеры, мультимедийный проектор, экран.

Аудитория для самостоятельной работы: учебная мебель, компьютер с возможностью подключения к сети «Интернет» и электронной платформе Электронного университета ВГУ.

Программное обеспечение: ОС Windows v.7, 8, 10, набор утилит (архиваторы, файл-менеджеры), LibreOffice v.5-7, Foxit PDF Reader.

Список аудиторий ФКН:

394018, г. Воронеж, площадь Университетская, д. 1, корпус 1а, ауд. 479

Учебная аудитория: специализированная мебель, компьютер преподавателя i5-8400-2,8ГГц, монитор с ЖК 19", мультимедийный проектор, экран

394018, г. Воронеж, площадь Университетская, д. 1, корпус 1б, ауд. 505п

Учебная аудитория: специализированная мебель, компьютер преподавателя i5-3220-3.3ГГц, монитор с ЖК 17", мультимедийный проектор, экран

394018, г. Воронеж, площадь Университетская, д. 1, корпус 1а, аудитория 292

Учебная аудитория: специализированная мебель, компьютер преподавателя Pentium-G3420-3,2ГГц, монитор с ЖК 17", мультимедийный проектор, экран. Система для видеоконференций Logitech ConferenceCam Group и ноутбук 15.6" FHD Lenovo V155-15API

394018, г. Воронеж, площадь Университетская, д. 1, корпус 1а, ауд. 380

Учебная аудитория: специализированная мебель, компьютер преподавателя i3-3240-3,4ГГц, монитор с ЖК 17", мультимедийный проектор, экран

394018, г. Воронеж, площадь Университетская, д. 1, корпус 1б, аудитория 291

Учебная аудитория: специализированная мебель, персональные компьютеры на базе i3-3220-3,3ГГц, мониторы ЖК 19" (16 шт.), мультимедийный проектор, экран.

394018, г. Воронеж, площадь Университетская, д. 1, корпус 1б, аудитория 293

Учебная аудитория: специализированная мебель, персональные компьютеры на базе Core i7-11700K-3.6 ГГц, мониторы ЖК 24" (16 шт.), мультимедийный проектор, экран. Лабораторное оборудование компьютерной графики видеоадаптеры GeForce RTX 3070.

394018, г. Воронеж, площадь Университетская, д. 1, корпус 1а, аудитория 297  
 Учебная аудитория: специализированная мебель, ноутбуки HP EliteBook на базе Intel Core i5-8250U-3.4 ГГц, мониторы ЖК 24" (16 шт.), мультимедийный проектор, экран.

394018, г. Воронеж, площадь Университетская, д. 1, корпус 1а, аудитория 382  
 Учебная аудитория: специализированная мебель, персональные компьютеры на базе i5-9600KF-3,7ГГц, мониторы ЖК 24" (16 шт.), ТВ панель-флипчарт.

394018, г. Воронеж, площадь Университетская, д. 1, корпус 1а, аудитория 385  
 Учебная аудитория: специализированная мебель, персональные компьютеры на базе i3-2120-3,3ГГц, мониторы ЖК 19" (16 шт.), мультимедийный проектор, экран.

394018, г. Воронеж, площадь Университетская, д. 1, корпус 1а, аудитория 387  
 Учебная аудитория: специализированная мебель, компьютер преподавателя Core2Duo-E7600-3ГГц, монитор с ЖК 22", мультимедийный проектор, экран.

394018, г. Воронеж, площадь Университетская, д. 1, корпус 1б, аудитория 314п  
 Учебная аудитория: специализированная мебель, персональные компьютеры на базе i3-7100-3,6ГГц, мониторы ЖК 19" (16 шт.), мультимедийный проектор, экран.

394018, г. Воронеж, площадь Университетская, д. 1, корпус 1б, аудитория 316п  
 Учебная аудитория: специализированная мебель, персональные компьютеры на базе i3-9100-3,6ГГц, мониторы ЖК 19" (30 шт.), мультимедийный проектор, экран.

## 19. Оценочные средства для проведения текущей и промежуточной аттестаций

**Порядок оценки освоения обучающимися учебного материала определяется содержанием следующих разделов дисциплины:**

| № п/п  | Наименования раздела дисциплины                         | Компетенция(и)       | Индикатор(ы) достижения компетенции                                       | Оценочные средства                  |
|--|---|----------------------|---|-------------------------------------|
| 1  | Случайные события                                       | ОПК-3                | ОПК-3.49;<br>ОПК-3.50;<br>ОПК-3.51;<br>ОПК-3.52;<br>ОПК-3.53,<br>ОПК-3.54 | Устный опрос.<br>Контрольная работа |
| 2  | Вероятность   |                      |   |                                     |
| 3  | Условная вероятность                                    |                      |   |                                     |
| 4  | Вероятность сложных событий                             |                      | ОПК-3.55;<br>ОПК-3.56;<br>ОПК-3.57  | Контрольная работа                  |
| 5  | Схема испытаний Бернулли                                |                      |   |                                     |
| 6  | Случайные величины                                      |                      |   | Лабораторные работы.                |
| 7  | Случайные векторы                                       |                      |   |                                     |
| 8  | Функции случайных величин                               |                      |   |                                     |
| 9  | Распределения, используемые в математической статистике |                      |   |                                     |
| 10   | Основы выборочного метода                               |                      |   |                                     |
| 11   | Точечные оценки   |                      |   |                                     |
| 12   | Интервальные оценки                                     |                      |   |                                     |
| 13   | Проверка статистических гипотез                         |                      |   |                                     |
| 14   | Критерии согласия и однородности                        |                      |   |                                     |
| 15   | Методы анализа статистических зависимостей              |                      |   |                                     |
| 15   | Случайные события                                       | Лабораторные работы. |   |                                     |
| Промежуточная аттестация, форма контроля - экзамен |   |                      |   | Перечень вопросов                   |

## 20 Типовые оценочные средства и методические материалы, определяющие процедуры оценивания

## 20.1 Текущий контроль успеваемости

Контроль успеваемости по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств:

- устный опрос,
- контрольная работа,
- лабораторные работы.

### Перечень вопросов для устного опроса

1. Классическое, статистическое, геометрическое определения вероятности.
2. Аксиомы ТВ. Следствия из аксиом. Вероятностное пространство. Аксиоматическое определение вероятности.
3. Функция распределения и её свойства.
4. Плотность распределения вероятностей непрерывной случайной величины. Её свойства.
5. Математическое ожидание. Основные свойства.
6. Дисперсия. Основные свойства.
7. Математическое ожидание нормального и пуассоновского распределений.
8. Математическое ожидание равномерного и биномиального распределений.
9. Формулы полной вероятности и Байеса.
10. Основные законы распределений теории вероятностей (биномиальный, пуассоновский, равномерный, нормальный, показательный).
11. Дисперсия нормального и пуассоновского распределений.
12. Дисперсия равномерного и биномиального распределений.
13. Начальные и центральные моменты случайных величин.
14. Зависимые и независимые случайные величины. Коэффициент корреляции.
15. Математическое ожидание произведения случайных величин.
16. Дисперсия произведения случайных величин.
17. Теорема Пуассона.
18. Локальная и интегральная предельные теоремы.
19. Теорема Бернулли.
20. Закон больших чисел. Неравенство Чебышёва.
21. Закон больших чисел. Теорема Чебышёва.
22. Центральная предельная теорема.
23. Определение и свойства характеристических функций.
24. Характеристические функции основных распределений.
25. Числовые характеристики системы двух случайных величин. Ковариация, коэффициент корреляции.
26. Функции случайных величин. Закон распределения функции одной случайной величины.
- 27.
28. Распределения  $\chi^2$ , Стьюдента, Фишера.
29. Задачи математической статистики. Типы выборок. Способы отбора.
30. Генеральная и выборочная совокупности. Повторная, бесповторная, репрезентативная выборки.
31. Статистическое распределение выборки. Эмпирическая функция распределения. Теорема Гливенко.
32. Гистограмма и полигон частот. Ядерные оценки.
33. Классификация оценок. Несмещённые, состоятельные, эффективные оценки. Метод моментов.
34. Генеральная средняя, выборочная средняя. Их свойства. Оценка  $\overline{X}_Г$  и  $\overline{X}_В$ . Устойчивость выборочных средних.
35. Генеральная дисперсия, выборочная дисперсия. Оценка  $D_Г$  по исправленной

выборочной.

36. Оценка параметров с помощью доверительных интервалов. Построение доверительного интервала для математического ожидания нормально распределённой случайной величины при известном среднеквадратичном отклонении.
37. Построение доверительного интервала для математического ожидания нормально распределённой случайной величины при неизвестном среднеквадратичном отклонении.
38. Метод наибольшего правдоподобия.
39. Проверка статистических гипотез. Критерий согласия  $\chi^2$  - Пирсона.
40. Критерий А.Н. Колмогорова.
41. Оценка параметров. Неравенство Крамера – Рао.
42. Метод наименьших квадратов.
43. Оценка вероятности (биномиальное распределение) по относительной частоте.
44. Статистики  $\overline{X}_B$ ,  $S^2$ ,  $\chi^2$ , дисперсионное отношение.

### Пример варианта контрольной работы

#### Вариант № 1

1. Из генеральной совокупности извлечена выборка объёма  $n$ :

|       |      |    |      |    |      |    |      |
|-------|------|----|------|----|------|----|------|
| $x_i$ | 10,5 | 11 | 11,5 | 12 | 12,5 | 13 | 13,5 |
| $n_i$ | 2    | 18 | 40   | 25 | 6    | 5  | 4    |

Найти выборочную среднюю  $\overline{X}_e$ , выборочную дисперсию, выборочное среднее квадратическое отклонение  $S$ , исправленную выборочную дисперсию, коэффициент вариации  $V = \frac{S}{\overline{X}_e}$ , выборочные моду и медиану. Найти эмпирическую функцию

распределения, построить её график.

2. Найти минимальный объем выборки из нормально-распределённой генеральной совокупности, при котором с надёжностью, не меньшей 0,9 и 0,99, погрешность выборочной средней, найденной по этой выборке, будет меньше 0,3, если известна дисперсия, равная 4.

3. Методом максимального правдоподобия и методом моментов найти оценку параметра  $\lambda$  распределения Пуассона. Доказать её несмещённость и эффективность.

4. Используя критерий Пирсона, при уровнях значимости  $\alpha_1 = 0,05$  и  $\alpha_2 = 0,01$  проверить, согласуется ли гипотеза о нормальном распределении генеральной совокупности  $\xi$  по результатам выборки:

|       |     |     |     |     |     |     |     |     |     |     |
|-------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| $x_i$ | 0,3 | 0,5 | 0,7 | 0,9 | 1,1 | 1,3 | 1,5 | 1,7 | 1,9 | 2,1 |
| $n_i$ | 7   | 9   | 28  | 27  | 30  | 24  | 21  | 23  | 22  | 9   |

5. Что такое эмпирическая функция распределения? Как она соотносится с теоретической функцией распределения вероятностей?

6. В чем состоит выборочный метод оценивания?

7. Что такое доверительный интервал, доверительная вероятность и точность оценки?

### 20.2 Промежуточная аттестация

Промежуточная аттестация проводится в соответствии с Положением о промежуточной аттестации обучающихся по программам высшего образования.

Промежуточная аттестация по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств: теоретические вопросы.

### Перечень вопросов к экзамену

45. Классическое, статистическое, геометрическое определения вероятности.
46. Аксиомы ТВ. Следствия из аксиом. Вероятностное пространство. Аксиоматическое определение вероятности.
47. Функция распределения и её свойства.
48. Плотность распределения вероятностей непрерывной случайной величины. Её свойства.
49. Математическое ожидание. Основные свойства.
50. Дисперсия. Основные свойства.
51. Математическое ожидание нормального и пуассоновского распределений.
52. Математическое ожидание равномерного и биномиального распределений.
53. Формулы полной вероятности и Байеса.
54. Основные законы распределений теории вероятностей (биномиальный, пуассоновский, равномерный, нормальный, показательный).
55. Дисперсия нормального и пуассоновского распределений.
56. Дисперсия равномерного и биномиального распределений.
57. Начальные и центральные моменты случайных величин.
58. Зависимые и независимые случайные величины. Коэффициент корреляции.
59. Математическое ожидание произведения случайных величин.
60. Дисперсия произведения случайных величин.
61. Теорема Пуассона.
62. Локальная и интегральная предельные теоремы.
63. Теорема Бернулли.
64. Закон больших чисел. Неравенство Чебышёва.
65. Закон больших чисел. Теорема Чебышёва.
66. Центральная предельная теорема.
67. Определение и свойства характеристических функций.
68. Характеристические функции основных распределений.
69. Числовые характеристики системы двух случайных величин. Ковариация, коэффициент корреляции.
70. Функции случайных величин. Закон распределения функции одной случайной величины.
- 71.
72. Распределения  $\chi^2$ , Стьюдента, Фишера.
73. Задачи математической статистики. Типы выборок. Способы отбора.
74. Генеральная и выборочная совокупности. Повторная, бесповторная, репрезентативная выборки.
75. Статистическое распределение выборки. Эмпирическая функция распределения. Теорема Гливенко.
76. Гистограмма и полигон частот. Ядерные оценки.
77. Классификация оценок. Несмещённые, состоятельные, эффективные оценки. Метод моментов.
78. Генеральная средняя, выборочная средняя. Их свойства. Оценка  $\overline{X}_Г$  и  $\overline{X}_В$ . Устойчивость выборочных средних.
79. Генеральная дисперсия, выборочная дисперсия. Оценка  $D_Г$  по исправленной выборочной.
80. Оценка параметров с помощью доверительных интервалов. Построение доверительного интервала для математического ожидания нормально распределённой

случайной величины при известном среднеквадратичном отклонении.

81. Построение доверительного интервала для математического ожидания нормально распределённой случайной величины при неизвестном среднеквадратичном отклонении.
82. Метод наибольшего правдоподобия.
83. Проверка статистических гипотез. Критерий согласия  $\chi^2$  - Пирсона.
84. Критерий А.Н. Колмогорова.
85. Оценка параметров. Неравенство Крамера – Рао.
86. Метод наименьших квадратов.
87. Оценка вероятности (биномиальное распределение) по относительной частоте.
88. Статистики  $\overline{X}_B$ ,  $S^2$ ,  $\chi^2$ , дисперсионное отношение.

### Требования к выполнению заданий, шкалы и критерии оценивания

Для оценивания результатов обучения на зачете используется шкала «зачтено, не зачтено»

Соотношение показателей, критериев и шкалы оценивания результатов обучения представлены в таблице ниже.

| Компетенция | Показатель сформированности компетенции  | Шкала и критерии оценивания уровня освоения компетенции |  |                                  |  |
|-------------|--|---|--|----------------------------------|--|
|             |  | 5   | 4  | 3                                | 2  |
| ОПК-3       | Знает:<br>– методы теории вероятностей, математической статистики, теории принятия статистических решений.   | Сформированные знания                                   | Сформированные знания, но содержащие отдельные пробелы | Неполные знания                  | Фрагментарные знания или их отсутствие     |
|             | Умеет:<br>– применять первичную статистическую обработку выборки, находить точечные и интервальные оценки параметров распределений, использовать критерии проверки статистических гипотез, определять наличие корреляционных связей между случайными величинами и строить функции регрессии. | Сформированные умения                                   | Успешные умения, но содержащие отдельные пробелы       | Успешные, но не системные умения | Фрагментарные умения или отсутствие умений |
|             | Владеет:<br>– математическим аппаратом, используемым для описания массовых случайных явлений.  | Сформированные навыки                                   | Успешные навыки, но содержащие отдельные пробелы       | Успешные, но не системные навыки | Фрагментарные навыки или их отсутствие     |