

МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
(ФГБОУ ВО «ВГУ»)

**УТВЕРЖДАЮ**

Заведующий кафедрой  
математического моделирования



М.Ш. Бурлуцкая

26.06.2022 г.

## **РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

### **Б1.О.30 Численные методы**

**1. Код и наименование специальности:**

01.05.01 Фундаментальные математика и механика

**2. Специализация:** Современные методы теории функций в математике и механике

**3. Квалификация выпускника:** Математик. Механик. Преподаватель.

**4. Форма обучения:** Очная

**5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины:**

Кафедра математического моделирования

**6. Составитель программы:** Костин Дмитрий Владимирович, д.ф.-м.н.

**7. Рекомендована:** Научно-методическим советом математического факультета,  
протокол № 0500-03 от 24.03.2022

**8. Учебный год:** 2025/2026

**Семестры:** 7, 8

## 9. Цели и задачи учебной дисциплины:

*Целями освоения учебной дисциплины являются:*

- формирование у студентов теоретических знаний по основам применения численных методов для решения задач математики и механики;
- формирование практических навыков по решению стандартных вычислительных задач и проведения вычислительного эксперимента, как важнейшего этапа исследования математических моделей.

*Задачи учебной дисциплины:*

- изучить современные методы численного решения типовых математических задач, выяснить область их применения и ограничения в использовании;
- овладеть современными средствами вычислительной техники для решения вычислительных задач и проведения вычислительного эксперимента.

## 10. Место учебной дисциплины в структуре ООП: учебная дисциплина «Численные методы» относится обязательной части Блока 1. Дисциплины (модули).

Для успешного освоения дисциплины необходимы знания и умения, приобретенные в результате обучения по предшествующим дисциплинам: «Математический анализ», «Функциональный анализ», «Дифференциальные уравнения», «Уравнения с частными производными».

## 11. Планируемые результаты обучения по дисциплине (знания, умения, навыки), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями выпускников):

Код	Название компетенции	Коды	Индикаторы	Планируемые результаты обучения
ОПК-2	Способен создавать, анализировать и реализовывать новые математические модели в современном естествознании, технике, экономике и управлении	ОПК-2.1	Владеет основами планирования экспериментов с математическими моделями, знает численные и численно-аналитические методы построения решений	Знать: численные методы решения скалярных уравнений и систем линейных уравнений, методы среднеквадратичного приближения и интерполяции функций, методы численного интегрирования и дифференцирования, численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений и уравнений в частных производных;  Уметь: правильно выбирать численный метод, опираясь на анализ характера поставленной задачи и знание свойств соответствующих численных методов, анализировать точность (погрешность) полученного численного решения;  Владеть: навыками и методами численного решения стандартных задач прикладной математики. Основными методиками построения расчетных формул, анализа сходимости и точности методов.
		ОПК-2.2	Умеет выбирать методы моделирования и анализировать моделируемую систему	
		ОПК-2.3	Имеет практический опыт разработки математических моделей и их численной реализации	
ОПК-3	Способен понимать принципы работы современных информационных	ОПК-3.1	Осуществляет поиск, сбор, хранение, обработку, представление информации при решении задач	Знать: теоретические и методические принципы построения прикладных программных средств для решения стандартных задач численного моделирования задач прикладной математики;

	ных технологий и использовать их для решения задач профессиональной деятельности		профессиональной деятельности	Уметь: конструировать собственные и использовать существующие прикладные программные средства для решения стандартных задач численного моделирования;  Владеть: технологиями применения вычислительных методов для решения конкретных задач из различных областей математики и ее приложений, инструментальной базой для реализации численных методов на ЭВМ.
		ОПК-3.2	Подбирает и использует информационные технологии при решении задач профессиональной деятельности	
ОПК-5	Способен разрабатывать алгоритмы и компьютерные программы, пригодные для практического применения	ОПК-5.1	Использует основные принципы алгоритмизации задач в рамках профессиональной деятельности и разработки компьютерных программ	Знать: принципы построения алгоритмов, реализующих базовые численные методы решения задач;  Уметь: разрабатывать алгоритмы для решения стандартных задач численного моделирования;
		ОПК-5.2	Проводит тестирование и отладку компьютерных программ с целью апробации разработанных моделей и алгоритмов	Владеть: навыками написания программного кода для решения конкретных задач численными методами, отладки и тестирования подготовленных программы для разных исходных данных задачи.

**12 Объем дисциплины в зачетных единицах/часах — 7 / 252.**

**Форма промежуточной аттестации – экзамен.**

**13. Виды учебной работы:**

Вид учебной работы	Трудоемкость (часы)		
	Всего	По семестрам	
		7 семестр	8 семестр
Аудиторные занятия	136	68	68
в том числе:			
лекции	68	34	34
практические	0	0	0
лабораторные	68	34	34
Самостоятельная работа	80	40	40
Форма промежуточной аттестации			<b>36</b>
<b>Итого:</b>	<b>252</b>	<b>108</b>	<b>144</b>

**13.1. Содержание дисциплины**

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины	Реализация раздела дисциплины с помощью онлайн-курса, ЭУМК *
<b>1. Лекции</b>			
1.1	Источники и классификация	1. Математическая обработка экспериментальных данных. Метод наименьших квадратов.	<a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php">https://edu.vsu.ru/course/view.php</a>

	погрешностей	2. Сплайн функции. 3. Модели общей механики сплошных сред. Теория деформации. 4. Модели Чебышева.	hp?id=5794
1.2	Численные методы решения нелинейных уравнений	1. Метод деления отрезка пополам, метод простой итерации и метод Ньютона. 2. Оценка погрешности.	<a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=5794">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=5794</a>
1.3	Интерполяция алгебраическими многочленами	1. Постановка задачи интерполяции. Интерполяционный многочлен Лагранжа. Разделенные разности. Интерполяционные многочлены Ньютона. 2. Многочлены Чебышева. Оптимальный выбор узлов интерполяции. 3. Сходимость интерполяционного процесса. 4. Интерполяция сплайнами. Кубические сплайны.	<a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=5794">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=5794</a>
1.4	Численное интегрирование	1. Квадратурная формула. Общее интерполяционная квадратура и ее погрешность. 2. Квадратурные формулы Ньютона-Котеса. 3. Сходимость квадратурного процесса. 4. Сходимость квадратурного процесса, порожденного квадратурными формулами Гаусса. 5. Способы повышения точности квадратурной формулы. Правила Рунге.	<a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=5794">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=5794</a>
1.5	Численное дифференцирование	1. Некорректность формулы численного дифференцирования. 2. Сходящиеся формулы численного дифференцирования. Способы построения сходящихся формул численного дифференцирования.	<a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=5794">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=5794</a>
1.6	Численные методы линейной алгебры	1. Методы решения линейных систем. Модифицированный метод Гаусса. 2. Метод прогонки решения линейных систем с трех диагональной матрицей. Устойчивость метода. 3. Метод простой итерации. Достаточные условия сходимости и необходимые и достаточные условия сходимости. Метод наискорейшего градиентного спуска. Метод Якоби и Зейделя. 4. Число обусловленности матрицы. Оценка погрешности решения.	<a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=5794">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=5794</a>
1.7	Численные методы решения проблемы собственных значений	1. Проблемы собственных значений. 2. Методы Крылова и Данилевского. 3. Метод вращения для симметричных матриц.	<a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=5794">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=5794</a>
1.8	Численные методы решения задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений	1. Метод Тейлора решения задачи Коши для дифференциального уравнения первого порядка. 2. Метод ломаных Эйлера. 3. Методы Рунге-Кутты. Оценка погрешности. 4. Интерполяционный метод Адамса. 5. Экстраполяционный метод Адамса. 6. Устойчивость и сходимость методов полиномиальной аппроксимации.	<a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=5794">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=5794</a>
1.9	Численные методы решения краевых задач для ОДУ	1. Понятие о конечно-разностных методах решения краевых задач для ОДУ. 2. Аппроксимация. Устойчивость. Сходимость.	<a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=5794">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=5794</a>
1.10	Метод сеток решения краевых задач для уравнений с частными производными	1. Общая схема метода сеток решения краевых задач для дифференциальных уравнений математической физики. 2. Сходимость разностной схемы. 3. Аппроксимация на решении. 4. Устойчивость. Теорема Филиппова. 5. Метод конечных элементов.	<a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=5794">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=5794</a>

		6. Разностные схемы для уравнения теплопроводности с одной пространственной переменной; явные и неявные схемы. 7. Разностная схема для уравнений Пуассона в прямоугольнике, ее корректность. 8. Методы решения сеточной задачи Дирихле для уравнений Пуассона.	
1.11	Наилучшее равномерное приближение функции	1. Наилучшее равномерное приближение функции на отрезке. 2. Единственность многочлена наилучшего приближения в $C$ . 3. Способы построения приближения близкого к наилучшему. 4. Ортогональные многочлены. 5. Процесс ортогонализации Шмидта. 6. Рекуррентные формулы для ортогональных многочленов.	<a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=5794">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=5794</a>
<b>2. Лабораторные занятия</b>			
2.1	Источники и классификация погрешностей	1. Математическая обработка экспериментальных данных. Метод наименьших квадратов. 2. Сплайн функции. 3. Модели общей механики сплошных сред. Теория деформации. 4. Модели Чебышева.	<a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=5794">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=5794</a>
2.2	Численные методы решения нелинейных уравнений	1. Метод деления отрезка пополам, метод простой итерации и метод Ньютона. 2. Оценка погрешности.	<a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=5794">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=5794</a>
2.3	Интерполяция алгебраическими многочленами	1. Постановка задачи интерполяции. Интерполяционный многочлен Лагранжа. Разделенные разности. Интерполяционные многочлены Ньютона. 2. Многочлены Чебышева. Оптимальный выбор узлов интерполяции. 3. Сходимость интерполяционного процесса. 4. Интерполяция сплайнами. Кубические сплайны.	<a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=5794">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=5794</a>
2.4	Численное интегрирование	1. Квадратурная формула. Общее интерполяционная квадратура и ее погрешность. 2. Квадратурные формулы Ньютона-Котеса. 3. Сходимость квадратурного процесса. 4. Сходимость квадратурного процесса, порожденного квадратурными формулами Гаусса. 5. Способы повышения точности квадратурной формулы. Правила Рунге.	<a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=5794">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=5794</a>
2.5	Численное дифференцирование	1. Некорректность формулы численного дифференцирования. 2. Сходящиеся формулы численного дифференцирования. Способы построения сходящихся формул численного дифференцирования.	<a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=5794">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=5794</a>
2.6	Численные методы линейной алгебры	1. Методы решения линейных систем. Модифицированный метод Гаусса. 2. Метод прогонки решения линейных систем с трех диагональной матрицей. Устойчивость метода. 3. Метод простой итерации. Достаточные условия сходимости и необходимые и достаточные условия сходимости. Метод наискорейшего градиентного спуска. Метод Якоби и Зейделя. 4. Число обусловленности матрицы. Оценка погрешности решения.	<a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=5794">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=5794</a>
2.7	Численные методы решения проблемы собственных	1. Проблемы собственных значений. 2. Методы Крылова и Данилевского. 3. Метод вращения для симметричных матриц.	<a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=5794">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=5794</a>

	значений		
2.8	Численные методы решения задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений	1. Метод Тейлора решения задачи Коши для дифференциального уравнения первого порядка. 2. Метод ломаных Эйлера. 3. Методы Рунге-Кутты. Оценка погрешности. 4. Интерполяционный метод Адамса. 5. Экстраполяционный метод Адамса. 6. Устойчивость и сходимость методов полиномиальной аппроксимации.	<a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=5794">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=5794</a>
2.9	Численные методы решения краевых задач для ОДУ	1. Понятие о конечно-разностных методах решения краевых задач для ОДУ. 2. Аппроксимация. Устойчивость. Сходимость.	<a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=5794">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=5794</a>
2.10	Метод сеток решения краевых задач для уравнений с частными производными	1. Общая схема метода сеток решения краевых задач для дифференциальных уравнений математической физики. 2. Сходимость разностной схемы. 3. Аппроксимация на решении. 4. Устойчивость. Теорема Филиппова. 5. Метод конечных элементов. 6. Разностные схемы для уравнения теплопроводности с одной пространственной переменной; явные и неявные схемы. 7. Разностная схема для уравнений Пуассона в прямоугольнике, ее корректность. 8. Методы решения сеточной задачи Дирихле для уравнений Пуассона.	<a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=5794">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=5794</a>
2.11	Наилучшее равномерное приближение функции	1. Наилучшее равномерное приближение функции на отрезке. 2. Единственность многочлена наилучшего приближения в $C$ . 3. Способы построения приближения близкого к наилучшему. 4. Ортогональные многочлены. 5. Процесс ортогонализации Шмидта. 6. Рекуррентные формулы для ортогональных многочленов.	<a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=5794">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=5794</a>

### 13.2 Темы (разделы) дисциплины и виды занятий:

№ п/п	Наименование темы (раздела) дисциплины	Виды занятий (часов)				Всего
		Лекции	Практические	Лабораторные	Самостоятельная работа	
1	Источники и классификация погрешностей	6	-	6	7	19
2	Численные методы решения нелинейных уравнений	6	-	6	7	19
3	Интерполяция алгебраическими многочленами	6	-	6	7	19
4	Численное интегрирование	6	-	6	7	19
5	Численное дифференцирование	6	-	6	7	19
6	Численные методы линейной алгебры	6	-	6	7	19
7	Численные методы решения проблемы собственных значений	6	-	6	7	19
8	Численные методы решения задачи Коши для	6	-	6	7	19

	обыкновенных дифференциальных уравнений					
9	Численные методы решения краевых задач для ОДУ	6	-	6	8	20
10	Метод сеток решения краевых задач для уравнений с частными производными	7	-	7	8	22
11	Наилучшее равномерное приближение функции	7	-	7	8	22
	<b>Итого:</b>	<b>68</b>	<b>-</b>	<b>68</b>	<b>80</b>	<b>216</b>

#### 14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Освоение дисциплины предполагает не только обязательное посещение обучающимся аудиторных занятий (лабораторных занятий) и активную работу на них, но и самостоятельную учебную деятельность, на которую отводится 80 часов.

Самостоятельная учебная деятельность студентов по дисциплине «Численные методы» предполагает выполнение следующих заданий:

1) самостоятельное изучение учебных материалов по разделам 1-11 с использованием основной и дополнительной литературы, информационно-справочных и поисковых систем;

2) подготовку к текущим аттестациям: выполнение лабораторных заданий по поиску необходимых для работы в аудитории материалов в Интернете.

Особое внимание обучающихся направляется на освоение практических методов численного дифференцирования, интегрирования, решения алгебраических, дифференциальных и интегральных уравнений. Качественное выполнение лабораторных работ подразумевает полноценное изучение и максимальное задействование всех предоставленных обучающимся информационно-коммуникационных ресурсов. Приоритетной является работа с общедоступными современными пакетами программ.

Все выполняемые студентами самостоятельно задания подлежат последующей проверке преподавателем для получения допуска к экзамену.

В случае необходимости перехода на дистанционный режим обучения используется электронный курс «Численные методы» (URL: <https://edu.vsu.ru/enrol/index.php?id=5794>) на портале «Электронный университет ВГУ».

#### 15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины

##### а) основная литература:

№ п/п	Источник
1	Бахвалов Н.С. Численные методы: учеб. пособие / Н.С. Бахвалов, Н.П. Жидков, Г.М. Кобельков; МГУ им. М.В. Ломоносова – 6-е изд. – М.: Бинум, Лаборатория знаний 2008. – 637 с. (все предыдущие издания).
2	Демидович Б.П. Основы вычислительной математики: учеб. пособие/ Б.П. Демидович, И.А. Морон, – 6-е изд. – СПб.: Лань, 2007. – 664 с (все предыдущие издания).

##### б) дополнительная литература:

№ п/п	Источник
3	Бахвалов Н.С. Численные методы в задачах и упражнениях: учеб. пособие / Н.С. Бахвалов, А.В. Лапин, Е.В. Чижонков; под ред. В.А. Садовничева. – М.: Высшая

	школа, 2000. – 190 с.
4	Арушанян О.Б. Численные решения интегральных уравнений методом квадратур / О.Б. Арушанян. – НИИВЦ МГУ. - Интернет ресурс: <a href="http://num-anal.srcc/msu.ru/meth_mat/prac_qdf/page_24/htm">http://num-anal.srcc/msu.ru/meth_mat/prac_qdf/page_24/htm</a> .
5	Арушанян О.Б. Решение задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений / О.Б. Арушанян, С.Ф. Запеткин. – НИИВЦ МГУ. - Интернет ресурс: <a href="http://num-anal.srcc/msu.ru/meth_mat/prac_qdf/page_27/htm">http://num-anal.srcc/msu.ru/meth_mat/prac_qdf/page_27/htm</a> .
6	Численные методы решения систем линейных алгебраических уравнений [Электронный ресурс] : учебно-методическое пособие / Д.В. Костин, М.Н. Небольсина. — Электрон. текстовые дан. — Воронеж : Издательский дом ВГУ, 2018. Свободный доступ из интрасети ВГУ .- <URL: <a href="http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m18-65.pdf">http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m18-65.pdf</a> >.
7	Численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений [Электронный ресурс] : учебно-методическое пособие / Д.В. Костин, М.Н. Небольсина. — Электрон. текстовые дан. — Воронеж : Издательский дом ВГУ, 2018. — Свободный доступ из интрасети ВГУ .- <URL: <a href="http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m18-66.pdf">http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m18-66.pdf</a> >.

в) информационные электронно-образовательные ресурсы (официальные ресурсы интернет)\*:

№ п/п	Ресурс
8	<a href="https://math.vsu.ru/wp/?page_id=937">https://math.vsu.ru/wp/?page_id=937</a> — раздел на сайте математического факультета, на котором размещены методические издания.
9	Научная Зональная библиотека Воронежского государственного университета : Электронный каталог : <a href="https://www.lib.vsu.ru/">https://www.lib.vsu.ru/</a> .
10	ЭБС «Университетская библиотека онлайн»: образовательный ресурс: <URL: <a href="http://www.biblioclub.ru">http://www.biblioclub.ru</a> > .
11	Электронный курс <a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=5794">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=5794</a> .

## 16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы (учебно-методические рекомендации, пособия, задачки, методические указания по выполнению практических (контрольных), курсовых работ и др.)

№ п/п	Источник
1	Арушанян О.Б. Решение задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений / О.Б. Арушанян, С.Ф. Запеткин. – НИИВЦ МГУ- Интернет ресурс: <a href="http://num-anal.srcc/msu.ru/meth_mat/prac_qdf/page_27/htm">http://num-anal.srcc/msu.ru/meth_mat/prac_qdf/page_27/htm</a> .
2	Арушанян О.Б. Численные решения интегральных уравнений методом квадратур / О.Б. Арушанян. – НИИВЦ МГУ- Интернет ресурс: <a href="http://num-anal.srcc/msu.ru/meth_mat/prac_qdf/page_24/htm">http://num-anal.srcc/msu.ru/meth_mat/prac_qdf/page_24/htm</a> .
3	Бахвалов Н.С. Численные методы в задачах и упражнениях: учеб. пособие / Н.С. Бахвалов, А.В. Лапин, Е.В. Чижонков; под вед. В.А. Садовничева. – М.: Высшая школа, 2000. – 190 с.
4	Бахвалов Н.С. Численные методы: учеб. пособие / Н.С. Бахвалов, Н.П. Жидков, Г.М. Кобельков; МГУ им. М.В. Ломоносова – 6-е изд. – М.: Бином, Лаборатория знаний 2008. – 637 с. (все предыдущие издания).
5	Демидович Б.П. Основы вычислительной математики: учеб. пособие/ Б.П. Демидович, И.А. Морон, – 6-е изд.- СПб.: Лань, 2007. – 664 с (все предыдущие издания).
6	Соболева О. Н. Введение в численные методы : учебное пособие / О. Н. Соболева. – Новосибирск : Новосибирский государственный технический университет, 2011. – 64 с. – Режим доступа: по подписке. – URL: <a href="https://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=229144">https://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=229144</a> (дата обращения: 09.10.2021).
7	Численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений [Электронный ресурс] : учебно-методическое пособие / Д.В. Костин, М.Н. Небольсина. — Электрон. текстовые дан. — Воронеж : Издательский дом ВГУ, 2018. — Свободный доступ из интрасети ВГУ .- <URL: <a href="http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m18-66.pdf">http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m18-66.pdf</a> >.
8	Численные методы решения систем линейных алгебраических уравнений



	[Электронный ресурс] : учебно-методическое пособие / Д.В. Костин, М.Н. Небольсина. — Электрон. текстовые дан. — Воронеж : Издательский дом ВГУ, 2018. Свободный доступ из интрасети ВГУ .- <URL: <a href="http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m18-65.pdf">http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m18-65.pdf</a> >.
9	Положение об организации самостоятельной работы обучающихся в Воронежском государственном университете.

### 17. Образовательные технологии, используемые при реализации учебной дисциплины, включая дистанционные образовательные технологии (ДОТ), электронное обучение (ЭО), смешанное обучение):

При реализации дисциплины используются следующие образовательные технологии: логическое построение дисциплины, установление межпредметных связей, обозначение теоретического и практического компонентов в учебном материале, актуализация личного и учебно-профессионального опыта обучающихся, включение элементов дистанционных образовательных технологий.

В практической части курса используется стандартное современное программное обеспечение персонального компьютера.

В части освоения материала лекционных и лабораторных занятий, самостоятельной работы по отдельным разделам дисциплины, прохождения текущей и промежуточной аттестации может применяться электронное обучение и дистанционные образовательные технологии, в частности, электронный курс «Численные методы» (URL:<https://edu.vsu.ru/enrol/index.php?id=5794>) на портале «Электронный университет ВГУ».

### 18. Материально-техническое обеспечение дисциплины:

Компьютерный класс: специализированная мебель, маркерная доска, персональные компьютеры.

Перечень необходимого программного обеспечения: Ubuntu (бесплатное и/или свободное ПО, лицензия: <https://ubuntu.com/download/desktop>); VisualStudioCommunity (бесплатное и/или свободное ПО, лицензия <https://visualstudio.microsoft.com/ru/vs/community/>); MATLABClassroom (сублицензионный контракт 3010-07/01-19 от 09.01.19); LibreOffice (GNU Lesser General Public License (LGPL), бесплатное и/или свободное ПО, лицензия: <https://ru.libreoffice.org/about-us/license/>); Lazarus (GNU Lesser General Public License (LGPL), бесплатное и/или свободное ПО, лицензия: <https://www.lazarus-ide.org/index.php>); FreePascal (GNU General Public License (GPL), бесплатное и/или свободное ПО, лицензия: <https://www.freepascal.org/faq.html>); Mozilla Firefox (Mozilla Public License (MPL), бесплатное и/или свободное ПО, лицензия: <https://www.mozilla.org/en-US/MPL/>); Maxima (GNU General Public License (GPL), бесплатное и/или свободное ПО, лицензия: <http://maxima.sourceforge.net/faq.html>).

### 19. Фонд оценочных средств:

#### 19.1 Оценочные средства для проведения текущей и промежуточной аттестаций

Порядок оценки освоения обучающимися учебного материала определяется содержанием следующих разделов дисциплины:

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Компетенция(и)	Индикатор(ы) достижения компетенции	Оценочные средства
1.	1.1. Источники и классификация погрешности. 1.2. Численные методы решения	ОПК-2	ОПК-2.1, ОПК-2.2	Комплект лабораторных заданий № 1, 2

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Компетенция(и)	Индикатор(ы) достижения компетенции	Оценочные средства
	нелинейных уравнений.			
2.	1.2. Численные методы решения нелинейных уравнений. 1.3. Наилучшее равномерное приближение функции. 1.6. Численные методы линейной алгебры.	ОПК-2; ОПК-3; ОПК-5	ОПК-2.1, ОПК-2.2; ОПК-3.1, ОПК-3.2; ОПК-5.1, ОПК-5.2	Комплект лабораторных заданий № 2, 3, 6
3	1.2. Численные методы решения нелинейных уравнений. 1.4. Численное интегрирование. 1.8. Численные методы решения задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений.	ОПК-2; ОПК-3; ОПК-5	ОПК-2.1, ОПК-2.2; ОПК-3.1, ОПК-3.2; ОПК-5.1, ОПК-5.2	Комплект лабораторных заданий № 2, 4, 8
4	1.3. Наилучшее равномерное приближение функции. 1.5. Численное дифференцирование. 1.10. Метод сеток решения краевых задач для уравнений с частными производными.	ОПК-2; ОПК-3; ОПК-5	ОПК-2.1, ОПК-2.2; ОПК-3.1, ОПК-3.2; ОПК-5.1, ОПК-5.2	Комплект лабораторных заданий № 3, 5, 10
5	1.5. Численное дифференцирование. 1.6. Численные методы линейной алгебры.	ОПК-2; ОПК-3; ОПК-5	ОПК-2.1, ОПК-2.2; ОПК-3.1, ОПК-3.2; ОПК-5.1, ОПК-5.2	Комплект лабораторных заданий № 5, 6
6	1.4. Численное интегрирование. 1.7. Численные методы решения проблемы собственных значений.	ОПК-2; ОПК-3; ОПК-5	ОПК-2.1, ОПК-2.2; ОПК-3.1, ОПК-3.2; ОПК-5.1, ОПК-5.2	Комплект лабораторных заданий № 4, 7
7	1.7. Численные методы решения проблемы собственных значений. 1.8. Численные методы решения задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений.	ОПК-2; ОПК-3; ОПК-5	ОПК-2.1, ОПК-2.2; ОПК-3.1, ОПК-3.2; ОПК-5.1, ОПК-5.2	Комплект лабораторных заданий № 7, 8
8	1.9. Численные методы решения краевых задач для ОДУ. 1.10. Метод сеток решения краевых задач для уравнений с частными производными.	ОПК-2; ОПК-3; ОПК-5	ОПК-2.1, ОПК-2.2; ОПК-3.1, ОПК-3.2; ОПК-5.1, ОПК-5.2	Комплект лабораторных заданий № 9, 10
9	1.9. Численные методы решения краевых задач для ОДУ. 1.10. Метод сеток решения краевых задач для уравнений с частными производными. 1.8. Численные методы решения задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений.	ОПК-2; ОПК-3; ОПК-5	ОПК-2.1, ОПК-2.2; ОПК-3.1, ОПК-3.2; ОПК-5.1, ОПК-5.2	Комплект лабораторных заданий № 8, 9, 10
Промежуточная аттестация форма контроля – экзамен				Перечень вопросов к экзамену

## 20 Типовые оценочные средства и методические материалы, определяющие процедуры оценивания

### 20.1 Текущий контроль успеваемости

Текущая аттестация проводится в соответствии с Положением о текущей аттестации обучающихся по программам высшего образования Воронежского государственного университета.

Текущая аттестация проводится в форме контрольных работ и лабораторных

работ, содержание которых приведено ниже. В ходе контрольной работы обучающемуся выдается КИМ с практическим перечнем заданий и предлагается решить данные задания. В ходе выполнения заданий нельзя пользоваться средствами связи (включая сеть Интернет) и любыми печатными материалами, ограничение по времени — 60 астрономических минут.

При текущем контроле уровень освоения учебной дисциплины и степень сформированности компетенции определяются оценками «зачтено», «не зачтено». Критерии оценивания результатов обучения при текущей аттестации.

Контроль успеваемости по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств: лабораторных работ, содержание которых приведено ниже.

### Лабораторная работа №1

Вычислить значение функции  $\sin(x)$  по формуле Тейлора с точностью  $\varepsilon = 10^{-3}$ ,  $\varepsilon = 10^{-5}$ .

### Лабораторная работа №2

Найдите наименьший положительный корень уравнения  $f(x) = 0$  с точностью  $\varepsilon = 10^{-5}$  методами деления пополам, простых итераций и Ньютона.

### Лабораторная работа №3

С помощью интерполяционных многочленов Ньютона, Стирлинга и Бесселя найдите значение функции  $f(x)$ , заданной табл. 1, в точках  $x_1$ ,  $x_2$ ,  $x_3$  (табл. 2). С помощью сплайн-интерполяции найдите значение данной функции в точке  $x_3$ .

### Лабораторная работа №4

**Задание.** Вычислить интеграл

$\int_a^b f(x)dx$  с точностью  $\varepsilon = 10^{-5}$ , используя правило Симпсона и составную квадратурную

формулу Гаусса с пятью узлами. Оценить погрешность используемых квадратурных формул и определить число частичных отрезков разбиения, необходимое для достижения заданной точности вычисления интеграла.

### Лабораторная работа №5

Для заданных  $k$  и  $p$  методом неопределенных коэффициентов построить формулу численного дифференцирования, аппроксимирующую  $f^{(k)}(x)$  с порядком  $h^p$ .

### Лабораторная работа №6

Найдите решение системы линейных уравнений с точностью  $\varepsilon = 10^{-6}$  методами Гаусса, простой итерации и Зейделя.

### Лабораторная работа №7

Найти все собственные значения предложенной матрицы размером 4x4 методами вращения, Данилевского, Крылова.

### Лабораторная работа №8

Найдите на отрезке  $[0,1]$  решение задачи Коши для системы обыкновенных дифференциальных уравнений

$$\frac{dy_1}{dx} = f_1(x, y_1(x), y_2(x)),$$

$$\frac{dy_2}{dx} = f_2(x, y_1(x), y_2(x)), \quad y_1(0) = y_{10}, \quad y_2(0) = y_{20}$$

с точностью  $\varepsilon = 10^{-4}$ , методами Рунге-Кутты, Адамса-Башфорта четвертого порядка и прогноза-коррекции (используя для прогноза алгоритм (37) и коррекции – метод Адамса-Мултона четвертого порядка).

### Лабораторная работа №9

1. Решить смешанную задачу для уравнения теплопроводности  $\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$  с начальным условием  $u(x,0)=f(x)$ ,  $0 \leq x \leq 1$ ,  $0 \leq t \leq 0,1$ .
2. Найти решение задачи Дирихле в квадрате со стороной 1 для уравнения Лапласа с краевыми условиями вида  $u(0,y)=f1(y)$ ,  $u(1,y)=f2(y)$ ,  $u(x,0)=f3(x)$ ,  $u(x,1)=f4(x)$ , ( $0 \leq y \leq 1, 0 \leq x \leq 1$ ).

### Лабораторная работа №10

Решение интегрального уравнения Фредгольма второго рода методом механических квадратур, для заданного количества узлов.

Для оценки результата выполнения каждой лабораторной работы используются следующие **показатели**:

- 1) Знание основ составления компьютерных программ для решения типовых математических задач;
- 2) Знание имеющихся ресурсов для решения прикладных математических задач;
- 3) умение использовать стандартные пакеты программного обеспечения для решения типовых математических задач;
- 4) владение навыками хранения, поиска, сбора, систематизации, обработки и использования информации.

Для оценивания результатов каждой лабораторной работы используется **шкала**: «зачтено», «не зачтено».

Соотношение показателей, критериев и шкалы оценивания результатов обучения показаны в следующей таблице:

Критерии оценивания компетенций	Уровень сформированности компетенций	Шкала оценок
При выполнении лабораторной или контрольной работы студент продемонстрировал в достаточной мере: знание основ составления компьютерных программ для решения типовых математических задач, имеющихся ресурсов для решения прикладных математических задач, умение использовать стандартные пакеты программного обеспечения для решения типовых математических задач, владение навыками хранения, поиска, сбора, систематизации, обработки и использования информации.	Достаточный уровень	Зачтено
При выполнении лабораторной или контрольной работы студент не продемонстрировал в достаточной мере: знание основ составления компьютерных программ для решения типовых математических задач, имеющихся ресурсов для решения прикладных математических задач, умение использовать стандартные пакеты программного обеспечения для решения типовых математических задач, владение навыками хранения, поиска, сбора, систематизации, обработки и использования информации.	–	Не зачтено

## 20.2 Промежуточная аттестация

Промежуточная аттестация по дисциплине осуществляется в форме собеседования по экзаменационным билетам с помощью ниже приведенных оценочных средств (перечень вопросов к экзамену). В билет включаются два теоретических вопроса.

### Перечень вопросов к экзамену:

№№ п/п	Темы к промежуточной аттестации (экзамену)
1.	Понятие погрешностей.
2.	Численные методы решения скалярных уравнений.
3.	Интерполяция алгебраическими многочленами. Сплайн-интерполяция.
4.	Численное интегрирование.
5.	Численное дифференцирование.
6.	Численные методы решения линейных алгебраических уравнений.
7.	Численные методы решения проблемы собственных значений.
8.	Численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений.
9.	Численные методы решения уравнений с частными производными.
10.	Численные методы решения интегрального уравнения Фредгольма 2-го рода.
11.	Источники и классификация вычислительных погрешностей. Погрешность функции. Особенности машинной арифметики. Влияние ошибок округления на вычислительный процесс.
12.	Численные методы решения скалярных уравнений. Классификация, область применения, алгоритмы и препятствия реализации методов. Методы деления пополам, простой итерации и Ньютона. Сходимость и оценки погрешности методов. Особенности численной и программной реализации методов.
13.	Постановка задачи интерполяции. Построение интерполяционного многочлена. Интерполяционный многочлен Лагранжа. Погрешность интерполяции.
14.	Многочлены Чебышева и их свойства. Оптимальный выбор узлов интерполяции.
15.	Сходимость интерполяционного процесса. Локальная интерполяция. Построение сходящегося интерполяционного процесса.

16.	Конечные разности и их свойства. Таблица разностей. Интерполяционные формулы Ньютона, Бесселя и Стирлинга.
17.	Разделенные разности и их свойства. Интерполяционная формула Ньютона для неравноотстоящих узлов.
18.	Интерполяция сплайнами. Конструирование интерполяционного сплайна. Оптимальный способ построения кубического сплайна.
19.	Метод прогонки решения линейных систем с трехдиагональной матрицей. Прямая и обратная прогонки. Устойчивость метода.
20.	Наилучшее равномерное приближение функции на отрезке. Теоремы Чебышева. Способы построения приближения, близкого к наилучшему.
21.	Численное интерполирование. Квадратурная формула. Общая интерполяционная квадратура и ее погрешность.
22.	Квадратурные формулы Ньютона-Котеса, погрешность и частные случаи.
23.	Локально-интерполяционные квадратурные формулы и их погрешность.
24.	Сходимость квадратурного процесса. Теорема о необходимых и достаточных условиях сходимости квадратурного процесса.
25.	Квадратурные формулы наивысшего алгебраического порядка точности. Теорема о выборе узлов. Многочлены Лежандра и их свойства. Квадратурная формула Гаусса. Сходимость квадратурного процесса, порожденного квадратурными формулами Гаусса.
26.	Построение сходящихся квадратурных процессов. Способы повышения точности квадратурной формулы. Правило Рунге. Особенности численной и программной реализации квадратурного процесса.
27.	Численное дифференцирование. Способы построения сходящихся формул численного дифференцирования.
28.	Численные методы решения линейных систем. Классическая схема метода Гаусса. Схема с выбором главного элемента. Модификация метода Гаусса. Программная реализация метода Гаусса с выбором главного элемента.
29.	Метод простой итерации решения линейных систем, сходимость метода, оценки погрешности. Методы Якоби и Зейделя.
30.	Влияние ошибки округления на вычислительный процесс при решении линейных систем. Число обусловленности матрицы. Оценка погрешности решения.
31.	Методы Крылова и Данилевского отыскания собственных значений и векторов. Способы раскрытия характеристического многочлена.
32.	Методы Тейлора и Рунге-Кутты решения задачи Коши для дифференциального уравнения первого порядка.
33.	Устойчивость и сходимость методов полиномиальная аппроксимация. Устойчивость метода Адамса
34.	Численные методы решения краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений. Метод сеток. Метод стрельбы.
35.	Общая схема методов решения краевых задач для дифференциальных уравнений математической физики. Разностные схемы. Сходимость разностной схемы. Аппроксимация решения. Устойчивость. Теорема Филиппова.
36.	Простейшие разностные схемы для уравнения теплопроводности. Аппроксимация явной и неявной схем. Принцип максимума. Устойчивость явной и неявной схем.
37.	Простейшая разностная схема задачи Дирихле для уравнения Пуассона.
38.	Численная реализация простейшей разностной схемы решения задачи Дирихле для уравнения Лапласа.
39.	Метод механических квадратур решения интегральных уравнений Фредгольма второго рода.

Для оценивания результатов обучения на экзамене используются следующие **показатели**:

- 1) знание теоретических основ;
- 2) умение решать задачи
- 3) умение работать с алгоритмами методов и информационными ресурсами;
- 4) успешное прохождение текущей аттестации.

Для оценивания результатов экзамена используется **шкала**: «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

Соотношение показателей, критериев и шкалы оценивания результатов обучения показаны в следующей таблице:

Критерии оценивания компетенций	Уровень сформированности компетенций	Шкала оценок
При ответе на вопросы экзаменационного билета студент продемонстрировал в полной мере: знание основ составления компьютерных программ для решения типовых математических задач, имеющихся ресурсов для решения прикладных математических задач стандартных пакетов программного обеспечения для решения типовых математических задач, владение навыками хранения, поиска, сбора, систематизации, обработки и использования информации.	Повышенный	«Отлично»
При ответе на вопросы экзаменационного билета студент продемонстрировал в достаточной мере: знание основ составления компьютерных программ для решения типовых математических задач, имеющихся ресурсов для решения прикладных математических задач стандартных пакетов программного обеспечения для решения типовых математических задач, владение навыками хранения, поиска, сбора, систематизации, обработки и использования информации. Допускаются отдельные неточности в ответах.	Достаточный	«Хорошо»
При ответе на вопросы экзаменационного билета студент продемонстрировал на базовом уровне знание основ составления компьютерных программ для решения типовых математических задач, имеющихся ресурсов для решения прикладных математических задач стандартных пакетов программного обеспечения для решения типовых математических задач, владение навыками хранения, поиска, сбора, систематизации, обработки и использования информации. Возможны существенные пробы в ответе на один из вопросов билета.	Пороговый	«Удовлетворительно»
Несоответствие указанным выше требованиям.	—	«Неудовлетворительно»

**Форма контрольно-измерительного материала**

УТВЕРЖДАЮ  
Зав. кафедрой математического  
моделирования

\_\_\_\_\_ Бурлуцкая М.Ш.  
\_\_\_\_\_.\_\_\_\_.20\_\_

Специальность: 01.05.01 Фундаментальные математика и механика

Дисциплина: Численные методы  
Курс: 4  
Форма обучения: очная  
Вид аттестации: промежуточная  
Вид контроля: экзамен

**Контрольно-измерительный материал № 1**

1.	Сходимость интерполяционного процесса. Локальная интерполяция. Построение сходящегося интерполяционного процесса.
2.	Многочлены Чебышева и их свойства. Оптимальный выбор узлов интерполяции.

Преподаватель \_\_\_\_\_ Костин Д.В.