

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО «ВГУ»)

УТВЕРЖДАЮ

Заведующий кафедрой вычислительной математики
и прикладных информационных технологий (ВМиПИТ)



М. Леденева
21.04.2022 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ
Б1.О.22 Прикладная теория графов**

- 1. Код и наименование направления подготовки/специальности:**
02.03.02 Фундаментальная информатика и информационные технологии
- 2. Профиль подготовки/специализация:** Инженерия программного обеспечения
- 3. Квалификация выпускника:** бакалавр
- 4. Форма обучения:** очная
- 5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины:** кафедра вычислительной математики и прикладных информационных технологий (ВМиПИТ)
- 6. Составитель программы:** Леденева Татьяна Михайловна, д.т.н., профессор кафедры ВМ и ПИТ факультета ПММ
- 7. Рекомендована:** НМС факультета ПММ 15.04.2022г., протокол №8.
- 8. Учебный год:** 2023/2024 **Семестр:** 4
- 9. Цели и задачи учебной дисциплины:**
Цель учебной дисциплины: сформировать у обучающихся комплекс теоретических знаний по основным разделам прикладной теории графов и практические навыки построения графовых моделей для сложных систем и объектов.
Задачи учебной дисциплины:
 - ознакомление с основными характеристиками и инвариантами графов, а также классами прикладных задач, в которых в качестве модели используется граф;
 - изучение основных типов задач на графах, методов и алгоритмов их решения;
 - формирование навыков моделирования прикладных задач с помощью аппарата теории графов, а также анализа полученных результатов.
- 10. Место учебной дисциплины в структуре ООП:** Дисциплина «Прикладная теория графов» входит в обязательную часть учебного плана и изучается в 4 семестре.

11. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями) и индикаторами их достижения:

Код	Название компетенции	Код(ы)	Индикатор(ы)	Планируемые результаты обучения
ОПК-1	Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности.	ОПК-1.1	Решает типовые задачи с учетом основных понятий и общих закономерностей, сформулированных в рамках базовых дисциплин математики, информатики и естественных наук.	<i>Знать:</i> терминологическую базу теории графов, основные постановки задач на графах. <i>Уметь:</i> вычислять основные характеристики и инварианты графов. <i>Владеть:</i> методами решения задач на графах.
		ОПК-1.2	Применяет системный подход и математические методы для формализации решения прикладных задач.	<i>Знать:</i> основные принципы системного подхода и особенности его реализации при использовании математического аппарата теории графов. <i>Уметь:</i> определить для конкретной задачи возможность использования модели в виде графа при ее формализации. <i>Владеть:</i> методами структурного анализа сложных объектов с использованием графов.
ОПК-3	Способен к разработке алгоритмических и программных решений в области системного и прикладного программирования, математических, информационных и имитационных моделей, созданию информационных ресурсов глобальных сетей, образовательного контента, прикладных баз данных, тестов и средств тестирования систем и средств на соответствие стандартам и исходным требованиям.	ОПК-3.1	Владеет методами теории алгоритмов, методами системного и прикладного программирования, основными положениями и концепциями в области математических, информационных и имитационных моделей.	<i>Знать:</i> основные подходы к построению математических моделей на основе теории графов. <i>Уметь:</i> строить математические модели на основе теории графов и использовать соответствующие алгоритмы для нахождения и анализа решения. <i>Владеть:</i> навыками интерпретации результатов моделирования с использованием графов.

12. Объем дисциплины в зачетных единицах/час. – 3/108.

Форма промежуточной аттестации: зачет.

13. Трудоемкость по видам учебной работы:

Вид учебной работы		Трудоемкость	
		Всего	По семестрам
			4 семестр
Контактная работа		64	64
в том числе:	Лекции	32	32
	Практические занятия	32	32
Самостоятельная работа		44	44
Итого		108	108

13.1 Содержание разделов дисциплины:

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины	Реализация раздела дисциплины с помощью онлайн-курса, ЭУМК
1. Лекции			
1.1	Основные понятия теории графов	Основные понятия теории графов. Типы графов. Изоморфизм и инварианты. Операции на графах. Матрицы, ассоциированные с графом. Кодирование графов. Степенные последовательности. Критерий графичности последовательности. Реализация графических последовательностей графами с определенными свойствами. Лемма о пересчете помеченных графов. Число помеченных деревьев (теорема Кэли).	moodle (Прикладная теория графов) edu.vsu.ru
1.2	Достижимость и связность	Матрицы достижимости и контрдостижимости. Определение сильных компонент. Базы и антибазы орграфа. Конденсация и ее свойства. Задачи, связанные с ограниченной достижимостью. Бесконтурные графы и их свойства.	
1.3	Устойчивые множества графов	Устойчивые множества в графе: независимые, доминирующие. Оценки для числа независимости графа. Интерпретация независимых множеств. Ядро и признаки его существования. Логический метод определения устойчивых множеств. Алгоритмы определения ядра для некоторых специальных графов. Независимость и покрытия. Клики и кликовое число. Паросочетания. Задача о назначениях.	
1.4	Задача раскраски	Вершинная и реберная раскраска графа. Критерий Кенига. Оценки для хроматического числа. Хроматический многочлен графа. Проблема четырех красок. Приближенные алгоритмы раскрашивания.	
1.5	Древовидные структуры	Дерево и остов. Свойства деревьев. Теорема Кирхгофа о деревьях. Задача о кратчайшем остове. Задача Штейнера.	
1.6	Обходы и элементы цикломатики	Поиск в глубину и поиск в ширину. Конструирование алгоритмов на основе поисковых процедур. Циклы и разрезы. Разложение бесконтурного графа на уровни. Иерархические структуры. Эйлеровы графы. Критерии эйлеровости связного графа. Метод Флери. Гамильтоновы графы. Признак гамильтоновости графа. Алгебраический метод построения гамильтоновых путей и контуров. Метод перебора Робертса и Флореса. Задача коммивояжера.	
1.7	Экстремальные задачи на графах	Экстремальные задачи на графах: задача о кратчайшем пути (алгоритмы фронта волны и Дейкстры), задача о критическом пути, задача о максимальном потоке и минимальном разрезе (алгоритм Форда – Фалкерсона). Центры и медианы графа. Абсолютный центр. Метод Хакими. Приложение к задачам размещения.	
1.8	Приложения теории графов	Графы как модели программ, процессов и информационных структур. Знаковые графы и теория структурного баланса. Приложения к анализу сложных систем. Задача управления проектами.	
2. Практические занятия			
2.1	1.1, 1.3, 1.4, 1.5	Определение основных характеристик и инвариантов графа.	moodle (Прикладная теория графов) edu.vsu.ru
2.2	1.2, 1.3, 1.4, 1.8	Граф как инструмент моделирования (структурный анализ и построение иерархий; задача о назначениях; распараллеливание процессов; сбалансированность структур).	
2.3	1.5, 1.6	Конструирование алгоритмов на основе поисковых процедур.	

2.6	1.7	Экстремальные задачи на графах (календарное планирование при управлении проектом; размещение центров обслуживания).	
-----	-----	---	--

13.2. Темы (разделы) дисциплины и виды занятий:

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Виды занятий (часов)			
		Лекции	Практические занятия	Самостоятельная работа	Всего
1.1	Основные понятия теории графов	2	4	4	10
1.2	Достижимость и связность	2	4	4	10
1.3	Устойчивые множества в графе	2	4	4	10
1.4	Задача раскраски	2	4	2	8
1.5	Древовидные структуры	2	–	4	6
1.6	Обходы и элементы цикломатики	2	4	4	10
1.7	Экстремальные задачи на графах	2	12	8	22
1.8	Приложения теории графов	2	–	14	16
Итого:		32	32	44	108

14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины:

Лекционные занятия (лекции) реализуются в традиционной форме в соответствии с календарным планом-графиком. Практические занятия направлены на углубление теоретических знаний и освоение алгоритмов с целью их использования для решения некоторых задач, имеющих модельный характер.

При использовании дистанционных образовательных технологий и электронного обучения необходимо выполнять все указания преподавателей по работе на LMS-платформе, своевременно подключаться к online-занятиям, соблюдать рекомендации по организации самостоятельной работы.

15. Перечень основной и дополнительной литературы, интернет-ресурсов, необходимых для освоения дисциплины

а) основная литература:

№ п/п	Источник
1	Тюрин С. Ф. Теория графов и её приложения : учебное пособие / С. Ф. Тюрин. – Пермь : ПНИПУ, 2017. – 207 с. – ISBN 978-5-398-01745-8. – Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. – URL: https://e.lanbook.com/book/160870

б) дополнительная литература:

№ п/п	Источник
2	Харари Ф. Теория графов / Ф. Харари. – М. : URSS: ЛЕНАНД, 2018. – 304 с.
3	Емеличев В.А. Теория графов в задачах и упражнениях / В.А. Емеличев, О.И. Мельников, В.И. Сарванов, Р.И. Тышкевич. – М. : URSS: Едиториал, 2018. – 416 с.
4	Кристофидес Н. Теория графов. Алгоритмический подход / Н. Кристофидес. – М. : Мир, 1978. – 427 с.
5	Райгородский А.М. Экстремальные задачи теории графов и интернет / А.М. Райгородский. – М. : Интеллект, 2012. – 104 с.
6	Кузнецов О.П. Дискретная математика для инженера / О.П. Кузнецов. – Спб. : Лань, 2009. – 400 с. Режим доступа: http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=220

в) информационные электронно-образовательные ресурсы:

№ п/п	Источник
7	www.lib.vsu.ru – Электронный каталог Научной библиотеки ВГУ
8	Леденева, Т.М. Курс «Прикладная теория графов» / Образовательный портал «Электронный университет ВГУ». – Режим доступа: https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=10641

16. Перечень учебно-методического обеспечения

№ п/п	Источник
-------	----------

9	Элементы теории графов : учебное пособие для вузов / Воронеж. гос. ун-т; сост.: Л.Ю. Кабанцова, Т.К. Кацаран. – Воронеж : ЛОП ВГУ, 2007. – 55 с. : ил. – Библиогр.: с. 52 . – URL: http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/may07054.pdf
---	--

17. Образовательные технологии, используемые при реализации учебной дисциплины, включая дистанционные образовательные технологии, электронное обучение, смешанное обучение.

При реализации дисциплины используется классическая модель лекционных и практических занятий. Организационная модель проведения занятий базируется на здоровьесберегающей технологии, строгом соблюдении санитарно-гигиенических норм и правил техники безопасности в учебных помещениях. В процессе чтения лекций у обучающихся формируются следующие качества: интерес к содержанию дисциплины, критическое мышление, способность к выявлению связей между теорией и практической направленностью изучаемого материала. Практические занятия направлены на развитие навыков работы с алгоритмами и использования их для решения прикладных задач. По каждой теме обучающимся предлагается индивидуальное задание, суть которого заключается в составлении математической модели на основе теории графов и решения задачи с помощью соответствующих алгоритмов. Результаты выполнения индивидуального задания оформляются в форме отчета, включающего формулировку задачи; этапы построения математической модели; алгоритм для решения задачи; программную реализацию алгоритма (авторская или с помощью пакета); анализ результатов решения задачи.

Дисциплина реализуется с применением электронного обучения и дистанционных образовательных технологий. Для организации занятий рекомендован онлайн-курс «Прикладная теория графов», размещенный на платформе Электронного университета ВГУ (LMS moodle), а также интернет-ресурсы, приведенные в п.15в.

18. Материально-технического обеспечения дисциплины:

Мебель и оборудование	Программное обеспечение
Лекции	
Специализированная мебель, компьютер (ноутбук), мультимедийное оборудование (проектор, экран, средства звуковоспроизведения).	Windows 10 (лицензионное ПО); Adobe Reader (свободное и/или бесплатное ПО); Mozilla Firefox (свободное и/или бесплатное ПО)
Практические занятия	
Специализированная мебель, компьютер (ноутбук), мультимедийное оборудование (проектор, экран, средства звуковоспроизведения).	Windows 10 (лицензионное ПО); Adobe Reader (свободное и/или бесплатное ПО); Mozilla Firefox (свободное и/или бесплатное ПО)

19. Оценочные средства для проведения текущей и промежуточной аттестаций

Порядок оценки освоения обучающимися учебного материала определяется содержанием следующих разделов дисциплины:

№	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Компетенция	Индикатор(ы) достижения компетенции	Оценочные средства
1.1	Основные понятия теории графов	ОПК-1	ОПК-1.1	Индивидуальные задания по темам
1.2	Достижимость и связность	ОПК-1, ОПК-3	ОПК-1.2, ОПК-3.1	
1.3	Устойчивые множества в графе	ОПК-1, ОПК-3	ОПК-1.1, ОПК-3.1	
1.4	Задача раскраски	ОПК-1, ОПК-3	ОПК-1.1, ОПК-3.1	
1.5	Древовидные структуры	ОПК-1, ОПК-3	ОПК-1.1, ОПК-1.3	
1.6	Обходы и элементы цикломатики	ОПК-3	ОПК-3.1	
1.7	Экстремальные задачи на графах	ОПК-1	ОПК-1.2	
1.8	Приложения теории графов	ОПК-3	ОПК-3.1	
Промежуточная аттестация Форма контроля – зачет				Контрольно-измерительные материалы

20. Типовые оценочные средства и методические материалы, определяющие процедуры оценивания

20.1 Текущий контроль успеваемости

Текущий контроль успеваемости осуществляется на основе проверки результатов выполнения индивидуальных заданий по темам. Каждое задание является практико-ориентированным и предполагает решение соответствующей задачи и интерпретацию полученных результатов. Каждому обучающемуся предлагается 8 индивидуальных заданий. Результаты выполнения индивидуального задания оформляются в виде отчета, который включает

- формулировку задачи;
- описание модели в виде графа;
- обоснование метода для решения;
- решение, полученное с помощью выбранного инструментального средства, или на основе разработанной компьютерной программы;
- выводы и рекомендации.

Примеры индивидуальных заданий

Задание 1. Строительная фирма подписала контракт на строительство нового спортзала для колледжа. В контракте предусмотрены большие штрафы за невыполнение работы в срок, поэтому для руководителя фирмы важно выяснить, какие строительно-монтажные работы имеют решающее влияние на сроки окончания строительства. В табл., составленной плановым отделом, приведен перечень работ, составляющих процесс строительства спортзала, указаны их продолжительности и предшествующие каждой из них работы.

Работа	Выполняемая работа	Продолжительность работы (в нед.)	Какие работы предшествуют?
A	Подготовка стройплощадки	2	-
B	Укладка фундамента	3	A
C	Монтаж вертикальных стен	5	B
D	Монтаж крыши	4	C
E	Укладка деревянного пола	5	B
F	Отделка внутренних стен	6	C
G	Установка сантехники	2	C
H	Монтаж электропроводки	2	D

I	Установка баскетбольных щитов	1	D
J	Окраска и разметка площадки	2	E
K	Сборка системы отопления и кондиционеров	6	G, H
L	Монтаж внутренних беговых дорожек	6	E
M	Строительство трибун	5	E, F
N	Установка электрического щитка	2	F
O	Оборудование буфета-бара	3	E, F, G

Построить сетевую модель проекта. На ее основе составьте календарный план выполнения работ и проанализируйте его напряженность. Определите время, необходимое для реализации проекта.

Задание 2. При анализе клиентских сред профиль пользователя – это структура, выражающая предпочтения пользователя или группы пользователей на основе примеров. Если созданы профили пользователей, то в момент обращения какого-то клиента система подбирает похожие профили и, учитывая степень схожести, составляет рекомендации для клиента. Пусть создается профиль сегмента VIP-клиентов интернет-магазина SerenaGold на основе предложений от «Бриллиантов Якутии», и построен граф предпочтений, представленный на рисунке. Вершины соответствуют предложениям, причем если предложение i пользуется большим спросом, чем предложение j , то от i к j ведет дуга. Постройте последовательность предложений от «Бриллиантов Якутии», упорядоченную по убыванию предпочтительности.

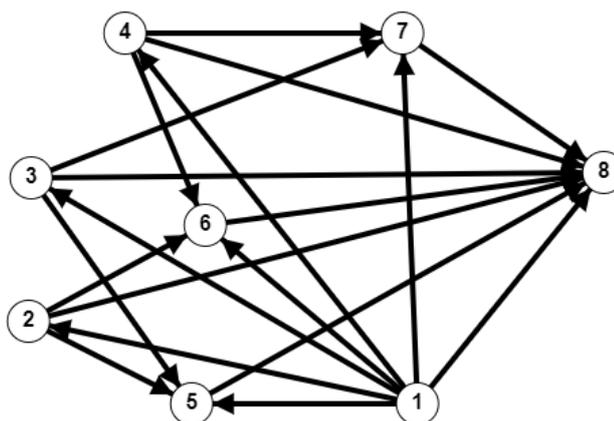


Рисунок – Граф предпочтений сегмента vip-клиентов Интернет-магазина SerenaGold

Оценивание индивидуального задания осуществляется на основе отчета, при этом если задание выполнено, то ставится «зачтено», иначе «не зачтено».

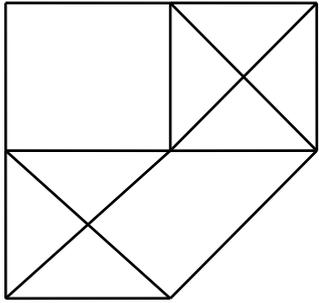
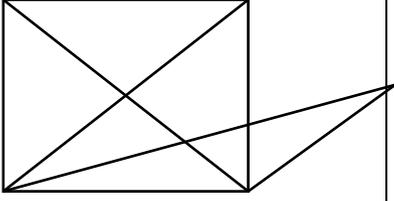
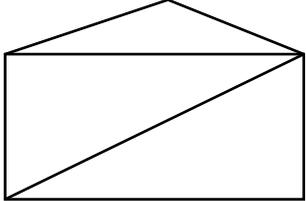
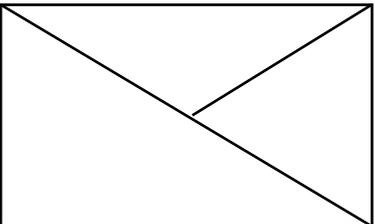
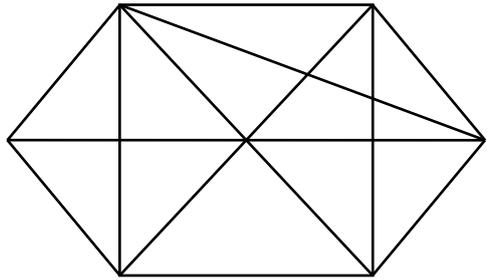
20.2 Промежуточный контроль успеваемости

Промежуточный контроль осуществляется в форме зачета на основе контрольно-измерительного материала в виде теста, который представлен ниже. Для выполнения теста дается 90 мин. Тест считается выполненным, если правильно решены 8 выбранных обучающимся задач.

Критерии оценки:

<i>Зачтено</i>	Зачтены 6 из 8 индивидуальных заданий и выполнен тест.
<i>Не зачтено</i>	Иначе

Контрольно-измерительный материал для проведения тестирования

		
G_1	G_2	G_3
		
G_4	G_5	

Замечания:

1) для задач 7,9,11,12 ребрам (дугам) графа приписать веса – произвольные целые числа;

2) для задач 1,3,4,5,6,9,10,11,12 в графах ввести подходящую ориентацию ребер.

НЕОБХОДИМО ПРОДЕМОНСТРИРОВАТЬ РАБОТУ АЛГОРИТМОВ

1. В ориентированном графе (G_1) найти сильные компоненты, множества баз и антибаз.
2. Для неориентированного графа (G_2) с помощью эвристической процедуры раскрашивания найти раскраску и хроматическое число.
3. Для ориентированного графа G_3 найти максимальные независимые и минимальные доминирующие множества методом Магу.
4. В бесконтурном орграфе G_1 определить функцию Гранди.
5. Привести пример двудольного графа $G = (X_1 \cup X_2, U)$, где $|X_1| = 3$, $|X_2| = 4$, $|U| = 7$, и найти в нем максимальное паросочетание.
6. В графе G_4 определить дерево поиска в глубину и дерево поиска в ширину (в качестве корня выбрать произвольную вершину).
7. Для взвешенного неориентированного графа G_2 найти кратчайший остов и его длину.
8. В ориентированном графе G_5 найти путь с минимальным числом дуг из правой вершины в левую вершину (ориентацию ввести таким образом, чтобы такой путь существовал).
9. Для взвешенного ориентированного графа (G_1, G_5) найти кратчайший путь из s в t (задать вершины s и t самостоятельно).
10. Осуществить топологическую сортировку вершин бесконтурного ориентированного графа (G_1).
11. Во взвешенном ориентированном бесконтурном графе (G_5) найти критический путь из s в t , учитывая, что s – источник, а t – сток (задать вершины s и t самостоятельно).
12. Во взвешенном ориентированном графе (G_2, G_4) найти величину максимального потока из s в t (задать вершины s и t самостоятельно).