

МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
(ФГБОУ ВО «ВГУ»)

УТВЕРЖДАЮ

Заведующий кафедрой  
математической физики  
и информационных технологий



С.А. Переселков

28.06.2022г.

## РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

### Б1.О.16 Теория вероятностей и математическая статистика

1. Код и наименование направления подготовки/специальности:

03.03.02 Физика

2. Профиль подготовки/специализация: Физика лазерных и спектральных технологий; Физика твердого тела; Ядерная и медицинская физика.

3. Квалификация (степень) выпускника: бакалавр

4. Форма обучения: очная

5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины: 0803 кафедра математической физики и информационных технологий

6. Составители программы: Переселков Сергей Алексеевич, доктор физико-математических наук, доцент, заведующий кафедрой.

7. Рекомендована: Научно-методическим советом физического факультета, протокол №6 от 27.06.2022г.

8. Учебный год: 2023/2024

Семестр(ы): 4

**9. Цели и задачи учебной дисциплины:** целями и задачами освоения учебной дисциплины является формирование у обучающихся определенного состава компетенций (результатов освоения) для подготовки к профессиональной деятельности.

**10. Место учебной дисциплины в структуре ООП:** дисциплина «Теория вероятностей и математическая статистика» относится к дисциплинам базовой части цикла Б1 основной образовательной программы подготовки бакалавров по направлению 03.03.03 «Радиофизика». Данная дисциплина предшествует следующим дисциплинам: «Математические методы моделирования физических процессов» и «Статистическая физика».

«Теория вероятностей и математическая статистика» относится к числу фундаментальных разделов современной математики. Знание основ теории вероятностей и математической статистики является важной составляющей общей математической культуры выпускника.

**11. Планируемые результаты обучения по дисциплине/модулю (знания, умения, навыки), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями выпускников):**

Код	Название компетенции	Код(ы)	Индикатор(ы)	Планируемые результаты обучения
ОПК-1	Способен применять базовые знания в области физико-математических и (или) естественных наук в сфере своей профессиональной деятельности	ОПК-1.1	Владеет знаниями фундаментальных разделов математики: теории	Демонстрирует знания фундаментальных законов природы и основных физических и математических законов.
		ОПК-1.2	Создает и применяет математические модели в своей практической деятельности	Применяет физические законы и математические методы для решения задач теоретического и прикладного характера.
		ОПК-1.3	Умеет оценивать границы применимости используемых математических моделей при решении типовых профессиональных задач	Использует положения, законы и методы естественных наук для решения инженерных задач в сфере профессиональной деятельности.

**12. Объем дисциплины в зачетных единицах/час. (в соответствии с учебным планом) — 4/144.**

**Форма промежуточной аттестации: экзамен.**

### 13. Виды учебной работы:

Вид учебной работы	Трудоемкость		
	Всего	По семестрам	
		4 семестр	
Аудиторные занятия	64	64	
в том числе:	лекции	32	32
	практические	32	32
	лабораторные	0	0
Самостоятельная работа	44	44	
в том числе: курсовая работа (проект)	0	0	
Форма промежуточной аттестации	36	36	
Итого:	144	144	

#### 13.1. Содержание дисциплины:

п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины	Реализация раздела дисциплины с помощью онлайн-курса, ЭУМК *
<b>1. Лекции</b>			
1.1	Основные понятия теоремы теории вероятностей. Алгебра событий. Повторение испытаний.	Предмет теории вероятностей. Виды случайных событий. Классическое и статистическое определение вероятности события. Теорема сложения вероятностей. Теорема умножения вероятностей. Формула полной вероятности. Формула Байеса. Повторение испытаний. Формула Бернулли. Локальная и интегральная теоремы Лапласа. Отклонение относительной частоты от вероятности в независимых испытаниях.	
1.2	Случайная величина. (Одномерный случай).	Случайная величина: дискретная и непрерывная. Закон распределения. Функция распределения случайной величины: определение, свойства, график. Плотность распределения вероятностей: определение, свойства, вероятностный смысл. Вероятность попадания в заданный интервал. Математическое ожидание случайной	

		<p>величины: определение, свойства. Начальные и центральные моменты. Дисперсия и среднеквадратическое отклонение случайной величины: определение, свойства. Мода и медиана. Характеристическая функция, ее свойства. Примеры законов распределения дискретной, случайной величины: биномиальный, пуассоновский, геометрический. Примеры законов распределения непрерывной, случайной величины: равномерный, показательный, нормальный.</p>	
1.3	Многомерные случайные величины.	<p>Двумерная случайная величина: дискретная и непрерывная. Функция распределения: определение, свойства. Плотность совместного распределения вероятностей: определение, свойства вероятностный смысл. Плотность вероятностей, составляющих двумерной случайной величины. Условные законы распределения: определение, свойства. Условное математическое ожидание. Нормальный закон распределения на плоскости. Корреляционный момент. Коэффициент корреляции. Зависимые и независимые случайные величины. Коррелированность и зависимость случайных величин. Линейная регрессия. Случайные функции. Математическое ожидание. Дисперсия. Корреляционная функция. Стационарные случайные функции. Эргодические функции. Функция случайного аргумента. Функция двух случайных аргументов. Распределение Пирсона, Стьюдента, Фишера-Снедекора. Предельные теоремы теории вероятностей. Закон больших чисел. Центральная предельная теорема.</p>	
1.4	Математическая статистика.	<p>Понятие выборки. Статистическое оценивание параметров распределения. Основные свойства оценок. Оценка мат. ожидания и дисперсии по выборке и ее свойства. Метод наибольшего правдоподобия. Доверительный</p>	

		<p>интервал. Построение доверительного интервала для мат. Ожидания.</p> <p>Построения доверительного интервала для дисперсии. Проверка статистических гипотез. Нулевая и конкурирующая гипотезы. Ошибки первого и второго рода.</p> <p>Выбор статистического критерия.</p> <p>Проверка гипотезы о равенстве мат. ожиданий двух нормальных генеральных совокупностей.</p>	
<b>2. Практические занятия</b>			
2.1	<p>Основные понятия теоремы теории вероятностей.</p> <p>Алгебра событий.</p> <p>Повторение испытаний.</p>	<p>Предмет теории вероятностей. Виды случайных событий. Классическое и статистическое определение вероятности события. Теорема сложения вероятностей. Теорема умножения вероятностей. Формула полной вероятности. Формула Байеса.</p> <p>Повторение испытаний. Формула Бернулли. Локальная и интегральная теоремы Лапласа. Отклонение относительной частоты от вероятности в независимых испытаниях.</p>	
2.2	<p>Случайная величина. (Одномерный случай).</p>	<p>Случайная величина: дискретная и непрерывная. Закон распределения. Функция распределения случайной величины: определение, свойства, график. Плотность распределения вероятностей: определение, свойства, вероятностный смысл. Вероятность попадания в заданный интервал.</p> <p>Математическое ожидание случайной величины: определение, свойства.</p> <p>Начальные и центральные моменты.</p> <p>Дисперсия и среднеквадратическое отклонение случайной величины: определение, свойства. Мода и медиана.</p> <p>Характеристическая функция, ее свойства. Примеры законов распределения дискретной, случайной величины: биномиальный, пуассоновский, геометрический. Примеры законов распределения непрерывной, случайной величины: равномерный, показательный, нормальный.</p>	

2.3	Многомерные случайные величины.	<p>Двумерная случайная величина: дискретная и непрерывная. Функция распределения: определение, свойства. Плотность совместного распределения вероятностей: определение, свойства вероятностный смысл. Плотность вероятностей, составляющих двумерной случайной величины. Условные законы распределения: определение, свойства. Условное математическое ожидание. Нормальный закон распределения на плоскости. Корреляционный момент. Коэффициент корреляции. Зависимые и независимые случайные величины. Коррелированность и зависимость случайных величин. Линейная регрессия. Случайные функции. Математическое ожидание. Дисперсия. Корреляционная функция. Стационарные случайные функции. Эргодические функции. Функция случайного аргумента. Функция двух случайных аргументов. Распределение Пирсона, Стьюдента, Фишера-Снедекора. Предельные теоремы теории вероятностей. Закон больших чисел. Центральная предельная теорема.</p>	
2.4	Математическая статистика.	<p>Понятие выборки. Статистическое оценивание параметров распределения. Основные свойства оценок. Оценка мат. ожидания и дисперсии по выборке и ее свойства. Метод наибольшего правдоподобия. Доверительный интервал. Построение доверительного интервала для мат. Ожидания. Построения доверительного интервала для дисперсии. Проверка статистических гипотез. Нулевая и конкурирующая гипотезы. Ошибки первого и второго рода. Выбор статистического критерия. Проверка гипотезы о равенстве мат. ожиданий двух нормальных генеральных совокупностей.</p>	

### 13.2. Темы (разделы) дисциплины и виды занятий:

№ п/п	Наименование темы (раздела) дисциплины	Виды занятий (часов)				
		Лекции	Практические	Лабораторные	Самостоятельная работа	Всего
1	Основные понятия теоремы теории вероятностей. Алгебра событий. Повторение испытаний.	4	4	0	6	14
2	Случайная величина. (Одномерный случай).	8	8	0	10	26
3	Многомерные случайные величины.	10	10	0	14	34
4	Математическая статистика.	10	10	0	14	34
	Итого:	32	32	0	44	108

### 14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины:

При изучении дисциплины рекомендуется использовать следующие средства:

- рекомендуемую основную и дополнительную литературу;
- методические указания и пособия;
- контрольные задания для закрепления теоретического материала;
- электронные версии учебников и методических указаний для выполнения практических работ.

Форма организации самостоятельной работы: подготовка к аудиторным занятиям; выполнение домашних заданий; выполнение контрольных работ.

### 15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины:

а) основная литература:

№ п/п	Источник
1	Яковлев В.П. Теория вероятностей и математическая статистика / В.П. Яковлев. — 3-е изд. — Москва: Дашков и Ко, 2012. — 182 с. (ЭБС «Университетская библиотека online» <a href="http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=115779">http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=115779</a> )
2	Маталыцкий М.А. Теория вероятностей, математическая статистика и случайные процессы / М.А. Маталыцкий; Хацкевич Г. А. — Минск: Высшая школа, 2012. — 720 с. (ЭБС «Университетская библиотека online» <a href="http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=136001">http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=136001</a> )
3	Балдин К.В. Теория вероятностей и математическая статистика / К.В. Балдин; Башлыков В. Н.; Рокосуев А. В. — 2-е изд. — Москва: Дашков и Ко, 2010. — 473 с. (ЭБС «Университетская библиотека online» <a href="http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=116308">http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=116308</a> )
4	Колемаев В.А. Теория вероятностей и математическая статистика / В.А. Колемаев; Калинина В. Н. — Москва: Юнити-Дана, 2010. — 353 с. (ЭБС «Университетская библиотека online» <a href="http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=118479">http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=118479</a> )
5	Лисьев В.П. Теория вероятностей и математическая статистика / В.П. Лисьев. — Москва: Евразийский открытый институт, 2010. — 200 с. (ЭБС

	«Университетская библиотека online» <a href="http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=90420">http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=90420</a> )
6	Рябушко А.П. Индивидуальные задания по высшей математике. В 4-х ч Элементы теории устойчивости. Теория вероятностей. Математическая статистика. 4. Операционное исчисление. / А.П. Рябушко. — 3-е изд. — Минск: Высшая школа, 2010. — 336 с. (ЭБС «Университетская библиотека online» <a href="http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=119723">http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=119723</a> )
7	Гусева Е.Н. Теория вероятностей и математическая статистика / Е.Н. Гусева. — Москва: Флинта, 2011. — 220 с. (ЭБС «Университетская библиотека online» <a href="http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=83543">http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=83543</a> )

б) дополнительная литература:

№ п/п	Источник
1	Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика: Учебное пособие для бакалавров / В.Е. Гмурман. — 12-е изд. — Москва: Юрайт, 2013. — 478 с.
2	Кремер Н.Ш. Теория вероятностей и математическая статистика: [Учебник для студ. вузов, обуч. по экон. специальностям] / Н.Ш. Кремер. — 3-е изд., перераб. и доп. — Москва: ЮНИТИ, 2010. — 550 с.
3	Туганбаев А.А. Теория вероятностей и математическая статистика / А.А. Туганбаев, В.Г. Крупин. — СПб.: Лань, 2011. — 224 с. (ЭБС «ЛАНЬ» <a href="http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=652">http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=652</a> )

в) информационные электронно-образовательные ресурсы (официальные ресурсы интернет)\*:

№ п/п	Ресурс
1	<a href="http://www.lib.vsu.ru">www.lib.vsu.ru</a> – ЗНБ ВГУ
2	<a href="http://e.lanbook.com/">http://e.lanbook.com/</a> - ЭБС «Лань»
3	<a href="http://www.book.ru/">http://www.book.ru/</a> - ЭБС «Book.ru»

\* Вначале указываются ЭБС, с которыми имеются договора у ВГУ, затем открытые электронно-образовательные ресурсы

**16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы (учебно-методические рекомендации, пособия, задачки, методические указания по выполнению практических (контрольных) работ и др.)**

№ п/п	Источник
1	Яковлев В.П. Теория вероятностей и математическая статистика / В.П. Яковлев. — 3-е изд. — Москва: Дашков и Ко, 2012. — 182 с. (ЭБС «Университетская библиотека online» <a href="http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=115779">http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=115779</a> )

**17. Информационные технологии, используемые для реализации учебной дисциплины, включая программное обеспечение и информационно-справочные системы (при необходимости)**



**18. Материально-техническое обеспечение дисциплины:**

(при использовании лабораторного оборудования указывать полный перечень, при большом количестве оборудования можно вынести данный раздел в приложение к рабочей программе)

Лекционная аудитория.

**19. Оценочные средства для проведения текущей и промежуточной аттестаций**

Порядок оценки освоения обучающимися учебного материала определяется содержанием следующих разделов дисциплины:

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Компетенция(и)	Индикатор(ы) достижения компетенции	Оценочные средства
1.	1. Основные понятия теоремы теории вероятностей. Алгебра событий. Повторение испытаний. 2. Случайная величина. (Одномерный случай) 3. Многомерные случайные величины. 4. Математическая статистика.	ОПК-1	ОПК-1.1	<u>КИМ № 1</u>
			ОПК-1.2	<u>КИМ № 2</u>
			ОПК-1.3	Перечень экзаменационных вопросов  Перечень практических заданий

**20 Типовые оценочные средства и методические материалы, определяющие процедуры оценивания****20.1 Текущий контроль успеваемости**

Контроль успеваемости по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств:

**20.1.1 Перечень заданий для контрольных работ.****Контрольная работа № 1**

1. Непрерывная случайная величина  $X$  задана плотностью вероятности:

$$f(x) = \begin{cases} C, & x \in [-1; 1] \\ 0, & x \notin [-1; 1] \end{cases}$$

Найти константу  $C$ , функцию распределения  $F(x)$ , математическое ожидание  $M[X]$ , дисперсию  $D[X]$  и среднее квадратическое отклонение  $\sigma[X]$ ,  $P(0 < X < 0.5)$ . Начальные и центральные моменты:  $\nu_1[X]$ ,  $\nu_2[X]$ ,  $\mu_1[X]$ ,  $\mu_2[X]$ . Построить графики  $f(x)$  и  $F(x)$ . Найти моду и медиану

2. Непрерывная случайная величина  $X$  задана плотностью вероятности:

$$f(x) = C \exp\left\{-\frac{(x-1)^2}{2}\right\}$$

Найти константу  $C$ , функцию распределения  $F(x)$ , математическое ожидание  $M[X]$ , дисперсию  $D[X]$  и среднее квадратическое отклонение  $\sigma[X]$ ,  $P(-2 < X < 4)$ . Начальные и центральные моменты:  $\nu_1[X]$ ,  $\nu_2[X]$ ,  $\mu_1[X]$ ,  $\mu_2[X]$ . Построить графики  $f(x)$  и  $F(x)$ . Найти моду и медиану.

3. Дискретная случайная величина  $X$  распределена по закону Пуассона:

<b>X</b>	<b>0</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	...
<b>P</b>	$p(0)$	$p(1)$	$p(2)$	$p(3)$	$p(4)$	...

где  $p(k) = \frac{(0.1)^k}{k!} \exp\{-0.1\}$ . Найти математическое ожидание  $M[X]$ , дисперсию  $D[X]$  и среднее квадратическое отклонение  $\sigma[X]$ . Начальные и центральные моменты:  $\nu_1[X]$ ,  $\nu_2[X]$ ,  $\mu_1[X]$ ,  $\mu_2[X]$ . Построить функцию распределения  $F(x)$

## Контрольная работа № 2

1. Непрерывная случайная величина  $X$  задана плотностью вероятности:

$$f(x) = \begin{cases} C, & x \in [-1; 1] \\ 0, & x \notin [-1; 1] \end{cases}$$

Найти константу  $C$ , функцию распределения  $F(x)$ , математическое ожидание  $M[X]$ , дисперсию  $D[X]$  и среднее квадратическое отклонение  $\sigma[X]$ ,  $P(0 < X < 0.5)$ . Начальные и центральные моменты:  $\nu_1[X]$ ,  $\nu_2[X]$ ,  $\mu_1[X]$ ,  $\mu_2[X]$ . Построить графики  $f(x)$  и  $F(x)$ . Найти моду и медиану.

2. Непрерывная случайная величина  $X$  задана плотностью вероятности:

$$f(x) = C \exp\left\{-\frac{(x-1)^2}{2}\right\}$$

Найти константу  $C$ , функцию распределения  $F(x)$ , математическое ожидание  $M[X]$ , дисперсию  $D[X]$  и среднее квадратическое отклонение  $\sigma[X]$ ,  $P(-2 < X < 4)$ . Начальные и центральные моменты:  $\nu_1[X]$ ,  $\nu_2[X]$ ,  $\mu_1[X]$ ,  $\mu_2[X]$ . Построить графики  $f(x)$  и  $F(x)$ . Найти моду и медиану.

3. Дискретная случайная величина  $X$  распределена по закону Пуассона:

<b>X</b>	<b>0</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	...
<b>P</b>	$p(0)$	$p(1)$	$p(2)$	$p(3)$	$p(4)$	...

где  $p(k) = \frac{(0.1)^k}{k!} \exp\{-0.1\}$ . Найти математическое ожидание  $M[X]$ , дисперсию  $D[X]$  и среднее квадратическое отклонение  $\sigma[X]$ . Начальные и центральные моменты:  $\nu_1[X]$ ,  $\nu_2[X]$ ,  $\mu_1[X]$ ,  $\mu_2[X]$ . Построить функцию распределения  $F(x)$

## 20.2 Промежуточная аттестация

Промежуточная аттестация по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств:

### 20.2.1 Перечень вопросов к экзамену:

1. Алгебра событий. Классическое и статистическое определение вероятности события. Основные формулы комбинаторики: *перестановки, размещения, сочетания*.
2. Теорема сложения вероятностей. Теорема умножения вероятностей.
3. Формула полной вероятности. Формула Байеса.
4. Повторение испытаний. Формула Бернулли.
5. Локальная и интегральная теоремы Лапласа.
6. Дискретная случайная величина. Закон распределения.
7. Примеры законов распределения: *бернулли, биномиальное*.
8. Примеры законов распределения: *пуассоновское*.
9. Примеры законов распределения: *геометрическое*.
10. Функция распределения случайной величины: определение, свойства, график.
11. Плотность распределения вероятностей: определение, свойства, вероятностный смысл, график.
12. Математическое ожидание случайной величины: определение, свойства. Математическое ожидание суммы одинаково распределенных случайных величин.
13. Дисперсия и среднеквадратическое отклонение случайной величины: определение, свойства. Дисперсия и среднеквадратическое отклонение суммы одинаково распределенных случайных величин.
14. Центрированные и нормированные случайные величины. Мода и медиана. Начальные и центральные моменты.
15. Примеры законов распределения: *равномерное*.
16. Примеры законов распределения: *показательное*.
17. Примеры законов распределения: *распределение Гаусса (нормальное)*.
18. Примеры законов распределения: *распределение Релея*.
19. Примеры законов распределения: *распределение Максвелла*
20. Примеры законов распределения: *гамма распределение*.
21. Примеры законов распределения: *распределение Лапласа*.
22. Неравенство Чебышева. Центральная предельная теорема.
23. Теорема Чебышева. Теорема Бернулли.
24. Функция случайного аргумента. Распределение Пирсона, Стьюдента, Фишера-Снедекора.
25. Распределение линейной функции нормальной случайной величины.
26. Распределение суммы нормальных случайных независимых величин.

27. Двумерная случайная величина: дискретная и непрерывная. Функция распределения: определение, свойства.
28. Двумерная случайная величина: дискретная и непрерывная. Плотность совместного распределения вероятностей: определение, свойства, вероятностный смысл.
29. Условные законы распределения: определение, свойства. Плотность вероятностей составляющей двумерной случайной величины.
30. Условное математическое ожидание. Линейная средняя квадратическая регрессия.
31. Корреляционный момент. Коэффициент корреляции.
32. Зависимые и независимые случайные величины. Коррелированность и зависимость случайных величин.
33. Нормальный закон распределения двумерной случайной величины.
34. Случайные функции. Математическое ожидание.
35. Случайные функции. Дисперсия.
36. Случайные функции. Корреляционная функция.
37. Стационарные случайные функции.
38. Эргодические случайные функции.
39. Статистическое оценивание параметров распределения. Основные свойства оценок.
40. Метод наибольшего правдоподобия. Оценка параметра  $\lambda$  показательного распределения.
41. Метод наибольшего правдоподобия. Оценка мат. ожидания нормального распределения.
42. Метод наибольшего правдоподобия. Оценка дисперсии нормального распределения.
43. Метод наибольшего правдоподобия. Оценка двух неизвестных параметров: мат. ожидания и дисперсии нормального распределения.
44. Проверка статистических гипотез. Нулевая и конкурирующая гипотезы. Ошибки первого и второго рода. Выбор статистического критерия.
45. Проверка гипотезы о математическом ожидании нормальной случайной величины.

### 20.2.2 Перечень практических заданий

**Перечень задач на оценку «удовл»:**

1. Непрерывная случайная величина  $X$  задана плотностью вероятности:

$$f(x) = \begin{cases} C, & x \in [-1; 1] \\ 0, & x \notin [-1; 1] \end{cases}$$

Найти константу  $C$ , функцию распределения  $F(x)$ , математическое ожидание  $M[X]$ , дисперсию  $D[X]$  и среднее квадратическое отклонение  $\sigma[X]$ ,  $P(0 < X < 0.5)$ . Начальные и центральные моменты:  $\nu_1[X]$ ,  $\nu_2[X]$ ,  $\mu_1[X]$ ,  $\mu_2[X]$ . Построить графики  $f(x)$  и  $F(x)$ . Найти моду и медиану.

2. Непрерывная случайная величина  $X$  задана плотностью вероятности:

$$f(x) = \begin{cases} C, & x \in [-2; 0] \\ 0, & x \notin [-2; 0] \end{cases}$$

Найти константу  $C$ , функцию распределения  $F(x)$ , математическое ожидание  $M[X]$ , дисперсию  $D[X]$  и среднее квадратическое отклонение  $\sigma[X]$ ,  $P(0 < X < 0.5)$ . Начальные и центральные моменты:  $\nu_1[X]$ ,  $\nu_2[X]$ ,  $\mu_1[X]$ ,  $\mu_2[X]$ . Построить графики  $f(x)$  и  $F(x)$ . Найти моду и медиану.

3. Непрерывная случайная величина  $X$  задана плотностью вероятности:

$$f(x) = \begin{cases} C, & x \in [1; 3] \\ 0, & x \notin [1; 3] \end{cases}$$

Найти константу  $C$ , функцию распределения  $F(x)$ , математическое ожидание  $M[X]$ , дисперсию  $D[X]$  и среднее квадратическое отклонение  $\sigma[X]$ ,  $P(0 < X < 0.5)$ . Начальные и центральные моменты:  $\nu_1[X]$ ,  $\nu_2[X]$ ,  $\mu_1[X]$ ,  $\mu_2[X]$ . Построить графики  $f(x)$  и  $F(x)$ . Найти моду и медиану.

4. Непрерывная случайная величина  $X$  задана плотностью вероятности:

$$f(x) = \begin{cases} C, & x \in [3; 5] \\ 0, & x \notin [3; 5] \end{cases}$$

Найти константу  $C$ , функцию распределения  $F(x)$ , математическое ожидание  $M[X]$ , дисперсию  $D[X]$  и среднее квадратическое отклонение  $\sigma[X]$ ,  $P(0 < X < 0.5)$ . Начальные и центральные моменты:  $\nu_1[X]$ ,  $\nu_2[X]$ ,  $\mu_1[X]$ ,  $\mu_2[X]$ . Построить графики  $f(x)$  и  $F(x)$ . Найти моду и медиану.

5. Непрерывная случайная величина  $X$  задана плотностью вероятности:

$$f(x) = \begin{cases} C, & x \in [5; 7] \\ 0, & x \notin [5; 7] \end{cases}$$

Найти константу  $C$ , функцию распределения  $F(x)$ , математическое ожидание  $M[X]$ , дисперсию  $D[X]$  и среднее квадратическое отклонение  $\sigma[X]$ ,  $P(0 < X < 0.5)$ . Начальные и центральные моменты:  $\nu_1[X]$ ,  $\nu_2[X]$ ,  $\mu_1[X]$ ,  $\mu_2[X]$ . Построить графики  $f(x)$  и  $F(x)$ . Найти моду и медиану.

## Перечень задач на оценку «хор»:

1. Непрерывная случайная величина  $X$  задана плотностью вероятностей:

$$f(x) = Cx^\alpha \exp(-x/\beta), \text{ где } \alpha > -1, \beta > 0, \alpha = 1, \beta = 2$$

Найти константу  $C$ , математическое ожидание  $M[X]$ , дисперсию  $D[X]$  и среднее квадратическое отклонение  $\sigma[X]$ ,  $P(0 < X < 1)$ . Начальные и центральные моменты:  $\nu_1[X], \nu_2[X], \mu_1[X], \mu_2[X]$ . Построить графики  $f(x)$  и  $F(x)$ . Найти моду и медиану.

2. Непрерывная случайная величина  $X$  задана плотностью вероятности:

$$f(x) = C \exp\left\{-\frac{(x-1)^2}{2}\right\}$$

Найти константу  $C$ , функцию распределения  $F(x)$ , математическое ожидание  $M[X]$ , дисперсию  $D[X]$  и среднее квадратическое отклонение  $\sigma[X]$ ,  $P(-2 < X < 4)$ . Начальные и центральные моменты:  $\nu_1[X], \nu_2[X], \mu_1[X], \mu_2[X]$ . Построить графики  $f(x)$  и  $F(x)$ . Найти моду и медиану.

3. Непрерывная случайная величина  $X$  задана плотностью вероятности:

$$f(x) = \begin{cases} Cx \exp(-x^2/8), & x \geq 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases}$$

Найти константу  $C$ , функцию распределения  $F(x)$ , математическое ожидание  $M[X]$ , дисперсию  $D[X]$  и среднее квадратическое отклонение  $\sigma[X]$ ,  $P(0 < X < 1)$ . Начальные и центральные моменты:  $\nu_1[X], \nu_2[X], \mu_1[X], \mu_2[X]$ . Построить графики  $f(x)$  и  $F(x)$ . Найти моду и медиану.

4. Непрерывная случайная величина  $X$  задана плотностью вероятностей:

$$f(x) = Cx^\alpha \exp(-x/\beta), \text{ где } \alpha > -1, \beta > 0, \alpha = 2, \beta = 1$$

Найти константу  $C$ , математическое ожидание  $M[X]$ , дисперсию  $D[X]$  и среднее квадратическое отклонение  $\sigma[X]$ ,  $P(0 < X < 1)$ . Начальные и центральные моменты:  $\nu_1[X], \nu_2[X], \mu_1[X], \mu_2[X]$ . Построить графики  $f(x)$  и  $F(x)$ . Найти моду и медиану.

5. Непрерывная случайная величина  $X$  задана плотностью вероятности:

$$f(x) = C \exp\left\{-\frac{(x-3)^2}{2}\right\}$$

Найти константу  $C$ , функцию распределения  $F(x)$ , математическое ожидание  $M[X]$ , дисперсию  $D[X]$  и среднее квадратическое отклонение  $\sigma[X]$ ,  $P(-2 < X < 4)$ . Начальные и центральные моменты:  $\nu_1[X], \nu_2[X], \mu_1[X], \mu_2[X]$ . Построить графики  $f(x)$  и  $F(x)$ . Найти моду и медиану.

**Перечень задач на оценку «отл»:**

1. Двумерная непрерывная случайная величина задана плотностью вероятностей:

$$f(x_1, x_2) = C \exp\{-ax_1^2 + 2bx_1x_2 - cx_2^2\},$$

где  $a^{-1} = 1.5$ ,  $b^{-1} = 6$ ,  $c^{-1} = 6$ .

Найти константу  $C$ ,  $M[X_1]$ ,  $M[X_2]$ ,  $D[X_1]$ ,  $D[X_2]$ ,  $\sigma[X_1]$ ,  $\sigma[X_2]$ ,  $R_{X_1X_2}$ ,  $f(x_1/x_2)$ ,  $f(x_2/x_1)$ ,  $M[X_1/x_2]$ ,  $M[X_2/x_1]$ . Записать уравнение линейной среднеквадратической регрессии.

2. Двумерная непрерывная случайная величина задана плотностью вероятностей:

$$f(x_1, x_2) = C \exp\{-ax_1^2 + 2bx_1x_2 - cx_2^2\},$$

где  $a^{-1} = 96$ ,  $b^{-1} = 96$ ,  $c^{-1} = 24$ .

Найти константу  $C$ ,  $M[X_1]$ ,  $M[X_2]$ ,  $D[X_1]$ ,  $D[X_2]$ ,  $\sigma[X_1]$ ,  $\sigma[X_2]$ ,  $R_{X_1X_2}$ ,  $f(x_1/x_2)$ ,  $f(x_2/x_1)$ ,  $M[X_1/x_2]$ ,  $M[X_2/x_1]$ . Записать уравнение линейной среднеквадратической регрессии.

3. Двумерная непрерывная случайная величина задана плотностью вероятностей:

$$f(x_1, x_2) = C \exp\{-ax_1^2 + 2bx_1x_2 - cx_2^2\},$$

где  $a^{-1} = 24$ ,  $b^{-1} = 96$ ,  $c^{-1} = 96$ .

Найти константу  $C$ ,  $M[X_1]$ ,  $M[X_2]$ ,  $D[X_1]$ ,  $D[X_2]$ ,  $\sigma[X_1]$ ,  $\sigma[X_2]$ ,  $R_{X_1X_2}$ ,  $f(x_1/x_2)$ ,  $f(x_2/x_1)$ ,  $M[X_1/x_2]$ ,  $M[X_2/x_1]$ . Записать уравнение линейной среднеквадратической регрессии.

4. Двумерная непрерывная случайная величина задана плотностью вероятностей:

$$f(x_1, x_2) = C \exp\{-ax_1^2 + 2bx_1x_2 - cx_2^2\},$$

где  $a^{-1} = 3.5$ ,  $b^{-1} = 9\frac{1}{3}$ ,  $c^{-1} = 14$ .

Найти константу  $C$ ,  $M[X_1]$ ,  $M[X_2]$ ,  $D[X_1]$ ,  $D[X_2]$ ,  $\sigma[X_1]$ ,  $\sigma[X_2]$ ,  $R_{X_1X_2}$ ,  $f(x_1/x_2)$ ,  $f(x_2/x_1)$ ,  $M[X_1/x_2]$ ,  $M[X_2/x_1]$ . Записать уравнение линейной среднеквадратической регрессии.

5. Двумерная непрерывная случайная величина задана плотностью вероятностей:

$$f(x_1, x_2) = C \exp\{-ax_1^2 + 2bx_1x_2 - cx_2^2\},$$

где  $a^{-1} = 14$ ,  $b^{-1} = 9\frac{1}{3}$ ,  $c^{-1} = 3.5$ .

Найти константу  $C$ ,  $M[X_1]$ ,  $M[X_2]$ ,  $D[X_1]$ ,  $D[X_2]$ ,  $\sigma[X_1]$ ,  $\sigma[X_2]$ ,  $R_{X_1X_2}$ ,  $f(x_1/x_2)$ ,  $f(x_2/x_1)$ ,  $M[X_1/x_2]$ ,  $M[X_2/x_1]$ . Записать уравнение линейной среднеквадратической регрессии.

Для оценивания результатов обучения при промежуточной аттестации используются следующие показатели:

- 1) знание основных понятий теории вероятностей и математической статистики и их методов, которые используются для построения моделей и конструирования алгоритмов решения практических задач;
- 2) знание постановки классических задач;
- 3) знание методов формулировки и доказательства математических утверждений;
- 4) умение применять методы теории вероятностей и математической статистики для решения задач профессиональной деятельности;
- 5) умение применять аппарат теории вероятностей и математической статистики для доказательства утверждений и теорем;
- 6) владение навыками квалифицированного выбора и адаптации существующих методов теории вероятностей и математической статистики для решения практических задач решения различных задач;
- 7) владение навыками использования методов решения классических задач теории вероятностей и математической статистики для решения различных естественнонаучных задач.

Критерии оценивания компетенций	Уровень сформированности компетенций	Шкала оценок
Обучающийся в полной мере владеет понятийным аппаратом и теоретическими основами дисциплины, способен иллюстрировать ответ примерами, фактами, данными научных исследований, применять теоретические знания для решения практических задач данной дисциплины.	Повышенный уровень	Отлично
Обучающийся в полной мере владеет понятийным аппаратом и теоретическими основами дисциплины, способен иллюстрировать ответ примерами, фактами, данными научных исследований, применять теоретические знания для решения практических задач данной дисциплины. Допускает ошибки при решении этих задач.	Базовый уровень	Хорошо
Обучающийся частично владеет понятийным аппаратом и теоретическими основами дисциплины, способен иллюстрировать ответ	Пороговый уровень	Удовлетворительно



<p>примерами, фактами, данными научных исследований, применять теоретические знания для решения практических задач данной дисциплины. Допускает ошибки при решении этих задач.</p>		
<p>Ответ на контрольно-измерительный материал не соответствует любым трем(четырем) из перечисленных показателей. Обучающийся демонстрирует отрывочные, фрагментарные знания, допускает грубые ошибки.</p>	–	Неудовлетворительно

### **20.3. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций**

Оценка знаний, умений и навыков, характеризующая этапы формирования компетенций в рамках изучения дисциплины, осуществляется в ходе текущей и промежуточной аттестаций.

Текущая аттестация проводится в соответствии с Положением о текущей аттестации обучающихся по программам высшего образования Воронежского государственного университета. Текущая аттестация проводится в форме контрольных работ. Критерии оценивания: решена одна задача – «удовл», решены две задачи – «хор», решены три задачи – «отл».

Промежуточная аттестация проводится в соответствии с Положением о промежуточной аттестации обучающихся по программам высшего образования.

## ЛИСТ СОГЛАСОВАНИЙ

### РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Дисциплина: Б1.О.16 Теория вероятностей и математическая статистика.

Направление/специальность: 03.03.02 Физика.

Профиль подготовки: Физика лазерных и спектральных технологий; Физика твердого тела; Ядерная и медицинская физика.

Форма обучения: очная

Учебный год: 2023/2024

---

Ответственный исполнитель

Заведующий кафедрой математической  
физики и информационных технологий



Переселков С.А. 28.06.2022

Исполнители

Заведующий кафедрой математической  
физики и информационных технологий



Переселков С.А. 28.06.2022

СОГЛАСОВАНО

Куратор ООП ВО по НП/С

\_\_\_\_\_ . 2022  
подпись                      расшифровка подписи

Зав. отделом обслуживания ЗНБ

\_\_\_\_\_ . 2022  
подпись                      расшифровка подписи

---

Программа рекомендована Научно-методическим советом физического факультета,  
протокол №6 от 27.06.2022г.