


МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО «ВГУ»)

УТВЕРЖДАЮ

Заведующий кафедрой
_____ *системного анализа и управления* _____
наименование кафедры, отвечающей за реализацию дисциплины
 _____ *проф. Задорожний В.Г.*
подпись, расшифровка подписи
29.05.2023

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Б1.О.21 Алгебра

Код и наименование дисциплины в соответствии с учебным планом

1. Код и наименование направления подготовки/специальности: _____
_____ *10.05.01 Компьютерная безопасность* _____

2. Профиль подготовки/специализация:
Математические методы защиты информации

3. Квалификация выпускника: специалист _____

4. Форма обучения: очная _____

5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины:
кафедра системного анализа и управления

6. Составители программы: _____ *Кабанцова Лариса Юрьевна, к.ф.-м.н.,* _____
(ФИО, ученая степень, ученое звание)

7. Рекомендована: _____
(наименование рекомендующей структуры, дата, номер протокола)

Научно-методическим советом факультета прикладной математики, информатики и механики (протокол № 7 от 26.05.2023) _____

8. Учебный год: 2023/24 _____ Семестр(ы)/Триместр(ы): 1 _____

9. Цели и задачи учебной дисциплины

Целями освоения учебной дисциплины являются: получение знаний об основных алгебраических структурах, освоение круга задач классической и современной алгебры, получение фундаментальных знаний, необходимых для последующего изучения смежных математических дисциплин.

Задачи учебной дисциплины: приобретение навыков работы с основными алгебраическими объектами: группами, кольцами, полями, комплексными числами, различными типами матриц и их числовыми характеристиками, полиномами, системами линейных алгебраических уравнений, матричными уравнениями.

10. Место учебной дисциплины в структуре ООП:

Дисциплина входит в базовую часть Блока 1 программы подготовки специалиста. Ее изучение базируется на знаниях обучающихся, полученных в школьных курсах «Алгебра и начала анализа» и «Геометрия». Приобретенные при освоении данной дисциплины знания параллельно или в последующем используются в дисциплинах «Математический анализ», «Линейная алгебра», «Дифференциальные уравнения», «Методы оптимизации» и др.

11. Планируемые результаты обучения по дисциплине/модулю (знания, умения, навыки), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями) и индикаторами их достижения:

Код	Название компетенции	Код(ы)	Индикатор(ы)	Планируемые результаты обучения
ОПК-3	Способен на основании совокупности математических методов разрабатывать, обосновывать и реализовывать процедуры решения задач профессиональной деятельности.	ОПК-3.7	Знает основные свойства важнейших алгебраических систем: групп, колец, полей	<i>Знать:</i> основные алгебраические структуры – группа, кольцо, поле <i>Уметь:</i> определять по заданной алгебраической структуре ее свойства <i>Владеть:</i> навыками работы с алгебраическими структурами
		ОПК-3.8	Знает основы линейной алгебры и важнейшие свойства векторных пространств над произвольными полями	<i>Знать:</i> основы линейной алгебры и важнейшие свойства векторных пространств над произвольными полями <i>Уметь:</i> применять на практике важнейшие свойства векторных пространств над произвольными полями <i>Владеть:</i> базовыми инструментами линейной алгебры
		ОПК-3.9	Знает основные свойства колец многочленов над кольцами и полями	<i>Знать:</i> основные свойства колец многочленов над кольцами и полями <i>Уметь:</i> применять на практике основные свойства колец многочленов <i>Владеть:</i> базовыми инструментами для работы с кольцами многочленов
		ОПК-3.10	Знает основные свойства отображений важнейших алгебраических систем	<i>Знать:</i> основные свойства отображений важнейших алгебраических систем <i>Уметь:</i> применять на практике основные свойства отображений <i>Владеть:</i> навыками использования основных свойств отображений важнейших алгебраических систем
		ОПК-3.11	Умеет производить стандартные алгебраические операции в основных числовых и конечных полях, кольцах, а также оперировать с подстановками, многочленами, матрицами, в том числе с использованием компьютерных программ	<i>Знать:</i> основные алгебраические операции в основных числовых и конечных полях, кольцах, алгебру многочленов и матриц <i>Уметь:</i> производить стандартные алгебраические операции в основных числовых и конечных полях, кольцах, а также оперировать с подстановками, многочленами, матрицами, в том числе с использованием компьютерных программ <i>Владеть:</i> базовыми инструментами для работы с многочленами, подстановками и матрицами

		ОПК-3.12	Умеет решать системы линейных уравнений над полями, приводить матрицы и квадратичные формы к каноническому виду;	<i>Знать:</i> основные подходы к решению систем линейных уравнений, приведению матрицы и квадратичные формы к каноническому виду <i>Уметь:</i> решать системы линейных уравнений над полями, приводить матрицы и квадратичные формы к каноническому виду <i>Владеть:</i> базовыми подходами к решению систем линейных уравнений
		ОПК-3.13	Умеет производить оценку качества полученных решений прикладных задач	<i>Знать:</i> основные принципы оценки качества полученных решений прикладных задач <i>Уметь:</i> производить оценку качества полученных решений прикладных задач <i>Владеть:</i> навыками оценки качества полученных решений
		ОПК-3.14	Владеет методами решения стандартных алгебраических, матричных, подстановочных уравнений в алгебраических структурах	<i>Знать:</i> основные методы решения стандартных алгебраических, матричных, подстановочных уравнений <i>Уметь:</i> применять на практике методы решения стандартных алгебраических, матричных, подстановочных уравнений <i>Владеть:</i> методами решения стандартных алгебраических, матричных, подстановочных уравнений в алгебраических структурах
		ОПК-3.15	Владеет навыками решения типовых линейных уравнений над полем и кольцом вычетов	<i>Знать:</i> основные методы решения типовых линейных уравнений над полем и кольцом вычетов <i>Уметь:</i> применять на практике методы решения типовых линейных уравнений над полем и кольцом вычетов <i>Владеть:</i> навыками решения типовых линейных уравнений над полем и кольцом вычетов
		ОПК-3.16	Владеет навыками решения стандартных задач в векторных пространствах и методами нахождения канонических форм линейных преобразований	<i>Знать:</i> основные методы решения стандартных задач в векторных пространствах и методами нахождения канонических форм линейных преобразований <i>Уметь:</i> применять на практике стандартных задач в векторных пространствах и методами нахождения канонических форм линейных преобразований <i>Владеть:</i> навыками решения стандартных задач в векторных пространствах и методами нахождения канонических форм линейных преобразований

12. Объем дисциплины в зачетных единицах/час.(в соответствии с учебным планом) — 4/144.

Форма промежуточной аттестации(зачет/экзамен) — экзамен

13. Трудоемкость по видам учебной работы

Вид учебной работы		Трудоемкость		
		Всего	По семестрам	
			1 семестр	№ семестра
Аудиторные занятия		68	68	
в том числе:	лекции	34	34	
	практические	34	34	
	лабораторные	0	0	
Самостоятельная работа		40	40	
в том числе: курсовая работа (проект)				
Форма промежуточной аттестации (экзамен – __ час.)		36	36	
Итого:		144	144	

13.1. Содержание дисциплины

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины	Реализация раздела дисциплины с помощью онлайн-курса, ЭУМК*
1. Лекции			
1.1	Множества. Отношения.	Понятие множества. Операции над множествами. Отношение эквивалентности. Фактормножество.	Алгебра_КБ
1.2	Отображения	Классификация отображений. Обратимость.	Алгебра_КБ
1.3	Алгебраические структуры	Группы, кольца, поля	Алгебра_КБ
1.4	Числовые системы: кольца целых чисел, классов вычетов целых чисел	Деление в кольце целых чисел, основная теорема арифметики, сравнение по модулю, операции в кольце вычетов	Алгебра_КБ
1.5	Поле комплексных чисел	Варианты определения комплексных чисел: алгебраическая, тригонометрическая и экспоненциальная формы. Геометрический смысл операций.	Алгебра_КБ
1.6	Кольцо многочленов	Алгебраические и функциональные многочлены. Операции. Деление с остатком и теорема Безу. Алгоритм Эвклида. Разложение на комплексные и действительные множители.	Алгебра_КБ
1.7	Матричное исчисление	Классификация матриц. Действия с матрицами. Свойства определителей. Миноры и алгебраические дополнения. Определение обратной матрицы. Метод присоединенной матрицы.	Алгебра_КБ
1.8	СЛАУ	Системы линейных алгебраических уравнений. Методы обратной матрицы, Крамера, Гаусса. Ранг матрицы. Теорема Кронекера–Капелли.	Алгебра_КБ
2. Практические занятия			
2.1	Множества. Отношения.	Понятие множества. Операции над множествами. Отношение эквивалентности. Фактормножество.	Алгебра_КБ
2.2	Отображения	Классификация отображений. Обратимость.	Алгебра_КБ
2.3	Алгебраические структуры	Группы, кольца, поля.	Алгебра_КБ
2.4	Кольца целых чисел, классов вычетов целых чисел	Деление в кольце целых чисел, основная теорема арифметики, сравнение по модулю, операции в кольце вычетов	Алгебра_КБ
2.5	Комплексные числа	Преобразования, изображения фигур на комплексной плоскости, решение уравнений и систем.	Алгебра_КБ
2.6	Кольцо многочленов	Схема Горнера. Алгоритм Эвклида. Корни полинома.	Алгебра_КБ
2.7	Матричное исчисление	Операции над матрицами. Вычисление определителей. Нахождение обратной матрицы	Алгебра_КБ
2.8	СЛАУ	Системы линейных алгебраических уравнений. Методы обратной матрицы, Крамера, Гаусса.	Алгебра_КБ

13.2. Темы (разделы) дисциплины и виды занятий

№ п/п	Наименование темы (раздела) дисциплины	Виды занятий (количество часов)				
		Лекции	Практические	Лабораторные	Самостоятельная работа	Всего
1.1	Множества. Отношения.	3	2		3	8
1.2	Отображения	3	4		4	11
1.3	Алгебраические структуры	6	5		6	17
1.4	Числовые системы: кольца целых чисел, классов вычетов целых чисел	4	4		6	14
1.5	Поле комплексных чисел	3	5		5	13
1.6	Кольцо многочленов	6	5		5	16
1.7	Матричное исчисление	4	5		6	15
1.8	СЛАУ	5	4		5	14
	Итого:	34	34		40	108

14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины:

Для успешного освоения дисциплины необходима систематическая работа с конспектами лекций, изучение соответствующих разделов основной и дополнительной литературы, выполнение практических заданий, тестов, заданий текущей аттестации.

При использовании дистанционных образовательных технологий и электронного обучения выполнять все указания преподавателей по работе на LMS-платформе, своевременно подключаться к online-занятиям, соблюдать рекомендации по организации самостоятельной работы.

15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины (список литературы оформляется в соответствии с требованиями ГОСТ и используется общая сквозная нумерация для всех видовисточников)

а) основная литература:

№ п/п	Источник
1	Курбатова, Г. И. Курс лекций по алгебре : учебное пособие / Г. И. Курбатова, В. Б. Филиппов. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 656 с. — ISBN 978-5-8114-1905-0. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/212060 (дата обращения: 20.06.2023). — Режим доступа: для авториз. пользователей.
2	Ермолаева, Н. Н. Практические занятия по алгебре. Элементы теории множеств, теории чисел, комбинаторики. Алгебраические структуры : учебное пособие / Н. Н. Ермолаева, В. А. Козынченко, Г. И. Курбатова. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 112 с. — ISBN 978-5-8114-1657-8. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/211595 (дата обращения: 20.06.2023). — Режим доступа: для авториз. пользователей.
3	Практические занятия по алгебре. Комплексные числа, многочлены : учебное пособие / Ю. В. Волков, Н. Н. Ермолаева, В. А. Козынченко, Г. И. Курбатова. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 192 с. — ISBN 978-5-8114-1743-8. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/211694 (дата обращения: 20.06.2023). — Режим доступа: для авториз. пользователей.

б) дополнительная литература:

№ п/п	Источник
4	Курбатов, Виталий Геннадьевич. Алгебра : учебное пособие / В. Г. Курбатов ; Воронежский государственный университет. Воронеж : Издательский дом ВГУ, 2022. 603 с. : ил. ; 21 см. ISBN 978-5-9273-3499-5.
5	Фаддеев Д.К. Сборник задач по высшей алгебре / Д.К. Фаддеев, Соминский И.С. — М. : Физматлит, 1977. — 288 с.
6	Мартынов, Л. М. Алгебра и теория чисел для криптографии : учебное пособие для вузов / Л. М. Мартынов. — 2-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 456 с. — ISBN 978-5-8114-9346-3. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/189446 (дата обращения: 20.06.2023). — Режим доступа: для авториз. пользователей.
7	Баскаков, Анатолий Григорьевич. Лекции по алгебре : учебное пособие / А.Г. Баскаков ; Воронеж. гос. ун-т. — Воронеж : Издательско-полиграфический центр Воронежского государственного университета, 2013. — 155 с.

в) информационные электронно-образовательные ресурсы (официальные ресурсы интернет)*:

№ п/п	Ресурс
8	www.lib.vsu.ru – ЗНБ ВГУ
9	Фаддеев Д. К. Лекции по алгебре : учеб. пособие / Д. К. Фаддеев. — Москва : Лань, 2007 — 416 с. Режим доступа: https://lanbook.lib.vsu.ru/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=397
10	Окунев, Л.Я. Высшая алгебра. — СПб. : Лань, 2009. — 336 с. — Режим доступа: http://lanbook.lib.vsu.ru/book/289
11	Курбатова, Г. И. Курс лекций по алгебре : учебное пособие / Г. И. Курбатова, В. Б. Филиппов. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 656 с. — ISBN 978-5-8114-1905-0. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL:

	https://e.lanbook.com/book/212060 (дата обращения: 20.06.2023). — Режим доступа: для авториз. пользователей.
12	Онлайн-курс «Алгебра_КБ». — https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=12400

16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы (учебно-методические рекомендации, пособия, задачки, методические указания по выполнению практических (контрольных), курсовых работ и др.)

№ п/п	Источник
1	Курбатов, Виталий Геннадьевич. Алгебра : учебное пособие / В. Г. Курбатов ; Воронежский государственный университет. Воронеж : Издательский дом ВГУ, 2022. 603 с. : ил. ; 21 см. ISBN 978-5-9273-3499-5.
2	Баскаков, Анатолий Григорьевич. Лекции по алгебре : учебное пособие / А.Г. Баскаков ; Воронеж. гос. ун-т. — Воронеж : Издательско-полиграфический центр Воронежского государственного университета, 2013. — 155 с.
3	Мартынов, Л. М. Алгебра и теория чисел для криптографии : учебное пособие для вузов / Л. М. Мартынов. — 2-е изд., стер. — Санкт-Петербурга : Лань, 2022. — 456 с. — ISBN 978-5-8114-9346-3. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/189446 (дата обращения: 20.06.2023). — Режим доступа: для авториз. пользователей.

17. Образовательные технологии, используемые при реализации учебной дисциплины, включая дистанционные образовательные технологии (ДОТ, электронное обучение (ЭО), смешанное обучение):

Дисциплина реализуется с применением электронного обучения и дистанционных образовательных технологий. Для организации занятий рекомендован онлайн-курс «Алгебра_КБ», размещенный на платформе Электронного университета ВГУ (LMS moodle), а также Интернет-ресурсы, приведенные в п.15в.

18. Материально-техническое обеспечение дисциплины:

394018, г. Воронеж, площадь Университетская, д. 1, корпус 1б, ауд. 505п

Учебная аудитория: компьютер преподавателя i5-3220-3.3ГГц, монитор с ЖК 17", мультимедийный проектор, экран.

Программное обеспечение: ОС Windows v.7, 8, 10, набор утилит (архиваторы, файл-менеджеры), LibreOffice v.5-7, Foxit PDF Reader

19. Оценочные средства для проведения текущей и промежуточной аттестаций

Порядок оценки освоения обучающимися учебного материала определяется содержанием следующих разделов дисциплины:

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Компетенция(и)	Индикатор(ы) достижения компетенции	Оценочные средства
1.	Множества. Отношения.	ОПК-3	ОПК-3.8	Контрольная работа -1
2.	Отображения	ОПК-3	ОПК-3.10	Контрольная работа -1
3.	Алгебраические структуры	ОПК-3	ОПК-3.7, ОПК-3.11	Контрольная работа -1
4.	Числовые системы: кольца целых чисел, классов вычетов целых чисел	ОПК-3	ОПК-3.15	Контрольная работа -1
5.	Поле комплексных чисел	ОПК-3	ОПК-3.8, ОПК-3.11	Контрольная работа -1
6.	Кольцо многочленов	ОПК-3	ОПК-3.9, ОПК-3.11	Контрольная работа -2
7.	Матричное исчисление	ОПК-3	ОПК-3.12	Контрольная работа -2

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Компетенция(и)	Индикатор(ы) достижения компетенции	Оценочные средства
11.	СЛАУ	ОПК-3	ОПК-3.12, ОПК-3.13, ОПК-3.14, ОПК-3.15, ОПК-3.16	Контрольная работа -2
Промежуточная аттестация форма контроля – экзамен				<i>Перечень вопросов Практическое задание</i>

20. Типовые оценочные средства и методические материалы, определяющие процедуры оценивания

20.1. Текущий контроль успеваемости

Контроль успеваемости по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств:

П 1. Перечень заданий для контрольных работ

Контрольная работа 1 (пример варианта)

- Доказать, что $A \setminus B = A \Delta (A \cap B)$,
- Исследовать на инъективность и сюръективность функцию

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = x^3 - x + 1.$$

- Выяснить, образует ли группу относительно операции сложения множество четных целых чисел.
- Решить сравнение $6x \equiv 2 \pmod{9}$.
- Решить уравнение $|z| - iz = 1 - 2i$.

Контрольная работа 2 (пример варианта)

1. Восстановить прощенные числа в схеме Горнера для многочленов f, h с целыми коэффициентами

$$\begin{array}{r|rr|rr|rr} & -1 & 2 & & 5 & 8 & \\ \hline 1 & & 2 & & & & 16 \end{array}$$

2. Решить матричное уравнение

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & -1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 4 & 3 & 6 \\ -2 & 8 & 7 \\ 6 & 1 & 5 \end{pmatrix}$$

3. Система

$$\begin{cases} ax_2 + bx_1 = c \\ cx_1 + ax_3 = b \\ bx_3 + cx_2 = a \end{cases}$$

имеет единственное решение. Докажите, что $abc \neq 0$, и найдите решение.

4. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} 4 & 3 & 3 & 5 \\ 3 & 4 & 3 & 2 \\ 3 & 2 & 5 & 4 \\ 2 & 4 & 2 & 3 \end{vmatrix}$$

Описание технологии проведения:

Средство проверки умений применять полученные знания для решения задач определенного типа по дисциплине

Контрольная работа проводится на занятии одновременно во всей учебной группе в виде письменной работы. Ограничение по времени— 1 час 35 минут.

Требования к выполнению заданий контрольной (или шкалы и критерии оценивания)

Отлично	5 правильно выполненных задания
Хорошо	4 правильно выполненных задания
Удовлетворительно	3 правильно выполненных задания
Неудовлетворительно	правильно выполнено менее 3 заданий

П. 2: Перечень вопросов для проведения тестирования по дисциплине «Алгебра»

Вопросы с выбором

- Если матрица вырождена, то:
 - Ее определитель равен нулю
 - Ее определитель отрицателен
 - Она симметрична
 - Она не имеет обратной матрицы
 - Ее ранг равен нулю
- Установите соответствие между матричным уравнением и формулой для его решения
Уравнения:
 - $AX = B$
 - $XA = B$

Решения:

- $X = A^{-1}B$
- $X = A^T B$

- c) $X = BA^{-1}$
 d) $X = B^{-1}A$
3. Произведение $z_1 z_2$, если $z_1 = 5 + 2i$, $z_2 = 1 - 2i$ равно
 a. $10 - 8i$
 b. $9 - 7i$
 c. $9 - 8i$
 d. $9 - 9i$
4. Установите соответствие между отображением и его свойствами:
 Отображения
 1. $y = \cos x$
 2. $y = 2x + 3$
 3. $y = 5 + e^x$
- Свойства:
 а) Инъективная, сюръективная, биективная
 б) Не инъективная, не сюръективная
 с) Инъективная, не сюръективная
5. Какие из множеств с указанной операцией над элементами этого множества образуют группу?
 а. Целые числа с операцией вычитания
 б. Целые числа кратные 3 с операцией сложения
 с. Рациональные числа отличные от нуля с операцией умножения
 д. Нечетные натуральные числа с операцией умножения

Вопросы с коротким ответом

6. С каким знаком в определитель четвертого порядка входит произведение элементов побочной диагонали?
 7. Укажите решение уравнения $5x \equiv 3 \pmod{11}$ в кольце Z_{11}

Вопросы с развернутым ответом

8. Укажите, какая алгебраическая структура называется абелевой группой? Приведите пример абелевой группы.

Критерии оценивания	Шкала оценок
Обучающийся приводит развернутое и полностью корректное определение абелевой группы. Приведен пример абелевой группы	3 балла
Обучающийся приводит достаточно развернутое определение абелевой группы. Определение может содержать незначительные неточности. Приведен пример абелевой группы	2 балла
Обучающийся приводит частичное определение абелевой группы. Отсутствует пример абелевой группы.	1 балл
Представлено неполное или некорректное определение абелевой группы. Присутствуют грубые ошибки или неточности. Отсутствует пример абелевой группы	0 баллов

Правильные ответы

1. а, d
 2. 1а, 2с
 3. с
 4. 1б, 2а, 3с
 5. б, с
 6. + (плюс)
 7. 5

Описание технологии проведения:

Тестирование проводится на занятии одновременно во всей учебной группе в виде теста в электронной образовательной среде «Электронный университет ВГУ», адрес курса — <https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=12400>. Тест составляется из материалов ФОСа, формирует-

ся системой автоматически путём добавления случайных вопросов, количество которых соответствует имеющимся образцам билетов. Большая часть вопросов проверяется автоматически, проверки преподавателем с ручным оцениванием требуют только отдельные вопросы, представленные в форме эссе. Ограничение по времени на каждую попытку — 30 минут.

20.2. Промежуточная аттестация

Промежуточная аттестация по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств:

Перечень вопросов к экзамену: _____

(наименование оценочного средства промежуточной аттестации)

- 1. Множества и отношения.** Элемент множества. Способы задания множеств. Пустое множество. Подмножество множества. Равные множества. Операции над множествами: объединение, пересечение, разность, дополнение, симметрическая разность. Универсальное множество. Свойства операций над множествами. Декартово произведение множеств. Степень множества. Разбиение множества. Конечные множества. Мощность конечного множества. Бинарное отношение. Отношение эквивалентности. Класс эквивалентности. Фактормножество.
- 2. Отображение и бесконечные множества.** Отображение. Равенство отображений. Образ элемента, прообраз элемента. Образ множества, прообраз множества, образ отображения. Отображение инъективное, сюръективное, биективное. Суперпозиция отображений и ее свойства. Обратное отображение. Критерий обратимости отображения. Бесконечные множества. Равномощность множеств. Счетные множества. Сравнение мощностей бесконечных множеств.
- 3. Алгебраические структуры.** Бинарная операция. Ассоциативная операция. Полугруппа. Нейтральный элемент. Моноид. Обратный элемент. Группа, абелева группа. Таблица Кэли. Степень элемента. Порядок группы. Кольцо, свойство операций в кольце. Кольцо с единицей. Делители нуля. Тело, поле.
- 4. Кольцо целых чисел.** Натуральные числа. Коммутативное кольцо целых чисел. Деление в кольце целых чисел. Деление с остатком в кольце целых чисел. Основная теорема арифметики.
- 5. Кольцо вычетов.** Сравнимость по модулю n и его свойства. Вычеты по модулю n . Простейшие свойства сравнений. Сумма и произведение вычетов и их свойства. Вычитание в кольце вычетов. Деление в кольце вычетов. Критерий того, что кольцо вычетов является полем. Теорема Ферма.
- 6. Поле комплексных чисел.** Комплексное число; операции сложения и умножения, равенство комплексных чисел, мнимая единица; алгебраическая форма записи комплексного числа, сопряженное комплексное число. Модуль и аргумент комплексного числа, тригонометрическая форма записи. Возведение в степень комплексного числа. Показательная функция комплексной переменной, формула Эйлера. Извлечение корня из комплексного числа.
- 7. Кольцо многочленов.** Многочлен (полином), степень многочлена, равенство многочленов. Функциональный и алгебраический подход к определению и равенству многочленов. Сложение и умножение многочленов и свойства данных операций. Свойства степени многочленов. Корень многочлена, кратность корня. Обратимые элементы в кольце многочленов. Деление многочленов. Деление многочлена на линейный многочлен $(t - \alpha)$, теорема Безу. Схема Горнера. Каноническое разложение многочленов: неприводимые многочлены, каноническое разложение многочлена над полем комплексных чисел, каноническое разложение многочленов над полем вещественных чисел.
- 8. Кольцо матриц с единицей.** Матрицы: прямоугольная, квадратная. Равные матрицы, единичная, нулевая, диагональная, ступенчатая, треугольная, симметричная, кососимметричная матрицы. Операции над матрицами и свойства операций: сложение матриц, умно-

жение матриц на скаляр, умножение матриц, транспонирование матриц . Обратимые квадратные матрицы и их свойства.

9. **Определитель матрицы.** Определитель квадратной матрицы. Определитель второго и третьего порядка. Свойства определителей. Миноры и алгебраические дополнения. Обратная матрица и ее нахождение методом присоединенной матрицы.
10. **Системы линейных алгебраических уравнений (слау).** Линейное алгебраическое уравнение, однородная (неоднородная) система. Совместная, несовместная, определенная, неопределенная слау. Матрица слау, расширенная матрица. Методы решения слау: метод обратной матрицы, правило Крамера, преобразования Гаусса-Жордана, метод Гаусса. Линейная зависимости (линейная независимость) векторов. Свойства линейно зависимых (линейно независимых) векторов. Ранг матрицы и его свойства. Критерий совместности слау (теорема Кронекера-Капелли).

Перечень практических заданий

1. Докажите равенство множеств.
2. Оцените мощность данного множества.
3. Является ли заданное бинарное отношение на заданном множестве рефлексивным, симметричным, транзитивным?
4. Действия с комплексными числами.
5. Составьте уравнение, корнями которого являются заданные комплексные числа.
6. Изобразите на комплексной плоскости множества точек, удовлетворяющих заданным условиям.
7. Представьте данное комплексное число в тригонометрической форме.
8. Комплексные числа и задачи с параметрами.
9. Формула Муавра и Эйлера.
10. На множестве некоторая операция $*$ задана таблицей Кэли. Является ли эта алгебраическая структура группой? Абелевой группой?
11. По какой алгебраической операции заданное множество является группой?
12. Для каждого из заданных множеств отображений выясните образует ли оно группу относительно композиции отображений.
13. Выясните, какие из заданных множеств являются кольцами (но не полями), а какие полями относительно указанных операций.
14. На множестве G определена операция $*$. Какой алгебраической системой является $(G;*)$?
15. Выполните деление полиномов с остатком.
16. Пользуясь схемой Горнера, разложите заданный полином по степеням $z - a$.
17. Определите кратность корня z_0 полинома $p(z)$.
18. При каком условии полином $p(z, \alpha)$ имеет корень не ниже второй кратности?
19. Найдите наибольший общий делитель заданных полиномов.
20. Постройте ненулевой полином наименьшей степени с комплексными коэффициентами, имеющий заданные корни.
21. Решите уравнения третьей степени, используя формулу Кардано.
22. Решите методом Феррари уравнения четвертой степени.
23. Вычислите заданный определитель.
24. Разложить по элементам какой-либо строки и вычислите определитель.
25. Найдите след произведения матриц.
26. Решите матричное уравнение вида $AX = B, AXB = C$.
27. Постройте обратную к заданной матрице.
28. Определите ранг матрицы.
29. Решите систему линейных алгебраических уравнений методом обратной матрицы.
30. Решите с.л.а.у. методом Гаусса.
31. Решите с.л.а.у. методом Крамера.

Описание технологии проведения экзамена

Каждый контрольно-измерительный материал состоит из двух блоков. Первый из них содержит теоретические вопросы из перечня вопросов к промежуточной аттестации, второй – практическое задание из перечня практических заданий.

Промежуточная аттестация проводится одновременно во всей учебной группе в виде письменной работы. Ограничение по времени— 1 час 40 минут. С последующим собеседованием преподавателя с обучающимся.

Требования к выполнению заданий, шкалы и критерии оценивания

Оценка «отлично» выставляется за глубокое знание предусмотренного программой материала, содержащегося в основных и дополнительных рекомендованных литературных источниках, за умение четко, лаконично и логически последовательно отвечать на поставленные вопросы, за умение анализировать изучаемые явления в их взаимосвязи и диалектическом развитии, применять теоретические положения при решении практических задач; обучающийся подтверждает полное освоение компетенций, предусмотренных программой.

Оценка «хорошо» выставляется за твердое знание основного (программного) материала, включая расчеты (при необходимости), за грамотные, без существенных неточностей ответы на поставленные вопросы, за умение применять теоретические положения для решения практических задач; обучающийся демонстрирует хороший уровень освоения материала и в целом подтверждает освоение компетенций, предусмотренных программой.

Оценка «удовлетворительно» выставляется за общее знание только основного материала, за ответы, содержащие неточности или слабо аргументированные, с нарушением последовательности изложения материала, за слабое применение теоретических положений при решении практических задач; обучающийся подтверждает освоение компетенций, предусмотренных программой на минимально допустимом уровне.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется за незнание значительной части программного материала, за существенные ошибки в ответах на вопросы, за неумение ориентироваться в расчетах, за незнание основных понятий дисциплины; не подтверждает освоение компетенций, предусмотренных программой.

Задания раздела 20.1, п. 2 рекомендуются к использованию при проведении диагностических работ с целью оценки остаточных знаний по результатам освоения данной дисциплины.