

МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
(ФГБОУ ВО «ВГУ»)

УТВЕРЖДАЮ

Заведующий кафедрой  
\_\_\_\_\_ системного анализа и управления \_  
наименование кафедры, отвечающей за реализацию дисциплины  
 \_\_\_\_\_ Задорожний В.Г.  
подпись, расшифровка подписи  
29.05.2023

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

\_\_\_\_\_ **Б1.О.26 Дифференциальные уравнения** \_\_\_\_\_

*Код и наименование дисциплины в соответствии с учебным планом*

1. Код и наименование направления подготовки/специальности:

10.05.01 Компьютерная безопасность

2. Профиль подготовки/специализация:

Математические методы защиты информации

3. Квалификация выпускника: \_\_\_\_\_ специалист \_\_\_\_\_

4. Форма обучения: \_\_\_\_\_ очная \_\_\_\_\_

5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины: \_\_\_\_\_

системного анализа и управления

6. Составители программы: Е.П. Белоусова, к.ф.-м.н., доцент \_\_\_\_\_

*(ФИО, ученая степень, ученое звание)*

7. Рекомендована: \_\_\_\_\_ Научно-методическим советом факультета прикладной математики, информатики и механики (протокол № 7 от 26.05.2023) \_\_\_\_\_

*(наименование рекомендующей структуры, дата, номер протокола)*

8. Учебный год: 2023/2024 \_\_\_\_\_

Семестр(ы)/Триместр(ы): 3 \_\_\_\_\_

## 9. Цели и задачи учебной дисциплины

Целями освоения учебной дисциплины являются:

- сформировать у студентов современные теоретические знания в области обыкновенных дифференциальных уравнений и практические навыки в решении и исследовании основных типов обыкновенных дифференциальных уравнений;
- познакомить студентов с начальными навыками математического моделирования:

Задачи учебной дисциплины:

- обучение студентов применению на практике методов построения математических моделей в виде дифференциальных уравнений;
- освоение основных методов решения дифференциальных уравнений;
- обучение основным положениям теории: устойчивость, существование решений, качественные свойства решений.

## 10. Место учебной дисциплины в структуре ООП:

Учебная дисциплина относится к обязательной части Блока 1.

## 11. Планируемые результаты обучения по дисциплине/модулю (знания, умения, навыки), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями) и индикаторами их достижения:

Код	Название компетенции	Код(ы)	Индикатор(ы)	Планируемые результаты обучения
ОПК-3	Способен на основании совокупности математических методов разрабатывать, обосновывать и реализовывать процедуры решения задач профессиональной деятельности.	ОПК-3.43	Знает основные типы обыкновенных дифференциальных уравнений и методы их решения	Знать: основные типы обыкновенных дифференциальных уравнений и методы их решения Уметь: применять на практике методы решения основных типов обыкновенных дифференциальных уравнений Владеть: базовыми инструментами для решения основных типов обыкновенных дифференциальных уравнений
		ОПК-3.58	Владеет навыками решения основных типов обыкновенных дифференциальных уравнений	Знать: методы решения основных типов обыкновенных дифференциальных уравнений Уметь: применять на практике методы решения основных типов обыкновенных дифференциальных уравнений Владеть: навыками решения основных типов обыкновенных дифференциальных уравнений

12. Объем дисциплины в зачетных единицах/час. (в соответствии с учебным планом) — 2 / 72.

Форма промежуточной аттестации (зачет/экзамен) Зачет с оценкой

## 13. Трудоемкость по видам учебной работы

Вид учебной работы		Трудоемкость			
		Всего	По семестрам		
			3	№ семестра	...
Аудиторные занятия		54	54		54
в том числе:	лекции	36	36		36
	практические	18	18		18
	лабораторные				
Самостоятельная работа		18	18		18
в том числе: курсовая работа (проект)					
Форма промежуточной аттестации (экзамен – __ час.)					
Итого:		72	72		72

### 13.1. Содержание дисциплины

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины	Реализация раздела дисциплины с помощью онлайн-курса, ЭУМК*
<b>1. Лекции</b>			
1.1	Уравнения первого порядка	Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными, линейное уравнение, уравнение Бернулли, уравнение в полных дифференциалах	Дифференциальные уравнения ПММ 10.05.01
1.2	Уравнения n-го порядка	Дифференциальные уравнения произвольного порядка с переменными и постоянными коэффициентами	Дифференциальные уравнения ПММ 10.05.01
1.3	Системы уравнений	Системы дифференциальных уравнений произвольного порядка с постоянными коэффициентами (однородные и неоднородные)	Дифференциальные уравнения ПММ 10.05.01
1.4	Устойчивость	Устойчивость по Ляпунову, асимптотическая устойчивость, признаки устойчивости решений	Дифференциальные уравнения ПММ 10.05.01
1.5	Особые точки	Особые точки, типы особых точек, фазовый портрет	Дифференциальные уравнения ПММ 10.05.01
<b>2. Практические занятия</b>			
2.1	Уравнения первого порядка	Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными, линейное уравнение, уравнение Бернулли, уравнение в полных дифференциалах	Дифференциальные уравнения ПММ 10.05.01
2.2	Уравнения n-го порядка	Дифференциальные уравнения произвольного порядка с переменными и постоянными коэффициентами	Дифференциальные уравнения ПММ 10.05.01
2.3	Системы уравнений	Системы дифференциальных уравнений произвольного порядка с постоянными коэффициентами (однородные и неоднородные)	Дифференциальные уравнения ПММ 10.05.01
2.4	Устойчивость	Устойчивость по Ляпунову, асимптотическая устойчивость, признаки устойчивости решений	Дифференциальные уравнения ПММ 10.05.01
2.5	Особые точки	Особые точки, типы особых точек, фазовый портрет	Дифференциальные уравнения ПММ 10.05.01

### 13.2. Темы (разделы) дисциплины и виды занятий

№ п/п	Наименование темы (раздела) дисциплины	Виды занятий (количество часов)				
		Лекции	Практические	Лабораторные	Самостоятельная работа	Всего

1.	Уравнения первого порядка	8	8	8	24
2.	Уравнения n-го порядка	8	4	4	16
3.	Системы уравнений	8	2	2	12
4.	Устойчивость	6	2	2	10
5.	Особые точки	6	2	2	10
	Итого:	36	18	18	72

#### 14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины:

Курс предполагает отведение большого числа разделов на самостоятельную работу студентов. Приведенные источники позволяют в полной мере самостоятельно изучить студентами данные разделы.

Материал по каждой теме излагается последовательно с использованием ранее введенных определений, обозначений и доказательств. Необходима постоянная самостоятельная проработка и усвоение изложенного на занятиях материала.

Желателен просмотр материала по данной учебной дисциплине с опережением лекций с использованием рекомендуемой в данной учебной программе литературы.

Приветствуются вопросы студентов по теме учебной дисциплины и смежным вопросам в ходе аудиторных занятий.

При использовании дистанционных образовательных технологий и электронного обучения выполнять все указания преподавателей по работе на LMS-платформе, своевременно подключаться к online-занятиям, соблюдать рекомендации по организации самостоятельной работы.

#### 15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины (список литературы оформляется в соответствии с требованиями ГОСТ и используется общая сквозная нумерация для всех видов источников)

а) основная литература:

№ п/п	Источник
1	Жабко, А. П. Дифференциальные уравнения и устойчивость : учебник / А. П. Жабко, Е. Д. Котина, О. Н. Чижова. — Санкт-Петербург : Лань, 2021. — 320 с. — ISBN 978-5-8114-1759-9. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <a href="https://e.lanbook.com/book/168782">https://e.lanbook.com/book/168782</a> (дата обращения: 14.11.2021). — Режим доступа: для авториз. пользователей.
2	Трухан, А. А. Обыкновенные дифференциальные уравнения и методы их решения. Ряды. Элементы вариационного исчисления : учебное пособие для вузов / А. А. Трухан, Т. В. Огородникова. — 2-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2020. — 268 с. — ISBN 978-5-8114-6421-0. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <a href="https://e.lanbook.com/book/147233">https://e.lanbook.com/book/147233</a> (дата обращения: 14.11.2021). — Режим доступа: для авториз. пользователей.
3	Сборник задач по дифференциальным уравнениям и вариационному исчислению : учебное пособие / В. К. Романко, Н. Х. Агаханов, В. В. Власов, Л. И. Коваленко. — 6-е изд. — Москва : Лаборатория знаний, 2020. — 222 с. — ISBN 978-5-00101-799-8. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <a href="https://e.lanbook.com/book/135528">https://e.lanbook.com/book/135528</a> (дата обращения: 14.11.2021). — Режим доступа: для авториз. пользователей.

б) дополнительная литература:

№ п/п	Источник
1	Филиппов А.Ф. Сборник задач по дифференциальным уравнениям / А.Ф. Филиппов. — Изд. 5-е. — Москва : Либроком : URSS, 2013. — 235 с.
2	Боровских А.В. Дифференциальные уравнения : учебник и практикум для академического бакалавриата : [для студ. вузов, обуч. по естественнонауч. направлениям] : в 2 ч. / А.В. Боровских, А.И. Перов. — Ч. 1. — 3-е изд., перераб. и доп. — Москва : Юрайт, 2017. — 326 с.
3	Боровских А.В. Дифференциальные уравнения : учебник и практикум для академического бакалавриата : [для студ. вузов, обуч. по естественнонауч. направлениям] : в 2 ч. / А.В. Боровских, А.И. Перов. — Ч. 2. — 3-е изд., перераб. и доп. — Москва : Юрайт, 2017. — 274 с.

в) информационные электронно-образовательные ресурсы (официальные ресурсы интернет)\*:

№ п/п	Ресурс
1	Электронный каталог Научной библиотеки Воронежского государственного университета. — Режим доступа: <a href="http://www.lib.vsu.ru/">http://www.lib.vsu.ru/</a>

2	Жабко, А. П. Дифференциальные уравнения и устойчивость : учебник / А. П. Жабко, Е. Д. Котина, О. Н. Чижова. — Санкт-Петербург : Лань, 2015. — 320 с. — ISBN 978-5-8114-1759-9. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <a href="https://e.lanbook.com/book/60651">https://e.lanbook.com/book/60651</a> — Режим доступа: для авториз. пользователей.
3	Трухан, А. А. Обыкновенные дифференциальные уравнения и методы их решения. Ряды. Элементы вариационного исчисления : учебное пособие для вузов / А. А. Трухан, Т. В. Огородникова. — 2-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2020. — 268 с. — ISBN 978-5-8114-6421-0. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <a href="https://e.lanbook.com/book/147233">https://e.lanbook.com/book/147233</a> — Режим доступа: для авториз. пользователей.
4	Сборник задач по дифференциальным уравнениям и вариационному исчислению : учебное пособие / В. К. Романко, Н. Х. Агаханов, В. В. Власов, Л. И. Коваленко. — 6-е изд. — Москва : Лаборатория знаний, 2020. — 222 с. — ISBN 978-5-00101-799-8. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <a href="https://e.lanbook.com/book/135528">https://e.lanbook.com/book/135528</a> (дата обращения: 14.11.2021). — Режим доступа: для авториз. пользователей.
5	Дифференциальные уравнения ПММ 10.05.01 / Е.П. Белоусова — Образовательный портал «Электронный университет ВГУ». — Режим доступа: <a href="https://edu.moodle.ru">https://edu.moodle.ru</a> .

**16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы** (учебно-методические рекомендации, пособия, задачки, методические указания по выполнению практических (контрольных), курсовых работ и др.)

№ п/п	Источник
1	<a href="#">Белоусова Е. П.</a> . Дифференциальные уравнения [Электронный ресурс] : методические указания для вузов : [для студ. 2-го курса специальностей "Механика и математическое моделирование" и "Фундаментальная информатика и информационные технологии" факультета ПММ] / Е.П. Белоусова, Т.И. Смагина ; Воронеж. гос. ун-т. — Электрон. текстовые дан. — Воронеж : Издательский дом ВГУ, 2019. — Загл. с титула экрана. — Свободный доступ из интрасети ВГУ. — Текстовый файл. — <URL: <a href="http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m19-30.pdf">http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m19-30.pdf</a> >.
2.	Дифференциальные уравнения ПММ 10.05.01 / Е.П. Белоусова — Образовательный портал «Электронный университет ВГУ». — Режим доступа: <a href="https://edu.moodle.ru">https://edu.moodle.ru</a> .
3.	Трухан, А. А. Обыкновенные дифференциальные уравнения и методы их решения. Ряды. Элементы вариационного исчисления : учебное пособие для вузов / А. А. Трухан, Т. В. Огородникова. — 2-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2020. — 268 с. — ISBN 978-5-8114-6421-0. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <a href="https://e.lanbook.com/book/147233">https://e.lanbook.com/book/147233</a> — Режим доступа: для авториз. пользователей.

**17. Образовательные технологии, используемые при реализации учебной дисциплины, включая дистанционные образовательные технологии (ДОТ, электронное обучение (ЭО), смешанное обучение):**

Дисциплина реализуется с применением электронного обучения и дистанционных образовательных технологий. Для организации занятий рекомендован онлайн-курс «Дифференциальные уравнения\_10.05.01», размещенный на платформе Электронного университета ВГУ (LMS moodle), а также Интернет-ресурсы, приведенные в п.15в.

**18. Материально-техническое обеспечение дисциплины:**

**394018, г. Воронеж, площадь Университетская, д. 1, корпус 16, ауд. 305п**

Учебная аудитория: ноутбук HP Pavilion Dv9000-er, мультимедийный проектор, экран.

Программное обеспечение: ОС Windows v.7, 8, 10, набор утилит (архиваторы, файл-менеджеры), LibreOffice v.5-7, Foxit PDF Reader

**19. Оценочные средства для проведения текущей и промежуточной аттестаций**

Порядок оценки освоения обучающимися учебного материала определяется содержанием следующих разделов дисциплины:

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Компетенция(и)	Индикатор(ы) достижения компетенции	Оценочные средства
1	Уравнения первого порядка	ОПК-3	ОПК-3.43 ОПК-3.58	Контрольная
2	Уравнения n-го порядка			
3	Системы уравнений			
4	Устойчивость			
5	Особые точки			
Промежуточная аттестация форма контроля –зачет с оценкой				<i>Перечень вопросов Практическое задание</i>

## 20. Типовые оценочные средства и методические материалы, определяющие процедуры оценивания

### 20.1. Текущий контроль успеваемости

Контроль успеваемости по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств:

#### П 1. Перечень заданий для контрольных работ

##### Вариант 1

1. Решить уравнение

$$y = (xy' + 2y)^2.$$

2. Решить уравнение

$$(2x + y + 5)y' = 3x + 6.$$

3. Решить уравнение

$$y^2 dx - (xy + x^3) dy = 0.$$

4. Решить уравнение

$$(x \cos y + \sin 2y)y' = 1.$$

5. Решить уравнение

$$2x^3 yy' + 3x^2 y^2 + 7 = 0.$$

6. Решить уравнение

$$y'' + y = 2 - \frac{1}{\sin x}.$$

7. Решить уравнение

$$y'' - 6y' + 9y = \frac{2e^{3x}}{x}.$$

##### Вариант 2

1. Решить уравнение

$$ydy = (xdy + ydx)\sqrt{1+y^2}.$$

2. Решить уравнение

$$y' = (4x + y - 3)^2.$$

3. Решить уравнение

$$y^2 dx + (xy + tg xy)dy = 0.$$

4. Решить уравнение

$$(x + y)^2 y' = 1$$

5. Решить уравнение

6. Решить уравнение

$$y'' - 10y' + 25y = \frac{e^{5x}}{x^2}.$$

7. Решить уравнение

$$y'' + 4y = \frac{1}{\sin 2x}.$$

*Описание технологии проведения:*

Контрольная работа проводится на занятии одновременно во всей учебной группе в виде письменной работы. Ограничение по времени— 1 час 35 минут.

*Требования к выполнению заданий контрольной (или шкалы и критерии оценивания)*

1. Правильно решено 5 заданий и больше – отлично.
2. Правильно решено 4 задания – хорошо.
3. Правильно решено 2,3 задания – удовлетворительно.
4. Правильно решено меньше двух заданий или не решено ни одного задания – неудовлетворительно.

**П. 2: Перечень вопросов для проведения тестирования по дисциплине «Дифференциальные уравнения»**

### **Вопросы с вариантами ответов**

Критерий оценивания	Шкала оценок
Верный ответ	1 балл
Неверный ответ	0 баллов

1. К какому типу принадлежит уравнение  $y' + y = xy^3$ ?

- а) линейное
- б) Бернулли
- в) в полных дифференциалах
- г) риккати

Ответ: б).

2. К какому типу принадлежит уравнение

$$(\sin x + y)dy + (y \cos x - x^2)dx = 0?$$

- а) с разделяющимися переменными
- б) линейное
- в) однородное
- г) в полных дифференциалах

Ответ: г).

3. К какому типу принадлежит уравнение  $x^3 y''' - x^2 y'' + 2xy' - 2y = x^3$ ?

- а) уравнение третьего порядка с постоянными коэффициентами
- б) уравнение третьего порядка с переменными коэффициентами
- в) уравнение Эйлера

Ответ: б), г).

4. Укажите частное решение дифференциального уравнения  $xy' = 1$

- а)  $y = \ln|x| + c$
- б)  $y = \ln|x + c|$
- в)  $y = \ln|x|$
- г)  $y = ce^x$
- д)  $y = 2\ln|x|$
- е)  $y = \ln|x + 1|$

Ответ: в).

5. Уравнение  $\lambda^2 - 2\lambda + 1$  является характеристическим уравнением дифференциального уравнения

- а)  $y'' - 2y' + 1 = 0$ ,
- б)  $y'' - 2y' + y = 0$ ,
- в)  $y'' - 2y' = 0$ ,
- г)  $y''' - 2y'' - y = x$ .

Ответ: б).

### Вопросы с кратким текстовым ответом

Критерий оценивания	Шкала оценок
Верный ответ	1 балл
Неверный ответ	0 баллов

1. Уравнение  $\lambda^2 + 4\lambda + 4 = 0$  является характеристическим для уравнения  $y'' + 4y' + 4 = 0$ .

Ответ: да, является.

2. Частное решение уравнения  $y'' - 2y' + 1 = \sin x$  представимо в виде  $y = x^2 \cos x$ .

Ответ: нет.

Зачет проводится одновременно во всей учебной группе в виде теста в электронной образовательной среде «Электронный университет ВГУ», адрес курса — <https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=20163>. Тест составляется из материалов ФОСа, формируется системой автоматически путём добавления случайных вопросов, количество которых соответствует образцу билета. Большая часть вопросов проверяется автоматически, проверки преподавателем с ручным оцениванием требуют только отдельные вопросы, представленные в форме эссе. Ограничение по времени на каждую попытку — 1 час, количество попыток — 2, выставление окончательной оценки — по высшему баллу.

## 20.2. Промежуточная аттестация

Промежуточная аттестация по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств:

### Перечень вопросов к зачету:

1. Определение решения, общего решения ДУ, задачи Коши, интегральной кривой. Геометрический смысл ДУ.
2. Что такое изоклина ДУ?
3. Как выделить области возрастания (убывания) решения ДУ, найти их точки экстремума, выделить области выпуклости вверх (вниз) решения ДУ.
4. Сформулировать теорему существования и единственности решения задачи Коши для ДУ первого порядка.
5. Указать, при каких условиях задача Коши для ДУ с разделяющимися переменными имеет единственное решение.
6. Каков общий вид и метод интегрирования:
  - 1) Однородного ДУ первого порядка
  - 2) Линейного ДУ первого порядка
  - 3) Уравнения Бернулли
  - 4) ДУ в полных дифференциалах. Что такое интегрирующий множитель
  - 5) Сформулировать задачу Коши для ДУ  $n$ -го порядка.

### Контрольно-измерительные материалы № 1

7. Показать, что ДУ  $y' = y/x$  при начальном условии  $y(0) = y_0$  имеет бесконечно много решений вида  $y = cx$ , если  $y_0 = 0$  и не имеет ни одного решения, если  $y_0 \neq 0$ .
8. Какие решения теряются при разделении переменных в уравнении  $y' = 2\sqrt{y}$ ? Найти все решения этого ДУ, изобразите интегральные кривые.
9. Являются ли линейно независимыми на  $R$  следующие системы функций:  $1, \sin x, \cos 2x$ .

### Контрольно-измерительные материалы № 2

1. Что является интегральной кривой и фазовой траекторией системы ДУ двух уравнений, имеющих решение  $x_1(t) = \cos t, x_2(t) = \sin t$ .
2. Что такое точка покоя системы  $x' = f(x)$ ? Какая фазовая траектория ей отвечает?

### *Описание технологии проведения зачета*

Каждый контрольно-измерительный материал состоит из двух блоков. Первый из них содержит теоретические вопросы из перечня вопросов к промежуточной аттестации, второй – практическое задание из перечня практических заданий.

Промежуточная аттестация проводится одновременно во всей учебной группе в виде письменной работы. Ограничение по времени— 1 час 40 минут. С последующим собеседованием преподавателя с обучающимся.

### *Требования к выполнению заданий, шкалы и критерии оценивания*

Для оценивания результатов обучения на зачете с оценкой используется 4-балльная шкала: «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

Соотношение показателей, критериев и шкалы оценивания результатов обучения.

Критерии оценивания компетенций	Уровень сформированности компетенций	Шкала оценок
<i>Обучающийся в полной мере владеет понятийным аппаратом данной области науки (теоретическими основами дисциплины), применять теоретические знания для решения практических задач в области.</i>	<i>Повышенный уровень</i>	<i>Отлично</i>
<i>Ответ на контрольно-измерительный материал не соответствует одному (двум) из перечисленных показателей, но обучающийся дает правильные ответы на дополнительные вопросы.</i>	<i>Базовый уровень</i>	<i>Хорошо</i>
<i>Ответ на контрольно-измерительный материал не соответствует любым двум(трем) из перечисленных показателей, обучающийся дает неполные ответы на дополнительные вопросы. Демонстрирует частичные знания.</i>	<i>Пороговый уровень</i>	<i>Удовлетворительно</i>
<i>Ответ на контрольно-измерительный материал не соответствует любым трем(четырем) из перечисленных показателей. Обучающийся демонстрирует отрывочные, фрагментарные знания, допускает грубые ошибки.</i>	–	<i>Неудовлетворительно</i>

Задания раздела 20.1, п. 2 рекомендуются к использованию при проведении диагностических работ с целью оценки остаточных знаний по результатам освоения данной дисциплины.