

МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
(ФГБОУ ВО «ВГУ»)

**УТВЕРЖДАЮ**

Заведующий кафедрой ВМ и ПИТ

 Леденева Т.М.

26.05.2023 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**  
**Б1.О.13 Аналитическая геометрия и основы линейной алгебры**

**1. Код и наименование направления подготовки/специальности:**

01.03.02 Прикладная математика и информатика

**2. Профиль подготовки/специализация:**

Все профили

**3. Квалификация выпускника:**

бакалавр

**4. Форма обучения:**

очная

**5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины:**

кафедра вычислительной математики и прикладных информационных технологий

**6. Составители программы:**

Глушакова Т.Н., к.ф.-м.н., доцент, доцент кафедры ВМ и ПИТ

Лазарев К.П., к.ф.-м.н., доцент, доцент кафедры ВМ и ПИТ

**7. Рекомендована:**

научно-методическим советом факультета ПММ 26.05.2023, протокол № 7.

**8. Учебный год: 2023-2024**

**Семестр(ы)/Триместр(ы): 1**

**9. Цели и задачи учебной дисциплины**

Цель изучения дисциплины «Аналитическая геометрия и основы линейной алгебры» – формирование компетенции ОПК-1: дать студентам глубокие знания о методах, задачах и теоремах аналитической геометрии и линейной алгебры, научить студентов применять эти знания при решении задач прикладной математики и информатики.

Задача данного курса – научить студентов владеть теоретическим и практическим материалом, решать типовые задачи с учетом основных понятий, использовать методы и теоремы аналитической геометрии и линейной алгебры при решении прикладных задач.

В результате изучения дисциплины студенты должны знать и уметь применять на практике основные методы аналитической геометрии и линейной алгебры, владеть навыками решения практических задач.

### 10. Место учебной дисциплины в структуре ООП:

Дисциплина «Аналитическая геометрия и основы линейной алгебры» входит в блок Б1 обязательной части программы бакалавриата и изучается в 1 семестре. Данный курс непосредственно связан с дисциплинами «Алгебра», «Математический анализ», «Информатика и программирование» и является базой для дисциплин «Дифференциальная геометрия и топология», «Математические и алгоритмические основы трехмерной компьютерной графики», изучаемых в рамках программы подготовки бакалавра.

### 11. Планируемые результаты обучения по дисциплине/модулю (знания, умения, навыки), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями) и индикаторами их достижения:

Код	Название компетенции	Код(ы)	Индикатор(ы)	Планируемые результаты обучения
ОПК-1	Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	ОПК-1.1	Демонстрирует знания, относящиеся к базовым дисциплинам математики, информатики и естественных наук	Знать: основные методы линейной алгебры и аналитической геометрии Уметь: применять их на практике
		ОПК-1.2	Осуществляет формализацию поставленной задачи и выбирает математические методы для ее решения	Владеть: навыками решения задач линейной алгебры и аналитической геометрии

### 12. Объем дисциплины в зачетных единицах/часах (в соответствии с учебным планом) – 5/180.

**Форма промежуточной аттестации** *зачет, экзамен.*

### 13. Трудоемкость по видам учебной работы

Вид учебной работы	Трудоемкость		
	Всего	По семестрам	
		1 семестр	
Контактная работа	96	96	
в том числе:	лекции	48	48
	практические	48	48
	лабораторные	0	0
Самостоятельная работа	48	48	
в том числе: курсовая работа (проект)	0	0	
Форма промежуточной аттестации (экзамен – час.)	36	36	
Итого:	180	180	

#### 13.1. Содержание дисциплины

п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины	Реализация раздела дисциплины с помощью онлайн-курса, ЭУМК *
<b>1. Лекции</b>			
1.1	Роль и место аналитической геометрии и линейной алгебры в системе математического образования	Предмет дисциплины «Аналитической геометрия». Исторические сведения о развитии этого раздела математики. Роль и место геометрии в системе математического образования	-
1.2	Матрицы и определители	Матрицы. Операции над матрицами и их свойства. Многочлены от матриц. Перестановки и их свойства. Определитель. Миноры. Алгебраические дополнения. Свойства и вычисление определителей. Определитель Вандермонда. Теорема Лапласа. Определитель ступенчатой матрицы. Определитель произведения матриц. Обратная матрица (определение, нахождение, свойства).	-
1.3	Системы линейных алгебраических уравнений	Решение матричных уравнений. Правило Крамера. Элементарные преобразования матрицы. Ранг матрицы. Сохранение ранга при элементарных преобразованиях матрицы. Теорема о базисном миноре. Теорема Кронекера – Капелли. Метод Гаусса и LU-разложение. Фундаментальная система решений систем линейных однородных уравнений.	-
1.4	Линейные пространства	Линейные пространства. Линейная зависимость и независимость векторов. Базис, координаты. Размерность линейного пространства. Преобразование координат вектора при изменении базиса.	-
1.5	Простейшие задачи аналитической геометрии	Простейшие задачи аналитической геометрии	-
1.6	Векторная алгебра	Векторы. Определения, операции над векторами. Линейная зависимость и независимость векторов. Разложение векторов по базису. Свойства координат вектора. Декартова, полярная системы координат. Цилиндрическая, сферическая системы координат. Аффинные координаты. Формулы преобразования координат. Проекция вектора на ось. Скалярное произведение. Векторное произведение. Смешанное произведение	-
1.7	Прямая на плоскости	Линии на плоскости. Линии первого порядка. Уравнение прямой с угловым коэффициентом. Параметрическое уравнение прямой. Прямая, проходящая через заданную точку в заданном направлении. Прямая, проходящая через две точки. Угол между двумя прямыми. Нормальное уравнение прямой. Расстояние от точки до прямой. Пересечение двух прямых. Пучок прямых	-
1.8	Плоскость и прямая в пространстве	Общее уравнение плоскости в пространстве. Вектор нормали к плоскости. Угол между плоскостями. Нормальное уравнение плоскости. Расстояние от точки до плоскости. Прямая в пространстве как пересечение плоскостей. Параметрическое и каноническое уравнения прямой в пространстве. Уравнение прямой, проходящей через две точки. Пересечение прямой и плоскости	-

1.9	Линии второго порядка	Эллипс. Гипербола. Парабола. Общее уравнение линий второго порядка и его приведение к каноническому виду.	-
1.10	Поверхности второго порядка	Поверхности второго порядка. Метод сечений. Эллипсоид. Гиперboloиды. Конус. Параболоиды. Цилиндры	-
<b>2. Практические занятия</b>			
2.1	Матрицы и определители	Матрицы. Операции над матрицами и их свойства. Многочлены от матриц. Перестановки и их свойства. Определитель. Миноры. Алгебраические дополнения. Свойства и вычисление определителей. Определитель Вандермонда. Теорема Лапласа. Определитель ступенчатой матрицы. Определитель произведения матриц. Обратная матрица (определение, нахождение, свойства).	-
2.2	Системы линейных алгебраических уравнений	Решение матричных уравнений. Правило Крамера. Элементарные преобразования матрицы. Ранг матрицы. Сохранение ранга при элементарных преобразованиях матрицы. Теорема о базисном миноре. Теорема Кронекера – Капелли. Метод Гаусса и LU-разложение. Фундаментальная система решений систем линейных однородных уравнений.	-
2.3	Линейные пространства	Линейные пространства. Линейная зависимость и независимость векторов. Базис, координаты. Размерность линейного пространства. Преобразование координат вектора при изменении базиса.	Аналитическая геометрия и основы линейной алгебры
2.4	Простейшие задачи аналитической геометрии	Простейшие задачи аналитической геометрии	-
2.5	Векторная алгебра	Векторы. Определения, операции над векторами. Линейная зависимость и независимость векторов. Разложение векторов по базису. Свойства координат вектора. Декартова, полярная системы координат. Цилиндрическая, сферическая системы координат. Аффинные координаты. Формулы преобразования координат. Проекция вектора на ось. Скалярное произведение. Векторное произведение. Смешанное произведение	-
2.6	Прямая на плоскости	Линии на плоскости. Линии первого порядка. Уравнение прямой с угловым коэффициентом. Параметрическое уравнение прямой. Прямая, проходящая через заданную точку в заданном направлении. Прямая, проходящая через две точки. Угол между двумя прямыми. Нормальное уравнение прямой. Расстояние от точки до прямой. Пересечение двух прямых. Пучок прямых	Аналитическая геометрия и основы линейной алгебры
2.7	Плоскость и прямая в пространстве	Общее уравнение плоскости в пространстве. Вектор нормали к плоскости. Угол между плоскостями. Нормальное уравнение плоскости. Расстояние от точки до плоскости. Прямая в пространстве как пересечение плоскостей. Параметрическое и каноническое уравнения прямой в пространстве. Уравнение прямой, проходящей через две точки. Пересечение прямой и плоскости	Аналитическая геометрия и основы линейной алгебры
2.8	Линии второго порядка	Эллипс. Гипербола. Парабола. Общее уравнение линий второго порядка и его приведение к каноническому виду.	Аналитическая геометрия и основы линейной алгебры
2.9	Поверхности второго порядка	Поверхности второго порядка. Метод сечений. Эллипсоид. Гиперboloиды. Конус. Параболоиды. Цилиндры.	Аналитическая геометрия и основы линейной алгебры

			ной алгебры
2.7	Матрицы и определители	Матрицы. Операции над матрицами и их свойства. Многочлены от матриц. Перестановки и их свойства. Определитель. Миноры. Алгебраические дополнения. Свойства и вычисление определителей. Определитель Вандермонда. Теорема Лапласа. Определитель ступенчатой матрицы. Определитель произведения матриц. Обратная матрица (определение, нахождение, свойства).	Аналитическая геометрия и основы линейной алгебры
2.8	Системы линейных алгебраических уравнений	Решение матричных уравнений. Правило Крамера. Элементарные преобразования матрицы. Ранг матрицы. Сохранение ранга при элементарных преобразованиях матрицы. Теорема о базисном миноре. Теорема Кронекера – Капелли. Метод Гаусса и LU-разложение. Фундаментальная система решений систем линейных однородных уравнений.	Аналитическая геометрия и основы линейной алгебры
2.9	Линейные пространства	Линейные пространства. Линейная зависимость и независимость векторов. Базис, координаты. Размерность линейного пространства. Преобразование координат вектора при изменении базиса.	Аналитическая геометрия и основы линейной алгебры

### 13.2. Темы (разделы) дисциплины и виды занятий

№ п/п	Наименование темы (раздела) дисциплины	Виды занятий (количество часов)				
		Лекции	Практические	Лабораторные	Самостоятельная работа	Всего
1	Роль и место аналитической геометрии и алгебры в системе математического образования	1	0	0	0	1
2	Матрицы и определители	6	6	0	6	18
3	Системы линейных алгебраических уравнений	6	6	0	6	18
4	Линейные пространства	4	4	0	4	12
5	Простейшие задачи аналитической геометрии	1	1	0	2	4
6	Векторная алгебра	10	11	0	12	33
7	Прямая на плоскости	4	4	0	6	14
8	Плоскость и прямая в пространстве	6	6	0	10	22
9	Линии второго порядка	6	6	0	8	20
10	Поверхности второго порядка	4	4	0	6	14
	<b>Итого:</b>	<b>48</b>	<b>48</b>	<b>0</b>	<b>48</b>	<b>108</b>

### 14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

(рекомендации обучающимся по освоению дисциплины: указание наиболее сложных разделов, работа с конспектами лекций, презентационным материалом, рекомендации по выполнению курсовой работы, по организации самостоятельной работы по дисциплине и др.)

#### Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Аудиторные и внеаудиторные (самостоятельные) формы учебной работы студента имеют своей целью приобретение им целостной системы знаний по дисциплине

«Аналитическая геометрия и основы линейной алгебры». Используя лекционный материал, учебники, дополнительную литературу, проявляя творческий подход, студент готовится к практическим занятиям, рассматривая их как дополнение, углубление, систематизацию своих теоретических знаний. Студент должен прийти в ВУЗ с пониманием того, что самостоятельное овладение знаниями является неотъемлемой частью образовательного процесса.

Изучение каждой темы следует начинать с перечня изучаемых вопросов. Они ориентируют студента, показывают, что он должен знать по данной тематике. Вопросы темы как бы накладываются на соответствующую главу избранного учебника или учебного пособия. В итоге должно быть ясным, какие разделы программы учебного курса и с какой глубиной раскрыты в данном учебном материале.

Освоение дисциплины предполагает следующие направления работы:

- изучение понятийного аппарата дисциплины;
- изучение тем самостоятельной подготовки по учебно-тематическому плану;
- работу над основной и дополнительной литературой;
- изучение вопросов для самоконтроля (самопроверки);
- самоподготовка к практическим и другим видам занятий;
- самостоятельная работа студента при подготовке к экзамену;
- самостоятельная работа студента в библиотеке;
- изучение сайтов по темам дисциплины в сети Интернет.

Проработка лекционного курса является одной из важных активных форм самостоятельной работы. Лекция преподавателя не является озвученным учебником, а представляет плод его индивидуального творчества. Он читает свой авторский курс со своей логикой, со своими теоретическими и методическими подходами. Это делает лекционный курс конкретного преподавателя индивидуально-личностным событием, которым вряд ли студенту стоит пренебрегать. Кроме того, в своих лекциях преподаватель стремится преодолеть многие недостатки, присущие опубликованным учебникам, учебным пособиям, лекционным курсам.

В создании своего авторского лекционного курса преподаватель руководствуется двумя документами – Федеральным государственным образовательным стандартом и учебной программой. Совершенно недостаточно только слушать лекции. Студенту важно понять, что лекция есть своеобразная творческая форма самостоятельной работы. Надо пытаться стать активным соучастником лекции: думать, сравнивать известное с вновь получаемыми знаниями, войти в логику изложения материала лектором, по возможности вступать с ним в мысленную полемику. Во время лекции можно задать лектору вопрос. Вопросы можно задать и во время перерыва (письменно или устно), а также после лекции или перед началом очередной. Лектор найдет формы и способы реагирования на вопросы студентов.

Процесс освоения учебной дисциплины в течение закреплённого учебным планом периода подвергается текущему контролю, который осуществляется в следующих формах: фиксация посещения занятий, проводимых как в очном, так и дистанционном формате; проверка выполнения практических заданий; выполнение и проверка контрольных работ.

#### Методологические рекомендации по организации самостоятельной работы студентов

Методологические рекомендации призваны помочь студентам организовать самостоятельную работу при изучении курса: с материалами лекций и семинарских занятий, литературы по общим и специальным вопросам. Самостоятельная работа студента должна опираться на сформированные навыки и умения, приобретенные во время обучения в средней школе. В ВУЗе студент должен повысить уровень самостоятельности. Составляющей компонентой его работы должно стать творчество.

Работая с литературой по теме занятий, нужно делать выписки текста, содержащего характеристику или комментарии уже знакомого Вам источника. Умение работать с литературой означает научиться осмысленно пользоваться источниками. Прежде чем приступить к освоению научной литературы, рекомендуется чтение учебников и учебных пособий.

Для улучшения обработки информации очень важно устанавливать осмысленные связи, структурировать новые сведения. Изучение научной, учебной и иной литературы требует ведения рабочих записей. Форма записей может быть весьма разнообразной: простой или развернутый план, тезисы, цитаты, конспект.

Самостоятельная работа обучающегося включает в себя, в том числе, самостоятельную подготовку к учебным занятиям, включая подготовку к аудиторным формам текущего контроля успеваемости; выполнение домашнего задания; самостоятельную подготовку к промежуточной аттестации.

#### Методические рекомендации по подготовке к экзамену

При подготовке к экзамену следует в полной мере использовать лекционный материал и академический курс учебника, рекомендованного преподавателем.

Промежуточная аттестация проводится в очном или дистанционном формате в форме экзамена по билетам, каждый из которых содержит вопросы и практические задания, оценивающие уровень сформированности всех заявленных дисциплинарных компетенций. Итоговая оценка по дисциплине определяется на основе оценок, полученных в ходе текущего контроля, а также результатов ответа на вопросы экзаменационного билета.

#### Методические рекомендации по работе в дистанционном формате

В настоящее время актуальным становится использование электронной информационно-образовательной среды Воронежского государственного университета, реализованной в виртуальной обучающей среде Moodle. Наиболее оптимальным является обучение в формате видеоконференции с презентацией, для чего необходим заранее подготовленный преподавателем материал (хотя бы частично), с дополнительным использованием web-камеры для более детального объяснения сложных моментов. Один из немногих положительных моментов такого обучения – просмотр занятий в записи.

При использовании дистанционных образовательных технологий и электронного обучения студент должен выполнять все указания преподавателей по работе на LMS-платформе, своевременно подключаться к online-занятиям, соблюдать рекомендации по организации самостоятельной работы.

### **15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины** (список литературы оформляется в соответствии с требованиями ГОСТ и используется общая сквозная нумерация для всех видов источников)

а) основная литература:

№ п/п	Источник
1	Ильин В. А. <i>Линейная алгебра и аналитическая геометрия</i> / В. А. Ильин, Г. Д. Ким. — Москва : Проспект : Изд-во Моск. ун-та, 2015. — 393 с. Режим доступа: <a href="http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=251656">http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=251656</a>
2	Цубербиллер О. Н. <i>Задачи и упражнения по аналитической геометрии</i> / О. Н. Цубербиллер. — Москва : Лань, 2009. — 336 с. Режим доступа: <a href="https://lanbook.lib.vsu.ru/books/element.php?pl1_cid=25&amp;pl1_id=430">https://lanbook.lib.vsu.ru/books/element.php?pl1_cid=25&amp;pl1_id=430</a>
3	Курош А. Г. <i>Курс высшей алгебры : учебник</i> / А. Г. Курош. – Санкт-Петербург : Лань, 2013. –

	432 с. – Режим доступа: <a href="https://lanbook.lib.vsu.ru/books/element.php?pl1_cid=25&amp;pl1_id=30198">https://lanbook.lib.vsu.ru/books/element.php?pl1_cid=25&amp;pl1_id=30198</a>
4	Курош А. Г. Лекции по общей алгебре Курс высшей алгебры : учебник / А. Г. Курош. – Санкт-Петербург : Лань, 2018. – 556 с. – Режим доступа: <a href="https://e.lanbook.com/book/104951">https://e.lanbook.com/book/104951</a>
5	Проскураков И. В. Сборник задач по линейной алгебре / И. В. Проскураков. – Москва : Лань, 2010. – 475 с. – Режим доступа: <a href="https://lanbook.lib.vsu.ru/books/element.php?pl1_cid=25&amp;pl1_id=529">https://lanbook.lib.vsu.ru/books/element.php?pl1_cid=25&amp;pl1_id=529</a>

б) дополнительная литература:

№ п/п	Источник
6	Глушакова, Т.Н. Введение в аналитическую геометрию : учебное пособие / Т.Н. Глушакова ; Воронеж. гос. ун-т. — Воронеж : Издательский дом ВГУ, 2019. — 180 с.
7	Глушакова, Т.Н. Основы аналитической геометрии: теория и практика : учебное пособие / Т.Н. Глушакова ; Воронеж. гос. ун-т. — Воронеж : Издательский дом ВГУ, 2021. — 205 с.
8	Беклемишев Д. В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры : учебник для студентов вузов / Д. В. Беклемишев. – Москва : Физматлит, 2007. – 307 с.
9	Ефимов Н. В. Линейная алгебра и многомерная геометрия / Н. В. Ефимов, Э. Р. Розендорн. — Москва : Физматлит, 2004. — 463 с.
10	Сборник задач по алгебре и аналитической геометрии : учеб. пособие / А. А. Бурдун, Е. А. Мурашко, Москва М. Толкачев, А. С. Феденко ; под ред. А. С. Феденко. — Минск : Універсітэцкае, 1999. — 301 с.
11	Мышкис А.Д. Лекции по высшей математике : учебное пособие для студ. вузов / А.Д. Мышкис. — Изд. 4-е, стереотип. — Москва : Наука, 1973. — 640 с.
12	Ильин В. А. Линейная алгебра / В. А. Ильин, Э. Г. Позняк. – Москва : Физматлит, 2005. – 278 с.
13	Кострикин А. И. Введение в алгебру. Часть 1. Основы алгебры : учебник для студентов университетов / А. И. Кострикин. – Москва : Физматлит, 2009. – 271 с.
14	Кострикин А. И. Введение в алгебру. Часть 2. Линейная алгебра : учебник для студентов университетов / А. И. Кострикин. – Москва : Физматлит, 2009. – 367 с.
15	Проскураков И. В. Сборник задач по линейной алгебре : учебное пособие для студентов физико-математических специальностей вузов / И. В. Проскураков. – Москва : Лаборатория базовых знаний, 2003. – 382 с.
16	Мышкис А.Д. Лекции по высшей математике : учебное пособие для студ. вузов / А.Д. Мышкис. — Изд. 4-е, стереотип. — Москва : Наука, 1973. — 640 с.
17	Векторы. Системы координат : учебно-методическое пособие : [для студ. 1-го к. очной формы обучения фак. прикладной математики, информатики и механики и фак. компьютерных наук, для направлений: 01.03.02 - Прикладная математика и информатика, 01.03.03 - Механика и математическое моделирование, 02.03.02 - Фундаментальная информатика и информационные технологии, 02.03.03 - Математическое обеспечение и администрирование информационных систем, 10.05.01 - Компьютерная безопасность] / Воронеж. гос. ун-т ; сост.: В.В. Корзунина, К.П. Лазарев, З.А. Шабунина. — Воронеж : Издательский дом ВГУ, 2017. — 55 с. : ил. — Библиогр.: с. 54-55.
18	Матрицы. Определители. Системы линейных уравнений : учебно-методическое пособие для вузов : [для студ. 1 к. фак. приклад. математики, информатики и механики информ. систем направлений: 010300-Фундамент. информатика и информ. технологии, 010400-Приклад. математика и информатика, 010500-Мат.обеспечение и администрирование информ.систем] / Воронеж. гос. ун-т; сост. К.П. Лазарев. — Воронеж : ИПЦ ВГУ, 2012. — 74 с. — Библиогр.: с.73-74.

в) информационные электронно-образовательные ресурсы (официальные ресурсы интернет):

№ п/п	Ресурс
18	<a href="http://www.lib.vsu.ru">www.lib.vsu.ru</a> — Зональная научная библиотека ВГУ
19	Александров П. С. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры : учебник / П. С. Александров. — Москва : Лань, 2009. — 512 с. Режим доступа: <a href="https://lanbook.lib.vsu.ru/books/element.php?pl1_cid=25&amp;pl1_id=493">https://lanbook.lib.vsu.ru/books/element.php?pl1_cid=25&amp;pl1_id=493</a>
20	Клетеник Д. В. Сборник задач по аналитической геометрии : учеб. пособие / Д. В. Клетеник. — Москва : Лань, 2011. — 224 с. Режим доступа: <a href="https://lanbook.lib.vsu.ru/books/element.php?pl1_cid=25&amp;pl1_id=2044">https://lanbook.lib.vsu.ru/books/element.php?pl1_cid=25&amp;pl1_id=2044</a>
21	Фаддеев Д. К. Лекции по алгебре : учебное пособие / Д. К. Фаддеев. – Санкт-Петербург : Лань, 2019. – 416 с. – Режим доступа: <a href="https://e.lanbook.com/book/115199">https://e.lanbook.com/book/115199</a>
22	Фаддеев Д. К. Задачи по высшей алгебре : учебное пособие / Д. К. Фаддеев, И. С. Соминский. – Санкт-Петербург : Лань, 2008. – 288 с. – Режим доступа:

	<a href="http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&amp;pl1_id=399">http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&amp;pl1_id=399</a>
23	Аристова Е.М. Задачи по линейной алгебре : учебно-методическое пособие. Часть 1. Матрицы. Определители. Системы линейных уравнений / Е. М. Аристова, К. П. Лазарев. – Воронеж : Издательский дом ВГУ, 2018. – Режим доступа: <a href="http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m18-256.pdf">http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m18-256.pdf</a>
24	Бондаренко Ю.В. Линейная алгебра: алгебра матриц и системы линейных уравнений : учебное пособие / Ю. В. Бондаренко, К. В. Чудинова. – Воронеж : Издательский дом ВГУ, 2018. – Режим доступа: <a href="http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m18-160.pdf">http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m18-160.pdf</a>
25	Матрицы. Определители. Системы линейных уравнений : учебно-методическое пособие для вузов / К. П. Лазарев. – Воронеж : ИПЦ ВГУ, 2012. – 74 с. – Режим доступа: <a href="http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m12-20.pdf">http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m12-20.pdf</a>
26	Аналитическая геометрия и основы линейной алгебры / Т.Н. Глушакова. – Образовательный портал «Электронный университет ВГУ». – Режим доступа: <a href="https://edu.moodle.ru">https://edu.moodle.ru</a> .

**16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы** (учебно-методические рекомендации, пособия, задачки, методические указания по выполнению практических (контрольных), курсовых работ и др.)

Самостоятельная работа обучающегося должна включать подготовку к практическим занятиям, выполнение домашних заданий. Для этого рекомендуется освоить теоретический материал соответствующих тем по конспектам лекций и презентационному материалу, размещенному на ЭО ресурсах, литературу из представленного ниже перечня, материалы с тематических ресурсов сети Интернет.

№ п/п	Источник
1	Глушакова Т. Н. Введение в векторную алгебру : учеб. пособие / Т. Н. Глушакова, И. Б. Крыжко, М. Е. Эксаревская. — Воронеж : ЛОП ВГУ, 2005. — 39 с.
2	Решение задач по аналитической геометрии. Прямая и плоскость в пространстве : учеб. пособие для вузов / сост. Т. Н. Глушакова [и др.]. — Воронеж : ИПЦ ВГУ, 2008. — 39 с.
3	Решение задач по аналитической геометрии. Линии второго порядка : учеб. пособие для вузов / сост. Т. Н. Глушакова [и др.]. — Воронеж : ИПЦ ВГУ, 2008. — 47 с.
4	Аристова Е.М. Задачи по линейной алгебре : учебно-методическое пособие. Часть 1. Матрицы. Определители. Системы линейных уравнений / Е. М. Аристова, К. П. Лазарев. – Воронеж : Издательский дом ВГУ, 2018. – Режим доступа: <a href="http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m18-256.pdf">http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m18-256.pdf</a>
5	Методические указания для решения задач по курсу "Алгебра" (Линейные пространства): Для студентов 1-го курса дневн. и вечерн. отделений / Сост. Ю.В.Бондаренко, Т.Н.Глушакова, Е.С.Тихомирова .— Воронеж, 2000 .— 32 с.
6	Алгебра и геометрия (решение систем линейных уравнений, вычисление определителей): Метод. указания для решения задач по курсу "Алгебра и геометрия" для студентов 1 курса дневн. и вечерн. отд-ний фак. ПММ / Сост.: Т.Н.Глушакова, Ю.В.Бондаренко .— Воронеж, 2000 .— 32с.
7	Алгебра и геометрия: Метод. указания для решения задач по курсу "Алгебра и геометрия" для студентов 1 курса дневн. и вечерн.отд-ний фак. ПММ / Сост. Ю.В.Бондаренко, Т.Н.Глушакова, Е.С.Тихомирова .— Воронеж, 2001 .— Ч. 3: Линейные пространства. - 36 с.
11	Руководство к решению задач по алгебре. Часть 1 / Т. Н. Глушакова, Н. Н. Удоденко, Ю. В. Бондаренко. – Воронеж, 2002. – 67 с.
12	Глушакова Т.Н. Задачи по аналитической геометрии на плоскости [Электронный ресурс] : учебно-методическое пособие / Т. Н. Глушакова, К. П. Лазарев .— Воронеж : Издательский дом ВГУ, 2018 .— 92 с.
13	Глушакова Т.Н. Введение в аналитическую геометрию : учебное пособие / Т.Н. Глушакова .— Воронеж : Издательский дом ВГУ, 2019 .— 181 с. : ил. — Библиогр.: с. 181 .— ISBN 978-5-9273-2884-0.
14	Глушакова Т.Н. Прямая и плоскость в пространстве : учебно-метод. пособие / Т.Н. Глушакова, Е.М. Аристова, К.П. Лазарев, О.Г. Корольков .— Воронеж : Издательский дом ВГУ, 2019 .— 51 с
15	Матрицы. Определители. Системы линейных уравнений : учебно-методическое пособие для вузов : [для студ. 1 к. фак. приклад. математики, информатики и механики информ. систем направлений: 010300-Фундамент. информатика и информ. технологии, 010400-Приклад. математика и информатика, 010500-Мат.обеспечение и администрирование информ.систем] / Воронеж. гос. ун-т; сост. К.П. Лазарев .— Воронеж : ИПЦ ВГУ, 2012 .— 74 с.

	— Библиогр.: с.73-74.
16	<i>Векторы. Системы координат : учебно-методическое пособие : [для студ. 1-го к. очной формы обучения фак. прикладной математики, информатики и механики и фак. компьютерных наук, для направлений: 01.03.02 - Прикладная математика и информатика, 01.03.03 - Механика и математическое моделирование, 02.03.02 - Фундаментальная информатика и информационные технологии, 02.03.03 - Математическое обеспечение и администрирование информационных систем, 10.05.01 - Компьютерная безопасность] / Воронеж. гос. ун-т ; сост.: В.В. Корзунина, К.П. Лазарев, З.А. Шабунина .— Воронеж : Издательский дом ВГУ, 2017 .— 55 с. : ил. — Библиогр.: с. 54-55.</i>
17	<i>Глушакова, Т. Н. Поверхности в пространстве : учебно-методическое пособие / Т. Н. Глушакова, О. Г. Корольков, К. П. Лазарев .— Воронеж : Издательский дом ВГУ, 2020 .— 47 с.</i>
18	<i>Глушакова, Т.Н. Основы аналитической геометрии: теория и практика : учебное пособие / Т.Н. Глушакова ; Воронеж. гос. ун-т .— Воронеж : Издательский дом ВГУ, 2021 .— 205 с.</i>

**17. Образовательные технологии, используемые при реализации учебной дисциплины, включая дистанционные образовательные технологии (ДОТ), электронное обучение (ЭО), смешанное обучение):** (При реализации дисциплины могут проводиться различные типы лекций (вводная, обзорная и т.д.), семинарские занятия (проблемные, дискуссионные и т.д.), применяться дистанционные образовательные технологии в части освоения лекционного материала, проведения текущей аттестации, самостоятельной работы по дисциплине или отдельным ее разделам и т.д. При применении ЭО и ДОТ необходимо в п.15 в) указать используемые ресурсы (см. пример выше)

Дисциплина реализуется с применением электронного обучения и дистанционных образовательных технологий. Для организации занятий рекомендован онлайн-курс «Аналитическая геометрия и основы линейной алгебры», размещенный на платформе Электронного университета ВГУ (LMS moodle), а также Интернет-ресурсы, приведенные в п.15в.

При реализации учебной дисциплины используются информационные электронно-образовательные ресурсы [www.lib.vsu.ru](http://www.lib.vsu.ru) и <https://e.lanbook.com>.

**18. Материально-техническое обеспечение дисциплины:**  
специального оборудования не требуется

**19. Оценочные средства для проведения текущей и промежуточной аттестаций**

Порядок оценки освоения обучающимися учебного материала определяется содержанием следующих разделов дисциплины:

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Компетенция(и)	Индикатор(ы) достижения компетенции	Оценочные средства
1	Роль и место аналитической геометрии в системе математического образования	ОПК-1	ОПК-1.1	
2	Матрицы и определители	ОПК-1	ОПК-1.1	Практико-ориентированные задания.
3	Системы линейных алгебраических уравнений	ОПК-1	ОПК-1.1	Практико-ориентированные задания
4	Линейные пространства	ОПК-1	ОПК-1.1	Практико-ориентированные задания
5	Простейшие задачи аналитической	ОПК-1	ОПК-1.1	Практико-ориентированные задания.

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Компетенция(и)	Индикатор(ы) достижения компетенции	Оценочные средства
	геометрии			
6	Векторная алгебра	ОПК-1	ОПК-1.1	Практико-ориентированные задания
7	Прямая на плоскости	ОПК-1	ОПК-1.1	Практико-ориентированные задания
8	Плоскость и прямая в пространстве	ОПК-1	ОПК-1.1	Практико-ориентированные задания.
9	Линии второго порядка	ОПК-1	ОПК-1.1	Практико-ориентированные задания.
10	Поверхности второго порядка	ОПК-1	ОПК-1.1	Практико-ориентированные задания. Контрольная работа
Промежуточная аттестация форма контроля – зачет, экзамен (I семестр)				<p style="text-align: center;"><i>Перечень вопросов Практическое задание</i></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Матрицы. Операции над матрицами и их свойства. Многочлены от матриц.</li> <li>2. Перестановки и их свойства. Определитель. Миноры. Алгебраические дополнения.</li> <li>3. Свойства и вычисление определителей. Определитель Вандермонда.</li> <li>4. Теорема Лапласа.</li> <li>5. Определитель ступенчатой матрицы.</li> <li>6. Определитель произведения матриц.</li> <li>7. Обратная матрица (определение, нахождение обратной матрицы, свойства).</li> <li>8. Решение матричных уравнений.</li> <li>9. Правило Крамера.</li> <li>10. Элементарные преобразования матрицы. Ранг матрицы. Сохранение ранга при элементарных преобразованиях матрицы. Теорема о базисном миноре.</li> <li>11. Теорема Кронекера – Капелли.</li> <li>12. Метод Гаусса и LU-разложение.</li> <li>13. Фундаментальная система решений систем линейных однородных уравнений.</li> <li>14. Линейные пространства.</li> <li>15. Линейная зависимость и независимость векторов. Базис, координаты. Размерность линейного пространства.</li> <li>16. Преобразование координат вектора при изменении базиса.</li> <li>17. Векторы (определение вектора, операции над векторами)</li> <li>18. Декартова и полярная системы координат. Задачи в декартовой системе координат</li> <li>19. Проекция вектора на ось. Скалярное произведение (определение, свойства, вычисление)</li> <li>20. Простейшие задачи на декартовы прямоугольные координаты</li> <li>21. Векторное произведение (определение, свойства, вычисление).</li> <li>22. Смешанное произведение (определение, свойства, вычисление)</li> <li>23. Различные уравнения прямой на плоскости (с угловым коэффициентом, через две точки, через точку с заданным угловым коэффициентом, параметрическое уравнение прямой). Угол между двумя прямыми</li> </ol>

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Компетенция(и)	Индикатор(ы) достижения компетенции	Оценочные средства
				24. Нормальное уравнение прямой. Расстояние от точки до прямой 25. Общее уравнение плоскости. Условие параллельности и перпендикулярности плоскостей. Угол между двумя плоскостями. Нормальное уравнение плоскости 26. Расстояние от точки до плоскости 27. Прямая в пространстве (каноническое, параметрическое уравнения, прямая как пересечение плоскостей) 28. Уравнение прямой через две точки. Пересечение прямой и плоскости 29. Эллипс 30. Гипербола 31. Парабола 32. Преобразование координат на плоскости (параллельный перенос, поворот) 33. Общее уравнение линий второго порядка в декартовой системе координат (эллиптический случай) 34. Общее уравнение линий второго порядка в декартовой системе координат (параболический случай) 35. Общее уравнение линий второго порядка в декартовой системе координат (гиперболический случай) 36. Эллипсоид 37. Однополостный гиперболоид 38. Двуполостный гиперболоид 39. Конус 40. Эллиптический параболоид 41. Гиперболический параболоид 42. Цилиндр (эллиптический, гиперболический, параболический)

## 20 Типовые оценочные средства и методические материалы, определяющие процедуры оценивания

### 20.1 Текущий контроль успеваемости

Контроль успеваемости по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств:

практико-ориентированные задания/домашние задания, контрольная работа

(наименование оценочного средства текущего контроля успеваемости)

**Тестовые задания (индикатор ОПК-1):** Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности.

1. Какие из точек  $A(2; \sqrt{3})$ ,  $B(0; -1)$ ,  $C\left(-\frac{2}{\sqrt{3}}; \frac{2}{\sqrt{3}}\right)$  лежат на гиперболе  $x^2 - y^2 = 1$ ? Ответ: А.

2. Чему равно скалярное произведение двух векторов  $\vec{a} = (1, 2, -3)$  и  $\vec{b} = (-2, -3, 1)$ ? Ответ: -11.

3. Даны уравнения сторон треугольника  $(AB): x - y = 0$ ,  $(BC): x + 5y - 3 = 0$  и  $(AC): 2x + y + 3 = 0$ . Найти координаты точки  $A$ . Ответ:  $(-1, -1)$ .

4. Определить угловой коэффициент прямой  $y = 7x - 5$ . Ответ: 7.

5. Какие из точек  $A\left(-\frac{2}{\sqrt{3}}; 1\right)$ ,  $B(0; -1)$ ,  $C\left(\frac{2}{\sqrt{3}}; \frac{2}{\sqrt{3}}\right)$  лежат на эллипсе  $x^2 + y^2 = 1$ ? Ответ:  $B$ .

6. Какие из точек  $A\left(-\frac{2}{\sqrt{3}}; 1\right)$ ,  $B(0; -1)$ ,  $C\left(-\frac{2}{\sqrt{3}}; \frac{2}{\sqrt{3}}\right)$  лежат на параболе  $y^2 = x + 1$ ? Ответ:  $B$ .

7. Чему равен косинус угла между векторами  $\vec{a} = (1, 2, -3)$  и  $\vec{b} = (2, -3, 1)$ ? Ответ: -0.5.

8. Чему равен угол между векторами  $\vec{a} = (1, 0, 0)$  и  $\vec{b} = (0, -3, 1)$ ? Ответ:  $90^\circ$ .

9. Какие из прямых  $(AB): x - y = 0$ ,  $(BC): 2x + 5y - 3 = 0$  и  $(AC): 2x - 2y + 3 = 0$  параллельны? Ответ:  $(AB)$  и  $(AC)$ .

10. Какие из прямых  $(AB): x - y = 0$ ,  $(BC): 2x + 5y - 3 = 0$  и  $(AC): 2x + 2y + 3 = 0$  перпендикулярны? Ответ:  $(AB)$  и  $(AC)$ .

11. Какие из векторов  $\vec{a} = (1, 0, 0)$ ,  $\vec{b} = (1, -3, 1)$  и  $\vec{c} = (0, 3, 5)$  перпендикулярны? Ответ:  $\vec{a}$  и  $\vec{c}$ .

12. Какие из точек  $A\left(-\frac{2}{\sqrt{3}}; 1\right)$ ,  $B(0; -1)$ ,  $C\left(\frac{2}{\sqrt{3}}; \frac{2}{\sqrt{3}}\right)$  лежат на гиперболе  $x^2 - \frac{y^2}{3} = 1$ ? Ответ:  $A$ .

13. Чему равно скалярное произведение двух векторов  $\vec{a} = (1, 2, -3)$  и  $\vec{b} = (2, -3, 1)$ ? Ответ: -7.

14. Даны уравнения сторон треугольника  $(AB): 5x - 3y - 15 = 0$ ,  $(BC): x + 5y - 3 = 0$  и  $(AC): 3x + y + 5 = 0$ . Найти координаты точки  $A$ . Ответ:  $(0, -5)$ .

15. Определить угловой коэффициент прямой  $y = -3x - 5$ . Ответ: -3.

16. Чему равно произведение матриц  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$  и  $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ ? Ответ:  $\begin{pmatrix} -1 & 4 \\ -1 & 8 \end{pmatrix}$ .

17. Чему равна сумма матриц  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$  и  $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ ? Ответ:  $\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 6 \end{pmatrix}$ .

18. Чему равен определитель матрицы  $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 8 \end{vmatrix}$ ? Ответ: 6.

19. Чему равен определитель матрицы  $\begin{vmatrix} 1 & 0 & -5 \\ 0 & 1 & 3 \\ 0 & 2 & 8 \end{vmatrix}$ ? Ответ: 2.

20. Найти матрицу, обратную матрице  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ . Ответ:  $A^{-1} = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ \frac{3}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$ .

21. Найти значение многочлена  $f(x) = x^2 - 1$  от матрицы  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ . Ответ:  $B = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -3 & 3 \end{pmatrix}$ .

**Описание технологии проведения:**

Текущая аттестация проводится на занятии одновременно во всей учебной группе в виде контрольной работы.

**Требования к выполнению заданий (или шкалы и критерии оценивания):**

Критерий оценивания	Шкала оценок
Верный ответ	1 балл
Неверный ответ	0 баллов

**20.2 Промежуточная аттестация**

Промежуточная аттестация по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств:

практико-ориентированные задания, контрольная работа

(наименование оценочного средства промежуточной аттестации)

*Перечень практических заданий, тем рефератов, тем презентаций, курсовых, докладов, требования к представлению портфолио, вопросов к экзамену (зачету) и порядок формирования КИМ*

Описание технологии проведения

Требования к выполнению заданий, шкалы и критерии оценивания

**на экзамене:**

Отлично	отличное владение теорией и решение задач не ниже хорошего уровня; или отличное решение задач и владение теорией не ниже хорошего уровня
Хорошо	владение теорией не ниже хорошего уровня и решение задач не ниже удовлетворительного уровня; или владение теорией не ниже удовлетворительного уровня и решение задач не ниже хорошего уровня
Удовлетворительно	удовлетворительное владение теорией и удовлетворительное решение задач
Неудовлетворительно	неудовлетворительное владение теорией; или неудовлетворительное решение задач

Задания раздела 20.1 рекомендуются к использованию при проведении диагностических работ с целью оценки остаточных знаний по результатам освоения данной дисциплины.