МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ «ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ» (ФГБОУ ВО «ВГУ»)

УТВЕРЖДАЮ

Заведующий кафедрой ВМиПИТ
Леденева Т. М.

26.05.2023 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Б1.О.19 Численные методы

1. **Код и наименование направления подготовки/специальности:**

02.03.02 фундаментальная информатика и информационные технологии.

2. **Профиль подготовки/специализация:**

Инженерия программного обеспечения.

3. **Квалификация (степень) выпускника:**

бакалавриат.

4. **Форма обучения:** очная.

5. **Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины:** кафедра вычислительной математики и прикладных информационных технологий.

6. **Составители программы:**

Корзунина Вера Васильевна, доцент кафедры вычислительной математики и прикладных информационных технологий; Шабунина Зоя Александровна, доцент кафедры вычислительной математики и прикладных информационных технологий; Корольков Олег Геннадьевич, доцент кафедры вычислительной математики и прикладных информационных технологий.

7. **Рекомендована:** научно-методическим советом факультета ПММ 26.05.2023г., протокол №7.

8. **Учебный год:** 2025-2026 **Семестр:** 5, 6

9. **Цели и задачи учебной дисциплины:**

Цели изучения дисциплины: формирование систематических знаний, представлений, умений и навыков, необходимых для проведения математических расчётов, математического моделирования и последующего анализа результатов при решении задач исследовательского и прикладного характера; воспитание математической культуры, необходимой будущему выпускнику в профессиональной деятельности; активизация познавательной и самостоятельной деятельности студентов по освоению содержания дисциплины и формированию необходимых компетенций.

Задачи дисциплины: ознакомление студентов с математической постановкой и методами решения широкого круга задач, важных в практической работе выпускника бакалавриата; получение базовых представлений общей теории вычислительных методов; освоение основных подходов к выбору и применению вычислительных методов для решения типичных математических задач, представляющих собой базовые компоненты вычислительных алгоритмов решения сложных задач при исследовании математических моделей различных объектов, процессов и явлений; развитие логического и алгоритмического мышления при реализации на высокоуровневом языке программирования алгоритмов вычислительных методов; развитие навыков практической работы на современной вычислительной технике.

10. Место учебной дисциплины в структуре ООП:

Дисциплина «Численные методы» входит общую часть блока Б1 программы бакалавриата и изучается в 5 семестре. Изучение данного курса должно базироваться на знании студентами материала дисциплин «Математический анализ», «Линейная алгебра», «Дифференциальные уравнения», «Информатика и программирование», «Языки и методы программирования», изучаемых в рамках программы подготовки бакалавра. Студент при изучении данной дисциплины получит углубленные фундаментальные знания по численным методам алгебры, математического анализа и обыкновенных дифференциальных уравнений, что позволит ему квалифицированно применять соответствующие алгоритмы в процессе разработки информационно-вычислительных систем, предназначенных для решения прикладных задач.

11. Планируемые результаты обучения по дисциплине/модулю (знания, умения, навыки), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями выпускников):

Код	Название компетенции	Код(ы)	Индикатор(ы)	Планируемые результаты обучения
ОПК1	Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	ОПК-1.1	Решает типовые задачи с учетом основных понятий и общих закономерностей, сформулированных в рамках базовых дисциплин математики, информатики и естественных наук	Знает основные математические аспекты применения вычислительных алгоритмов к решению прикладных задач. Умеет оценивать точность, сходимость и другие характеристики вычислительных алгоритмов решения прикладных задач. Владеет навыками применения методов вычислительной математики при решении прикладных задач

ОПК1	Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	ОПК-1.3	Осуществляет выбор современных математических инструментальных средств для обработки исследуемых явлений в соответствии с поставленной задачей, анализирует результаты расчетов и интерпретирует полученные результаты	Знает особенности реализации численных методов решения прикладных задач. Умеет составлять вычислительные алгоритмы решения прикладных задач с учетом точности, сходимости и других требований. Владеет навыками реализации численных методов решения прикладных задач, а также анализа и интерпретации полученных результатов

12. Объем дисциплины в зачетных единицах/час:

10/360.

Форма промежуточной аттестации:

экзамен (2), зачёт (2).

13. Виды учебной работы:

Вид учебной работы	Семестр 5	Семестр 6	Всего
Аудиторные занятия	80	80	160
Лекционные занятия	32	32	64
Практические занятия	16	16	32
Лабораторные занятия	32	32	64
Самостоятельная работа	64	64	128
Курсовая работа	0	0	0
Промежуточная аттестация	36	36	72
Часы на контроль	36	36	72
Всего	180	180	360

13.1. Содержание дисциплины:

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины
1	Введение в численные методы	Предмет дисциплины «Вычислительные методы». Исторические сведения о развитии этого раздела прикладной математики. Роль и место численных методов в системе математического образования.

2	Машинная арифметика с вещественными числами	Системы счисления с плавающей точкой. Параметры системы счисления с плавающей точкой. Представление вещественных чисел в системе счисления с плавающей точкой: общий вид; этапы: приведение к основанию, нормализация, округление. Нормализованные системы счисления. Распределение чисел системы счисления с плавающей точкой по координатной оси. Денормализованные числа и денормализованные системы счисления. Характеристики систем счисления с плавающей точкой. Машинная точность и её связь с ошибками округления. Процедура программного определения машинной точности. Выполнение арифметических операций над числами с плавающей точкой.
3	Основы теории погрешностей	Понятие абсолютной и относительной погрешности. Предельные абсолютная и относительная погрешности. Погрешности элементарных функций. Погрешности основных арифметических операций. Основные задачи теории погрешностей: прямая задача, обратная задача. Классификация погрешностей, возникающих при численном решении задач. Факторы, влияющие на ошибки округления.
4	Численные методы линейной алгебры	LU-разложение матрицы. Метод Гаусса решения систем линейных алгебраических уравнений. Обусловленность систем линейных алгебраических уравнений. Метод прогонки для систем линейных алгебраических уравнений с трёхдиагональными матрицами. Достаточное условие устойчивости метода прогонки. QR-разложение матрицы. Ортогональные матрицы и их свойства. Матрицы вращений и отражений. Метод отражений. Метод вращений. Частичные проблемы собственных значений.
5	Численные методы решения нелинейных уравнений и систем	Итерационные методы уточнения корней уравнений: метод простых итераций, метод Ньютона, метод секущих. Итерационные методы для систем нелинейных уравнений: метод простых итераций, метод Ньютона, метод спуска.
6	Численные методы приближения функций	Приближение функций алгебраическими многочленами. Построение интерполяционного многочлена методом неопределённых коэффициентов. Интерполяционный многочлен Лагранжа. Интерполяционный многочлен Ньютона. Погрешность интерполяционного многочлена. Приближение функции сплайнами. Кубические интерполяционные сплайны. Метод наименьших квадратов.
7	Численное дифференцирование и интегрирование	Методы численного дифференцирования на основе конечных разностей. Оценка погрешности. Методы численного дифференцирования на основе интерполяционных многочленов. Методы приближённого вычисления определённых интегралов.

8	Численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений	Одношаговые методы решения задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений и систем. Явный метод Эйлера. Локальная и полная погрешность явного метода Эйлера. Неявный метод Эйлера. Методы Рунге – Кутты. Методы приближённого решения краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений второго порядка. Метод сеток. Метод пристрелки.
9	Численные методы решения задач математической физики	Простейшая явная разностная схема в случае задачи Коши для уравнения теплопроводности. Простейшая неявная разностная схема в случае начально-краевой задачи для уравнения теплопроводности. Разностная схема «крест» в случае начальнокраевой задачи для волнового уравнения. Разностная схема «крест» в случае задачи Дирихле для уравнения Пуассона. Аппроксимация дифференциального уравнения и краевого условия в прямоугольных и непрямоугольных областях. Принцип максимума для сеточных решений. Устойчивость схемы «крест». Методы решения системы сеточных уравнений в случае схемы «крест» для уравнения Пуассона. Метод простой итерации, сходимость метода. Дискретное преобразование Фурье. Быстрое преобразование Фурье.

13.2. Темы (разделы) дисциплины и виды занятий:

№ п/п	Наименование темы (раздела) дисциплины	Лекционные занятия	Практические занятия	Лабораторные занятия	Самостоя-тельная работа	Всего
1	Введение в численные методы	1	0	0	1	2
2	Машинная арифметика с вещественными числами	3	2	0	5	10
3	Основы теории погрешностей	2	2	0	2	6
4	Численные методы линейной алгебры	10	4	16	24	54
5	Численные методы решения нелинейных уравнений и систем	4	2	4	8	18
6	Численные методы приближения функций	8	4	8	16	36
7	Численное дифференцирование и интегрирование	4	2	4	8	18
8	Численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений	16	8	16	32	72

9	Численные методы решения задач математической физики	16	8	16	32	72
	Всего	64	32	64	128	288

14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины:

Освоение дисциплины включает контактную и самостоятельную работу обучающихся, осуществляемую в соответствии с учебным планом, календарным учебным графиком и настоящей рабочей программой.

Контактная работа предусматривает взаимодействие обучающегося с преподавателем как во время очных занятий, так и в электронной информационно-образовательной среде Воронежского государственного университета. Контактная работа включает в себя лекционные, практические и лабораторные занятия, индивидуальные консультации преподавателя по возникающим у обучающегося в процессе освоения учебного материала дисциплины вопросам, а также групповую консультацию перед экзаменом. Для успешного усвоения материала обучающий посещает занятия и консультации, проводимые как в очном, так и в дистанционном формате, выполняет рекомендации преподавателя по организации контактной работы.

В процессе самостоятельной работы обучающийся осваивает содержание дисциплины, используя конспекты лекций, а также учебно-методическую литературу и иные источники, выполняет практические задания и лабораторные работы, готовится к контрольным работам, выполняет рекомендации преподавателя по организации самостоятельной работы.

Процесс освоения учебной дисциплины в течение закреплённого учебным планом периода подвергается текущему контролю, который осуществляется в следующих формах: фиксация посещения занятий, проводимых как в очном, так и дистанционном формате; проверка выполнения практических заданий и лабораторных работ; выполнение и проверка контрольных работ.

Промежуточная аттестация проводится в очном или дистанционном формате в форме зачёта, а также экзамена по билетам, каждый из которых содержит вопросы и практические задания, оценивающие уровень сформированности всех заявленных дисциплинарных компетенций. Итоговая оценка по дисциплине определяется на основе оценок, полученных в ходе текущего контроля, а также результатов ответа на вопросы экзаменационного билета.

15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины:

а) основная литература:

№ п/п	Источник
1	Демидович Б. П. Основы вычислительной математики : учеб. пособие / Б. П. Демидович, И. А. Марон. — Москва : Лань, 2011. — 664 с. Режим доступа: https://lanbook.lib.vsu.ru/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=2025
2	Демидович Б. П. Численные методы анализа. Приближение функций, дифференциальные и интегральные уравнения : учеб. пособие / Б. П. Демидович, И. А. Марон, Э. З. Шувалова. — Москва : Лань, 2010. — 400 с. Режим доступа: https://lanbook.lib.vsu.ru/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=537
3	Амосов А. А. Вычислительные методы / А. А. Амосов, Ю. А. Дубинский, Н. В. Копченова. — Москва : Лань, 2014. — 672 с. Режим доступа: https://lanbook.lib.vsu.ru/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=42190

б) дополнительная литература:

№ п/п	Источник
1	Волков Е. А. Численные методы : учеб. пособие / Е. А. Волков. — Москва : Лань, 2008. — 256 с.
2	Бахвалов Н. С. Численные методы : учеб. пособие для студ. физ.-мат. специальностей вузов / Н. С. Бахвалов, Н. П. Жидков, Г. М. Кобельков. — Москва : БИНОМ. Лаб. знаний, 2007. — 636 с.
3	Калиткин Н. Н. Численные методы : учеб. пособие для студ. вузов / Н. Н. Калиткин ; под ред. А. А. Самарского. — Москва : Наука, 1978. — 512 с.
4	Турчак Л. И. Основы численных методов : учеб. пособие для студ. вузов / Л. И. Турчак, П. В. Плотников. — Москва : Физматлит, 2005. — 300 с.
5	Самарский А. А. Введение в численные методы : учеб. пособие для вузов / А. А. Самарский. — Санкт-Петербург : Лань, 2005. — 288 с.
6	Самарский А. А. Численные методы : учеб. пособие для студ. вузов / А. А. Самарский, А. В. Гулин. — Москва : Наука : Физматлит, 1989. — 429 с.
7	Самарский А. А. Задачи и упражнения по численным методам : учеб. пособие / А. А. Самарский, П. Н. Вабищевич, Е. А. Самарская. — Москва : Эдиториал УРСС, 2000. — 207 с.
8	Бахвалов Н. С. Численные методы в задачах и упражнениях : учеб. пособие / Н. С. Бахвалов, А. В. Лапин, Е. В. Чижонков ; под ред. В. А. Садовничего. — Москва : Высш. шк., 2000. — 189 с.
9	Пирумов У. Г. Численные методы : учеб. пособие для студ. вузов / У. Г. Пирумов. — Москва : Дрофа, 2004. — 221 с.
10	Численные методы : сборник задач : учеб. пособие для студ. вузов / В. Ю. Гидаспов [и др.] ; под ред. У. Г. Пирумова. — Москва : Дрофа, 2007. — 144 с.

в) информационные электронно-образовательные ресурсы:

№ п/п	Ресурс
1	www.lib.vsu.ru — Зональная научная библиотека ВГУ
2	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=18014 — Электронный курс «Численные методы»

16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы:

№ п/п	Источник
1	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=18014 — Электронный курс «Численные методы»
2	Численное решение задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений методами типа Рунге-Кутта : метод. указания по курсу «Численные методы». Ч. 1 / сост. В. В. Корзунина, З. А. Шабунина. — Воронеж, 2002. — 53 с.
3	Численное решение задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений методами типа Рунге-Кутта : метод. указания по курсу «Численные методы». Ч. 2 : Индивидуальные задания / сост. В. В. Корзунина, З. А. Шабунина. — Воронеж, 2005. — 31 с.
4	Корзунина В. В. Лабораторный практикум по численным методам : учеб. пособие. Ч. 1 : Теория / В. В. Корзунина, З. А. Шабунина. — Воронеж : ИПЦ ВГУ, 2011.
5	Корзунина В. В. Лабораторный практикум по численным методам : учеб. пособие. Ч. 2 : Индивидуальные задания / В. В. Корзунина, З. А. Шабунина. — Воронеж : ИПЦ ВГУ, 2011.
6	Лабораторные занятия по численным методам: интерполирование и приближение функций : учеб.-метод. пособие. Ч. 1 : Теория / В. В. Корзунина, К. П. Лазарев, З. А. Шабунина. — Воронеж : Издательский дом ВГУ, 2014. — 32 с.
7	Лабораторные занятия по численным методам: интерполирование и приближение функций : учеб.-метод. пособие. Ч. 2 : Индивидуальные задания / В. В. Корзунина, К. П. Лазарев, З. А. Шабунина. — Воронеж : Издательский дом ВГУ, 2014. — 19 с.
8	Метод дифференциальной прогонки решения краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений : учеб.-метод. пособие / сост. В. В. Корзунина, З. А. Шабунина, Д. В. Шаруда. — Воронеж : ЛОП ВГУ, 2006. — 27 с.

17. Образовательные технологии, используемые при реализации учебной дисциплины, включая дистанционные образовательные технологии (ДОТ), электронное обучение (ЭО), смешанное обучение):

При реализации дисциплины используется программное обеспечение для программирования, например Microsoft Visual Studio Community Edition.

При реализации дисциплины используется электронное обучение и дистанционные образовательные технологии. Для организации контактной и самостоятельной работы обучающихся в дистанционном формате рекомендован электронный курс «Численные методы», размещённый на платформе «Электронный университет ВГУ», а также Интернет-ресурсы, приведённые в п.15в настоящей рабочей программы.

18. Материально-техническое обеспечение дисциплины:

Мебель и оборудование для лекционных и практических занятий, проводимых в очном формате: специализированная мебель, компьютер (ноутбук), мультимедийное оборудование (проектор, экран, средства звуковоспроизведения). Программное обеспечение для лекционных и практических занятий: ОС Windows 8 (10), интернет-браузер (Chrome, Яндекс.Браузер, Mozilla Firefox), ПО Adobe Reader, пакет стандартных офисных приложений для работы с документами (MS Office, МойОфис, LibreOffice).

Мебель и оборудование для лабораторных занятий, проводимых в очном формате: специализированная мебель, компьютер (ноутбук), мультимедийное оборудование (проектор, экран, средства звуковоспроизведения), персональные компьютеры для индивидуальной работы. Программное обеспечение для лабораторных занятий: ОС Windows 8 (10), интернет-браузер (Chrome, Яндекс.Браузер, Mozilla Firefox), ПО Adobe Reader, пакет стандартных офисных приложений для работы с документами (MS Office, МойОфис, LibreOffice), Microsoft Visual Studio Community Edition (свободное и/или бесплатное ПО).

19. Оценочные средства для проведения текущей и промежуточной аттестаций:

Порядок оценки освоения обучающимися учебного материала определяется содержанием следующих разделов дисциплины:

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Компетенция(и)	Индикатор(ы) достижения компетенции	Оценочные средства
1	Машинная арифметика с вещественными числами	ОПК-1	ОПК-1.1	контрольная работа
2	Основы теории погрешностей	ОПК-1	ОПК-1.1	контрольная работа лабораторные работы
3	Численные методы линейной алгебры	ОПК-1	ОПК-1.1, ОПК-1.3	контрольная работа лабораторные работы
4	Численные методы решения нелинейных уравнений и систем	ОПК-1	ОПК-1.1, ОПК-1.3	контрольная работа лабораторные работы
5	Численные методы приближения функций	ОПК-1	ОПК-1.1, ОПК-1.3	контрольная работа лабораторные работы
6	Численное дифференцирование и интегрирование	ОПК-1	ОПК-1.1, ОПК-1.3	контрольная работа лабораторные работы
7	Численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений	ОПК-1	ОПК-1.1, ОПК-1.3	контрольная работа лабораторные работы
8	Численные методы решения задач математической физики	ОПК-1	ОПК-1.1, ОПК-1.3	контрольная работа лабораторные работы

20. Типовые оценочные средства и методические материалы, определяющие процедуры оценивания:

20.1 Текущий контроль успеваемости:

Текущий контроль успеваемости по дисциплине осуществляется с помощью лабораторных работ и контрольных работ.

Примеры практических заданий:

1. Укажите количество положительных нормализованных чисел в системе счисления с плавающей точкой $F(\beta, t, L, U)$, заданной следующими параметрами:

• основание системы счисления $\beta = 2$;
• количество разрядов, отведенных под представление мантиссы $t = 5$;
• нижняя граница диапазона значений показателя степени $L = -2$;
• верхняя граница диапазона значений показателя степени $U = 2$.

2. Укажите показатель степени положительного нормализованного числа, начиная с которого в системе счисления с плавающей точкой $F(\beta, t, L, U)$ числа идут с шагом, равным единице, если

• основание системы счисления $\beta = 2$;
• количество разрядов, отведенных под представление мантиссы $t = 5$; • нижняя граница диапазона значений показателя степени $L = -10$;
• верхняя граница диапазона значений показателя степени $U = 10$.

3. Укажите максимальное расстояние между соседними положительными числами в системе счисления с плавающей точкой $F(\beta, t, L, U)$, заданной следующими параметрами:

• основание системы счисления $\beta = 2$;
• количество разрядов, отведенных под представление мантиссы $t = 5$; • нижняя граница диапазона значений показателя степени $L = -10$;
• верхняя граница диапазона значений показателя степени $U = 10$.

4. Диаметр сферы измерили с погрешностью $\Delta d = 4$ см и получили результат $d \approx 1.6$ м. Определить абсолютную и относительную погрешности вычисления объёма сферы.

5. Решить систему уравнений, воспользовавшись методом Холецкого и методом Гаусса с вычислением LU-разложения

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & -3 \\ -4 & 2 & -12 & 12 \\ 5 & -1 & 16 & 1 \\ 0 & 2 & -1 & 20 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -8 \\ 10 \\ 0 \end{pmatrix}$$

6. При помощи таблицы разделённых разностей построить интерполяционный многочлен Ньютона для функции заданной следующей таблицей значений:

x_i	-1	0	1	3
f_i	-3	2	1	5

7. Используя значения функции f в узлах $x - h$, x, $x + h$, построить сеточное приближение второй производной функции f в точке x максимально возможного порядка точности. Указать порядок точности и главный член погрешности полученного сеточного приближения.

8. Доказать, что заданное выражение является сеточным приближением для некоторой производной функции f, относящейся к классу C^4. Определить порядок производной;

порядок точности; главный член погрешности; погрешность метода; погрешность вычислений; оптимальный шаг дифференцирования.

$$(\Delta f)(x) = \frac{f(x-h) - 2f(x) + f(x+h)}{h^2}.$$

9. Задача Коши

$$y'(x) = f(\ \ x), \qquad x \in [0;1],$$
$$y(0) = 0.$$

решается численно с помощью метода Рунге – Кутты

$$y_{i+1} = y_i + \frac{1}{6}(K_1 + 4K_2 + K_3),$$
$$K_1 = h\,f(x_i, y_i), K_2 = h\,f\left(x_i + \frac{h}{2}, y_i + \frac{K_1}{2}\right), K_3 = h\,f(x_i + h, y_i - K_1 + 2K_2), i \in \overline{0, n-1}.$$

Вычислить погрешность на шаге и определить порядок точности данного метода.

Лабораторные работы

Постановки задач для лабораторных работ можно найти в учебно-методических пособиях, приведённых в пункте 16 настоящей программы.

20.2 Промежуточная аттестация

Промежуточная аттестация по дисциплине осуществляется в форме зачёта, а также экзамена.

Перечень вопросов для промежуточной аттестации

ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности

Вопросы с вариантами ответов

Критерий оценивания	Шкала оценок
Верный ответ	1 балл
Неверный ответ	0 баллов

1. С помощью какого из перечисленных методов можно определить ранг произвольной квадратной матрицы?

Варианты:

1. Метод Гаусса (схема единственного деления).
2. Метод Халецкого.
3. Метод квадратных корней.
4. Метод Гаусса (полная стратегия выбора ведущего элемента).

Ответ: 4

2. Какой из перечисленных методов предназначен только для решения систем с симметричными невырожденными матрицами?

Варианты:

1. Метод Гаусса (схема единственного деления).
2. Метод отражений.
3. Метод прогонки.
4. Метод квадратного корня.

Ответ: 4

3. Чему равна предельная относительная погрешность при умножении двух приближенных величин?

Варианты:

1. Сумме предельных относительных погрешностей сомножителей.
2. Разности предельных относительных погрешностей сомножителей.
3. Произведению предельных относительных погрешностей сомножителей.

Ответ: 1

4. Чему равна предельная относительная погрешность при возведении приближенной величины в степень n (n - целое)?

Варианты:

1. Предельная относительная погрешность умножается на n.
2. Предельная относительная погрешность делится на n.
3. Предельная относительная погрешность остается постоянной.

Ответ: 1

5. Для существования однозначного решения на отрезке $[A, B]$ линейного обыкновенного дифференциального уравнения с непрерывными коэффициентами

$$y'' + p(x)y' = r(x)$$

необходимо иметь краевые условия:

Варианты:

1. Значения решения в точках A, B.
2. Значения решения и его третьей производной в точке A.
3. Значения первых производных решения в точках A, B.

Ответ: 1

Вопросы с кратким текстовым ответом

Критерий оценивания	Шкала оценок
Должен быть сформулирован ответ из	2 балла

указанных вариантов (один или несколько) или аналогичные по сути ответы с альтернативными терминами и определениями	
Неверный ответ	0 баллов

2 – верный ответ

0 – неверный ответ

1. Что аппроксимирует и с каким порядком аппроксимации разностное выражение

$$\frac{1}{2h}(-3y_0 + 4y_1 - y_2)$$

в точке x_0? Здесь $h = x_1 - x_0 = x_2 - x_1 > 0,\ y(x)$ — трижды непрерывно дифференцируемая функция.

Ответ: разностное выражение аппроксимирует первую производную со вторым порядком аппроксимации.

2. Что аппроксимирует и с каким порядком аппроксимации разностное выражение

$$\frac{1}{2h}(-3y_0 + 4y_1 - y_2)$$

в точке x_1? Здесь $h = x_1 - x_0 = x_2 - x_1 > 0,\ y(x)$ — трижды непрерывно дифференцируемая функция.

Ответ: разностное выражение аппроксимирует первую производную с первым порядком аппроксимации.

ОПК-2 Способен использовать и адаптировать существующие математические методы и системы программирования для разработки и реализации алгоритмов решения прикладных задач

Вопросы с вариантами ответов

Критерий оценивания	Шкала оценок
Верный ответ	1 балл
Неверный ответ	0 баллов

1. При реализации решения системы N линейных уравнений методом Гаусса необходимо выполнить количество алгебраических операций какого порядка относительно N? При этом предполагается, что все главные миноры матрицы системы отличны от 0.

Варианты:

1. $N^3/3$
2. $N^4/4$
3. $2N^3/3$

Ответ: 3

2. При реализации решения системы N линейных уравнений методом Халецкого необходимо выполнить количество алгебраических операций какого порядка относительно N? При этом предполагается, что все главные миноры матрицы системы отличны от 0.

Варианты:

1. $N^3/3$
2. $N^4/4$
3. $2N^3/3$

Ответ: 3

3. Какой из перечисленных методов решения систем линейных уравнений имеет наибольшее число операций?

Варианты:

1. Метод Гаусса (схема единственного деления).
2. Метод Халецкого.
3. Метод прогонки.
4. Метод отражений.

Ответ: 4

4. При реализации решения системы N линейных уравнений с верхней треугольной матрицей необходимо выполнить количество алгебраических операций какого порядка относительно N? При этом предполагается, что определитель матрицы системы отличен от 0.

Варианты:

1. $2/3N^3$
2. $2N^2$
3. N^2

Ответ: 3

5. При реализации решения системы N линейных уравнений с нижней треугольной матрицей необходимо выполнить количество алгебраических операций какого порядка относительно N? При этом предполагается, что определитель матрицы системы отличен от 0.

Варианты:

1. $2/3N^3$
2. $2N^2$
3. N^2

Ответ: 3

6. При реализации решения системы N линейных уравнений с верхней ленточной треугольной матрицей необходимо выполнить количество алгебраических операций какого порядка относительно N? При этом предполагается, что ширина ленты $L \ll N$ и определитель матрицы системы отличен от 0.

Варианты:

1. L^2N
2. LN^2
3. $2LN$

Ответ: 3

7. При реализации решения системы N линейных уравнений с нижней ленточной треугольной матрицей необходимо выполнить количество алгебраических операций какого порядка относительно N? При этом предполагается, что ширина ленты $L \ll N$ и определитель матрицы системы отличен от 0.

Варианты:

1. L^2N
2. LN^2
3. $2LN$

Ответ: 3

8. A, B — квадратные матрицы размерности N. При перемножении матриц необходимо выполнить количество алгебраических операций какого порядка?

Варианты:

1. $2N^3$
2. N^4
3. $2N^4$

Ответ: 3

9. Для вычисления определителя невырожденной квадратной матрицы размерности N строится ее LU-разложение на основе метода Гаусса с полной стратегией выбора ведущего элемента. Количество алгебраических операций какого порядка относительно N необходимо выполнить при реализации этого метода?

Варианты:

1. $2N^3$
2. N^4
3. $2N^3/3$

Ответ: 3

Вопросы с кратким текстовым ответом

Критерий оценивания	Шкала оценок
Должен быть сформулирован ответ из указанных вариантов (один или несколько) или аналогичные по сути ответы с	2 балла

альтернативными терминами и определениями	
Неверный ответ	0 баллов

2 – верный ответ

0 – неверный ответ

1. Значения y_0, y_1, y_2 заданы с предельной абсолютной погрешностью E, h – точное значение. Разностная производная

$$y_0' = \frac{1}{2h}(-3y_0 + 4y_1 - y_2)$$

вычисляется в предположении отсутствия округлений. Верно ли утверждение, что предельная абсолютная погрешность $y_0' = 4\mathrm{E}/\mathrm{h}$?

Ответ: да.

2. Значения y_0, y_1, y_2 заданы с предельной абсолютной погрешностью E, h – точное значение. Разностная производная

$$y_1'' = \frac{1}{h^2}(y_0 - 2y_1 + y_2)$$

вычисляется в предположении отсутствия округлений. Верно ли утверждение, что предельная абсолютная погрешность $y_1'' = 4E/h^2$?

Ответ: да.

3. Чему равна предельная относительная погрешность произведения двух приближенных величин, если известны предельные относительные погрешности сомножителей?

Ответ: сумме предельных относительных погрешностей сомножителей.

4. Предельная относительная погрешность приближенной величины известна. Чему равна предельная относительная погрешность при умножении этой величины на константу, отличную от 0?

Ответ: не меняется.

5. Значения y_0, y заданы с предельной абсолютной погрешностью E, h – точное значение. Разностная производная

$$y_1' = \frac{y_2 - y_0}{2h}$$

вычисляется в предположении отсутствия округлений. Верно ли утверждение, что предельная абсолютная погрешность $y_1' = E/h$?

Ответ: да.

ОПК-5 Способен разрабатывать алгоритмы и компьютерные программы, пригодные для практического применения

Вопросы с вариантами ответов

Критерий оценивания	Шкала оценок
Верный ответ	1 балл
Неверный ответ	0 баллов

1. Дифференциальное уравнение $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = f(x, y)$ является уравнение какого типа?

Варианты:

1. Эллиптического.
2. Параболического.
3. Гиперболического.

Ответ: 1

2. Дифференциальное уравнение $\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = f(x, t)$ является уравнение какого типа?

Варианты:

1. Эллиптического.
2. Параболического.
3. Гиперболического.

Ответ: 3

3. Дифференциальное уравнение $\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + f(x, t)$ является уравнение какого типа?

Варианты:

1. Эллиптического.
2. Параболического.
3. Гиперболического.

Ответ: 2

4. Каково минимальное количество точек в шаблоне для записи разностного уравнения, аппроксимирующего дифференциальное уравнение $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = f(x, y)$?

Варианты:

1. 3 точки.
2. 4 точки.
3. 5 точек.

Ответ: 3

5. Каково минимальное количество точек в шаблоне для записи разностного уравнения, аппроксимирующего дифференциальное уравнение $\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + f(x, t)$?

Варианты:

1. 3 точки.
2. 4 точки.
3. 5 точек.

Ответ: 2

6. Каково минимальное количество точек в шаблоне для записи разностного уравнения, аппроксимирующего дифференциальное уравнение $\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = f(x,t)$?

Варианты:

1. 3 точки.
2. 4 точки.
3. 5 точек.

Ответ: 3

7. Каково минимальное количество точек в шаблоне для записи разностного уравнения, аппроксимирующего дифференциальное уравнение $\frac{\partial u}{\partial t} + c\frac{\partial u}{\partial x} = f(x,t)$?

Варианты:

1. 3 точки.
2. 4 точки.
3. 5 точек.

Ответ: 1

8. Каково минимальное количество точек в шаблоне для записи разностного уравнения, аппроксимирующего дифференциальное уравнение $\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + f(x,y,t)$?

Варианты:

1. 4 точки.
2. 5 точек.
3. 6 точек.

Ответ: 3

9. Метод гармоник Неймана устанавливает:

Варианты:

a) необходимое условие устойчивости разностной схемы по начальным данным.
b) достаточное условие устойчивости разностной схемы по начальным данным.

Ответ: a)

10. Метод гармоник Неймана устанавливает:

Варианты:

a) достаточное условие неустойчивости разностной схемы по начальным данным.
b) достаточное условие устойчивости разностной схемы по начальным данным.

Ответ: а)

11. Справедливо ли утверждение, что для любых невырожденных систем уравнений с трехдиагональными матрицами метод Гаусса с полной стратегией выбора ведущих элементов и метод прогонки совпадают?

Варианты:

1. да
2. нет

Ответ: 2

12. Дана система уравнений

$$\begin{cases} A_i y_{i-1} + B_i y_i + C_i y_{i+1} = -F_i, \qquad i = 1 \div N-1 \\ y_0 = 0, \;\; y_N = 1 \end{cases}$$

Пусть $|B_i| > |A_i| + |C_i|, i = 1 \div N-1$. Можно ли утверждать, что в этом случае метод прогонки — это метод Гаусса (схема единственного деления)?

Варианты:

1. да
2. нет

Ответ: 1

13. Дана невырожденная система уравнений

$$\begin{cases} A_i y_{i-1} + B_i y_i + C_i y_{i+1} = -F_i, \qquad i = 1 \div N-1 \\ y_0 = 0, \;\; y_N = 1 \end{cases}$$

Можно ли утверждать, что в этом случае метод прогонки — это метод Гаусса (схема единственного деления)?

Варианты:

1. да
2. нет

Ответ: 2

Вопросы с кратким текстовым ответом

Критерий оценивания	Шкала оценок
Должен быть сформулирован ответ из указанных вариантов (один или несколько) или аналогичные по сути ответы с альтернативными терминами и определениями	2 балла

Неверный ответ	0 баллов

2 – верный ответ

0 – неверный ответ

1. В методе вращений определения всех собственных значений матрицы строится последовательность подобных матриц (T_{ij} – матрица вращений)

$$A^{(k+1)} = (T_{ij}^{(k)})^T A^{(k)} T_{ij}^{(k)}$$

Сколько операций затрачивается на это преобразование подобия?

Ответ: 12N операций

2. Максимальное по модулю собственное значение матрицы простой структуры определяется из итерационного процесса.

$$\begin{cases} \nu^{(k)} = < x^{(k)} > \\ x^{(k+1)} = A\nu^{(k)} \\ \sigma^{(k)} = {\nu^{(k)}}^T x^{(k+1)} \end{cases}$$

Верно ли утверждение, что для определения вектора $\nu^{(k)}$ требуется 2N операций?

Ответ: нет.

3. Минимальное по модулю собственное значение матрицы простой структуры определяется из итерационного процесса.

$$\begin{cases} \nu^{(k)} = < x^{(k)} > \\ Ax^{(k+1)} = \nu^{(k)} \\ \sigma^{(k)} = {\nu^{(k)}}^T x^{(k+1)} \end{cases}$$

При этом считается, что матрица имеет известное LU-разложение.

Верно ли утверждение, что для определения вектора $x^{(k+1)}$ требуется $2N^2$ операций?

Ответ: да.

4. Какое максимальное значение может принимать полином Чебышева третьей степени на отрезке [-1,+1]?

Ответ: 0.25

5. Методом Рунге-Кутта второго порядка с усреднением по углу вычислить значение $y(x_1), x_1 = x_0 + 0.2$ для задачи Коши.

$$\begin{cases} y' = x^2 + y^2 \\ y(0) = 0 \end{cases}$$

Ответ: 0.002

Описание технологии проведения:

Текущая аттестация проводится на занятии одновременно во всей учебной группе в виде теста в электронной образовательной среде «Электронный университет ВГУ». Тест составляется из материалов ФОСа, формируется системой автоматически путём добавления случайных вопросов, количество которых соответствует имеющимся образцам билетов. Большая часть вопросов проверяется автоматически, проверки преподавателем с ручным оцениванием требуют только отдельные вопросы, представленные в форме эссе. Ограничение по времени на каждую попытку — 1 час 30 минут.

Критерии оценивания результатов обучения при промежуточной аттестации

Для оценивания результатов обучения на экзамене/зачете используются следующие показатели:

• знание учебного материала и владение понятийным аппаратом курса численных методов;
• умение связывать теорию с решением практических задач;
• умение иллюстрировать ответ примерами и необходимыми математическими выкладками;
• умение применять теоретические знания к разработке алгоритмов.

Экзамен:

Отлично: обучающийся в полной мере владеет понятийным аппаратом данной области науки (теоретическими основами дисциплины), способен иллюстрировать ответ примерами, фактами, данными научных исследований, применять теоретические знания для решения практических задач с использованием численных методов.

Хорошо: ответ на контрольно-измерительный материал не соответствует одному (двум) из перечисленных показателей, но обучающийся дает правильные ответы на дополнительные вопросы. В доказательствах утверждений и в математических преобразованиях допущены неточности.

Удовлетворительно: ответ на контрольно-измерительный материал не соответствует любым двум из перечисленных показателей, обучающийся дает неполные ответы на дополнительные вопросы. Демонстрирует частичные знания теории или допускает существенные ошибки в математических выкладках.

Неудовлетворительно: ответ на контрольно-измерительный материал не соответствует любым трём из перечисленных показателей. Обучающийся демонстрирует отрывочные, фрагментарные знания, допускает грубые ошибки.

Зачёт:

Зачтено: выполнение плана лабораторных и практических занятий.
Не зачтено: невыполнение плана лабораторных или практических занятий.

Задания раздела 20.2 рекомендуются к использованию при проведении диагностических работ с целью оценки остаточных знаний по результатам освоения данной дисциплины.