

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО «ВГУ»)

УТВЕРЖДАЮ

Заведующий кафедрой
математического моделирования



М.Ш. Бурлуцкая

25.05.2023г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Б1.В.01 Математические модели физических процессов

1. Код и наименование направления подготовки:

02.03.01 Математика и компьютерные науки

2. Профиль подготовки: Математические методы и компьютерные технологии в естествознании, экономике и управлении

3. Квалификация выпускника: Бакалавр

4. Форма обучения: Очная

5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины:

Кафедра математического моделирования

6. Составитель программы: Орлов Владимир Петрович, д.ф.-м.н., профессор

7. Рекомендована: Научно-методическим советом математического факультета, протокол № 0500-06 от 25.05.2023

8. Учебный год: 2026/2027

Семестр: 7

9. Цели и задачи учебной дисциплины:

Цели изучения дисциплины:

- освоение студентами основных понятий и методов описания математических моделей физических процессов в терминах дифференциальных уравнений с частными производными;

- расширение знаний обучающихся о современных математических моделях, описывающих физические процессы в жидких средах.

Задачи учебной дисциплины:

- изучение теоретических основ моделирования процессов в жидких средах

- овладение практическими навыками использования векторного и тензорного анализа для построения математических моделей гидродинамики

10. Место учебной дисциплины в структуре ОПОП: учебная дисциплина «Математические модели физических процессов» относится к части, формируемой участниками образовательных отношений Блока 1.

Теория математических моделей физических процессов лежит в основе математического моделирования конкретных задач в различных областях техники, механики строительства. Курс опирается на основные физические законы, дисциплины «Дифференциальные уравнения» и «Математический анализ». Дисциплина является предшествующей для курсов «Информационная безопасность» и др.

11. Планируемые результаты обучения по дисциплине/модулю (знания, умения, навыки), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями) и индикаторами их достижения:

Код	Название компетенции	Код(ы)	Индикатор(ы)	Планируемые результаты обучения
УК-1	Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.1	Анализирует проблемную ситуацию как систему, выявляя ее составляющие и связи между ними	Знать: основные способы критического анализа и синтеза информации; сущность философского анализа явлений, базовые положения системного подхода, сущность проблемной ситуации в ее соотношении с понятиями «проблема», «задача», «противоречия», основы управления разрешением проблемных ситуаций; Уметь: применять основные способы критического анализа информации; применять системный подход для решения поставленных задач, выявлять проблемные ситуации, определять пути и средства их разрешения; Владеть: основными способами критического анализа информации; навыками критического анализа проблемной ситуации как системы, выявления ее составляющих и связей между ними, выбора путей и средств ее разрешения в профессиональной деятельности.
		УК-1.2	Используя логико-методологический инструментарий, критически оценивает надежность источников информации,	Знать: методы критического анализа и оценки современных научных достижений, а также методы генерирования новых идей при решении исследовательских и практических задач, в том числе в междисциплинарных областях; основное содержание философских понятий и категорий, этапы развития философии и ее разделы, основные

			современных концепций философского и социального характера в своей предметной области	<p>классические и современные философские направления и концепции, базовые логические и научные методы (теоретические и эмпирические) исследования и философского осмысления мира, правила оценки надежности источников информации;</p> <p>Уметь: при решении исследовательских и практических задач генерировать новые идеи, исходя из наличных ресурсов и ограничений; анализировать классические и современные философские направления, и концепции с опорой на понятийно-категориальный аппарат и логико-методологический инструментарий философии, критически оценивать надежность источников информации, использовать противоречивую информацию, содержащуюся в разных философских концепциях при решении проблемных ситуаций;</p> <p>Владеть навыками: критического анализа и оценки современных научных достижений и результатов деятельности по решению исследовательских и практических задач, в том числе в междисциплинарных областях; навыками использования логико-методологического инструментария в процессе философского осмысления мира, критического анализа и оценки надежности источников информации, в том числе философских концепций, работы с противоречивой информацией из разных источников, определения возможностей применения положений классических и современных философских направлений и концепций для решения проблемных ситуаций.</p>
ПК-2	Способен анализировать, систематизировать и обобщать передовой отечественный и международный опыт в области математического и компьютерного моделирования различных процессов	ПК-2.1	Владеет навыками анализа научных обзоров, публикаций, рефератов и библиографий по тематике проводимых исследований на русском и других языках	<p>Знать: основные понятия и определения курса;</p> <p>Уметь: находить схожесть и отличие в понятиях;</p> <p>Владеть: навыком обобщения результатов нескольких утверждений.</p>
		ПК-2.2	Умеет обобщить информацию, полученную с помощью изучения библиографических материалов по тематике научных исследований в сфере математического и компьютерного моделирования	<p>Знать: определения и утверждения, предшествующие данной теореме;</p> <p>Уметь: выбрать ранее изученные факты, на которых необходимо строить доказательство рассматриваемой теоремы;</p> <p>Владеть: навыком строгого обоснования шагов доказательства через ранее доказанные факты и определения.</p>
		ПК-2.3	Имеет практический опыт исследований в конкретной области математического и компьютерного моделирования	<p>Знать: основные стандарты, нормы и правила оформления результатов научно-исследовательских работ;</p> <p>Уметь: четко ставить задачи и грамотно формулировать выводы по результатам исследования;</p>

		физических экономических процессов	и	Владеть: навыками оформления результатов научно-исследовательской деятельности в математике и информатике.
--	--	--	---	---

12. Объем дисциплины в зачетных единицах/час — 2 / 72

Форма промежуточной аттестации – зачет

13. Трудоемкость по видам учебной работы

Вид учебной работы	Трудоемкость (часы)		
	Всего	По семестрам	
		7 семестр	
Аудиторные занятия	50	50	
в том числе:			
лекции	34	34	
практические	16	16	
лабораторные	0	0	
Самостоятельная работа	22	22	
Форма промежуточной аттестации	0	0	
Итого:	72	72	

13.1. Содержание дисциплины:

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины	Реализация раздела дисциплины с помощью онлайн-курса, ЭУМК *
1. Лекции			
1.1	Описание движения жидкостей	Определения и основные понятия. Подходы Эйлера и Лагранжа описания движения жидкостей. Эйлеровы и Лагранжевы координаты. Формулы перехода. Виды жидкостей.	Moodle: URL: https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=9668
1.2	Элементы механики	Тензор напряжений. Тензор скоростей деформаций. Тензор деформаций. Реологические соотношения. Уравнение неразрывности. Классификация сплошных сред.	Moodle: URL: https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=9668
1.3	Уравнения движения жидкостей	Уравнения движения идеальной жидкости. Уравнения движения вязкой жидкости. Плоское безвихревое движение. Функция тока. Потенциал скорости. Комплексная скорость и комплексный потенциал. Примеры комплексных потенциалов. Источники и стоки. Вихреисточники.	Moodle: URL: https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=9668
2. Практические занятия			
2.1	Описание движения жидкостей	Определения и основные понятия. Подходы Эйлера и Лагранжа описания движения жидкостей. Эйлеровы и Лагранжевы координаты. Формулы перехода. Виды жидкостей.	Moodle: URL: https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=9668
2.2	Элементы механики	Тензор напряжений. Тензор скоростей деформаций. Тензор деформаций. Реологические соотношения. Уравнение неразрывности. Классификация сплошных сред.	Moodle: URL: https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=9668
2.3	Уравнения движения	Уравнения движения идеальной жидкости. Уравнения движения вязкой жидкости. Плоское безвихревое	Moodle: URL: https://edu.vsu.ru/c

жидкостей	движение. Функция тока. Потенциал скорости. Комплексная скорость и комплексный потенциал. Примеры комплексных потенциалов. Источники и стоки. Вихреисточники.	ourse/view.php?id=9668
-----------	---	---

13.2. Темы (разделы) дисциплины и виды занятий:

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Виды занятий (часов)				Всего
		Лекции	Практические	Лабораторные	Самостоятельная работа	
1	Описание движения жидкостей	10	5	0	6	21
2	Элементы механики	12	5	0	8	25
3	Уравнения движения жидкостей	12	6	0	8	26
Итого:		34	16	0	22	72

14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

В процессе преподавания дисциплины используются следующие виды учебной работы: лекции, практические занятия, а также различные виды самостоятельной работы обучающихся. На лекциях рассказывается теоретический материал, на практических занятиях решаются примеры по теоретическому материалу, прочитанному на лекциях.

При изучении курса «Математические модели физических процессов» обучающимся следует внимательно слушать и тщательно конспектировать материал, излагаемый на аудиторных занятиях. Для его понимания и качественного усвоения рекомендуется следующая последовательность действий.

1. После каждой лекции студентам рекомендуется подробно разобрать прочитанный теоретический материал, выучить все определения и формулировки теорем, разобрать примеры, решенные на лекции. Перед следующей лекцией обязательно повторить материал предыдущей лекции.

2. Перед практическим занятием обязательно повторить лекционный материал. После практического занятия еще раз разобрать решенные на этом занятии примеры, после чего приступить к выполнению домашнего задания. Если при решении примеров, заданных на дом, возникнут вопросы, обязательно задать на следующем практическом занятии или в присутственный час преподавателю.

3. При подготовке к практическим занятиям повторить основные понятия по темам, изучить примеры. Решая задачи, предварительно понять, какой теоретический материал нужно использовать. Наметить план решения, попробовать на его основе решить практические задачи.

При подготовке к занятиям всех видов рекомендуется пользоваться интернет-курсом на образовательной платформе «Электронный университет ВГУ»: <https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=9668>.

Вопросы лекционных и практических занятий обсуждаются на занятиях в виде устного опроса – индивидуального и фронтального. При подготовке к лекционным и практическим занятиям обучающимся важно помнить, что их задача, отвечая на основные вопросы плана занятия и дополнительные вопросы преподавателя, показать свои знания и кругозор, умение логически построить ответ, владение математическим аппаратом и иные коммуникативные навыки, умение отстаивать свою профессиональную позицию. В ходе устного опроса выявляются детали, которые по каким-то причинам оказались недостаточно осмысленными студентами в ходе учебных занятий. Тем самым опрос выполняет важнейшие обучающую,

развивающую и корректирующую функции, позволяет студентам учесть недоработки и избежать их при подготовке к промежуточным аттестациям.

Все выполняемые студентами самостоятельно задания (выполнение контрольных и лабораторных работ) подлежат последующей проверке преподавателем. Результаты текущих аттестаций учитываются преподавателем при проведении промежуточной аттестации.

15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины

а) основная литература:

№ п/п	Источник
1	Звягин В.Г. Аппроксимационно-топологический подход к исследованию задач гидродинамики. Система Навье-Стокса / В.Г. Звягин, В.Т. Дмитриенко. - М. : Едиториал УРСС, 2004. - 112 с.
2	Звягин В.Г. Математические вопросы гидродинамики вязкоупругих сред / В.Г. Звягин, М.В. Турбин. - М.: КРАСАНД, 2012. - 416 с.
3	Ландау Л.Д. Теоретическая физика: В 10 т. / Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. - М. : ФИЗМАТЛИТ, 2003. – Т. 6 : Гидродинамика / Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц ; под ред. Л.П. Питаевского. - Изд. 5-е, стер. - 2003. - 731 с.: ил. - Предм. указ.: с. 730-731.
4	Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа: Учебник для студ. вузов, обуч. по специальности 010500 «Механика» / Л.Г. Лойцянский. - Изд. 7-е, испр. – М.: Дрофа, 2003. - 840 с.: ил. - (Классики отечественной науки) (Высшее образование). - Имен., предм. указ.: с. 831-840.
6	Рассел Дж. Уравнения Навье-Стокса / Дж. Рассел, Р. Кон. – Изд-во VSD, 2013. - 104 с.

б) дополнительная литература:

№ п/п	Источник
7	Ладыженская О.А. Математические вопросы динамики вязкой несжимаемой жидкости, 2011. - / https://www.studmed.ru/ladyzhenskaya-oa-matematicheskie-voprosy-dinamiki-vyazkoy-neszhimaemoy-zhidkosti_a3cdf092831.html .
8	Мазалов В.В. Математическая теория игр и приложения / В.В.Мазалов. - СПб.: Лань, 2010. - 446 с.
9	Темам Р. Уравнения Навье-Стокса: Теория и численный анализ / Р. Темам; пер. с англ. В.А. Новикова, А.М. Франка; под ред. Б.Г. Кузнецова, Н.Н. Яненко. - М.: Мир, 1981. - 407, [1] с.: ил.

в) информационные электронно-образовательные ресурсы:

№ п/п	Источник
10	Википедия : свободная энциклопедия : (http://ru.wikipedia.org).
11	Поисковые системы Google, Yandex, Rambler.
12	Полнотекстовая база «Университетская библиотека»: образовательный ресурс: <URL: http://www.biblioclub.ru >.
13	Электронный каталог Научной библиотеки Воронежского государственного университета : (http // www.lib.vsu.ru/).
14	Электронный курс https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=9668

16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы

№ п/п	Источник
1	Ладыженская О.А. Математические вопросы динамики вязкой несжимаемой жидкости / О.А. Ладыженская. 2011. - https://www.studmed.ru/ladyzhenskaya-oa-matematicheskie-voprosy-dinamiki-vyazkoy-neszhimaemoy-zhidkosti_a3cdf092831.html .
2	Мазалов В.В. Математическая теория игр и приложения / В.В.Мазалов. - СПб.: Лань, 2010. - 446 с.
3	Темам Р. Уравнения Навье-Стокса: Теория и численный анализ / Р. Темам; пер. с англ. В.А. Новикова, А.М. Франка; под ред. Б.Г. Кузнецова, Н.Н. Яненко. - М.: Мир, 1981. - 407, [1] с.: ил.

17. Образовательные технологии, используемые при реализации учебной дисциплины, включая дистанционные образовательные технологии (ДОТ), электронное обучение (ЭО), смешанное обучение):

Дисциплина может реализовываться с применением дистанционных образовательных технологий, например, на платформе «Электронный университет ВГУ» <https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=9668>.

Перечень необходимого программного обеспечения: MicrosoftWindowsServer 2008, LibreOffice 6, браузер MozillaFirefox, Maxima.

18. Материально-техническое обеспечение дисциплины:

Учебная аудитория: специализированная мебель. Для проведения лекционных и практических занятий используются аудитории, соответствующие санитарно-техническим нормам и противопожарным правилам.

Для самостоятельной работы используется класс с компьютерной техникой, оснащенный необходимым программным обеспечением, электронными учебными пособиями, законодательно-правовой и нормативной поисковой системой, имеющий выход в глобальную сеть.

При реализации дисциплины с использованием дистанционного образования возможны дополнения материально-технического обеспечения дисциплины.

19. Оценочные средства для проведения текущей и промежуточной аттестаций

Порядок оценки освоения обучающимися учебного материала определяется содержанием следующих разделов дисциплины:

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Компетенция(и)	Индикатор(ы) достижения компетенции	Оценочные средства
1	Описание движения жидкостей	УК-1; ПК-2	УК-1.1, УК-1.2; ПК-2.1	Контрольная работа №1
2	Элементы механики	ПК-2	ПК-2.1	Контрольная работа №2
3	Уравнения движения жидкостей	ПК-2	ПК-2.1	Контрольная работа №2
Промежуточная аттестация форма контроля – зачет				Перечень вопросов зачета

20. Типовые оценочные средства и методические материалы, определяющие процедуры оценивания

20.1. Текущий контроль успеваемости

Контроль успеваемости по дисциплине осуществляется с помощью контрольных работ.

Контрольная работа № 1 (вариант 1)

Вычислить для заданных полей скоростей:

- 1) градиент;
- 2) дивергенцию поля скоростей;
- 3) ротор поля.

Контрольная работа № 1 (вариант 2)

Вычислить для заданных полей скоростей:

- 1) тензор скоростей деформации;

2) дивергенцию тензора

Контрольная работа № 2 (вариант 1)

Построение решений системы уравнений идеальной жидкости в простейших случаях.

Контрольная работа № 2 (вариант 2)

Построение полей скоростей и траекторий движения для различных потенциалов.

Критерии оценки выполнения контрольных работ:

Оценка «отлично» ставится, если обучающийся продемонстрировал знание необходимого для выполнения контрольной работы теоретического материала, показал владение практическими навыками и умение решать конкретную задачу в соответствии с поставленной целью.

Оценка «хорошо» ставится, если обучающийся продемонстрировал знание необходимого для выполнения контрольной работы теоретического материала, показал владение практическими навыками и умение решать конкретную задачу в соответствии с поставленной целью, но при этом были допущены незначительные неточности теоретического или практического плана.

Оценка «удовлетворительно» ставится, если студент допустил существенную ошибку, связанную с незнанием теории или отсутствием необходимых умений и навыков для выполнения конкретной практической работы или, допустил вычислительные ошибки в задачах обработки данных, но при этом правильно ответил на дополнительные вопросы, связанных с близкой тематикой.

Оценка «неудовлетворительно» ставится, если обучающийся допустил несколько существенных ошибок, связанных с незнанием теории или отсутствием необходимых умений и навыков для выполнения конкретной практической работы или допустил вычислительные ошибки в задачах обработки данных.

20.2. Промежуточная аттестация

Промежуточная аттестация по дисциплине осуществляется в форме собеседования с помощью ниже приведенных оценочных средств (перечень вопросов к зачету). Студентам задается два теоретических вопроса.

Для оценивания результатов обучения на зачете с оценкой используется **шкала**: «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно». Соотношение показателей, критериев и шкалы оценивания результатов обучения:

Критерии оценивания компетенций	Уровень сформированности компетенций	Шкала оценок
Полное соответствие ответа обучающегося всем перечисленным показателям по каждому из вопросов контрольно-измерительного материала.	Повышенный уровень	Отлично
Несоответствие ответа обучающегося одному из перечисленных показателей (к одному из вопросов контрольно-измерительного материала) и правильный ответ на дополнительный вопрос в пределах программы. ИЛИ Несоответствие ответа обучающегося любым двум из перечисленных показателей (либо двум к одному вопросу, либо по одному к каждому вопросу контрольно-измерительного материала) и правильные ответы на два	Базовый уровень	Хорошо

дополнительных вопроса в пределах программы.		
Несоответствие ответа обучающегося любым двум из перечисленных показателей и неправильный ответ на дополнительный вопрос в пределах программы. ИЛИ Несоответствие ответа обучающегося любым трем из перечисленных показателей (в различных комбинациях по отношению к вопросам контрольно-измерительного материала).	Пороговый уровень	Удовлетворительно
Несоответствие ответа обучающегося любым четырем из перечисленных показателей (в различных комбинациях по отношению к вопросам контрольно-измерительного материала).	–	Неудовлетворительно

№ п/п	Перечень вопросов к зачету
1	Определения и основные понятия.
2	Эйлеров и Лагранжев подходы описания движения жидкостей.
3	Эйлеровы и Лагранжевы координаты.
4	Формулы перехода.
5	Виды жидкостей.
6	Тензор напряжений.
7	Тензор скоростей деформаций.
8	Тензор деформаций.
9	Реологические соотношения.
10	Уравнение неразрывности.
11	Классификация сплошных сред.
12	Уравнения движения идеальной жидкости.
13	Уравнения движения вязкой жидкости.
14	Плоское безвихревое движение. Функция тока. Потенциал скорости.
15	Комплексная скорость и комплексный потенциал. Примеры комплексных потенциалов.
16	Основные операторы векторного анализа и их свойства.
17	Источники и стоки. Вихреисточники.

Форма контрольно-измерительного материала (зачета)

1. Тензор напряжений.
2. Основные операторы векторного анализа и их свойства.

20.3 Фонд оценочных средств сформированности компетенций студентов, рекомендуемый для проведения диагностических работ

Перечень заданий для оценки сформированности компетенции:

Тестовые вопросы

1. Найти $\operatorname{div} v(x)$ для $v(x)=(x_1, x_2, x_3)$
 $\operatorname{div} v(x)=3$ - правильный ответ
2. Найти $\operatorname{grad} p(x)$ для $p(x)=x_1+x_2+x_3$
(1,1,1) Правильный ответ
3. Найти $v'(t)$ для $v(t)= (t,t,t)$
(1,1,1) Правильный ответ

4. Существует ли $p(x)$ такая, что $\text{grad } p(x) = (x_2, -x_1)$
1. да
 2. нет - правильный ответ

5. Нормаль к поверхности $x_1 + x_2 + x_3 = 1$ равна
1. $(0, 0, 1)$
 2. $(1/3, 1/3, 1/3)$ - правильный ответ
 3. $(0, 1, 0)$
 4. $(1, 0, 0)$

6. Пусть A – оператор Лапласа. Выберите верное утверждение:
1. $A(x_1^2 + x_2^2 + x_3^2) = 0$
 2. $A(x_1^2 + x_2^2 + x_3^2) = 6$ - правильный ответ
 3. $A(x_1^2 + x_2^2 + x_3^2) = x_1 + x_2 + x_3$

7. Выберите верное утверждение:
1. тензор напряжений это матрица - правильный ответ
 2. тензор напряжений это вектор

8. найти матрицу Якоби для вектор-функции $v(x) = (x_1, x_2, x_3)$
Правильный ответ: единичная матрица

9. тензор скоростей деформации для поля скоростей $v(x) = (x_1, x_2, x_3)$
1. единичная матрица - правильный ответ
 2. кососимметричная матрица
 3. ортогональная матрица

10. поток вектора $v(x) = (0, 0, 1)$ через поверхность $S = \{x: 0 < x_1 < 1, 0 < x_2 < 1, x_3 = 0\}$ с нормалью $(0, 0, 1)$ равен...
- 1 - правильный ответ

Критерии и шкалы оценивания заданий ФОС:

I. Тестовые задания.

1) Задания закрытого типа (выбор одного варианта ответа, верно/неверно):

- 1 балл – указан верный ответ;
- 0 баллов – указан неверный ответ.

2) Задания закрытого типа (множественный выбор):

- 2 балла – указаны все верные ответы;
- за каждый верный ответ ставится 1 балл, при этом за каждый неверный ответ вычитается 1 балл;
- 0 баллов — не выбрано ни одного верного ответа.

3) Задания закрытого типа (на соответствие):

- 2 балла – все соответствия определены верно;
- за каждое верное сопоставление ставится количество баллов, равное максимальному (2 балла), деленному на количество предлагаемых в вопросе сопоставлений;
- 0 баллов – ни одно сопоставление не выбрано верно.

4) Задания открытого типа (короткий текст):

- 2 балла – указан верный ответ;
- 0 баллов – указан неверный ответ.

II. Расчетные задачи.

1) Задания открытого типа (число):

- 2 балла – указан верный ответ;
- 0 баллов – указан неверный ответ.