

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО «ВГУ»)

УТВЕРЖДАЮ

Заведующий кафедрой
математического моделирования



М.Ш. Бурлуцкая

25.05.2023 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Б1.В.ДВ.02.01 Теория бескоалиционных игр

- 1. Код и наименование направления подготовки:** 01.04.04 Прикладная математика
- 2. Профиль подготовки:** Применение математических методов к решению инженерных и экономических задач
- 3. Квалификация выпускника:** Магистр
- 4. Форма обучения:** Очная
- 5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины:**
Кафедра математического моделирования
- 6. Составитель программы:** Сухочева Людмила Ивановна, к.ф.-м.н., ст.н.с.
- 7. Рекомендована:** Научно-методическим советом математического факультета, протокол № 0500-06 от 25.05.2023
- 8. Учебный год:** 2024/2025 **Семестр:** 3

9. Цели и задачи учебной дисциплины

Целями освоения учебной дисциплины являются:

изучение положений теории матричных бескоалиционных игр и принципов построения стратегий игроков.

Основной задачей учебной дисциплины является:

формирование умения построения оптимальных в соответствующем смысле стратегий и приложение теоретических построений к решению конкретных практических задач, развитие логического мышления.

10. Место учебной дисциплины в структуре ОПОП:

Учебная дисциплина Б1.В.ДВ.02.02 Теория бескоалиционных игр относится к части, формируемой участниками образовательных отношений дисциплин по выбору Блока 1.

Полноценное восприятие основных концепций дисциплины предполагает наличие базовых знаний основных разделов математики.

Приобретенные в результате обучения знания, умения и навыки могут быть использованы при продолжении образования и в дальнейшей трудовой деятельности выпускников.

11. Планируемые результаты обучения по дисциплине/модулю (знания, умения, навыки), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями) и индикаторами их достижения:

Код	Название компетенции	Код(ы)	Индикатор(ы)	Планируемые результаты обучения
ПК-1	Способность проводить научные исследования, на основе существующих методов в конкретной области профессиональной деятельности	ПК-1.1	Владеет современными методами сбора и анализа исследуемого материала, способами его аргументации. Владеет навыками научных обзоров, публикаций, рефератов и библиографий по тематике проводимых исследований	Знать: современными методами сбора и анализа исследуемого материала, способами его аргументации; Уметь: находить, формулировать и решать научно-исследовательские задачи в профессиональной деятельности; Владеть: навыками научно-исследовательской работы.
		ПК-1.2	Умеет находить, формулировать и решать научно-исследовательские задачи в профессиональной деятельности	
		ПК-1.3	Владеет навыками научно-исследовательской работы	

12. Объем дисциплины в зачетных единицах/часах в соответствии с учебным планом — 2/72.

Форма промежуточной аттестации – зачет.

13. Трудоемкость по видам учебной работы

Вид учебной работы	Трудоемкость	
	Всего	По семестрам
		Несеместра 3

Аудиторные занятия		20	20
в том числе:	лекции	10	10
	практические	10	10
	лабораторные	-	-
Самостоятельная работа		52	52
в том числе: курсовая работа (проект)		-	-
Форма промежуточной аттестации - зачет		-	-
Итого:		72	72

13.1. Содержание дисциплины

п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины	Реализация раздела дисциплины с помощью онлайн-курса, ЭУМК *
1. Лекции			
1.1	Матричные игры. Введение.	Определение антагонистической игры в нормальной форме. Понятие стратегии, функции выигрыша. Пример (Оборона города).	-
1.2	Максиминные и минимаксные стратегии. Ситуация равновесия.	Принцип минимакса, минимаксная (максиминная) стратегия. Об оптимальном поведении игроков в антагонистической игре. Определение ситуации равновесия или седловой точки. Значение игры, оптимальные стратегии Лемма о масштабе. Необходимое и достаточное условие равновесия.	-
1.3	Смешанное расширение игры. Существование решения матричной игры в классе смешанных стратегий.	Понятие смешанной стратегии, спектра стратегии. О стратегической эквивалентности смешанных расширений. Основная теорема матричных игр.	-
1.4	Свойства оптимальных стратегий и значения игры. Доминирование стратегий.	Теорема о выпуклости множества оптимальных смешанных стратегий. Геометрическое решение $(2 \times n)$ -игры. Существенная или активная стратегия. Доминирование. Теорема об оптимальности доминируемой стратегии.	-
1.5	Вполне смешанные и симметричные игры	Определение вполне смешанной стратегии Теорема о единственности решения вполне смешанной игры Пример $((2 \times 2) -$ игры Свойства решения симметричной игры	-
2. Практические занятия			
1.1	Введение.	Основные понятия и определения. Примеры (Игра на уклонение, дискретная игра типа дуэли, игра «нападение — защита», игра дискретного поиска, поиск «шумного» объекта).	-
1.2	Максиминные и минимаксные стратегии. Ситуация равновесия.	Связь между принципом равновесия и принципами минимакса и максимина в антагонистической игре.	-

1.3	Смешанное расширение игры. Существование решения матричной игры в классе смешанных стратегий.	Некоторые сведения из теории выпуклых множеств и систем линейных неравенств.	-
1.4	Свойства оптимальных стратегий и значения игры. Доминирование стратегий.	Сведение задачи линейного программирования к решению матричной игры. Пример $((m \times 2)$ -игра). Пример [Sakaguchi, 1973]. Игра с матрицей четвертого порядка.	-
1.5	Вполне смешанные и симметричные игры.	Пример вполне смешанной игры с матрицей третьего порядка.	-
16	Контрольная работа.	Выполнение индивидуальных заданий.	

13.2. Темы (разделы) дисциплины и виды занятий

№ п/п	Наименование темы (раздела) дисциплины	Виды занятий (количество часов)				
		Лекции	Практические	Лабораторные	Самостоятельная работа	Всего
1.1	Матричные игры. Введение.	2	2	-	8	12
1.2	Максиминные и минимаксные стратегии. Ситуация равновесия.	2	2		10	14
1.3	Смешанное расширение игры. Существование решения матричной игры в классе смешанных стратегий.	2	2	-	10	14
1.4	Свойства оптимальных стратегий и значения игры. Доминирование стратегий.	2	2	-	10	14
1.5	Вполне смешанные и симметричные игры	2	1	-	10	13
1.6	Контрольная работа	-	1	-	4	5
	Итого:	10	10	-	52	72

14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Аудиторная работа в рамках дисциплины Теория бескоалиционных игр предусматривает лекции по ключевым и проблемным вопросам и проведение практических занятий с целью закрепления теоретических знаний.

Учебная дисциплина предполагает наличие определенных знаний теории вероятностей. Отсюда вытекает необходимость вначале изучения данного курса в

самостоятельную работу обучающихся включить повторение соответствующих разделов теории вероятностей.

В целом, самостоятельная работа обучающихся направлена на формирование навыков работы с различными источниками, систематизации полученной информации, решения задач. Модельные примеры, иллюстрирующие применение основных теоретических понятий, обеспечивают понимание излагаемого теоретического материала и являются основой для самостоятельного выполнения практических заданий.

Для успешного освоения дисциплины рекомендуется внимательное изучение конспектов лекций, материалов практических занятий, работа с основной и дополнительной литературой.

Вопросы лекционных и практических занятий обсуждаются на занятиях в виде устного опроса – индивидуального и фронтального. При подготовке к лекционным и практическим занятиям обучающимся важно помнить, что их задача, отвечая на основные вопросы плана занятия и дополнительные вопросы преподавателя, показать свои знания и кругозор, умение логически построить ответ, владение математическим аппаратом и иные коммуникативные навыки, умение отстаивать свою профессиональную позицию. В ходе устного опроса выявляются детали, которые по каким-то причинам оказались недостаточно осмысленными студентами в ходе учебных занятий. Тем самым опрос выполняет важнейшие обучающую, развивающую и корректирующую функции, позволяет студентам учесть недоработки и избежать их при подготовке к промежуточным аттестациям.

Все выполняемые студентами самостоятельно задания (выполнение контрольных и практических работ) подлежат последующей проверке преподавателем. Результаты текущих аттестаций учитываются преподавателем при проведении промежуточной аттестации.

15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины (список литературы оформляется в соответствии с требованиями ГОСТ и используется общая сквозная нумерация для всех видовисточников)

а) основная литература:

№п/п	Источник
1	<i>Петросян Л.А. Теория игр: Учебник/ Под ред. Петросяна Л.А. / Л.А. Петросян, Н.А. Зенкевич, Е.В. Щевкопляс. — СПб.:Издательство «БХВ-Петербург», 2012. — 432 с.: ил. — (Учебная литература для вузов. Специальная литература) Режимдоступа https://www.rulit.me/data/programs/resources/pdf/Teoriya_igr_RuLit_Me_571132.pdf</i>
2	<i>Колмогоров А. Н., Фомин С. В. Элементы теории функций и функционального анализа. — М.: Наука, 1981, с. 389.</i>

б) дополнительная литература:

№п/п	Источник
3	<i>Воробьев Н. Н. Основы теории игр. Бескоалиционные игры. — М.: Наука, 1984. — 496 с. Режим доступа https://bookree.org/reader?file=1347930&pg=2</i>

в) информационные электронно-образовательные ресурсы (официальные ресурсы интернет)*:

№п/п	Ресурс
4	<i>Электронный каталог Научной библиотеки Воронежского государственного университета. — (http // www.lib.vsu.ru/)</i>

5	Электронно-библиотечная система «Издательства Лань». – (https://e.lanbook.com/)
6	Электронно-библиотечная система "Консультант студента". – (http://www.studentlibrary.ru/)
7	Официальный сайт мехмата МГУ http://www.math.msu.ru

16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы (учебно-методические рекомендации, пособия, задачки, методические указания по выполнению практических (контрольных), курсовых работ и др.)

№п/п	Источник
1	Благодатских А.И., Петров Н. Н. Сборник задач и упражнений по теории игр: Учебное пособие. — СПб.: Издательство «Лань», 2014. — 304 с. — (Учебники для вузов. Специальная литература)

17. Образовательные технологии, используемые при реализации учебной дисциплины, включая дистанционные образовательные технологии (ДОТ), электронное обучение (ЭО), смешанное обучение):

Основными формами аудиторных занятий при изучении дисциплины являются лекции и практические занятия. В основу методологии обучения данной дисциплине целесообразно положить, образовательные технологии, предусматривающие активное вовлечение обучающихся в процесс обучения.

При реализации дисциплины могут проводиться различные типы лекций (вводная, обзорная, проблемная, и т.д.). Содержание лекции должно отвечать следующим дидактическим требованиям:

- изложение материала от простого к сложному, от известного к неизвестному;
- логичность, четкость и ясность в изложении материала;
- опора смысловой части лекции на подлинные факты, события, явления, статистические данные;
- тесная связь теоретических положений и выводов с практикой и будущей профессиональной деятельностью обучающихся.

18. Материально-техническое обеспечение дисциплины:

Учебная аудитория: специализированная мебель.

19. Оценочные средства для проведения текущей и промежуточной аттестаций

Порядок оценки освоения обучающимися учебного материала определяется содержанием следующих разделов дисциплины:

№п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Компетенция(и)	Индикатор(ы) достижения компетенции	Оценочные средства
1.	Матричные игры. Введение.	ПК-1, ПК-2	ПК-1.1, ПК-1.2, ПК-2.2	Перечень вопросов. Научный обзор

№п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Компетенция(и)	Индикатор(ы) достижения компетенции	Оценочные средства
2.	Максиминные и минимаксные стратегии. Ситуация равновесия.	ПК-1, ПК-2	ПК-1.1, ПК-1.2, ПК-2.2	Перечень вопросов, практические задания.
3.	Смешанное расширение игры. Существование решения матричной игры в классе смешанных стратегий.	ПК-1, ПК-2	ПК-1.1, ПК-1.2, ПК-2.2	Перечень вопросов, практические задания.
4.	Свойства оптимальных стратегий и значения игры. Доминирование стратегий.	ПК-1, ПК-2	ПК-1.1, ПК-1.2, ПК-2.2	Перечень вопросов, практические задания.
5.	Вполне смешанные и симметричные игры	ПК-1, ПК-2	ПК-1.1, ПК-1.2, ПК-2.2	Перечень вопросов, практические задания.
6.	Контрольная работа	ПК-1, ПК-2	ПК-1.1, ПК-1.2, ПК-2.2	Практические задания.
Промежуточная аттестация форма контроля - зачет				Практическое задание

20 Типовые оценочные средства и методические материалы, определяющие процедуры оценивания

20.1 Текущий контроль успеваемости

Контроль успеваемости по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств:

1. Примерный перечень вопросов.

- 1 Определение антагонистической игры в нормальной форме.
- 2 Понятие стратегии, функции выигрыша.
3. Понятие подыгры.
4. Максиминные и минимаксные стратегии.
- 5 Значение игры.
6. Ситуации равновесия. Понятие седловой точки
- 7 Связь между принципом равновесия и принципами минимакса и максимина.
- 8 Необходимое и достаточное условие равновесия.
9. Понятие и свойства выпуклых множеств.
10. Крайняя точка.
11. Выпуклая оболочка. Конус.
12. Теорема двойственности.
13. Понятие смешанной стратегии.
14. Основная теорема матричных игр.

15. Необходимое и достаточное условие ситуации равновесия в игре.
16. Геометрическое решение игр с двумя стратегиями.
17. Определение существенной или активной стратегии.
18. Игра «нападение-защита».
19. Понятие доминирования стратегии.
20. Эквивалентные стратегии.
21. Теорема об оптимальности доминируемой стратегии.
22. Определение вполне смешанной стратегии.
- 2.3 Теорема о единственности решения вполне смешанной игры.

2. Научный обзор

- 1 Современные достижения в теории игр.
- 2 Теория игр в прикладных задачах.
- 3 Библиографический обзор по теории игр в современной периодической печати.

3. Примерный перечень практических заданий.

1. Каждый из двух игроков показывает другому m пальцев на руке, ($1 \leq m \leq n$, $n \leq 5$)

и одновременно называет число пальцев, которое, по его мнению, может показать противник. Если один игрок угадывает правильно, а другой неправильно, то тот, который угадал, выигрывает сумму, равную числу пальцев, показанных обоими игроками. Во всех остальных случаях выигрыши обоих игроков считаются нулевыми.

- a) Сколько стратегий имеет каждый игрок при $n = 3$?
- b) Построить матрицу игры для $n = 2$.

2. Найти ситуации равновесия и значение следующей игры:

a) матрица третьего порядка:

$$\begin{array}{ccc} 1/2 & 0 & 1/2 \\ 1 & 3/2 & 2 \\ 0 & -1 & 7/4 \end{array}$$

3. Показать, что строго доминируемая стратегия не может быть существенной.

4. Решить игру поиска с одной попыткой. Игрок 2 прячет предмет в одну из n ячеек. Игрок 1 ищет его в одной из этих ячеек, при этом вероятность обнаружения предмета в i -й ячейке равна $\beta_i > 0$, $i = 1, \dots, n$ (при условии, что он там находится). Показать, что рассматриваемая игра вполне смешанная. Найти решение игры.

5. Решить дискретную игру типа дуэли с пяти шагов и одним выстрелом у каждого игрока:

Игроки продвигаются навстречу друг другу на n шагов. После каждого сделанного шага игрок может выстрелить или нет, но во время игры он может выстрелить только один раз. Считается, что вероятность того, что игрок попадает в своего противника, если выстрелит, продвинувшись на k шагов, равна k/n ($k \leq n$). Стратегия игрока 1(2) заключается в принятии решения стрелять на i -м (j -м) шаге.

4. Примерные содержание заданий контрольной работы

1. Распределение поисковых усилий. В одной из n ячеек игрок 2 прячет предмет. Игрок 1 имеет в распоряжении g ищущих, которые должны быть распределены по ячейкам для поиска предмета. Например, в первую ячейку могут быть направлены $(g - 1)$ ищущих, один — во вторую ячейку, а в остальные ячейки — ни одного и т. п.

Предполагается, что известна вероятность обнаружения предмета в i -й ячейке (если он там находится) при поиске одним ищущим. Обнаружение предмета каждым из ищущих — независимые события. Выигрыш игрока 1 — вероятность обнаружения предмета при заданном распределении ищущих.

а) Вычислить число m чистых стратегий игрока 1.

б) Построить матрицу игры.

2. Найти ситуации равновесия и значение следующей игры:

матрица второго порядка:

$$\begin{matrix} 3 & 5 \\ 3 & 2 \end{matrix}$$

3. Показать, что выбор 1-го столбца эквивалентен смешанной стратегии

$$y = (0, 1/3, 2/3), \text{ где матрица игры имеет вид: } \begin{matrix} 1 & 3 & 0 \\ 2 & 0 & 3 \end{matrix}$$

20.2 Промежуточная аттестация

Промежуточная аттестация по дисциплине проводится в форме зачета.

Примерное содержание практических заданий:

Задание № 1

Поиск многих предметов.

Игрок 2 прячет m черных шаров в n урнах. Общее количество шаров (черных и белых), находящихся в j -й урне, равно l_j , $j = 1, \dots, n$, $l_j > m$. Противник (игрок 1) старается обнаружить максимальное число черных шаров, имея возможность проверить одну из урн. При проверке i -й урны игрок 1 наугад (равновероятно) выбирает m шаров из l_i и его выигрыш равен математическому ожиданию количества черных шаров в выборке из m шаров.

а) Пусть в i -й урне спрятаны p_i черных шаров. Вычислить вероятность β_{ij} того, что выбранная из i -й урны группа g шаров содержит ровно j черных.

б) Построить матрицу игры.

Задание № 2

Противовоздушная оборона.

В системе ПВО объекта могут применяться три типа средств поражения воздушной цели (1, 2, 3), которые должны быть распределены между двумя стартовыми установками. У противника (игрока 2) имеется два типа самолетов (тип 1 и тип 2). Вероятности поражения самолетов одним средством сведены в матрицу

$$\begin{matrix} 0,3 & 0,5 \\ 0,5 & 0,3 \\ 0,1 & 0,6 \end{matrix}$$

Предполагается, что возможно нападение только одним из самолетов. Выигрыш игрока 1 — вероятность поражения самолета системой ПВО.

- a) Построить матрицу игры.
 б) Выяснить, имеется ли решение в чистых стратегиях.

Задание № 3

Решить графически игру с матрицей

$$\begin{matrix} -4 & 0 \\ 3 & -2 \\ 5 & -3 \\ -1 & -1 \end{matrix}$$

Для оценивания результатов обучения на зачёте используются следующие показатели:

Знание:

- основных понятий и определений теории антагонистических матричных игр;
- принципов оптимального поведения;
- основ использования теоретических постулатов для решения прикладных практических задач.

Умения:

- доказывать существование решений, удовлетворяющих принципам оптимальности;
- строить алгоритмы нахождения таких решений; находить, формулировать и решать научно-исследовательские задачи в профессиональной деятельности

Владение:

- современными методами анализа исследуемого материала, способами его аргументации;
- навыками научных обзоров, публикаций, рефератов и библиографий по тематике проводимых исследований;
- приемами теории игр для построения соответствующей математической модели, исходя из конкретной практической задачи в конкретной профессиональной области.

Проверка приобретенных знаний, умений и навыков, освоенных компетенций проводится на основе выполнения практических заданий, ответов на вопросы.

Обучающийся должен выполнить соответствующие вычисления, представить анализ полученного решения, интерпретацию результатов, выводы и заключения по заданию, ответить на вопросы.

Критерии оценивания компетенций	Уровень сформированности компетенций	Шкала оценок
Владение терминологией, правильное использование алгоритма выполнения и верная интерпретация результата, при этом допускаются незначительные неточности.	Пороговый уровень и/или выше порогового	Зачтено
Плохое владение материалом: ответ неверен, отсутствуют выводы, либо они не верны, отсутствие ориентации в предмете.	Ниже порогового уровня	Незачтено