

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО «ВГУ»)

УТВЕРЖДАЮ
Заведующий кафедрой
математического моделирования



М.Ш. Бурлуцкая

25.05.2023г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Б1.В.07 Функции и векторные поля на гладких многообразиях

- 1. Код и наименование направления подготовки:** 01.03.04 Прикладная математика
- 2. Профиль подготовки:** Применение математических методов к решению инженерных и экономических задач
- 3. Квалификация выпускника:** Бакалавр
- 4. Форма обучения:** Очная
- 5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины:**
Кафедра математического моделирования
- 6. Составитель программы:** Царев Сергей Львович, к.ф.-м.н.
- 7. Рекомендована:** Научно-методическим советом математического факультета, протокол № 0500-06 от 25.05.2023
- 8. Учебный год:** 2025/2026 **Семестр:** 5

9. Цели и задачи учебной дисциплины

Цель курса: освоение методов математического и алгоритмического моделирования при изучении реальных процессов и объектов, описываемых с помощью дифференциальных форм на Римановых многообразиях, с целью нахождения решений прикладных задач, заданных уравнениями соболевского типа на многообразиях.

Задачи учебной дисциплины:

- изучение дифференцируемых Римановых многообразий, дифференциальных k-форм;
- освоение интегрирования k-форм на Римановых многообразиях;
- применение дифференциальных k-форм на Римановых многообразиях к исследованию уравнений соболевского типа.

10. Место учебной дисциплины в структуре ОПОП:

Дисциплина «Функции и векторные поля на гладких многообразиях» относится к части, формируемой участниками образовательных отношений Блока 1 Дисциплины (модули).

Для успешного освоения дисциплины необходимы знания и умения, приобретенные в результате обучения по предшествующим дисциплинам: «Математический анализ», «Алгебра», «Дифференциальные уравнения». Учебная дисциплина «Функции и векторные поля на гладких многообразиях» является предшествующей для следующих дисциплин: «Задачи теории устойчивости», «Математические методы в естествознании».

11. Планируемые результаты обучения по дисциплине/модулю (знания, умения, навыки), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями) и индикаторами их достижения:

Код	Название компетенции	Код(ы)	Индикатор(ы)	Планируемые результаты обучения
ПК-1	Способен выявлять естественно-научную сущность проблем, возникающих при решении инженерных и экономических задач	ПК-1.1	Обладает базовыми знаниями в области математических наук, программирования и информационных технологий	Знать: базовые знания в области математических наук, программирования и информационных технологий; Уметь: собирать, обрабатывать, анализировать результаты исследований, полученных при решении инженерных и экономических задач; Владеть: навыками практического опыта научно-исследовательской деятельности в математике и информатике.
		ПК-1.2	Умеет собирать, обрабатывать, анализировать результаты исследований, полученных при решении инженерных и экономических задач	
		ПК-1.3	Имеет практических опыт научно-исследовательской деятельности в математике и информатике	

12. Объем дисциплины в зачетных единицах/час.— 3/108.

Форма промежуточной аттестации: зачет с оценкой.

13. Трудоемкость по видам учебной работы

Вид учебной работы	Трудоемкость		
	Всего	По семестрам	
		5 семестр	

Контактная работа	64	64	
в том числе:	лекции	32	32
	практические	32	48
	лабораторные		
	курсовая работа		
	контрольные работы		
Самостоятельная работа	44	44	
Промежуточная аттестация			
Итого:	108	108	

13.1. Содержание дисциплины

п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины	Реализация раздела дисциплины с помощью онлайн-курса, ЭУМК *
1. Лекции			
1.1	Подготовительные сведения из математического анализа	1. Открытые множества на числовой прямой 2. Предел и непрерывность	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=5808
1.2	Топологические пространства	1. Определение топологического пространства 2. Примеры топологических пространств	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=5808
1.3	Открытые и замкнутые множества	1. Свойства открытых и замкнутых множеств. Окрестности. 2. Внутренние и предельные точки. Внутренность, граница, замыкание множества в топологическом пространстве.	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=5808
1.4	База топологии	1. База топологии.	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=5808
1.5	Метрические пространства	1. Определение метрики. Шары. 2. Топология, порожденная метрикой. Примеры.	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=5808
1.6	Сравнение топологий	1. Сравнение топологий	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=5808
1.7	Подпространства	1. Подпространства	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=5808
1.8	Непрерывные отображения, гомеоморфизмы	1. Непрерывные отображения топологических пространств. 2. Гомеоморфизмы и гомеоморфные пространства.	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=5808
1.9	Компактность	1. Компактность	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=5808
1.10	Связность	1. Связность	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=5808
1.11	Произведение топологических пространств	1. Произведение топологических пространств	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=5808
1.12	Многообразия	1. Определение многообразия. 2. Примеры гладких многообразий	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=5808
1.13	Функции на многообразиях	1. Гладкие функции на гладких многообразиях. 2. Критические точки. 3. Невырожденные критические точки. Морсовские функции.	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=5808
1.14	Касательное	1. Определение касательного вектора и	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=5808

	пространство, касательное расслоение	касательного пространства к гладкому многообразию. 2. Касательное расслоение.	se/view.php?id=5808
1.15	Векторные поля на гладких многообразиях	1. Векторные поля на гладких многообразиях	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=5808
2. Практические занятия			
2.1	Подготовительные сведения из математического анализа	1. Открытые множества на числовой прямой 2. Предел и непрерывность	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=5808
2.2	Топологические пространства	1. Определение топологического пространства 2. Примеры топологических пространств	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=5808
2.3	Открытые и замкнутые множества	1. Свойства открытых и замкнутых множеств. Окрестности. 2. Внутренние и предельные точки. Внутренность, граница, замыкание множества в топологическом пространстве.	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=5808
2.4	База топологии	1. База топологии.	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=5808
2.5	Метрические пространства	1. Определение метрики. Шары. 2. Топология, порожденная метрикой. Примеры.	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=5808
2.6	Сравнение топологий	1. Сравнение топологий	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=5808
2.7	Подпространства	1. Подпространства	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=5808
2.8	Непрерывные отображения, гомеоморфизмы	1. Непрерывные отображения топологических пространств. 2. Гомеоморфизмы и гомеоморфные пространства.	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=5808
2.9	Компактность	1. Компактность	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=5808
2.10	Связность	1. Связность	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=5808
2.11	Произведение топологических пространств	1. Произведение топологических пространств	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=5808
2.12	Многообразия	1. Определение многообразия. 2. Примеры гладких многообразий	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=5808
2.13	Функции на многообразиях	1. Гладкие функции на гладких многообразиях. 2. Критические точки. 3. невырожденные критические точки. Морсовские функции.	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=5808
2.14	Касательное пространство, касательное расслоение	1. Определение касательного вектора и касательного пространства к гладкому многообразию. 2. Касательное расслоение.	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=5808
2.15	Векторные поля на гладких многообразиях	1. Векторные поля на гладких многообразиях	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=5808

13.2. Темы (разделы) дисциплины и виды занятий

№ п/п	Наименование темы (раздела) дисциплины	Виды занятий (количество часов)				
		Лекции	Практич.	Лаб.	Самост. работа	Всего

1	Подготовительные сведения из математического анализа	2	2		2	6
2	Топологические пространства	2	2		2	6
3	Открытые и замкнутые множества	2	2		2	6
4	База топологии	2	2		3	7
5	Метрические пространства	2	2		3	7
6	Сравнение топологий	1	1		1	3
7	Подпространства	1	1		1	3
8	Непрерывные отображения, гомеоморфизмы	2	2		3	7
9	Компактность	2	2		3	7
10	Связность	2	2		3	7
11	Произведение топологических пространств	2	2		3	7
12	Многообразия	2	2		3	7
13	Функции на многообразиях	2	2		3	7
14	Касательное пространство, касательное расслоение	2	2		3	7
15	Векторные поля на гладких многообразиях	2	2		3	7
16	Римановы многообразия и дифференциальные k-формы	2	2		3	7
17	Уравнения соболевского типа	2	2		3	7
	Итого:	32	32		44	108

14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины:

Освоение дисциплины предполагает не только обязательное посещение обучающимся аудиторных занятий (лекций и практических занятий) и активную работу на них, но и самостоятельную учебную деятельность.

Самостоятельная учебная деятельность студентов по дисциплине «Функции и векторные поля на многообразиях» предполагает выполнение следующих заданий:

1) самостоятельное изучение учебных материалов по разделам 1–15 с использованием основной и дополнительной литературы, информационно-справочных и поисковых систем;

2) подготовку к текущим аттестациям.

Вопросы лекционных и практических занятий обсуждаются на занятиях в виде устного опроса – индивидуального и фронтального. При подготовке к лекционным и практическим занятиям обучающимся важно помнить, что их задача, отвечая на основные вопросы плана занятия и дополнительные вопросы преподавателя, показать свои знания и кругозор, умение логически построить ответ, владение математическим аппаратом и иные коммуникативные навыки, умение отстаивать свою профессиональную позицию. В ходе устного опроса выявляются детали, которые по каким-то причинам оказались недостаточно осмысленными студентами в ходе учебных занятий. Тем самым опрос выполняет важнейшие обучающую, развивающую и корректирующую функции, позволяет студентам учесть недоработки и избежать их при подготовке к промежуточным аттестациям.

Все выполняемые студентами самостоятельно задания (выполнение контрольных и лабораторных работ) подлежат последующей проверке преподавателем. Результаты текущих аттестаций учитываются преподавателем при проведении промежуточной аттестации.

В случае необходимости перехода на дистанционный режим обучения используется электронный курс «Функции и векторные поля на гладких многообразиях» на портале «Электронный университет ВГУ»: URL: <https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=5808>. Там же размещены необходимые для освоения курса материалы.

15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины

а) основная литература:

№ п/п	Источник
1	Борисович Ю. Г. Введение в топологию / Ю. Г. Борисович, Н. М. Близняков, Я. А. Израилевич, Т. Н. Фоменко. – М.: URSS; ЛЕНАНД, 2015. –441 с.
1	Борисович Ю. Г. Введение в топологию / Ю. Г. Борисович, Н. М. Близняков, Я. А. Израилевич, Т. Н. Фоменко. – М.: URSS; ЛЕНАНД, 2015. –441 с.

б) дополнительная литература:

№ п/п	Источник
2	Уорнер Ф. Основы теории гладких многообразий и групп Ли / Ф. Уорнер ; Пер. с англ. — М.: Мир, 1987. — 302 с.
3	Голубицкий М. Устойчивые отображения и их особенности / М. Голубицкий, В. Гийемин. – М.: Мир, 1977. – 290 с.
4	Волобуев И. П. Дифференциальная геометрия и алгебра Ли и их приложения в теории поля / И. П. Волобуев, Ю. А. Кубышин.— М.: Эдиториал УРСС, 1998. — 222 с.
5	Милнор, Дж. Теория Морса / Дж. Милнор; Пер. с англ. — М.: Мир, 1965. — 184 с.

в) информационные электронно-образовательные ресурсы (официальные ресурсы интернет)*

№ п/п	Источник
6	Гликлик Ю. Е. Топология и дифференциальная геометрия. – URL: https://www.math.vsu.ru/images/pdf/top4.pdf
7	Гликлик Ю. Е. Геометрия многообразий, мотивированная математической физикой. – URL: https://www.math.vsu.ru/images/pdf/gliklikh3.pdf
8	Царев С. Л. Функции и векторные поля на гладких многообразиях [Электронный ресурс]. — Воронеж : Издательский дом ВГУ, 2019 .— Загл. с титула экрана. — Свободный доступ из интрасети ВГУ. — Текстовый файл. — <URL: http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m19-154.pdf >.
9	В. А. Шарафутдинов. Основы теории Морса. – URL: http://math.nsc.ru/LBRT/d6/chair/documents/Sharafutdinov/Sharafutdinov_Riemannian_Geometry_Chapter_3.pdf

16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы:

№ п/п	Источник
1	Постон Т. Теория катастроф и её приложения / Т. Постон, И. Стюарт. – М.: Мир, 1980. – 606 с.
2	Голубицкий М. Устойчивые отображения и их особенности / М. Голубицкий, В. Гийемин. – М.: Мир, 1977. – 290 с.
3	Спивак М. Математический анализ на многообразиях / М. Спивак. – М.: Мир, 1968. – 165 с.
7	Царев С. Л. Функции и векторные поля на гладких многообразиях [Электронный ресурс]. — Воронеж : Издательский дом ВГУ, 2019 .— Загл. с титула экрана. — Свободный доступ из интрасети ВГУ. — Текстовый файл. — URL: http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m19-154.pdf >.
8	Положение об организации самостоятельной работы обучающихся в Воронежском государственном университете
9	Курс на платформе «Электронный университет ВГУ»: URL: https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=5808

17. Образовательные технологии, используемые при реализации учебной дисциплины, включая дистанционные образовательные технологии (ДОТ, электронное обучение (ЭО), смешанное обучение):

Дисциплина может реализовываться с применением дистанционных образовательных технологий, например, на платформе «Электронный университет ВГУ»: <https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=5808>. Перечень необходимого программного обеспечения: операционная система Windows или Linux, браузер MozillaFirefox, Opera или Internet.

18. Материально-техническое обеспечение дисциплины:

Учебная аудитория для проведения занятий лекционного и семинарского типа, текущего контроля и промежуточной аттестации; специализированная мебель.

Для самостоятельной работы используется класс с компьютерной техникой, оснащенный специализированной мебелью, маркерной доской, маркерами, необходимым программным обеспечением, электронными учебными пособиями и законодательно - правовой и нормативной поисковой системой, имеющий выход в глобальную сеть.

19. Оценочные средства для проведения текущей и промежуточной аттестаций

Порядок оценки освоения обучающимися учебного материала определяется содержанием следующих разделов дисциплины:

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Компетенция(и)	Индикатор(ы) достижения компетенции	Оценочные средства
1.	Подготовительные сведения из математического анализа	ПК-1	ПК-1.1 ПКВ-1.2	Контрольные домашние задания
2.	Топологические пространства	ПК-1	ПК-1.1 ПК-1.2 ПК-1.3	Контрольные домашние задания
3	Открытые и замкнутые множества	ПК-1	ПК-1.1 ПК-1.2	Контрольные домашние задания
4	База топологии	ПК-1	ПК-1.1 ПК-1.2 ПК-1.3	Контрольные домашние задания
5	Метрические пространства	ПК-1	ПК-1.1 ПК-1.2	Контрольные домашние задания
6	Сравнение топологий	ПК-1	ПК-1.1 ПК-1.2 ПК-1.3	Контрольные домашние задания
7	Подпространства	ПК-1	ПК-1.1 ПК-1.2	Контрольные домашние задания
8	Непрерывные отображения, гомеоморфизмы	ПК-1	ПК-1.1 ПК-1.2 ПК-1.3	Контрольная работа №1
9	Компактность	ПК-1	ПК-1.1 ПК-1.2 ПК-1.3	Контрольные домашние задания
10	Связность	ПК-1	ПК-1.1 ПК-1.2 ПК-1.3	Контрольные домашние задания
11	Произведение топологических	ПК-1	ПК-1.1 ПК-1.2	Контрольные домашние задания

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Компетенция(и)	Индикатор(ы) достижения компетенции	Оценочные средства
	пространств		ПК-1.3	
12	Многообразия	ПК-1	ПК-1.1 ПК-1.2 ПК-1.3	Контрольные домашние задания
13	Функции на многообразиях	ПК-1	ПК-1.1 ПК-1.2 ПК-1.3	Контрольные домашние задания
14	Касательное пространство, касательное расслоение	ПК-1	ПК-1.1 ПК-1.2 ПК-1.3	Контрольные домашние задания
15	Векторные поля на гладких многообразиях	ПК-1	ПК-1.1 ПК-1.2 ПК-1.3	Контрольная работа №2
Промежуточная аттестация Форма контроля – зачет с оценкой				Перечень вопросов к зачету

20. Типовые оценочные средства и методические материалы, определяющие процедуры оценивания

20.1. Текущий контроль успеваемости

Контроль успеваемости по дисциплине осуществляется с помощью приведенных ниже контрольных домашних заданий и двух контрольных работ.

Контрольное домашнее задание к теме 1

Выполнить упражнения к разделу 1 из пособия: Царев С. Л. Функции и векторные поля на гладких многообразиях [Электронный ресурс]. — Воронеж : Издательский дом ВГУ, 2019. — Загл. с титула экрана. — Свободный доступ из интрасети ВГУ. — Текстовый файл. — <URL:<http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m19-154.pdf>>.

Контрольное домашнее задание к теме 2

Выполнить упражнения к разделу 2 из пособия: Царев С. Л. Функции и векторные поля на гладких многообразиях [Электронный ресурс]. — Воронеж : Издательский дом ВГУ, 2019. — Загл. с титула экрана. — Свободный доступ из интрасети ВГУ. — Текстовый файл. — <URL:<http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m19-154.pdf>>.

Контрольное домашнее задание к теме 3

Выполнить упражнения к разделу 3 из пособия: Царев С. Л. Функции и векторные поля на гладких многообразиях [Электронный ресурс]. — Воронеж : Издательский дом ВГУ, 2019. — Загл. с титула экрана. — Свободный доступ из интрасети ВГУ. — Текстовый файл. — <URL:<http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m19-154.pdf>>.

Контрольное домашнее задание к теме 4

Выполнить упражнения к разделу 4 из пособия: Царев С. Л. Функции и векторные поля на гладких многообразиях [Электронный ресурс]. — Воронеж : Издательский дом ВГУ, 2019. — Загл. с титула экрана. — Свободный доступ из интрасети ВГУ. — Текстовый файл. — <URL:<http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m19-154.pdf>>.

Контрольное домашнее задание к теме 5

Выполнить упражнения к разделу 5 из пособия: Царев С. Л. Функции и векторные поля на гладких многообразиях [Электронный ресурс]. — Воронеж : Издательский дом ВГУ, 2019. — Загл.

Контрольное домашнее задание к теме 15

Выполнить упражнения к разделу 15 из пособия: Царев С. Л. Функции и векторные поля на гладких многообразиях [Электронный ресурс]. — Воронеж : Издательский дом ВГУ, 2019 .— Загл. с титула экрана. — Свободный доступ из интранета ВГУ. — Текстовый файл. — <URL:<http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m19-154.pdf>>.

Текущий контроль представляет собой проверку усвоения учебного материала теоретического и практического характера, регулярно осуществляемую на занятиях.

Цель текущего контроля — определение уровня сформированности профессиональных компетенций, знаний и навыков деятельности в области знаний, излагаемых в курсе.

Задачи текущего контроля: провести оценивание

1. уровня освоения теоретических и практических понятий, научных основ профессиональной деятельности;
2. степени готовности обучающегося применять теоретические и практические знания и профессионально значимую информацию, сформированности когнитивных умений.
3. приобретенных умений, профессионально значимых для профессиональной деятельности.

Задания контрольных работ

Контрольные работы №1

1. Постройте на каком-нибудь множестве две топологии, чтобы в одной было конечное число открытых множеств, во второй — бесконечное, но вторая не была бы сильнее первой.
2. Докажите, что стандартная топология числовой прямой индуцирует на каждом конечном подмножестве дискретную топологию.
3. Опишите все непрерывные отображения $(X, \tau_d) \rightarrow (Y, \tau_y)$, где τ_d — дискретная топология, τ_y — какая угодно топология.
4. Покажите, что композиция двух гомеоморфизмов — гомеоморфизм.

Контрольные работы №2

1. Докажите, что конечное множество компактно в любой топологии.
2. Докажите, что интервал на числовой прямой со стандартной топологией — связное множество, а объединение двух непересекающихся интервалов — несвязное.
3. Придумайте пример, когда объединение двух несвязных множеств связно.
4. Докажите, что связность — топологическое свойство.

Критерии оценки выполнения контрольных работ:

Оценка «отлично» ставится, если обучающийся продемонстрировал знание необходимого для выполнения контрольной работы теоретического материала, показал владение практическими навыками и умение решать конкретную задачу в соответствии с поставленной целью.

Оценка «хорошо» ставится, если обучающийся продемонстрировал знание необходимого для выполнения контрольной работы теоретического материала, показал владение практическими навыками и умение решать конкретную задачу в соответствии с поставленной целью, но при этом были допущены незначительные неточности теоретического или практического плана.

Оценка «удовлетворительно» ставится, если студент допустил существенную ошибку, связанную с незнанием теории или отсутствием необходимых умений и навыков для выполнения конкретной практической работы или допустил вычислительные ошибки в задачах обработки данных, но при этом правильно ответил на дополнительные вопросы, связанных с близкой тематикой.

Оценка «неудовлетворительно» ставится, если обучающийся допустил несколько существенных ошибок, связанных с незнанием теории или отсутствием необходимых

умений и навыков для выполнения конкретной практической работы или допустил вычислительные ошибки в задачах обработки.

20.2. Промежуточная аттестация

Промежуточная аттестация по дисциплине осуществляется в форме собеседования по вопросам с использованием ниже приведенных оценочных средств (перечень вопросов к зачету). В билет включаются теоретический вопрос и одно из упражнений из перечня домашних контрольных заданий.

Перечень вопросов к зачету:

№№ п/п	Темы к текущей аттестации (зачету с оценкой)
1.	Топологические пространства.
2.	Карта, Атлас. Определение гладкого многообразия.
3.	Примеры гладких многообразий: евклидовы пространства и открытые области в них, многомерные сферы, торы.
4.	Гладкие отображения гладких многообразий. Иммерсии, субмерсии, вложения.
5.	Теоремы о неявном и обратном отображениях. Диффеоморфизмы.
6.	Подмногообразия. Теорема Уитни.
7.	Матричные многообразия.
8.	Касательное пространство и касательное расслоение.
9.	Определение векторного поля на многообразии.
10.	Тензорные поля
11.	Дифференциальные формы
12.	Производная Ли
13.	Лемма Морса.
14.	Лемма о расщеплении особенности.
15.	Гладкие функции на компактных многообразиях. Морсовские функции.

Для оценивания результатов обучения на зачете используются следующие **показатели**:

- 1) знание теоретических основ;
- 2) умение решать задачи
- 3) умение работать с алгоритмами методов и информационными ресурсами.

Для оценивания результатов зачета используется **шкала**: «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

Соотношение показателей, критериев и шкалы оценивания результатов обучения показаны в следующей таблице:

Критерии оценивания компетенций	Уровень сформированности компетенций	Шкала оценок
Полное соответствие ответа обучающегося всем перечисленным показателям по каждому из вопросов контрольно-измерительного материала. Продемонстрировано знание основных результатов анализа на многообразиях; умение применять методы и результаты анализа на многообразиях; владение основными понятиями и методами анализа на многообразиях.	Повышенный	«Отлично»
В ответе на основные вопросы контрольно-измерительного материала содержатся отдельные пробелы в знании основ анализа	Достаточный	«Хорошо»

<p>на многообразиях; недостаточно продемонстрированы умения применять методы и результаты анализа на многообразиях; неполное владение основными понятиями и методами анализа на многообразиях.</p>		
<p>В ответе на основные вопросы контрольно-измерительного материала содержатся частичные знания основ анализа на многообразиях; допускаются существенные ошибки при демонстрации умений применять методы и результаты анализа на многообразиях; обнаружено слабое владение основными понятиями и методами анализа на многообразиях.</p>	Пороговый	«Удовлетворительно»
<p>В ответе на основные вопросы контрольно-измерительного материала содержатся отрывочные либо ничтожные знания основ анализа на многообразиях; допускаются грубые ошибки при демонстрации умений применять методы и результаты анализа на многообразиях; отсутствует либо имеет случайный характер владение основными понятиями и методами анализа на многообразиях.</p>	—	«Неудовлетворительно»

20.3 Фонд оценочных средств сформированности компетенций студентов, рекомендуемый для проведения диагностических работ

Перечень заданий для оценки сформированности компетенции:

1. Выберите множество, компактное в стандартной топологии числовой прямой.

1. $(0,1)$

2. $(0,1]$

3. $[0,1)$

4. $[0,1]$ - правильный ответ

2. Расположите топологии на числовой прямой в порядке от самой слабой (грубой) до самой сильной (тонкой).

1. Стандартная.

2. Топология Зарисского.

3. Тривиальная.

4. Дискретная.

Правильный ответ: 3214.

3. Каким из свойств отображений не обязательно обладает гомеоморфизм?

1. Биективное.

2. Непрерывное.

3. Гладкое - правильный ответ.

4. Найдите внутренность множества $(0, +\infty)$ в тривиальной топологии числовой прямой.

1. $(0, +\infty)$

2. \emptyset (пустое множество) - правильный ответ

3. $[0, +\infty)$

4. $(-\infty, +\infty)$

5. Найдите замыкание множества $(0, +\infty)$ в дискретной топологии числовой прямой.

1. $(0, +\infty)$ - правильный ответ
2. \emptyset (пустое множество)
3. $[0, +\infty)$
4. $(-\infty, +\infty)$

6. Выберите верное утверждение:

1. В топологическом пространстве пересечение бесконечного числа открытых множеств всегда открыто.
2. В топологическом пространстве пересечение бесконечного числа открытых множеств всегда замкнуто.
3. В топологическом пространстве пересечение бесконечного числа замкнутых множеств всегда открыто.
4. В топологическом пространстве пересечение бесконечного числа замкнутых множеств всегда замкнуто. - правильный ответ.

7. отображение топологических пространств называется непрерывным, если прообразом любого открытого множества является _____ множество. (Ответ: открытое).

8. Дополнением к открытому множеству в топологическом пространстве является _____ множество. (Ответ: замкнутое).

9. Найти количество компонент связности множества $\{x \in \mathbb{R} : x \leq 0\}$ в стандартной топологии. (Ответ: 3).

10. Выберите верное утверждение:

1. В топологическом пространстве объединение счётного числа открытых множеств всегда открыто. - правильный ответ.
2. В топологическом пространстве объединение счётного числа открытых множеств всегда замкнуто.
3. В топологическом пространстве объединение счётного числа замкнутых множеств всегда открыто.

4. В топологическом пространстве объединение счётного числа замкнутых множеств всегда замкнуто.

11. Найдите количество компонент связности множества $\{\sin(\pi n/4) : n \in \mathbb{Z}\}$ в тривиальной топологии. (Ответ: 1).

12. Расположите утверждения в порядке от самого логически слабого до самого логически сильного.

1. Множество связно.
2. Множество односвязно.
3. Множество состоит из конечного числа компонент связности.

Правильный ответ: 312.

13. Каким из свойств не обладает пустое множество в произвольном топологическом пространстве?

1. Открытость.
2. Замкнутость.
3. Компактность.
4. Несвязность. - правильный ответ.

Критерии и шкалы оценивания заданий ФОС:

I. Тестовые задания.

1) Задания закрытого типа (выбор одного варианта ответа, верно/неверно):

- 1 балл – указан верный ответ;
- 0 баллов – указан неверный ответ.

2) Задания закрытого типа (множественный выбор):

- 2 балла – указаны все верные ответы;
- за каждый верный ответ ставится 1 балл, при этом за каждый неверный ответ вычитается 1 балл;
- 0 баллов — не выбрано ни одного верного ответа.

3) Задания закрытого типа (на соответствие):

- 2 балла – все соответствия определены верно;

- за каждое верное сопоставление ставится количество баллов, равное максимальному (2 балла), деленному на количество предлагаемых в вопросе сопоставлений;
- 0 баллов – ни одно сопоставление не выбрано верно.

4) Задания открытого типа (короткий текст):

- 2 балла – указан верный ответ;
- 0 баллов – указан неверный ответ.

II. Расчетные задачи.

1) Задания открытого типа (число):

- 2 балла – указан верный ответ;
- 0 баллов – указан неверный ответ.