

МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
(ФГБОУ ВО «ВГУ»)

УТВЕРЖДАЮ

Заведующий кафедрой  
математической физики  
и информационных технологий



С.А. Переселков

28.06.2023г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

**Б1.О.14 Теория функций комплексного переменного**

**1. Код и наименование направления подготовки/специальности:**

03.03.02 Физика

**2. Профиль подготовки/специализация:** Физика лазерных и спектральных технологий;

Физика твердого тела; Ядерная и медицинская физика.

**3. Квалификация выпускника:** бакалавр

**4. Форма обучения:** очная

**5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины:** 0803 кафедра математической физики и информационных технологий

**6. Составители программы:** Переселков Сергей Алексеевич, доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой.

**7. Рекомендована:** Научно-методическим советом физического факультета, протокол №6 от 27.06.2023г.

**8. Учебный год:** 2024/2025

**Семестр(ы):** 4

## 9. Цели и задачи учебной дисциплины

Целью освоения учебной дисциплины является: формирование у обучающихся определенного состава компетенций (результатов освоения) для подготовки к профессиональной деятельности.

### Задачи учебной дисциплины:

изучение операций с комплексными числами, функций комплексного переменного, условий Коши-Римана, интегралов по кривым в комплексной плоскости, методов разложения аналитических функций в ряды Тейлора и Лорана; применение теории вычетов для вычисления интегралов по замкнутым и бесконечным контурам, изучение методов аналитического продолжения, преобразования Лапласа и операционного исчисления.

## 10. Место учебной дисциплины в структуре ООП:

«Теория функций комплексного переменного» относится к базовой части математического и естественнонаучного цикла. ТФКП является продолжением математического анализа и широко используется во всех разделах теоретической физики, а также в радиофизике и электронике. «Теория функций комплексного переменного» относится к числу фундаментальных разделов современной математики. Знание основ «Теории функций комплексного переменного» является важной составляющей общей математической культуры выпускника.

## 11. Планируемые результаты обучения по дисциплине/модулю (знания, умения, навыки), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями) и индикаторами их достижения:

Код	Название компетенции	Код(ы)	Индикатор(ы)	Планируемые результаты обучения
ОПК-1	Способен применять базовые знания в области физико-математических и (или) естественных наук в сфере своей профессиональной деятельности	ОПК-1.1	Владеет знаниями фундаментальных разделов математики.	Демонстрирует знания фундаментальных законов природы и основных физических и математических законов. Демонстрирует знания основных операций с комплексными числами, основных элементарных функций комплексного переменного, определение аналитической функции, основные свойства и теоремы аналитических функций.
		ОПК-1.2	Создает и применяет математические модели в своей практической деятельности.	Применяет физические законы и математические методы для решения задач теоретического и прикладного характера. Умеет определять область аналитичности функций комплексного переменного, определяет особые точки и их тип, раскладывает

			аналитические функции в ряды Тейлора и Лорана, применяет теорию вычетов для вычисления интегралов по замкнутым и бесконечным контурам.
		ОПК-1.3	Умеет оценивать границы применимости используемых математических моделей при решении типовых профессиональных задач. Использует положения, законы и методы естественных наук для решения инженерных задач в сфере профессиональной деятельности.

**12. Объем дисциплины в зачетных единицах/час:** 3/108

**Форма промежуточной аттестации:** зачет с оценкой

**13. Трудоемкость по видам учебной работы**

Вид учебной работы		Трудоемкость	
		Всего	По семестрам
			3 семестр
Аудиторные занятия		64	64
в том числе:	лекции	32	32
	практические	32	32
	лабораторные	0	0
Самостоятельная работа		36	36
в том числе: курсовая работа (проект)		0	0
Форма промежуточной аттестации (экзамен – _ час.)		8	8
Итого:		108	108

**13.1. Содержание дисциплины**

п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины	Реализация раздела дисциплины с помощью онлайн-курса, ЭУМК *
<b>1. Лекции</b>			
1.1	Комплексные числа	Определение комплексного числа (КЧ), как упорядоченной пары действительных чисел на комплексной плоскости с введенными операциями сравнения, сложения, вычитания, умножения и деления. Алгебраическая, тригонометрическая и показательная формы КЧ. Операции над КЧ в этих формах. Формулы Эйлера и Муавра. Модуль, аргумент, главное	

		<p>значение аргумента, комплексно сопряженное число. Свойства операций: коммутативность, ассоциативность, дистрибутивность. Геометрическая интерпретация операций сложения и умножения. Сфера Римана. Бесконечно удаленная точка.</p>	
1.2	Элементарные функции	<p>Определение функции комплексного переменного. Определения и основные свойства элементарных функций: корень <math>n</math>-й степени, экспонента, логарифм, тригонометрические (<math>\sin</math>, <math>\cos</math>, <math>\operatorname{tg}</math>, <math>\operatorname{ctg}</math>) и гиперболические (<math>\operatorname{sh}</math>, <math>\operatorname{ch}</math>, <math>\operatorname{th}</math>, <math>\operatorname{cth}</math>) функции, обратные тригонометрические и гиперболические функции, общая показательная и общая степенная функции. Главное значение или главная ветвь многозначных функций.</p>	
1.3	Дифференцирование	<p>Предел функции. Непрерывность. Определение производной. Определение функции, дифференцируемой в точке. Условия Коши-Римана и дифференцируемость реальной и мнимой части функции, как два необходимых условия дифференцируемости в точке. Достаточное условие дифференцируемости в точке. Способы вычисления производной. Определение аналитической функции, как функции, дифференцируемой в точке и ее окрестности или в области. Свойства аналитических функций.</p>	
1.4	Интегрирование	<p>Определение интеграла по кривой. Свойства интегралов. Теорема Коши для односвязной области. Теорема Коши для многосвязной области. Теоремы о первообразных. Формула Ньютона-Лейбница. Формула Коши. Бесконечная дифференцируемость аналитической функции. Интегральная формула для <math>n</math>-й производной. Теорема Морера. Теорема Лиувилля. Теорема о среднем и принцип максимума модуля.</p>	
1.5	Ряды	<p>Сходимость числовых и функциональных рядов. Признак абсолютной сходимости числового ряда. Признак равномерной сходимости Вейерштрасса функционального ряда. Теорема Вейерштрасса о почленном дифференцировании и интегрировании равномерно сходящихся рядов, состоящих из аналитических функций. Степенной ряд. Теорема Абеля. Разложение аналитической функции в ряд Тейлора. Ряд Лорана. Разложение аналитической функции в ряд Лорана.</p>	
1.6	Теория вычетов	<p>Особые точки. Классификация изолированных особых точек. Способы определения порядка полюса. Определение вычета. Теоремы о вычетах. Формулы вычисления вычетов. Лемма</p>	

		Жордана. Вычисление интегралов с помощью вычетов: контурных, преобразования Фурье, некоторых типов интегралов от действительной переменной.	
1.7	Операционное исчисление	Идея операционного исчисления. Преобразование Лапласа. Обратное преобразование Лапласа (теорема Меллина). Свойства преобразования Лапласа. Использование преобразования Лапласа для решения дифференциальных и интегральных уравнений.	
<b>2. Практические занятия</b>			
2.1	Комплексные числа	Четыре формы представления комплексных чисел (КЧ): упорядоченная пара чисел на комплексной плоскости, алгебраическая, тригонометрическая и показательная. Операции сравнения, сложения, вычитания, умножения и деления над КЧ в этих формах. Формулы Эйлера и Муавра. Модуль, аргумент, главное значение аргумента, комплексно сопряженное число.	
2.2	Элементарные функции	Элементарные функции: корень $n$ -й степени, экспонента, логарифм, тригонометрические ( $\sin$ , $\cos$ , $\operatorname{tg}$ , $\operatorname{ctg}$ ) и гиперболические ( $\operatorname{sh}$ , $\operatorname{ch}$ , $\operatorname{th}$ , $\operatorname{cth}$ ) функции, обратные тригонометрические и гиперболические функции, общая показательная и общая степенная функции. Главное значение или главная ветвь многозначных функций.	
2.3	Дифференцирование	Условия Коши-Римана в декартовых и полярных координатах. Использование достаточного условия дифференцируемости (условия Коши-Римана, плюс дифференцируемость реальной и мнимой части функции) для нахождения всех точек, где функция дифференцируема и аналитична. Таблица производных элементарных функций. Вычисление производных аналитических функций. Нахождение аналитической функции по известной действительной или мнимой части.	
2.4	Интегрирование	1. Прямое интегрирование. Вычисление интегралов через представление подынтегрального выражения в декартовых или полярных координатах. 2. Интегрирование аналитических функций. Вычисление интегралов с использованием свойств интегралов от аналитических функций (теорема Коши для односвязной области, независимость от пути интегрирования, формула Ньютона-Лейбница). 3. Вычисление контурных интегралов от аналитических функций в многосвязной области с использованием теоремы Коши для многосвязной области, формулы Коши и интегральной формулы для $n$ -й производной.	

2.5	Ряды	Разложение аналитических функций в ряд Тейлора в круге аналитичности (в окрестности правильной точки). Разложение аналитических функций в ряд Лорана в кольце аналитичности (в окрестности конечной особой точки, в окрестности бесконечности, в произвольном кольце). Приемы использования стандартных разложений: бесконечной геометрической прогрессии для разложения в ряды дробей; разложение экспоненты, синуса, косинуса и т.д. для соответствующих функций. Вычисление контурных интегралов, с помощью разложения подынтегральных функций в ряд Лорана.	
2.6.	Теория вычетов	Нахождение у заданной функции всех особых точек, изолированных особых точек (ИОТ) и определение типа ИОТ. Способы определения порядка полюса. Вычисление вычетов в ИОТ. Вычисление интегралов с помощью вычетов: контурных, преобразования Фурье, некоторых типов интегралов от действительной переменной.	
2.7	Операционное исчисление	Использование преобразования Лапласа для решения дифференциальных и интегральных уравнений.	

### 13.2. Темы (разделы) дисциплины и виды занятий

№ п/п	Наименование темы (раздела) дисциплины	Виды занятий (количество часов)				Всего
		Лекции	Практическое	Лабораторные	Самостоятельная работа	
1	Комплексные числа	4	4		4	12
2	Элементарные функции	4	4		4	12
3	Дифференцирование	4	4		4	12
4	Интегрирование	6	6		6	18
5	Ряды	6	6		6	18
6	Теория вычетов	4	4		6	14
7	Операционное исчисление	4	4		6	14
	Итого:	32	32		36	100

### 14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

При изучении дисциплины рекомендуется использовать следующие средства:

- материалы, выкладываемые в курсе ТФКП на базе портала edu.vsu.ru;
- рекомендуемую основную и дополнительную литературу;
- методические указания и пособия;
- контрольные задания для закрепления теоретического материала;
- электронные версии учебников и методических указаний для выполнения практических работ.

Форма организации самостоятельной работы: подготовка к аудиторным занятиям; выполнение домашних заданий; выполнение контрольных работ.

**15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины** (список литературы оформляется в соответствии с требованиями ГОСТ и используется общая сквозная нумерация для всех видов источников)

а) основная литература:

№ п/п	Источник
1	Крупин В.Г. Высшая математика. Теория функций комплексного переменного. Операционное исчисление. Сборник задач с решениями: учебное пособие / Крупин В.Г., Павлов А.Л., Попов Л.Г. — Москва: МЭИ, 2019. — с. — Высшая математика. Теория функций комплексного переменного. Операционное исчисление. Сборник задач с решениями [Электронный ресурс]: учебное пособие / Крупин В.Г. - М.: Издательский дом МЭИ, 2019. — ISBN 5-383-01224-6 .— <URL : <a href="https://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785383012246.html">https://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785383012246.html</a> >.
2	Горушкина Н.В. Математика: теория функций комплексного переменного: практикум / Горушкина Н.В., Карасев В.А., Лёвшина Г.Д. — Москва: МИСиС, 2019. — 101 с. — Математика: теория функций комплексного переменного [Электронный ресурс] : практикум / Н.В. Горушкина, В.А. Карасев, Г.Д. Лёвшина. - М.: МИСиС, 2019. — ISBN 5-907061-15-6. — <URL: <a href="https://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785907061156.html">https://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785907061156.html</a> >.

б) дополнительная литература:

№ п/п	Источник
1	Свешников А.Г. Теория функций комплексной переменной: учебник для студ. физ. специальностей и специальности "Прикладная математика" / А. Г. Свешников, А. Н. Тихонов; Моск. гос. ун-т им. М.В. Ломоносова. — Изд. 6-е, стер. — М.: Физматлит, 2004. — 335 с.: ил. — (Курс высшей математики и математической физики / под ред.: А.Н. Тихонова [и др.]; Вып. 5) (Классический университетский учебник) .— ISBN 5-9221-0133-1.
2	Сидоров Ю.В. Лекции по теории функций комплексного переменного: учебник / Ю.В. Сидоров, М.В. Федорюк, М.И. Шабунин. — Москва: Наука, 1989. — 477.
3	Теория функций комплексной переменной: учебно-методическое пособие по специальностям: 010801 (013800) - Радиофизика и электроника, 010803 (014100) - Микроэлектроника и полупроводниковые приборы, 010701 (010400) - Физика / Воронеж. гос. ун-т; сост. Е.И. Деревягина .— Воронеж : ЛОП ВГУ, 2005 .— 39 с.: ил. — Библиогр.: с.38 .— <URL: <a href="http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/jun05005.pdf">http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/jun05005.pdf</a> >.
4	Косарев А.А. Решение задач по методам математической физики: Учеб. пособие / А.А. Косарев, Н.Ф. Дормодихина, Л.А. Крупицына. — Воронеж, 1982. — 84 с.

в) информационные электронно-образовательные ресурсы (официальные ресурсы интернет)\*:

№ п/п	Ресурс
1.	www.lib.vsu.ru – ЗНБ ВГУ
2.	http://e.lanbook.com/ - ЭБС «Лань»
3.	http://www.book.ru/ - ЭБС «Book.ru»

\* Вначале указываются ЭБС, с которыми имеются договора у ВГУ, затем открытые электронно-образовательные ресурсы, онлайн-курсы, ЭУМК

**16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы** (учебно-методические рекомендации, пособия, задачки, методические указания по выполнению практических (контрольных), курсовых работ и др.)

№ п/п	Источник
1	Теория функций комплексной переменной: учебно-методическое пособие по специальностям: 010801 (013800) - Радиофизика и электроника, 010803 (014100) - Микроэлектроника и полупроводниковые приборы, 010701 (010400) - Физика / Воронеж. гос. ун-т; сост. Е.И. Деревягина .— Воронеж : ЛОП ВГУ, 2005 .— 39 с.: ил. — Библиогр.: с.38 .— <URL:http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/jun05005.pdf>.
2	Косарев А.А. Решение задач по методам математической физики: Учеб. пособие / А.А. Косарев, Н.Ф. Дормодихина, Л.А. Крупицына. — Воронеж, 1982. — 84 с.

**17. Образовательные технологии, используемые при реализации учебной дисциплины, включая дистанционные образовательные технологии (ДОТ), электронное обучение (ЭО), смешанное обучение):**

Курс «Теория функций комплексной переменной» (ТФКП) на базе портала edu.vsu.ru.

**18. Материально-техническое обеспечение дисциплины:**

Лекционная аудитория, аудитории для проведения практических занятий.

**19. Оценочные средства для проведения текущей и промежуточной аттестаций**

Порядок оценки освоения обучающимися учебного материала определяется содержанием следующих разделов дисциплины:

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Компетенция(и)	Индикатор(ы) достижения компетенции	Оценочные средства
1	Разделы 1-3	ОПК-1	ОПК-1.1	Контрольная работа 1
2	Разделы 4-5		ОПК-1.2	Контрольная работа 2



3	Разделы 6-7		ОПК-1.3	Контрольная работа 3
Промежуточная аттестация форма контроля — зачет с оценкой				Перечень теоретических вопросов Практическое задание

## 20 Типовые оценочные средства и методические материалы, определяющие процедуры оценивания

### 20.1 Текущий контроль успеваемости

Контроль успеваемости по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств:

– контрольные работы;

#### Перечень заданий для контрольных работ

##### Контрольная работа № 1

##### КИМ 1

###### 1. КОМПЛЕКСНЫЕ ЧИСЛА

1.1. Найдите  $\operatorname{Re} z$ ,  $\operatorname{Im} z$ ,  $|z|$ ,  $\arg z$ ,  $(-\pi < \arg z < \pi)$ , если  $z = \frac{2-3i}{1+3i}$ .

1.2. Вычислите:  $(i\sqrt{3}-1)^9$ .

###### 2. ЭЛЕМЕНТАРНЫЕ ФУНКЦИИ

2.1. Найдите все значения функций  $f(z)$  в указанных точках. Ответ приведите в алгебраической форме  $f(z) = u + iv$ :

а)  $e^z$  при  $z = 3 - 2i$ ;

в)  $\sqrt[3]{z}$  при  $z = 8i$ ;

б)  $\sin z$  при  $z = -i$ ;

г)  $\operatorname{Ln} z$  при  $z = -5$ .

2.2. Найдите все корни уравнения:  $\cos z = 2$ .

###### 3. ДИФФЕРЕНЦИРОВАНИЕ

3.1. Найдите все точки, где функция  $f(z) = z \operatorname{Im} z$ : а) дифференцируема; б) аналитична. Найдите производную в точках дифференцируемости.

3.2. Для аналитической функции  $f(z) = u(x, y) + iv(x, y)$  известно, что  $u = x^2 - y^2 - 2x$ ,  $f(0) = 0$ . Найдите функцию  $v$ .

##### КИМ 2

###### 1. КОМПЛЕКСНЫЕ ЧИСЛА

1.1. Найдите  $\operatorname{Re} z$ ,  $\operatorname{Im} z$ ,  $|z|$ ,  $\arg z$ ,  $(-\pi < \arg z < \pi)$ , если  $z = \frac{3-2i}{i-2}$ .

1.2. Вычислите:  $(-\sqrt{3}-i)^{10}$ .

###### 2. ЭЛЕМЕНТАРНЫЕ ФУНКЦИИ

2.1. Найдите все значения функций  $f(z)$  в указанных точках. Ответ приведите в алгебраической форме  $f(z) = u + iv$ :

а)  $e^z$  при  $z = -2 + 3i$ ;

г)  $\sqrt[4]{z}$  при  $z = 16i$ ;

в)  $\operatorname{ch} z$  при  $z = 2i$ ;

е)  $2^z$  при  $z = i$ .

2.2. Найдите все корни уравнения:  $\sin z = 2$ .

### 3. ДИФФЕРЕНЦИРОВАНИЕ

3.1. Найдите все точки, где функция  $f(z) = z \operatorname{Re} z$ : а) дифференцируема; б) аналитична. Найдите производную в точках дифференцируемости.

3.2. Для аналитической функции  $f(z) = u(x, y) + iv(x, y)$  известно, что  $u = e^x \cos y$ ,  $f(0) = 1$ . Найдите функцию  $v$ .

### Контрольная работа № 2

#### КИМ 1

### 4. ИНТЕГРИРОВАНИЕ

4.1. Вычислите интегралы:

а)  $\int_{\gamma} z \operatorname{Re} z dz$ , где  $\gamma$  – отрезок прямой от точки  $z_1 = 0$  до  $z_2 = 1 + i$ ;

б)  $\int_{\gamma^+} |z| \operatorname{Im} z dz$ , где  $\gamma^+$  – полуокружность  $|z| = 2$ ,  $\operatorname{Im} z \geq 0$ ;

в)  $\int_{\gamma^+} \operatorname{ch} z dz$ , где  $\gamma^+$  – полуокружность  $|z| = 1$ ,  $\operatorname{Re} z \geq 0$ ;

г)  $\int_{\gamma^-} \sin(ze^{2z}) dz$ , где  $\gamma^-$  – окружность  $|z - i| = 1$ .

### 5. РЯДЫ

5.1. Разложите функцию  $f(z) = \frac{z^2}{z+i}$  в ряд Лорана в окрестности точек: а)  $z = 0$ ; б)  $z = i$ ; в)  $z = -i$ .

В каждом случае определите область сходимости рядов.

5.2. Разложите функцию  $\frac{3z+1}{z^2-z-6}$  в ряд Лорана в кольце  $2 < |z| < 3$ .

#### КИМ 2

### 4. ИНТЕГРИРОВАНИЕ

4.1. Вычислите интегралы:

а)  $\int_{\gamma} \operatorname{Re} z \operatorname{Im} z dz$ , где  $\gamma$  – отрезок прямой от точки  $z_1 = 0$  до  $z_2 = 1 + 2i$ ;

б)  $\int_{\gamma^+} |z| \operatorname{Re} z dz$ , где  $\gamma^+$  – полуокружность  $|z| = 1$ ,  $\operatorname{Im} z \geq 0$ ;

в)  $\int_{\gamma^+} \operatorname{sh} z dz$ , где  $\gamma^+$  – полуокружность  $|z| = 2$ ,  $\operatorname{Re} z \geq 0$ ;

г)  $\int_{\gamma^+} \operatorname{sh} z dz$ , где  $\gamma^+$  – окружность  $|z| = 2$ .

### 5. РЯДЫ

5.1. Разложите функцию  $f(z) = \frac{z}{z-i}$  в ряд Лорана в окрестности точек: а)  $z = 0$ ; б)  $z = i$ ; в)  $z = -i$ .

В каждом случае определите область сходимости рядов.

5.2. Разложите функцию  $\frac{z-4}{z^2+z-2}$  в ряд Лорана в кольце  $1 < |z| < 2$ .

### Контрольная работа № 3

#### КИМ 1

### 6. ТЕОРИЯ ВЫЧЕТОВ

6.1. Найдите все ИОТ функции  $f(z) = z^3 \cos \frac{1}{z}$ , определите их тип и вычислите вычеты.

6.2. Вычислите интегралы:

а)  $\oint_{\gamma^+} \frac{e^z}{9z - z^3} dz$ ,  $\gamma^+ : |z - 2| = 3$ ;

в)  $\int_{-} \frac{\sin x dx}{x^2 + 2x + 5}$ ;

б)  $\int_0 \frac{dx}{(x^2 + 4)^2}$ ;

г)  $\int_{-} \frac{t}{t^2 - 2t + 2} e^{-i\omega t} dt$ ,  $\omega > 0$ .

## 7. ОПЕРАЦИОННОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ

7.1. Решите дифференциальное уравнение, используя преобразование Лапласа:

$$u' + u = 1, u(0) = u'(0) = u''(0) = 0.$$

## КИМ 2

### 6. ТЕОРИЯ ВЫЧЕТОВ

6.1. Найдите все ИОТ функции  $f(z) = z^2 \sin \frac{1}{z}$ , определите их тип и вычислите вычеты.

6.2. Вычислите интегралы:

а)  $\oint_{\gamma^+} \frac{e^z}{z^3 - 4z} dz$ ,  $\gamma^+ : |z - 2| = 3$ ;

в)  $\int_{-} \frac{\cos x dx}{x^2 - 4x + 5}$ ;

б)  $\int_0 \frac{dx}{(x^2 + 9)^2}$ ;

г)  $\int_{-} \frac{t}{t^2 + 1} e^{-i\omega t} dt$ ,  $\omega > 0$ .

## 7. ОПЕРАЦИОННОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ

7.1. Решите дифференциальное уравнение, используя преобразование Лапласа:

$$u' - u = \sin t, u(0) = -1, u'(0) = 0.$$

## 20.2 Промежуточная аттестация

Промежуточная аттестация по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств:

- собеседование по теоретическим вопросам;
- практические задания;

### Перечень теоретических вопросов к зачету

#### КОМПЛЕКСНЫЕ ЧИСЛА

1. Определение комплексного числа. Алгебраическая, тригонометрическая и показательная формы комплексного числа.
2. Формула Эйлера. Формула Муавра. Модуль, аргумент, главное значение аргумента.
3. Геометрическая интерпретация операций над комплексными числами.
4. Сфера Римана. Бесконечно удаленная точка.

#### ЭЛЕМЕНТАРНЫЕ ФУНКЦИИ

5. Определение функции комплексного переменного. Элементарные функции:
  - 5.1. Корень n-й степени.
  - 5.2. Экспонента.
  - 5.3. Логарифм.
  - 5.4. Тригонометрические (sin, cos, tg, ctg) функции.

- 5.5. Гиперболические (sh, ch, th, cth) функции.
- 5.6. Обратные тригонометрические функции.
- 5.7. Обратные гиперболические функции.
- 5.8. Общая показательная и общая степенная функции.
- 6. Выделение главной ветви многозначных функций (на примере 5.1, 5.3, 5.6-5.8).

## ДИФФЕРЕНЦИРОВАНИЕ

- 7. Предел функции. Непрерывность. Определение производной. Определение функции, дифференцируемой в точке.
- 8. Условия Коши-Римана, как необходимое условие дифференцируемости в точке.
- 9. Дифференцируемость реальной и мнимой части функции, как необходимое условие дифференцируемости в точке.
- 10. Достаточное условие дифференцируемости в точке.
- 11. Способы вычисления производной.
- 12. Определение аналитической функции. Свойства аналитических функций (непрерывность, аналитичность композиции, уравнения Лапласа).

## ИНТЕГРИРОВАНИЕ

- 13. Определение интеграла по кривой. Свойства интегралов.
- 14. Теорема Коши для односвязной области.
- 15. Теорема Коши для многосвязной области.
- 16. Теоремы о первообразных. Формула Ньютона-Лейбница.
- 17. Формула Коши.
- 18. Бесконечная дифференцируемость аналитической функции. Интегральная формула для n-й производной.
- 19. Теорема Морера. Теорема Лиувилля.
- 20. Теорема о среднем и принцип максимума модуля.

## РЯДЫ

- 21. Сходимость числового ряда. Признак абсолютной сходимости числового ряда.
- 22. Сходимость функционального ряда. Признак равномерной сходимости Вейерштрасса.
- 23. Теорема Вейерштрасса о почленном дифференцировании и интегрировании равномерно сходящихся рядов, состоящих из аналитических функций.
- 24. Степенной ряд. Теорема Абеля.
- 25. Разложение аналитической функции в ряд Тейлора.
- 26. Ряд Лорана. Разложение аналитической функции в ряд Лорана.

## ТЕОРИЯ ВЫЧЕТОВ

- 27. Особые точки. Классификация изолированных особых точек.
- 28. Способы определения порядка полюса.
- 29. Определение вычета. Основная теорема о вычетах. Теорема о сумме вычетов.
- 30. Формулы вычисления вычетов.
- 31. Вычисление интегралов с помощью вычетов:

31.1. Контурные интегралы  $\oint_{\gamma^+} f(z) dz$ .

31.2. Интегралы вида  $\int_0^{2\pi} R(\cos x, \sin x) dx$ .

31.3. Интегралы вида  $\int f(x) dx$ , где  $f(x) = \frac{P_m(x)}{Q_n(x)} = \frac{a_m x^m + \dots + a_1 x + a_0}{b_n x^n + \dots + b_1 x + b_0}$ .

31.4. Интегралы вида  $\int f(x) dx$ , где  $f(x) = g(x) e^{i\lambda x} = \frac{P_m(x)}{Q_n(x)} e^{i\lambda x}$ .

31.5. Интегралы вида  $\int f(x) dx$ , где  $f(x) = g(x) \cos(\lambda x)$ ,  $f(x) = g(x) \sin(\lambda x)$ .

32. Лемма Жордана.

## ОПЕРАЦИОННОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ

33. Идея операционного исчисления. Преобразование Лапласа. Область равномерной сходимости и аналитичности.

34. Обратное преобразование Лапласа. Теорема Меллина.

35. Свойства преобразования Лапласа.

## Практические задания к зачету

На зачет выносится наиболее емкая и содержательная тема курса – это вычисление интегралов с помощью вычетов. Примеры интегралов:

1.  $\oint_{|z|=2} \frac{\cos z}{z^2(z-1)} dz$  – контурные  $\oint_{\gamma^+} f(z) dz$ .

2.  $\int_0^{2\pi} \frac{dx}{2 + \cos x}$  – вида  $\int_0^{2\pi} R(\cos x, \sin x) dx$ .

3.  $\int \frac{dx}{(x^2 + 1)^2}$  – вида  $\int \frac{P_m(x)}{Q_n(x)} dx$ .

4.  $\int \frac{(x-1)e^{ix}}{x^2 - 2x + 2} dx$  – вида  $\int g(x) e^{i\lambda x} dx$ .

5.  $\int \frac{\cos 2x}{x^2 - 4x + 8} dx$  – вида  $\int g(x) \cos(\lambda x) dx$ ,  $\int g(x) \sin(\lambda x) dx$ .

## ЛИСТ СОГЛАСОВАНИЙ

### РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Направление/специальность 03.03.02 Физика

Дисциплина Б1.О.14 Теория функций комплексного переменного

Профиль подготовки Физика лазерных и спектральных технологий; Физика твердого тела; Ядерная и медицинская физика.

Форма обучения очная

Учебный год 2024/2025

---

Ответственный исполнитель

Заведующий кафедрой математической  
физики и информационных технологий



Переселков С.А. 28.06.2023

Исполнители

Заведующий кафедрой математической  
физики и информационных технологий



Переселков С.А. 28.06.2023

\_\_\_\_\_

*должность, подразделение*

\_\_\_\_\_

*подпись*

\_\_\_\_\_

*расшифровка подписи*

\_\_\_\_

20

СОГЛАСОВАНО

Куратор ООП

по направлению/специальности \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

*подпись*

\_\_\_\_\_

*расшифровка подписи*

\_\_\_\_

20

Начальник отдела обслуживания ЗНБ \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

*подпись*

\_\_\_\_\_

*расшифровка подписи*

\_\_\_\_

20

---

Программа рекомендована Научно-методическим советом физического факультета, протокол №6 от 27.06.2023г.