

МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
(ФГБОУ ВО «ВГУ»)

УТВЕРЖДАЮ

Заведующий кафедрой  
математической физики  
и информационных технологий



С.А. Переселков

28.06.2023г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

**Б1.О.17 Методы математической физики**

**1. Код и наименование направления подготовки/специальности:**

03.03.02 Физика

**2. Профиль подготовки/специализация:** Физика лазерных и спектральных технологий;

Физика твердого тела; Ядерная и медицинская физика.

**3. Квалификация (степень) выпускника:** бакалавр

**4. Форма обучения:** очная

**5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины:** 0803 кафедра математической физики и информационных технологий

**6. Составители программы:** Чернов Владислав Евгеньевич, доктор физико-математических наук, доцент, профессор.

**7. Рекомендована:** Научно-методическим советом физического факультета, протокол № 6 от 27.06.2023г.

**8. Учебный год:** 2025/2026

**Семестр(ы):** 5

## 9. Цели и задачи учебной дисциплины:

Целями освоения учебной дисциплины являются:

- формирование представлений о дифференциальных уравнениях в частных производных, методах отыскания их решений и свойствах этих решений;
- знакомство с современным математическим языком (например, обобщённых функций и простейших понятий функционального анализа) и умение формулировать на нём задачи современных естественных наук и технологий;
- воспитание общей математической культуры, развитие математической интуиции и понимания места и роли математической физики в системе математических наук;
- формирование личности студента, развитие его интеллекта, способностей к логическому и алгоритмическому мышлению.

Задачи учебной дисциплины:

- освоение аналитических (точных и приближённых) и численных методов решения линейных и нелинейных уравнений в частных производных, возникающих в задачах современных естественных наук и технологий;
- демонстрация эффективности методов математической физики как одного из средств математического моделирования, а также роли математики в прикладных исследованиях.

## 10. Место учебной дисциплины в структуре ООП:

Входит в модуль «Математика» обязательной части Б1. Изучение дисциплины проводится на базе общих курсов (математический анализ, аналитическая геометрия, линейная алгебра, векторный и тензорный анализ, дифференциальные уравнения) с учётом требований к уровню подготовки, необходимых для освоения основной образовательной программы. Дисциплина является предшествующей для курсов электродинамики, квантовой теории, статистической физики, физики сплошных сред, физики твёрдого тела, физики волновых явлений, теории тепло- и массопереноса.

## 11. Планируемые результаты обучения по дисциплине/модулю (знания, умения, навыки), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями) и индикаторами их достижения:

| Код   | Название компетенции   | Код(ы)  | Индикатор(ы)   | Планируемые результаты обучения   |
|-------|--|---------|--|---|
| ОПК-1 | Способен применять базовые знания в области физико-математических и (или) естественных наук в сфере своей профессиональной деятельности. | ОПК-1.1 | Владеет знаниями фундаментальных разделов математики.                        | Демонстрирует знания фундаментальных законов природы и основных физических и математических законов.          |
|       |  | ОПК-1.2 | Создает и применяет математические модели в своей практической деятельности. | Применяет физические законы и математические методы для решения задач теоретического и прикладного характера. |
|       |  | ОПК-1.3 | Умеет оценивать границы применимости используемых математических моделей     | Формулирует условия применимости математических моделей в приложениях к                                       |

|  |  |         |   |   |
|--|--|---------|---|---|
|  |  |         | при решении типовых профессиональных задач.   | профессиональным задачам.   |
|  |  | ОПК-1.5 | Умеет использовать знания основных законов естественнонаучных дисциплин в профессиональной деятельности.  | В профессиональной деятельности исключает применения установок, противоречащих основным законам естественнонаучных дисциплин.                     |
|  |  | ОПК-1.6 | Владеет навыками использования знаний о методах исследования, современных концепциях, достижениях и ограничениях естественных наук при решении практических задач, структурирования естественно-научной информации. | При решении практических задач и структурировании естественно-научной информации исходит из современных концепций и достижений естественных наук. |

**12. Объем дисциплины в зачетных единицах/час.** (в соответствии с учебным планом) — 6/216.

**Форма промежуточной аттестации** (зачет/экзамен) зачет с оценкой, экзамен.

### 13. Трудоемкость по видам учебной работы

| Вид учебной работы                                |              | Трудоемкость |              |
|---|--------------|--------------|--------------|
|   |              | Всего        | По семестрам |
|   |              |              | 5 семестр    |
| Аудиторные занятия                                |              | 136          | 136          |
| в том числе:                                      | лекции       | 68           | 68           |
|   | практические | 68           | 68           |
|   | лабораторные | 0            | 0            |
| Самостоятельная работа                            |              | 44           | 44           |
| в том числе: курсовая работа (проект)             |              | 0            | 0            |
| Групповые консультации                            |              |              |              |
| Форма промежуточной аттестации (экзамен – _ час.) |              | 36           | 36           |
| Итого:  |              | 216          | 216          |

### 13.1. Содержание дисциплины

| п/п              | Наименование раздела дисциплины  | Содержание раздела дисциплины  | Реализация раздела дисциплины с помощью онлайн-курса, ЭУМК * |
|------------------|--|--|--|
| <b>1. Лекции</b> |  |  |  |
| 1.1              | Некоторые понятия и предложения теории множеств, теории функций и теории операторов.       | Точечные множества в $R^n$ . Классы функций. Пространства функций. Гильбертовы пространства. Ортонормальные системы. Полнота. Базис. Линейные операторы и функционалы. Ядро и образ. Обратный оператор. Ограниченные операторы. Линейные уравнения. Эрмитовы операторы.  |  |
| 1.2              | Основные уравнения математической физики, их вывод и классификация.                        | Уравнение колебаний. Уравнение диффузии и теплопроводности. Стационарное уравнение. Уравнения газогидродинамики и тепломассопереноса. Уравнение Максвелла. Уравнение Шрёдингера. Классификация уравнений в точке. Характеристические поверхности (характеристики). Канонический вид уравнений с двумя независимыми переменными (эллиптический, гиперболический, параболический).   |  |
| 1.3              | Постановка основных краевых задач для линейных дифференциальных уравнений второго порядка. | Классификация краевых задач. Задача Коши. Краевая задача для уравнений эллиптического типа. Смешанная задача. Другие краевые задачи. Корректность постановок задач математической физики. Теорема Коши-Ковалевской. Классические и обобщенные решения.   |  |
| 1.4              | Обобщенные функции и операции с ними.  | Пространство $D$ основных и $D'$ обобщенных функций. Носитель обобщенной функции. Регулярные и сингулярные обобщенные функции. Замена переменных в обобщенных функциях. Умножение обобщенных функций. Производные обобщенной функции. Прямое произведение и свертка обобщенных функций. Пространство $S$ основных функций и $S'$ обобщенных функций медленного роста $S'$ . Преобразование Фурье основных функций из $S$ и обобщенных функций из $S'$ . Свойства преобразования Фурье. Преобразование Фурье свертки. |  |
| 1.5              | Фундаментальное решение и задача Коши.   | Обобщенные решения линейных дифференциальных уравнений. Фундаментальные решения линейных   |  |

|                                |  |  |  |
|--------------------------------|--|--|--|
|                                |  | дифференциальных операторов. Уравнения с правой частью. А50). 6. Фундаментальное решение операторов теплопроводности, волнового, Лапласа и Гельмгольца. Поверхностные и объемные волновые потенциалы. Обобщенная задачи Коши для волнового уравнения. Распространение волн. Диффузия волн и принцип Гюйгенса. Поверхностный и объемный тепловой потенциал. Обобщенная задачи Коши для уравнения теплопроводности.  |  |
| 1.6                            | Краевые задачи для уравнений эллиптического типа.      | Постановка задачи на собственные значения. Тождества Лагранжа и (формулы) Грина. Свойства оператора $L = \text{div}(p \text{ grad}) + q$ . Свойства и физический смысл собственных значений и собственных функций оператора $L$ . Задача Штурма-Лиувилля: функция Грина и сведение к интегральному уравнению. Теорема Стеклова. Гармонические функции. Теорема о среднем арифметическом. Принцип максимума. Элементы теории потенциала. Функция Грина задачи Дирихле. Краевые задачи для уравнения Лапласа на плоскости. Краевые задачи для уравнений Лапласа и Пуассона в пространстве. |  |
| 1.7                            | Специальные функции.                                   | Определение и простейшие свойства функций Бесселя. Ортогональность и рекуррентные соотношения для функций Бесселя. Корни функций Бесселя. Полнота функций Бесселя. Определение сферических функций. Дифференциальное уравнение для сферических функций. Полиномы Лежандра. Производящая функция. Присоединенные функции Лежандра.  |  |
| 1.8                            | Смешанная задача.                                      | Общая схема метода Фурье. Смешанная задача для уравнения гиперболического типа. Интеграл энергии. Смешанная задача для уравнения параболического типа. Принцип максимума.  |  |
| 1.9                            | Нелинейные уравнения математической физики.            | Нелинейные уравнения. Уравнение Римана и его решение. Уравнение Кортевега де Вриза. Решение в виде распространяющихся уединенных волн. Солитоны.   |  |
| 1.10                           | Разностные методы решения задач математической физики. | Основные понятия, сетка и сеточные функции. Устойчивость разностной схемы.   |  |
| <b>2. Практические занятия</b> |  |  |  |

|     |   |   |  |
|-----|---|---|--|
| 2.1 | Некоторые понятия и предложения теории множеств, теории функций и теории операторов.    | Примеры замкнутых, открытых множеств в $R^n$ . Границы. Поверхности. Примеры функциональных пространств: $C^k$ и $L^2$ . Ортогонализация Грама-Шмидта. Примеры операторов и функционалов. Нахождение ядра и образа. Проверка эрмитовости.   |  |
| 2.2 | Основные уравнения математической физики, их классификация и постановка основных задач. | Преобразование уравнений с частными производными заменой координат и неизвестной функции. Выражение оператора Лапласа в сферических и цилиндрических координатах. Приведение уравнений с двумя переменными к каноническому виду. Пример Адамара. Формула Даламбера.   |  |
| 2.3 | Обобщенные функции и операции с ними.   | Замена переменных, умножение и дифференцирование обобщенных функций. Свойства обобщенных производных. Выражение производные функций, имеющих конечный скачок, через дельта-функцию и её производные. Свойства свертки обобщенных функций. Примеры обобщенных функций медленного роста. Преобразование Фурье обобщенных функций медленного роста. Примеры преобразования Фурье для $n=1,2,3$ . |  |
| 2.4 | Фундаментальное решение и задача Коши.  | Фундаментальное решение линейного дифференциального оператора с обыкновенными производными. Задача Коши для волнового уравнения. Метод спуска. Формулы Кирхгофа, Пуассона и Даламбера. Метод отражений. Полубесконечная струна. Задача Коши для уравнения теплопроводности. Расплывание волнового пакета (уравнение Шрёдингера) и начальной концентрации (уравнение диффузии).                |  |
| 2.5 | Краевые задачи для уравнений эллиптического типа.                                       | Задача Штурма-Лиувилля. Нахождение спектра, собственных функций и функции Грина. Метод Фурье для задачи на собственные значения. Примеры построения функции Грина задачи Дирихле (метод отражений). Решение краевой задачи с помощью функции Грина. Метод Фурье в прямоугольнике. Формула Пуассона Решение задач Дирихле и Неймана для круга и шара.  |  |
| 2.6 | Специальные функции.  | Однородная и неоднородная краевая задача на собственные значения для уравнения Бесселя. Сферические функции. Формула Лапласа. Шаровые функции.  |  |
| 2.7 | Смешанная задача.   | Метод Фурье для одномерного волнового   |  |

|     |  |   |  |
|-----|--|---|--|
|     |  | уравнения и уравнения теплопроводности. Неоднородные уравнения и краевые условия. Колебания ограниченной струны и ограниченной мембраны. Уравнение теплопроводности в шаре. |  |
| 2.8 | Нелинейные уравнения математической физики.            | Уравнение Бюргерса. Ударные волны.  |  |
| 2.9 | Разностные методы решения задач математической физики. | Разностная аппроксимация производных, разностные схемы для уравнений с частными производными.   |  |

### 13.2. Темы (разделы) дисциплины и виды занятий

| № п/п | Наименование темы (раздела) дисциплины   | Виды занятий (количество часов) |              |              |                        | Всего |
|-------|--|---------------------------------|--------------|--------------|------------------------|-------|
|       |  | Лекции                          | Практические | Лабораторные | Самостоятельная работа |       |
| 1     | Некоторые понятия и предложения теории множеств, теории функций и теории операторов.       | 6                               | 6            |              | 4                      | 16    |
| 2     | Основные уравнения математической физики, их вывод и классификация.                        | 8                               | 8            |              | 6                      | 22    |
| 3     | Постановка основных краевых задач для линейных дифференциальных уравнений второго порядка. | 8                               | 8            |              | 4                      | 20    |
| 4     | Обобщенные функции и операции с ними.  | 10                              | 10           |              | 6                      | 26    |
| 5     | Фундаментальное решение и задача Коши.   | 6                               | 6            |              | 4                      | 16    |
| 6     | Краевые задачи для уравнений эллиптического типа.  | 6                               | 6            |              | 4                      | 16    |
| 7     | Специальные функции.   | 6                               | 6            |              | 4                      | 16    |
| 8     | Смешанная задача.  | 6                               | 6            |              | 4                      | 16    |
| 9     | Нелинейные уравнения математической физики.  | 6                               | 6            |              | 4                      | 16    |
| 10    | Разностные методы решения задач математической физики.                                     | 6                               | 6            |              | 4                      | 16    |
|       | Итого:   | 68                              | 68           |              | 44                     | 180   |

#### 14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Необходимо после каждой лекции разбирать и осваивать материал по ее теме, для лучшего понимания читать рекомендованную основную и дополнительную литературу, готовиться к практическому занятию, разбирая соответствующий теоретический материал, систематически выполнять домашние задания, выполнять текущие тестирования (контрольные работы) по пройденному теоретическому и практическому материалу

#### 15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины (список литературы оформляется в соответствии с требованиями ГОСТ и используется общая сквозная нумерация для всех видов источников)

а) основная литература:

| № п/п | Источник  |
|-------|---|
| 1     | Владимиров В.С. Сборник задач по уравнениям математической физики: задачник / Владимиров В.С., Михайлов В.П., Михайлова Т.В., Шабунин М.И. — Москва: Физматлит, 2016. — 520 с. — Сборник задач по уравнениям математической физики [Электронный ресурс] / Владимиров В.С., Михайлов В.П., Михайлова Т.В., Шабунин М.И. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2016. — ISBN 5-9221-1692-3. — <URL:https://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785922116923.html>.  |
| 2     | Карчевский М.М. Лекции по уравнениям математической физики [Электронный ресурс] / Карчевский М.М. — 2-е изд., испр. — Санкт-Петербург: Лань, 2016. — 164 с. — Книга из коллекции Лань - Математика. — ISBN 978-5-8114-2132-9. — <URL:http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=72982>.  |
| 3     | Емельянов В.М. Уравнения математической физики. Практикум по решению задач [Электронный ресурс] / Емельянов В.М., Рыбакина Е.А. — 2-е изд., стер. — Санкт-Петербург: Лань, 2016. — 216 с. — Рекомендовано Учебно-методическим объединением по университетскому политехническому образованию в качестве учебного пособия для студентов высших учебных заведений, обучающихся по направлениям подготовки «Техническая физика» и «Прикладная механика». — Книга из коллекции Лань – Физика. — ISBN 978-5-8114-0863-4. — <URL:http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=71748>. |
| 4     | Некоторые аспекты современных методов уравнений математической физики [Электронный ресурс]: [учебное пособие] :/ Воронеж. гос. ун-т; [сост.: Л.Н. Ляхов и др.]. — Электрон. текстовые дан. — Воронеж: Издательский дом ВГУ, 2016. — Загл. с титул. экрана. — Свободный доступ из интранета ВГУ. — Текстовые файлы. — Windows 2000; Adobe Acrobat Reader. — <URL:http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m16-223.pdf>.   |
| 5     | Деревич И.В. Практикум по уравнениям математической физики [Электронный ресурс]: учебное пособие / Деревич И.В. — 2-е изд., стер. — Санкт-Петербург: Лань, 2018. — 428 с. — Книга из коллекции Лань - Физика. — ISBN 978-5-8114-2601-0. — <URL:https://e.lanbook.com/book/104942>.  |

б) дополнительная литература:

| № п/п | Источник  |
|-------|---|
| 1     | Горюнов А.Ф. Уравнения математической физики в примерах и задачах. 2 / А.Ф. Горюнов. — Москва: МИФИ, 2008. — 528 с. (ЭБС «Университетская библиотека online»<br><a href="http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=231600">http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=231600</a> ) |
| 2     | Сабитов К.Б. Уравнения математической физики: учебник. — М.: Физматлит, 2013. — 352 с. (ЭБС «Университетская библиотека online»   |



|   |  |
|---|--|
|   | <a href="http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=59660">http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=59660</a> )  |
| 3 | Владимиров В.С. Уравнения математической физики: учебник / Владимиров В.С., Жаринов В.В. — Москва: Физматлит, 2008. — 400 с. — Уравнения математической физики [Электронный ресурс]: Учеб. для вузов. / Владимиров В.С, Жаринов В.В. - 2-е изд., стереотип. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2008. — ISBN 5-9221-0310-7. — <a href="https://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785922103107.html">https://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785922103107.html</a> |
| 4 | Треногин В.А. Методы математической физики: практикум / Треногин В.А., Недосекина И.С. — Москва: МИСиС, 2012. — 196 с. — Методы математической физики [Электронный ресурс]: практикум / В.А. Треногин, И.С. Недосекина. - М.: МИСиС, 2012. — ISBN 5-87623-611-1. — <a href="https://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785876236111.html">https://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785876236111.html</a>   |
| 5 | Кошляков Н.С. Уравнения в частных производных математической физики: учебное пособие для студ. мех.-мат. и физ. фак. ун-тов / Кошляков Н.С., Глинер Э.Б., Смирнов М.М. — М.: Высшая школа, 1970. — 710 с.  |
| 6 | Тихонов А.Н. Уравнения математической физики: учебник для студ. физ.-мат. специальностей ун-тов / А.Н. Тихонов, А.А. Самарский; Моск. гос. ун-т им. М.В. Ломоносова. — 7-е изд. — М.: Изд-во Моск. ун-та : Наука, 2004. — 798 с. : ил., табл. — (Классический университетский учебник / редсов.: В.А. Садовничий (пред.) [и др.]) .— Библиогр.: с.791 .— Предм. указ.: с.792-798 .— ISBN 5-211-04843-1 .— ISBN 5-02-033599-1                 |
| 7 | Ильин А.М. Уравнения математической физики: учебное пособие / Ильин А.М. — Москва: Физматлит, 2009. — 192 с. — Уравнения математической физики [Электронный ресурс] / Ильин А.М. - М.: Физматлит, 2009. — ISBN 5-9221-1036-5. — 8<URL: <a href="https://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785922110365.html">https://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785922110365.html</a> >.  |

в) информационные электронно-образовательные ресурсы (официальные ресурсы интернет)\*:

| № п/п | Ресурс   |
|-------|--|
| 1.    | <a href="http://www.lib.vsu.ru">www.lib.vsu.ru</a> – ЗНБ ВГУ           |
| 2.    | <a href="http://e.lanbook.com/">http://e.lanbook.com/</a> - ЭБС «Лань» |
| 3.    | <a href="http://www.book.ru/">http://www.book.ru/</a> - ЭБС «Book.ru»  |

\* Вначале указываются ЭБС, с которыми имеются договора у ВГУ, затем открытые электронно-образовательные ресурсы, онлайн-курсы, ЭУМК

**16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы** (учебно-методические рекомендации, пособия, задачки, методические указания по выполнению практических (контрольных), курсовых работ и др.)

**17. Образовательные технологии, используемые при реализации учебной дисциплины, включая дистанционные образовательные технологии (ДОТ), электронное обучение (ЭО), смешанное обучение):**

При реализации дисциплины могут применяться электронные образовательные технологии на базе портала [edu.vsu.ru](http://edu.vsu.ru) для освоения лекционного материала, для предоставления домашних заданий для просмотра и оценки преподавателем, для проведения текущего контроля и текущей аттестации.

<https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=9819>

Электронные средства для представления презентаций

## 18. Материально-техническое обеспечение дисциплины:

Лекционная аудитория, доска, учебная литература, электронные средства для представления презентаций.

---

## 19. Оценочные средства для проведения текущей и промежуточной аттестаций

Порядок оценки освоения обучающимися учебного материала определяется содержанием следующих разделов дисциплины:

| № п/п   | Наименование раздела дисциплины (модуля) | Компетенция(и) | Индикатор(ы) достижения компетенции | Оценочные средства                        |
|---|--|----------------|-------------------------------------|---|
| 1.  | Раздел 1.1-1.10                          | ОПК-1          | ОПК-1.1                             | КИМ                                       |
|   |  |                | ОПК-1.2                             | КИМ                                       |
|   |  |                | ОПК-1.3                             | КИМ                                       |
|   |  |                | ОПК-1.5                             | КИМ                                       |
|   |  |                | ОПК-1.6                             | КИМ                                       |
| Промежуточная аттестация<br>форма контроля — зачёт с оценкой, экзамен |  |                |                                     | Перечень вопросов<br>Практическое задание |

## 20 Типовые оценочные средства и методические материалы, определяющие процедуры оценивания

### 20.1 Текущий контроль успеваемости

Текущая аттестация проводится в соответствии с Положением о текущей аттестации обучающихся по программам высшего образования Воронежского государственного университета. Текущая аттестация проводится в форме(ах) письменного опроса и контрольных работ.

## 20.2 Промежуточная аттестация

Промежуточная аттестация проводится в соответствии с Положением о промежуточной аттестации обучающихся по программам высшего образования.

Контрольно-измерительные материалы промежуточной аттестации включают в себя теоретические вопросы, позволяющие оценить уровень полученных знаний.

Необходимо знать, уметь записать и решать основные классы уравнений математической физики. Владеть языком функциональных пространств, операторов, функционалов, обобщённых функций. Уметь решать задачи Коши для уравнений колебаний и теплопроводности. Уметь решать задачу Штурма-Лиувилля, а также краевые задачи для уравнения Лапласа и Пуассона в прямоугольнике, круговом/кольцевом секторе, шаровом сегменте. Владеть основными приёмами работы со спецфункциями.

Критерии оценок:

Отлично – подробные и безошибочные ответы на основные и дополнительные вопросы.

Хорошо – подробные ответы на поставленные вопросы с мелкими ошибками.

Удовлетворительно – неудовлетворительные ответы на один из основных и некоторые дополнительные вопросы.

Промежуточная аттестация по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств:

Перечень вопросов к экзамену (зачету):

1. Классификация уравнений в частных производных 2-го порядка с двумя независимыми переменными. Каноническая форма уравнений.
2. Приведение к каноническому виду дифференциальных уравнений в частных производных 2-го порядка с двумя независимыми переменными.
3. Канонические формы линейных уравнений с постоянными коэффициентами. Частные методы нахождения общего решения канонической формы.
4. Решение задачи Коши для уравнений в частных производных 2-го порядка с двумя независимыми переменными.
5. Уравнения с частными производными в физических задачах на примерах колебательных процессов, диффузии и теплопроводности, стационарных процессов.
6. Постановка начальных и краевых задач для уравнений математической физики.
7. Задача Коши. Задача Штурма – Лиувилля.
8. Корректность постановки задач математической физики.
9. Задача Коши для одномерного однородного и неоднородного уравнения Даламбера. Формула Даламбера. Принцип Дюамеля.
10. Метод Даламбера для полупрямой и конечного отрезка.
11. Ортогональные системы функций. Задача Штурма-Лиувилля для обыкновенного дифференциального уравнения, спектр собственных значений, собственные функции и их свойства.
12. Смешанная задача для одномерного волнового уравнения с однородными граничными условиями. Метод Фурье.

13. Смешанная задача для одномерного уравнения теплопроводности с однородными граничными условиями. Метод Фурье.
14. Решение смешанной задачи для одномерного неоднородного волнового уравнения с неоднородными граничными условиями методом разделения переменных.
15. Решение смешанной задачи для одномерного неоднородного уравнения теплопроводности с неоднородными граничными условиями методом разделения переменных.
16. Разделение переменных в уравнениях Лапласа и Гельмгольца в прямоугольной области при решении задач Дирихле и Неймана.
17. Решение первой и второй краевых задач для круга методом разделения переменных. Представление решения в виде интегралов Пуассона и Дини.
18. Нахождение гармонической функции в кольце и круговом секторе методом разделения переменных.
19. Решение задачи о колебаниях прямоугольной мембраны методом Фурье.
20. Применение операционного метода (интегрального преобразования Лапласа) при решении дифференциальных уравнений в частных производных 2-го порядка гиперболического и параболического типов.
21. Метод функции Грина при решении уравнений эллиптического и параболического типов.
22. Дельта-функция и ее свойства.
23. Свойства функции Грина.
24. Формулы Грина.
25. Решение задачи Дирихле для круга и полуплоскости методом функции Грина.
26. Задача Коши для однородного уравнения теплопроводности и решение ее с помощью функции Грина (формула Пуассона).
27. Решение задачи Коши для уравнения Даламбера методом спуска в 2-х мерном пространстве (формула Пуассона).
28. Основные и обобщенные функции. Свойства обобщенных функций и действия над ними. Дельта-функция Дирака и ее свойства.
29. Дельтаобразные последовательности. Гамма- и бета- функции. Определения и основные свойства.
30. Уравнение Бесселя. Функции Бесселя первого рода и их свойства. Функции Бесселя второго порядка и их линейная независимость.
31. Общее решение уравнения Бесселя для произвольных значений индекса. Рекуррентные соотношения для функций Бесселя. Функции Бесселя полуцелого индекса. Функции Бесселя 3-го рода. Уравнение Бесселя с параметром.
32. Модифицированные функции Бесселя 1-го и 2-го рода. Задача Штурма-Луивилля для уравнения Бесселя. Ряды Фурье-Бесселя и Дини.
33. Полиномы Лежандра. Формула Родрига. Интеграл Шлефли.
34. Рекуррентные соотношения для полиномов Лежандра. Ортогональность полиномов Лежандра. Ряд Фурье-Лежандра. Присоединенные функции Лежандра.
35. Сферические функции. Производящая функция полиномов Эрмита. Формула Родрига.
36. Рекуррентные соотношения для полиномов Эрмита. Ортогональность полиномов Эрмита. Ряд Фурье-Эрмита.
37. Решение задачи о колебаниях круглой мембраны методом Фурье.

38. Разделение переменных в уравнении Лапласа в цилиндрической системе координат.
39. Разделение переменных в уравнении Гельмгольца в полярных координатах.
40. Решение задачи об остывании цилиндра методом Фурье.
41. Разделение переменных в уравнениях Лапласа и Гельмгольца в сферических координатах. Решение задачи об остывании шара методом Фурье.
42. Разделение переменных в уравнении Шредингера. Линейный гармонический осциллятор. Ротатор. Движение электрона в кулоновском поле.
43. Понятие о нелинейных уравнениях математической физике.
44. Метод конечных разностей для решения задачи Дирихле.
45. Метод конечных разностей для уравнения теплопроводности.

### 20.3 Перечень практических заданий

|   |   |  |  |
|---|---|--|--|
| 1 | $u_t = u_{xx} + \exp(t) \sin 2x$            | $u(x,0) = \sin 3x + \pi + 3x$                          | $u(0,t) = \pi \quad u(\pi,t) = 4\pi$     |
| 2 | $u_t = u_{xx} + \exp(t) \cos 2x - 2$        | $u(x,0) = 2 \cos 3x + x^2 - \pi x$                     | $u_x(0,t) = -\pi \quad u_x(\pi,t) = \pi$ |
| 3 | $u_t = u_{xx} + \exp(3t) \sin \frac{3x}{2}$ | $u(x,0) = 3 \sin \frac{x}{2} + 2\pi + \pi x$           | $u(0,t) = 2\pi \quad u_x(\pi,t) = \pi$   |
| 4 | $u_t = u_{xx} + \exp(3t) \cos \frac{x}{2}$  | $u(x,0) = 2 \cos \frac{3x}{2} - 2\pi x + 2\pi^2 - \pi$ | $u_x(0,t) = -2\pi \quad u(\pi,t) = -\pi$ |
| 5 | $u_t = u_{xx} + \exp(t) \sin 5x$            | $u(x,0) = \sin x + 3\pi - 2x$                          | $u(0,t) = 3\pi \quad u(\pi,t) = \pi$     |
| 6 | $u_t = u_{xx} + \exp(t) \cos 3x + 2$        | $u(x,0) = \cos x - x^2 + \pi x$                        | $u_x(0,t) = \pi \quad u_x(\pi,t) = -\pi$ |
| 7 | $u_t = u_{xx} + \exp(t) \sin \frac{x}{2}$   | $u(x,0) = \sin \frac{3x}{2} + 4\pi + \pi x$            | $u(0,t) = 4\pi \quad u_x(\pi,t) = \pi$   |
| 8 | $u_t = u_{xx} + \exp(2t) \cos \frac{3x}{2}$ | $u(x,0) = \cos \frac{x}{2} + 3x - 2\pi$                | $u_x(0,t) = 3 \quad u(\pi,t) = \pi$      |
| 9 | $u_{tt} = u_{xx} + \sin t \sin 2x$          | $u(x,0) = \sin 3x + \pi + 3x$<br>$u_t(x,0) = 0$        | $u(0,t) = \pi \quad u(\pi,t) = 4\pi$     |

|    |   |  |                                      |
|----|---|--|--------------------------------------|
| 10 | $u_{tt} = u_{xx} + \cos t \cos 2x - 2$        | $u(x,0) = 2 \cos 3x + x^2 - \pi x$<br>$u_t(x,0) = 0$                     | $u_x(0,t) = -\pi$ $u_x(\pi,t) = \pi$ |
| 11 | $u_{tt} = u_{xx} + \sin t \sin \frac{3x}{2}$  | $u(x,0) = 3 \sin \frac{x}{2} + 2\pi + \pi x$<br>$u_t(x,0) = 0$           | $u(0,t) = 2\pi$ $u_x(\pi,t) = \pi$   |
| 12 | $u_{tt} = u_{xx} + \cos 3t \cos \frac{x}{2}$  | $u(x,0) = 2 \cos \frac{3x}{2} - 2\pi x + 2\pi^2 - \pi$<br>$u_t(x,0) = 0$ | $u_x(0,t) = -2\pi$ $u(\pi,t) = -\pi$ |
| 13 | $u_{tt} = u_{xx} + \sin t \sin 5x$            | $u(x,0) = \sin x + 3\pi - 2x$<br>$u_t(x,0) = 0$                          | $u(0,t) = 3\pi$ $u(\pi,t) = \pi$     |
| 14 | $u_{tt} = u_{xx} + \cos t \cos 3x + 2$        | $u(x,0) = \cos x - x^2 + \pi x$<br>$u_t(x,0) = 0$                        | $u_x(0,t) = \pi$ $u_x(\pi,t) = -\pi$ |
| 15 | $u_{tt} = u_{xx} + \sin t \sin \frac{x}{2}$   | $u(x,0) = \sin \frac{3x}{2} + 4\pi + \pi x$<br>$u_t(x,0) = 0$            | $u(0,t) = 4\pi$ $u_x(\pi,t) = \pi$   |
| 16 | $u_{tt} = u_{xx} + \cos 2t \cos \frac{3x}{2}$ | $u(x,0) = 3x - 2\pi$<br>$u_t(x,0) = \cos \frac{x}{2}$                    | $u_x(0,t) = 3$ $u(\pi,t) = \pi$      |
| 17 | $u_{tt} = u_{xx} + \sin t \sin 2x$            | $u(x,0) = \pi + 3x$<br>$u_t(x,0) = \sin 3x$                              | $u(0,t) = \pi$ $u(\pi,t) = 4\pi$     |
| 18 | $u_{tt} = u_{xx} + \cos t \cos 2x - 2$        | $u(x,0) = x^2 - \pi x$<br>$u_t(x,0) = 2 \cos 3x$                         | $u_x(0,t) = -\pi$ $u_x(\pi,t) = \pi$ |
| 19 | $u_{tt} = u_{xx} + \sin 3t \sin \frac{3x}{2}$ | $u(x,0) = 2\pi + \pi x$<br>$u_t(x,0) = 3 \sin \frac{x}{2}$               | $u(0,t) = 2\pi$ $u_x(\pi,t) = \pi$   |
| 20 | $u_{tt} = u_{xx} + \cos 3t \cos \frac{x}{2}$  | $u(x,0) = -2\pi x + 2\pi^2 - \pi$<br>$u_t(x,0) = 2 \cos \frac{3x}{2}$    | $u_x(0,t) = -2\pi$ $u(\pi,t) = -\pi$ |
| 21 | $u_{tt} = u_{xx} + \sin t \sin 5x$            | $u(x,0) = 3\pi - 2x$<br>$u_t(x,0) = \sin x$                              | $u(0,t) = 3\pi$ $u(\pi,t) = \pi$     |

## 20.4. Тестовые задания.

### Текущая аттестация № 1

1. Решение задачи Коши для волнового уравнения методом Даламбера. Полубесконечная струна. Закрепленный и свободный край.
2. Решения краевых задач для волнового уравнения методом Фурье. Случай закрепленных концов струны.

### Текущая аттестация № 2

1. Вывод уравнения Лапласа в цилиндрических координатах.
2. Характеристики и условия на характеристиках для двумерной системы уравнений акустики.

## 20.5. Перечень заданий для контрольных работ.

### Контрольно-измерительный материал № 1.

1. Решить уравнение:  
 $u_t = 2\Delta u, 0 \leq r \leq 3, t \in (0, \infty), u(r, 0) = 9 - r^2, u(3, t) = 0;$
2. Найти общее решение параболического уравнения:  
 $u_{xx} + 4u_{xy} + 4u_{yy} + u_x - 2u_y = 0$ .

### Контрольно-измерительный материал № 2.

1. Решить уравнение:  
 $u_t = 4u_{xx}, x \in (0, 2), t \in (0, \infty), u(x, 0) = \sin^3(2\pi x) - \sin(4\pi x), u(0, t) = u(2, t) = 0;$
2. Найти общее решение эллиптического уравнения:  
 $u_{xx} + 2u_{xy} + 5u_{yy} = 0$ .

Оценка знаний, умений и навыков, характеризующая этапы формирования компетенций в рамках изучения дисциплины, осуществляется в ходе текущей и промежуточной аттестаций.

## ЛИСТ СОГЛАСОВАНИЙ

### РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Направление/специальность 03.03.02 Физика

Дисциплина Б1.О.17 Методы математической физики

Профиль подготовки: Физика лазерных и спектральных технологий; Физика твердого тела; Ядерная и медицинская физика.

Форма обучения очная

Учебный год 2025/2026

---

Ответственный исполнитель

Заведующий кафедрой математической  
физики и информационных технологий



Переселков С.А. 28.06.2023

Исполнители

Профессор кафедры математической  
физики и информационных технологий \_\_\_\_\_

Чернов В.Е. 28.06.2023

\_\_\_\_\_ .\_\_ 20\_\_  
*должность, подразделение*                      *подпись*                      *расшифровка подписи*

СОГЛАСОВАНО

Куратор ООП

по направлению/специальности \_\_\_\_\_ .\_\_ 20\_\_  
*подпись*                      *расшифровка подписи*

Начальник отдела обслуживания ЗНБ \_\_\_\_\_ .\_\_ 20\_\_  
*подпись*                      *расшифровка подписи*

---

Программа рекомендована научно-методическим советом физического факультета, протокол № 6 от 27.06.2023г.