0МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО «ВГУ»)

УТВЕРЖДАЮ

Заведующий кафедрой
математической физики и
информационных технологий

С.А. Переселков

28.06.2023г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Б1.О.14 Математический анализ

1. Код и наименование направления подготовки/специальности:
03.03.03 Радиофизика

2. Профиль подготовки/специализация: Радиофизика и электроника.

3. Квалификация выпускника: Бакалавр

4. Форма обучения: очная

5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины: 0803 кафедра математической физики и информационных технологий

6. Составители программы: Ратинер Надежда Марковна, кандидат физико-математических наук, доцент

7. Рекомендована: Научно-методическим советом физического факультета, протокол №6 от 27.06.2023г.

8. Учебный год: 2023/2024 **Семестр(ы):** 1, 2, 3

9.Цели и задачи учебной дисциплины

1. Цель дисциплины — изучение дифференциального и интегрального исчисления функции одной вещественной переменной, лежащего в основе всех физических и математических курсов, определённого интеграла, который представляет собой важный вопрос курса математического анализа на физическом факультете и имеет приложения в большинстве математических и физических дисциплин, дифференциального и интегрального исчисления нескольких переменных, криволинейных и поверхностных интегралов, числовых рядов, их сходимости (абсолютной и условной), функциональных рядов, степенных рядов, радиуса сходимости степенных рядов, а также рядов Фурье и интеграла Фурье.
2. Задачи дисциплины:
   - сформировать у студентов понимание роли математики в современном мире, науке и практической деятельности в избранной специальности;
   - обучить студентов основным понятиям и методам решения типовых задач математического анализа в объёме, достаточном для изучения физических дисциплин на современном научном уровне, развитие навыков математического мышления;
   - научить студентов эффективно использовать математический аппарат при изучении физических дисциплин;
   - формулировать и решать профессиональные задачи с использованием аппарата математического анализа.

10. Место учебной дисциплины в структуре ООП: Математический анализ относится к базовой части математического и естественнонаучного цикла. В результате изучения базовой части цикла студент должен:

— знать основы математического анализа;

— уметь использовать математический аппарат для освоения теоретических основ физики и радиофизики;

— использовать информационные технологии для решения физических задач;

— владеть навыками использования математического аппарата для решения физических задач, методами оценки экспериментальных результатов

11. Планируемые результаты обучения по дисциплине/модулю (знания, умения, навыки), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями) и индикаторами их достижения:

Код	Название компетенции	Код(ы)	Индикатор(ы)	Планируемые результаты обучения
ОПК-1	Способен применять базовые знания в области физики и радиофизики и использовать их в профессиональной деятельности, в том числе в сфере педагогической деятельности	ОПК-1.1	Владеет знаниями фундаментальных разделов математики, необходимых для решения типовых профессиональных задач.	Демонстрирует знания фундаментальных законов природы и основных физических и математических законов.
		ОПК-1.2	Оценивает границы применимости и использует математические модели, необходимые для решения типовых профессиональных задач.	Применяет физические законы и математические методы для решения задач теоретического и прикладного характера.

12. Объем дисциплины в зачетных единицах/час. (*в соответствии с учебным планом)* — 15/540

Форма промежуточной аттестации: экзамен

13. Трудоемкость по видам учебной работы

Вид учебной работы		Трудоемкость			
		Всего	По семестрам		
			1-й семестр	2-й семестр	3-й семестр
Аудиторные занятия		302	100	102	100
в том числе:	лекции	134	50	34	50
	практические	168	50	68	50
	лабораторные				
Самостоятельная работа		130	44	42	44
в том числе: курсовая работа (проект)					
Форма промежуточной аттестации *(экзамен – __час.)*		108	36	36	36
		540	180	180	180

13.1. Содержание дисциплины

п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины	Реализация раздела дисциплины с помощью онлайн-курса, ЭУМК *
1. Лекции			
1.1.	Введение в математический анализ	1. Множества. Операции над множествами. Отображения. Взаимно однозначные отображения. Обратное отображение. 2. Числовые множества. Аксиомы действительных чисел. Метод математической индукции. Бином Ньютона. 3. Комплексные числа и операции над ними. Тригонометрическая и показательная формы комплексного числа. 4. Точные верхняя и нижняя границы множеств. Свойство полноты множества вещественных чисел. 5. Лемма об отделимости множеств. Леммы о системе вложенных отрезков. Счётные и несчётные множества.	
1.2.	Предел последовательности	6. Числовые последовательности. Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности. Предел последовательности. Арифметические свойства предела последовательности. 7. Предельный переход в неравенствах. Свойства последовательностей, имеющих предел. 8. Теорема Вейерштрасса о пределе монотонной последовательности. Число Эйлера «е». 9. Частичные пределы. Верхний и нижний пределы. Теорема Больцано−Вейерштрасса. 10. Критерий Коши для последовательностей.	
1.3.	Предел функции	11. Предел функции. Эквивалентность определений предела по Гейне и по Коши. 12. Арифметические свойства предела функций. Предельный переход в неравенствах. Локальные свойства функций, имеющих предел. 13. Замечательные пределы. 14. Односторонние пределы Монотонные функции. Предел монотонной функции. 15. Критерий Коши существования предела функции. Классификация бесконечно малых и бесконечно больших величин. О-символика.	
1.4.	Непрерывные функции	16. Непрерывность функции в точке. Свойства непрерывных функций. Непрерывность сложной функции. 17. Элементарные функции. Непрерывность элементарных функций. Классификация точек разрыва. Примеры. 18. 1 и 2-я теоремы Коши о функциях, непрерывных	

		на отрезке.1 и 2-я теоремы Вейерштрасса о функциях, непрерывных на отрезке. 19. Равномерная непрерывность функции. Теорема Гейне-Кантора.	
1.5.	Производная функции	20. Производная функции в точке. Геометрический и физический смысл. Примеры. Дифференциал функции. Использование дифференциала для приближенных вычислений. Связь дифференцируемости и непрерывности. Правила дифференцирования. 21. Производная сложной функции. Производная обратной функции. Производные элементарных функций. 22. Инвариантность формы первого дифференциала. Производная функции, заданной параметрически. Производные и дифференциалы высших порядков. Правило Лейбница.	
1.6.	Теоремы о дифференцируемых функциях	23. Возрастание и убывание функции в точке. Локальные экстремумы. Теорема Ферма. 24. Теоремы Роля и Лагранжа. Теорема Коши. Раскрытие неопределённостей. Правило Лопиталя. 25. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Пеано. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Лагранжа Формула Тейлора для основных функций. 26. Достаточные условия экстремума (1-е, 2-е и 3-е дост. Усл.). 27. Выпуклые функции. Точки перегиба. Асимптоты. Исследование поведения функций с помощью производных.	
1.7.	Неопределённый интеграл	28. Первообразная и неопределенный интеграл. Свойства неопределенного интеграла. Табличные интегралы. Замена переменных. Интегрирование по частям. 29. Интегрирование простейших дробей первого, второго и третьего типов. 30. Интегрирование простейших дробей четвертого типа. Интегрирование рациональных функций. 31. Интегрирование некоторых иррациональностей. Биноминальные дифференциалы. 32. Формула Эйлера и её применение для вычисления интегралов. 33. Интегрирование функций R(sin x, cos x). 34. Интегрирование функций $\sin^{\mu} x \cdot \cos^{n} x$. Использование формул понижения степени.	
1.8.	Определённый интеграл и его приложения	35. Определенный интеграл. Примеры интегрируемой и неинтегрируемой функции. Необходимое условие интегрируемости. 36. Верхние и нижние суммы Дарбу. Их свойства. Необходимое и достаточное условия интегрируемости. Классы интегрируемых функций. Основные свойства интегрируемых функций и определенного интеграла.	

		37. Свойства определенного интеграла, выражаемые неравенствами. Интегральная теорема о среднем. 38. Определенный интеграл как функция верхнего предела. Формула Ньютона-Лейбница. 39. Различные формы задания кривых на плоскости и в пространстве. Спрямляемые кривые. Длина спрямляемой кривой. Вычисление длины кривой с помощью определенного интеграла. 40. Квадрируемые фигуры на плоскости. Площадь плоской фигуры. Выражение площади криволинейной трапеции с помощью определенного интеграла. 41. Объём и площадь поверхности тел вращения. Физические приложения.	
1.9.	Несобственные интегралы	42. Несобственные интегралы I рода. Теоремы сравнения. 43. Несобственные интегралы II рода. Теоремы сравнения. Главное значение несобственного интеграла. 44. Абсолютная и условная сходимость несобственных интегралов.	
1.10.	Функции нескольких переменных	45. Функции нескольких переменных. График функции двух переменных. Линии и поверхности уровня для функций двух и трех переменных. Метрическое пространство Прямоугольные и шаровые окрестности. Предел последовательности точек в пространстве. Предел функции нескольких переменных. 46. Непрерывность функции нескольких переменных. Непрерывность по одной переменной. Непрерывность сложной функции. 47. Частные производные. Дифференциал. Необходимое условие дифференцируемости функции. Геометрический смысл частных производных. Достаточное условие дифференцируемости функции. 48. Теорема о дифференцируемости сложной функции. Формула для вычисления частных производных сложной функции. 49. Частные производные высших порядков. Теорема о равенстве смешанных производных. Первый и второй дифференциалы. 50. Замена переменных в частных производных первого и второго порядка. 51. Неявные функции. Теорема о неявной функции. Матрица Якоби. Якобиан. Взаимно однозначные отображения. Теорема об обратной функциях. 52. Дифференцирование функций многих переменных, заданных неявно и параметрически. Формула Тейлора для функций многих переменных.	
1.11.	Экстремум функции	53. Экстремум функции многих переменных. Необходимые условия экстремума. Достаточные	

	нескольких переменных	условия экстремума. 54. Условный экстремум. Прямой метод отыскания условного экстремума. Метод Лагранжа отыскания условного экстремума.	
1.12.	Кратные интегралы	55. Двойной интеграл. Свойства двойного интеграла. Теорема о сведении двойного интеграла к повторному. 56. Замена переменных в двойном интеграле. Формула для вычисления площади в криволинейных координатах. 57. Тройной интеграл. Сведение тройного интеграла к повторному. 58. Замена переменных в тройном интеграле. Переход к сферическим и цилиндрическим координатам. 59. Приложения двойного и тройного интеграла.	
1.13.	Криволинейн ые интегралы.	60. Криволинейные интегралы первого рода. Натуральный параметр кривой. Сведение криволинейного интеграла к определенному. Векторный элемент линии и длина дуги. 61. Криволинейные интегралы второго рода. Сведение к определенному интегралу. 62. Формула Грина. Условия независимости криволинейного интеграла второго рода от пути.	
1.14.	Поверхностны е интегралы	63. Понятие поверхности. Криволинейные системы координат на поверхности (внутренние координаты). Уравнение касательной плоскости к поверхности. 64. Площадь поверхности. Поверхностные интегралы первого рода. Формулы для вычисления поверхностных интегралов первого рода для параметрически и явно заданных поверхностей. 65. Односторонние и двусторонние поверхности. Поверхностные интегралы второго рода. Формулы для вычисления поверхностных интегралов второго рода для параметрически и явно заданных поверхностей. 66. Формула Остроградского. Формула Стокса.	
1.15.	Элементы теории поля	67. Скалярные и векторные поля. Производная скалярного поля по направлению. Градиент скалярного поля. Дивергенция и ротор векторного поля. 68. Оператор набла. Правила действия с оператором набла. Запись основных дифференциальных операций и с помощью оператора набла. 69. Поток векторного поля через поверхность. Инвариантное определение дивергенции. Формула Гаусса-Остроградского в терминах теории поля. 70. Циркуляция векторного поля вдоль кривой. Инвариантное определение ротора. Формула Стокса. 71. Потенциальные векторные поля. Соленоидальные векторные поля. Дифференциальные операции	

		второго порядка. Оператор Лапласа. 72. Криволинейные ортогональные координаты. Коэффициенты Ламэ. Запись основных дифференциальных операций в криволинейных координатах.	
1.16.	Числовые ряды	73. Числовые ряды. Свойства сходящихся рядов. Необходимое условие сходимости ряда. Геометрическая прогрессия. Гармонический ряд. 74. Первая и вторая теоремы сравнения для положительных рядов Обобщенный гармонический ряд (ряд Дирихле). Третья теорема сравнения. Признаки Коши и Даламбера. Интегральный признак Коши. 75. Ряды с произвольными членами. Абсолютная и условная сходимость. Знакочередующиеся ряды, признак Лейбница. Пример условно сходящегося ряда. Теорема о перестановке членов абсолютно сходящего ряда. Теорема о перестановке членов условно сходящегося ряда (теорема Римана).	
1.17.	Функциональные и степенные ряды	76. Функциональные последовательности и ряды. Поточечная и равномерная сходимости. Признак Вейерштрасса равномерной сходимости ряда. Свойства равномерно сходящихся последовательностей и рядов. 77. Степенные ряды. Интервал и радиус сходимости. Теорема Абеля. 78. Равномерная сходимость степенного ряда. Теоремы о непрерывности суммы степенного ряда. Теоремы о почленном интегрировании и дифференцировании степенных рядов. 79. Разложение функции в степенной ряд. Необходимое условие разложения функции в степенной ряд. Ряд Тейлора. Достаточное условие разложения функции в степенной ряд. 80. Разложение основных элементарных функций в степенной ряд. Аналитические функции.	
1.18.	Интегралы, зависящие от параметра.	81. Определенные интегралы, зависящие от параметра. Дифференцирование и интегрирование интегралов по параметру. Гамма и бета функции Эйлера. 82. Несобственные интегралы, зависящие от параметра. Равномерная сходимость несобственных интегралов. 83. Вычисление интеграла Пуассона. Вычисление интеграла Дирихле.	
1.19.	Ряды Фурье и преобразование Фурье.	84. Периодические функции. Основная тригонометрическая система. Ряд Фурье по основной тригонометрической системе. 85. Общий ряд Фурье. Среднее квадратичное отклонение. Свойство частичных сумм ряда Фурье. Неравенство Бесселя. 86. Комплексная форма тригонометрического ряда Фурье. Теоремы о сходимости и равномерной	

		сходимости ряда Фурье. 87. Тригонометрический ряд Фурье на отрезке [-l,l]. Ряд Фурье по синусам и по косинусам. Интеграл Фурье как предельная форма ряда Фурье. Комплексная форма интеграла Фурье. 88. Преобразование Фурье. Свойства преобразования Фурье. Косинус и синус преобразование Фурье.	
		2. Практические занятия	
2.1.	Введение в математический анализ	1. Неравенства с модулем. Окрестность точки на вещественной оси. 2. Обратная функция. Графики основных элементарных функций. Функции sgn x, |x|.[x], {x}. 3. Преобразования графиков. 4. Метод математической индукции. 5. Действия над комплексными числами. 6. Контроль текущей успеваемости.	
2.2.	Предел последовательности	7. Последовательности. Свойства последовательностей. 8. Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности. 9. Предел последовательности.	
2.3.	Предел функции.	10. Предел функции. 11. Замечательные пределы. 12. Сравнение бесконечно малых и бесконечно больших величин.	
2.4.	Непрерывные функции	13. Односторонние пределы. Квалификация точек разрыва. 14. Контроль текущей успеваемости.	
2.5.	Производная функции	15. Таблица производных. Правила дифференцирования. 16. Производная сложной функции. 17. Логарифмическая производная. 18. Производные высших порядков. 19. Дифференциал. Дифференциалы высших порядков. 20. Производная неявной функции. 21. Производная обратной функции. 22. Производная параметрически заданной функции.	Домашняя к/р «Построение графика функции»
2.6.	Теоремы о дифференцируемых функциях	23. Правило Лопиталя. 24. Формула Тейлора. Основные приемы разложения по формуле Тейлора. 25. Исследование поведения функции с помощью производной. 26. Построение графиков функций. 27. Контроль текущей успеваемости.	
2.7.	Неопределённый интеграл	28. Вычисление простейших интегралов с использованием табличных интегралов и свойств неопределенного интеграла. 29. Подведение под знак дифференциала. Интегрирование по частям. 30. Интегрирование простейших дробей. 31. Интегрирование рациональных функций. 32. Интегрирование некоторых иррациональностей.	

		Биноминальные дифференциалы. 33. Формула Эйлера и её применение для вычисления интегралов. 34. Интегрирование некоторых тригонометрических функций. 35. Использование формул понижения степени. 36. Контроль текущей успеваемости.	
2.8.	Определённый интеграл и его приложения	37. Вычисление определенных интегралов. Замена переменных и интегрирование по частям. 38. Вычисление площади плоских фигур. Вычисление длины дуги. 39. Вычисление объемов и площадей поверхностей вращения.	Домашняя контрольная работа.
2.9.	Несобственные интегралы	40. Вычисление несобственных интегралов I рода. 41. Вычисление несобственных интегралов II рода.	
2.10.	Функции нескольких переменных	42. График функции двух переменных. Линии и поверхности уровня для функций двух и трех переменных. 43. Предел и непрерывность функции нескольких переменных. 44. Частные производные. Полный дифференциал. 45. Дифференцирование сложной и неявной функции. 46. Производная по направлению. Градиент. 47. Частные производные и дифференциалы высших порядков. 48. Замена переменных в частных производных первого и второго порядка. 49. Формула Тейлора для функций многих переменных.	
2.11.	Экстремум функции нескольких переменных	50. Нахождение экстремума функции нескольких переменных. 51. Прямой метод отыскания условного экстремума и метод Лагранжа. 52. Контроль текущей успеваемости.	
2.12.	Кратные интегралы	53. Вычисление двойного интеграла. Замена пределов интегрирование в повторном интеграле. 54. Замена переменных в двойном интеграле. 55. Вычисление тройного интеграл. 56. Переход к сферическим и цилиндрическим координатам. 57. Приложения двойного и тройного интеграла.	
2.13.	Криволинейные интегралы.	58. Криволинейные интегралы первого рода. 59. Криволинейные интегралы второго рода. 60. Применение формулы Грина для вычисления криволинейных интегралов второго рода. Нахождение функции по полному дифференциалу. 61. Контроль текущей успеваемости.	
2.14.	Поверхностные интегралы	62. Уравнение касательной плоскости к поверхности. 63. Вычисление поверхностных интегралов первого рода. 64. Вычисление поверхностных интегралов второго рода. 65. Применение формул Остроградского и Стокса.	

2.15.	Элементы теории поля	66. Вычисление градиента скалярного поля. 67. Вычисление дивергенции и ротора векторного поля. 68. Действия с оператором набла. Запись основных дифференциальных операций и с помощью оператора набла. 69. Циркуляция и работа векторного поля. 70. Поток векторного поля через поверхность. 71. Потенциальные и соленоидальные векторные поля. 72. Оператор Лапласа.	Домашняя контрольная работа
2.16.	Числовые ряды	73. Числовые ряды. Необходимое условие сходимости ряда. 74. Теоремы сравнения для положительных рядов. 75. Признаки Коши и Даламбера. 76. Интегральный признак Коши. 77. Знакочередующиеся ряды, признак Лейбница. 78. Решение задач на различные признаки.	
2.17.	Функциональные и степенные ряды	79. Степенные ряды. Интервал и радиус сходимости. Исследование поведения в граничных точках. 80. Разложение функции в степенной ряд. 81. Контрольная работа.	
2.18.	Интегралы, зависящие от параметра.	82. Интегралы, зависящие от параметра. 83. Дифференцирование и интегрирование интегралов по параметру. 84. Гамма и бета функции Эйлера.	
2.19.	Ряды Фурье и преобразование Фурье.	85. Разложение функций в ряд Фурье по основной тригонометрической системе на отрезке [□,□]. 86. Разложение функций в ряд Фурье по основной тригонометрической системе на отрезке [-l,l]. 87. Ряд Фурье по синусам и по косинусам. 88. Контрольная работа.	

13.2. Темы (разделы) дисциплины и виды занятий

№ п/п	Наименование темы (раздела) дисциплины	Виды занятий (количество часов)				
		Лекции	Практические	Лабораторные	Самостоятельная работа	Всего
1.1.	Введение в математический анализ	6	12	-	6	24
1.2.	Предел последовательности	6	6	-	6	18
1.3.	Предел функции	8	6	-	8	22
1.4.	Непрерывные функции	8	4	-	8	20
1.5.	Производная функции	6	12	-	4	22
1.6.	Теоремы о дифференцируемых функциях	8	10	-	8	26
1.7.	Неопределённый интеграл	8	16	-	6	30

1.8.	Определённый интеграл и его приложения	8	6	-	8	22
1.9.	Несобственные интегралы	6	4	-	6	16
1.10.	Функции нескольких переменных	8	16	-	8	32
1.11.	Экстремум функции нескольких переменных	4	6	-	4	14
1.12.	Кратные интегралы	8	10	-	8	26
1.13.	Криволинейные интегралы.	6	8	-	6	20
1.14.	Поверхностные интегралы	8	8	-	8	24
1.15.	Элементы теории поля	8	14	-	8	30
1.16.	Числовые ряды	6	10	-	6	22
1.17.	Функциональные и степенные ряды	8	6	-	8	22
1.18.	Интегралы, зависящие от параметра.	6	6	-	6	18
1.19.	Ряды Фурье и преобразование Фурье.	8	8	-	8	24
	Итого:	134	168	-	130	432

14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Для освоения курса студенту рекомендуется посещать лекционные и практические занятия, конспектировать лекции. Перед следующей лекцией необходимо прорабатывать дома материал, записанный на предыдущей лекции с привлечением рекомендуемой основной литературы. Для более полного освоения материала рекомендуется ознакомиться с дополнительной литературой по указанным вопросам. Необходимо решать дома полностью домашнее задание и в случае затруднений обращаться к преподавателям за разъяснениями.

15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины *(список литературы оформляется в соответствии с требованиями ГОСТ и используется общая сквозная нумерация для всех видов источников)*

а) основная литература:

№ п/п	Источник
1	Фихтенгольц Г.М. Основы математического анализа. Часть 1: учебник. Ч. 1 / Фихтенгольц Г.М. — 11-е изд., стер. — 2019. — 444 с. —<URL: https://e.lanbook.com/book/112051>
2	Фихтенгольц Г.М. Основы математического анализа. Часть 2: учебник. Ч. 2 / Фихтенгольц Г.М. — 10-е изд., стер. — 2019. — 464 с. —<URL: https://e.lanbook.com/book/115730>
3	Иванова Е.Е. Дифференциальное исчисление функций одного переменного: учебник для вузов / Е.Е. Иванова; под ред. В.С. Зарубина, А.П. Крищенко - Москва: Издательство МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2017. - 407 с. (Математика в

	техническом университете) - ISBN 978-5-7038-4631-5. - Текст: электронный // ЭБС "Консультант студента": [сайт]. - URL: https://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785703846315.html

б) дополнительная литература:

№ п/п	Источник
1	Ильин В.А., Позняк Э.Г., Основы математического анализа. М.: Физматлит. Ч.1 - 2005, 7-е изд., 648 с.;
2	Ильин В.А., Позняк Э.Г., Основы математического анализа. М.: Физматлит. Ч.2 - 2002, 4-е изд., 464 с.;
3	Будак Б.М. Кратные интегралы и ряды: учебник / Б.М. Будак, С.В. Фомин. – Москва: Физматлит, 2002. – 550 с. URL:https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=67845 – ISBN 978-5-9221-0300-8.
4	Кудрявцев Л.Д. Курс математического анализа. Т. 1: Дифференциальное и интегральное исчисление функции одной переменной / Л.Д. Кудрявцев. — М.: Дрофа, 2006. — 702 с.
5	Кудрявцев Л.Д. Курс математического анализа. Т. 2: Ряды. Дифференциальное и интегральное исчисление функций многих переменных / Л.Д. Кудрявцев. — М.: Дрофа, 2006. — 702 с.
6	Кудрявцев Л.Д. Курс математического анализа. Т.3: Гармонический анализ. Элементы функционального анализа / Л.Д. Кудрявцев. — М.: Дрофа, 2006. — 351 с.
7	Зарубин В.С. Интегральное исчисление функций одного переменного: учебник для вузов / В.С. Зарубин, Е.Е. Иванова, Г.Н. Кувыркин; под ред. В.С. Зарубина, А.П. Крищенко - Москва: Издательство МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2015. - 527 с. (Математика в техническом университете) - ISBN 978-5-7038-3777-1. - Текст: электронный // ЭБС "Консультант студента": [сайт]. - URL: https://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785703837771.html

в) информационные электронно-образовательные ресурсы (официальные ресурсы интернет)***:**

№ п/п	Ресурс
1.	Электронная библиотека ВГУ https://lib.vsu.ru
2.	Электронный университет ВГУ https://edu.vsu.ru
3.	ЭБС «Лань» https://e.lanbook.com/
4.	«Университетская библиотека online» https://biblioclub.ru/
5.	«Консультант студента» http://www.studmedlib.ru/
6.	«РУКОНТ» (ИТС Контекстум) https://lib.rucont.ru/

* Вначале указываются ЭБС, с которыми имеются договора у ВГУ, затем открытые электронно-образовательные ресурсы, онлайн-курсы, ЭУМК

16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы *(учебно-методические рекомендации, пособия, задачники, методические указания по выполнению практических (контрольных), курсовых работ и др.)*

№ п/п	Источник
1	Беломытцева Е.Г., Ратинер Н.М., Туленко Е.Б. Первые понятия математического анализа. Учебно-методическое пособие для вузов. Воронеж. Воронеж. гос. Ун-т. 2008 г. – 55 с..
2	Давыдкин В.А., Туленко Е. Б., Вычисление пределов. Учебно-методическое пособие для вузов. Воронеж. Воронеж. гос. Ун-т. 2008 г. – 25 с..
3	Беломытцева Е.Г., Ратинер Н.М., Туленко Е.Б. Определенный интеграл и его свойства. Несобственные интегралы. Приложен7ия к геометрии и физике. Учебно-методическое пособие для вузов. Воронеж. Воронеж. гос. Ун-т. 2007г. – 53 с..

17. Образовательные технологии, используемые при реализации учебной дисциплины, включая дистанционные образовательные технологии (ДОТ), электронное обучение (ЭО), смешанное обучение):

При реализации дисциплины могут применяться электронные образовательные технологии на базе портала edu.vsu.ru для освоения лекционного материала, для предоставления домашних заданий для просмотра и оценки преподавателем, для проведения текущего контроля и текущей аттестации.

18. Материально-техническое обеспечение дисциплины:

Лекционная аудитория, доска меловая или маркерная 1 шт., столы, стулья в необходимом количестве.

---

19. Оценочные средства для проведения текущей и промежуточной аттестаций

Порядок оценки освоения обучающимися учебного материала определяется содержанием следующих разделов дисциплины:

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Компетенция(и)	Индикатор(ы) достижения компетенции	Оценочные средства
1.	Разделы 1-19	ОПК-1	ОПК-1.1	Контрольные работы
2.	Разделы 1-19		ОПК-1.2	Контрольные работы
Промежуточная аттестация форма контроля — экзамен				Перечень вопросов Практическое задание

20 Типовые оценочные средства и методические материалы, определяющие процедуры оценивания

20.1 Текущий контроль успеваемости

Контроль успеваемости по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств:

Контрольные работы.

I семестр.

Контрольная работа № 1 . Введение в математический анализ. 8 заданий.

Контрольная работа № 2 . Пределы и непрерывность. 8 заданий.

Контрольная работа № 3 . Производная и дифференциал. 8 заданий.

II семестр.

Контрольная работа № 4. Неопределённый и определённый интеграл. 9 заданий.

Контрольная работа № 5. Функции нескольких переменных. 7 заданий.

Контрольная работа № 6. Кратные и криволинейные интегралы.6 заданий.

III семестр

Контрольная работа № 7. Числовые и степенные ряды. 7 заданий.

Контрольная работа № 8. Ряды Фурье. Интегралы с параметром. 5 заданий.

Контрольные работы проводятся аудиторно или на портале moodle. Время, отведенное на выполнение контрольной работы, 2 академических часа. При выполнении контрольной работы студент не может пользоваться справочными материалами в любом виде. Допустимо использование простого калькулятора.

За каждое задание в контрольной работе студент получает 1 балл.

Баллы начисляются также за выполнение домашнего задания и посещение практических и лекционных занятий.

Полученные в течении семестра баллы подсчитываются в конце семестра для каждого студента и учитываются при выставлении оценки на экзамене.

20.2 Промежуточная аттестация

Промежуточная аттестация по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств:

I семестр. Экзамен.

Программа экзамена.

1. Множества. Операции над множествами. Отображения множеств. Взаимно однозначные отображения. Обратное отображение.
2. Вещественные числа. Свойства вещественных чисел. Модуль числа, неравенство треугольника, целая и дробная части.
3. Метод математической индукции. Бином Ньютона. Треугольник Паскаля.
4. Ограниченные множества. Точные верхняя и нижняя грани. Свойство полноты множества вещественных чисел.
5. Лемма об отделимости множеств. Леммы о системе вложенных отрезков.
6. Комплексные числа. Операции над комплексными числами. Тригонометрическая и показательные формы комплексного числа.
7. Числовые последовательности. Бесконечно малые последовательности и их свойства. Бесконечно большие последовательности.
8. Предел последовательности. Арифметические свойства предела.
9. Предельный переход в неравенствах. Свойства последовательностей, имеющих предел.
10. Монотонные последовательности. Теорема Вейерштрасса.
11. Число "е".
12. Подпоследовательности. Частичные пределы. Верхний и нижний пределы последовательности. Теорема Больцано-Вейерштрасса.
13. Критерий Коши сходимости последовательности.
14. Функции. Предел функции. Эквивалентность определений по Коши и по Гейне.
15. Арифметические свойства пределов, предельный переход в неравенствах. Локальные свойства функций, имеющих предел.
16. Замечательные пределы.
17. Односторонние пределы Монотонные функции. Предел монотонной функции.
18. Критерий Коши существования предела функции.
19. Классификация бесконечно малых и бесконечно больших величин. О-символика.
20. Непрерывность функции в точке. Свойства непрерывных функций. Непрерывность сложной функции. Элементарные функции.
21. Классификация точек разрыва. Примеры.
22. 1 и 2-я теоремы Коши о функциях, непрерывных на отрезке.
23. 1 и 2-я теоремы Вейерштрасса о функциях, непрерывных на отрезке.
24. Равномерная непрерывность функции. Теорема Гейне-Кантора.
25. Производная функции в точке. Геометрический и физический смысл. Примеры.
26. Дифференциал функции. Использование дифференциала для приближенных вычислений. Связь дифференцируемости и непрерывности. Правила дифференцирования.
27. Производная сложной функции. Производная обратной функции.

28. Производные элементарных функций.
29. Инвариантность формы первого дифференциала. Производная функции, заданной параметрически.
30. Производные и дифференциалы высших порядков. Правило Лейбница. Нарушение инвариантности формы 2-го дифференциала.
31. Возрастание и убывание функции в точке. Локальные экстремумы. Теорема Ферма.
32. Теоремы Роля и Лагранжа.
33. Теорема Коши.
34. Раскрытие неопределённостей. Правило Лопиталя.
35. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Пеано.
36. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Лагранжа (без док-ва). Формула Тейлора для основных функций.
37. Достаточные условия экстремума (1-е, 2-е и 3-е дост. усл.)
38. Выпуклые функции. Точки перегиба.
39. Асимптоты. Исследование поведения функций с помощью производных.

II семестр. Экзамен.

Программа экзамена.

1. Первообразная и неопределенный интеграл. Свойства неопределенного интеграла. Табличные интегралы. Замена переменных. Интегрирование по частям.
2. Интегрирование простейших дробей первого, второго и третьего типов.
3. Интегрирование простейших дробей четвертого типа. Интегрирование рациональных функций.
4. Интегрирование некоторых иррациональностей. Биноминальные дифференциалы.
5. Интегрирование функций R (sin x, cos x). Интегрирование функций $\sin^{\mu} x \cdot \cos^{n} x$. Использование формул понижения степени.
6. Определенный интеграл. Примеры интегрируемой и неинтегрируемой функции. Необходимое условие интегрируемости.
7. Верхние и нижние суммы Дарбу. Их свойства. Необходимое и достаточное условия интегрируемости.
8. Классы интегрируемых функций.
9. Основные свойства интегрируемых функций и определенного интеграла.
10. Свойства определенного интеграла, выражаемые неравенствами. Интегральная теорема о среднем.
11. Определенный интеграл как функция верхнего предела. Формула Ньютона-Лейбница.
12. Различные формы задания кривых на плоскости и в пространстве. Спрямляемые кривые. Длина кривой. Вычисление длины кривой с помощью определенного интеграла.
13. Квадрируемые фигуры на плоскости. Площадь плоской фигуры. Выражение площади криволинейной трапеции с помощью определенного интеграла.
14. Несобственные интегралы I рода (с бесконечными пределами). Главное значение несобственного интеграла. Примеры.

15. Несобственные интегралы II рода (от неограниченных функций). Главное значение несобственного интеграла. Примеры.
16. Функции нескольких переменных. График функции двух переменных. Линии и поверхности уровня для функций двух и трех переменных. Прямоугольные и шаровые окрестности.
17. Предел последовательности точек в пространстве. Предел функции нескольких переменных.
18. Непрерывность функции нескольких переменных. Непрерывность по одной переменной. Непрерывность сложной функции.
19. Частные производные. Дифференциал. Необходимое условие дифференцируемости функции.
20. Достаточное условие дифференцируемости функции.
21. Теорема о дифференцируемости сложной функции. Формула для вычисления частных производных сложной функции.
22. Производная по направлению. Градиент.
23. Частные производные высших порядков. Теорема о равенстве смешанных производных. Дифференциалы высших порядков.
24. Неявные функции. Теорема о неявной функции.
25. Матрица Якоби. Якобиан. Взаимно однозначные отображения.
26. Экстремум функции многих переменных. Необходимые условия экстремума. Достаточные условия экстремума.
27. Условный экстремум. Прямой метод отыскания условного экстремума. Метод Лагранжа отыскания условного экстремума.
28. Несобственные интегралы I рода (с бесконечными пределами). Главное значение несобственного интеграла. Примеры.
29. Несобственные интегралы II рода (от неограниченных функций). Главное значение несобственного интеграла. Примеры.

III семестр. Экзамен.
Программа экзамена

1. Понятие поверхности. Криволинейные системы координат на поверхности (внутренние координаты). Уравнение касательной плоскости к поверхности.
2. Площадь поверхности. Поверхностные интегралы первого рода. Формулы для вычисления поверхностных интегралов первого рода для параметрически и явно заданных поверхностей.
3. Односторонние и двусторонние поверхности. Поверхностные интегралы второго рода. Формулы для вычисления поверхностных интегралов второго рода для параметрически и явно заданных поверхностей.
4. Формула Остроградского. Формула Стокса.
5. Скалярные и векторные поля. Производная скалярного поля по направлению. Градиент скалярного поля. Дивергенция и ротор векторного поля.
6. Оператор набла. Правила действия с оператором набла. Запись основных дифференциальных операций и с помощью оператора набла.
7. Поток векторного поля через поверхность. Инвариантное определение дивергенции. Формула Гаусса-Остроградского в терминах теории поля.

8. Циркуляция векторного поля вдоль кривой. Инвариантное определение ротора. Формула Стокса.
9. Потенциальные векторные поля. Соленоидальные векторные поля. Дифференциальные операции второго порядка. Оператор Лапласа.
10. Криволинейные ортогональные координаты. Коэффициенты Ламэ. Запись основных дифференциальных операций в криволинейных координатах.
11. Числовые ряды. Свойства сходящихся рядов. Необходимое условие сходимости ряда. Геометрическая прогрессия. Гармонический ряд.
12. Первая и вторая теоремы сравнения для положительных рядов Обобщенный гармонический ряд (ряд Дирихле). Третья теорема сравнения.
13. Признаки Коши и Даламбера. Интегральный признак Коши.
14. Ряды с произвольными членами. Абсолютная и условная сходимость. Знакочередующиеся ряды, признак Лейбница. Пример условно сходящегося ряда.
15. Теорема о перестановке членов абсолютно сходящего ряда. Теорема о перестановке членов условно сходящегося ряда (теорема Римана).
16. Функциональные последовательности и ряды. Поточечная и равномерная сходимости. Признак Вейерштрасса равномерной сходимости ряда.
17. Свойства равномерно сходящихся последовательностей и рядов.
18. Степенные ряды. Интервал и радиус сходимости.
19. Равномерная сходимость степенного ряда. Теоремы о непрерывности суммы степенного ряда. Теоремы о почленном интегрировании и дифференцировании степенных рядов.
20. Разложение функции в степенной ряд. Необходимое условие разложения функции в степенной ряд. Ряд Тейлора. Достаточное условие разложения функции в степенной ряд.
21. Интегралы, зависящие от параметра.
22. Дифференцирование и интегрирование интегралов по параметру.
23. Гамма и бета функции Эйлера.
24. Периодические функции. Основная тригонометрическая система Ряд Фурье по основной тригонометрической системе.
25. Общий ряд Фурье. Среднее квадратичное отклонение. Свойство частичных сумм ряда Фурье. Неравенство Бесселя.
26. Комплексная форма тригонометрического ряда Фурье.
27. Теоремы о сходимости и равномерной сходимости ряда Фурье.
28. Интеграл Фурье как предельная форма ряда Фурье. Преобразование Фурье.
29. Косинус и синус преобразование Фурье.

Описание технологии проведения

Экзамен проводится по расписанию экзаменационной сессии аудиторно или на портале moodle. Экзаменационная работа содержит 6 вопросов. Ответ студент предоставляет в письменном виде. На подготовку ответа отводится от 1 час 20 мин до 1 час. 40 мин. Время, отведенное на экзамен, сообщается до начала экзамена. Преподаватель может назначить для студента дополнительное собеседование по результатам письменной работы, на котором может задавать вопросы или задачи по программе курса.

Дифференцированный зачет проводится в конце семестра в письменном виде по расписанию занятий. Возможно распределение зачета на несколько частей в течении семестра. Преподаватель может назначить для студента дополнительное собеседование по результатам письменной работы, на котором может задавать вопросы или задачи по программе курса.

Оценка	Критерии оценок
Отлично	Полное знание теоретического курса, умение решать задачи, входящие в программу первого семестра. Полное выполнение учебной нагрузки в течении семестра (посещение практических занятий и лекций, выполнение домашних задание, выполнение контрольных работ не менее, чем на 80%.)
Хорошо	Хорошее знание теоретического курса, возможны некоторые недочеты, умение решать задачи по большей части курс. Выполнение учебной нагрузки в течении семестра не менее, чем на 60 %
Удовлетворительно	Знание основных моментов теоретического курса (формул, теорем), умение решать простейшие задачи по курсу. Выполнение учебной нагрузки не менее, чем на 40%.
Неудовлетворительно	Отсутствие знания основных моментов теоретического курса и отсутствие практических навыков. Выполнение учебной нагрузки менее, чем на 40 %.

ЛИСТ СОГЛАСОВАНИЙ

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Направление/специальность 03.03.03 Радиофизика

Дисциплина Б1.О.14 Математический анализ

Профиль подготовки: Радиофизика и электроника.

Форма обучения: очная

Учебный год 2023/2024

Ответственный исполнитель

Заведующий кафедрой математической
физики и информационных технологий Переселков С.А. 28.06.2023

Исполнители

Доцент кафедры математической
физики и информационных технологий ________________ Ратинер Н.М. 28.06.2023

____________________ __________ ________________ 28.08.2023
должность, подразделение *подпись* *расшифровка подписи*

СОГЛАСОВАНО

Куратор ООП
по направлению/специальности __________ _________________ 28.06.2023
подпись *расшифровка подписи*

Начальник отдела обслуживания ЗНБ __________ ____________ 28.06.2023
подпись *расшифровка подписи*

Программа рекомендована Научно-методическим советом физического факультета, протокол №6 от 27.06.2023г.