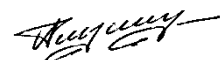


**МИНОБРНАУКИ РОССИИ**  
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования «Воронежский государственный университет»  
(ФГБОУ ВО «ВГУ»)

**УТВЕРЖДАЮ**  
Заведующий кафедрой  
уравнений в частных производных  
и теории вероятностей



А.В. Глушко  
25.05.2023

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**  
**Б1.О.16 Оптимальное управление эволюционными процессами в гидросетях**

1. Код и наименование направления подготовки: 01.04.01 Математика
2. Профиль подготовки: Математические модели гидродинамики
3. Квалификация выпускника: Магистр
4. Форма образования: Очная
5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины: Кафедра уравнений в частных производных и теории вероятностей математического факультета
6. Составители программы: Провоторов Вячеслав Васильевич, доктор физико-математических наук, профессор кафедры уравнений в частных производных и теории вероятностей, профессор
7. Рекомендована: Научно-методическим советом математического факультета 25.05.2023 Протокол № 0500-06
8. Учебный год: 2024/2025 Семестр(-ы): 3

**9. Цели и задачи учебной дисциплины:** Целью учебной дисциплины является изучение основополагающих вопросов формирования математических моделей управления детерминированными гидродинамическими и тепловыми процессами, наблюдаемых в сетеподобных промышленных конструкциях и устройствах (пространственных сетях), в терминах задач оптимального управления начально-краевыми задачами эволюционного типа для линейных дифференциальных уравнений в частных производных второго порядка с распределенными параметрами на геометрическом графе.

Задачами изучения учебной дисциплины являются: формирование функциональных пространств состояний изучаемого процесса с необходимыми для анализа теоретико-множественными свойствами; построение и описание эволюционных операторов изучаемого процесса (оператор изучаемого процесса, оператор наблюдения процесса); установление условий корректности начально-краевых задач; формирование областей (пространств) допустимых управлений и оптимизирующего функционала (функции стоимости); получение необходимых (необходимых и достаточных) условий существования экстремума и оптимального управления; получение конструктивных алгоритмов определения оптимального управления (синтеза управления). В рамках освоения теоретического и практического материала по дисциплине задачами изучения дисциплины выступает приобретение

**Знаний:**

- особенностей построения (синтеза) оптимального управления разного типа дифференциальными системами с распределенными параметрами на геометрическом графе, описываемыми начально-краевыми задачами для линейных дифференциальных уравнений в частных производных второго порядка с распределенными параметрами на геометрическом графе;
- критериев качества математических исследований, принципы построения и анализа оптимального управления,
- тенденций и перспектив развития теории оптимального управления гидродинамическими и тепловыми процессами.

**Умений:**

- реализовывать основные методы оптимального управления в терминах, необходимых для применения в практических ситуациях;
- пользоваться построением (синтезом) оптимального управления в интегральной форме при решении практических задач;
- применять полученные знания при решении конкретных задач математического моделирования процессов оптимизации.

**Навыков:**

- применения и анализа методов построения оптимального граничного управления для дифференциальных уравнений в частных производных с распределенными параметрами на геометрическом графе, описывающих реальные гидродинамические и тепловые процессы с целью нахождения решений общенаучных и прикладных задач широкого профиля.

**10. Место учебной дисциплины в структуре ООП:** (цикл, к которому относится дисциплина, требования к входным знаниям, умениям и компетенциям, дисциплины, для которых данная дисциплина является предшествующей)

Курс входит в цикл профессиональных дисциплин в профильной (вариативной) части обучения.

Для его успешного освоения необходимы знания и умения, приобретенные в результате обучения по предшествующим дисциплинам:

- математический анализ,
- функциональный анализ,
- обыкновенные дифференциальные уравнения,
- дифференциальные уравнения в частных производных.

**11. Планируемые результаты обучения по дисциплине/модулю (знания, умения, навыки), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями выпускников):**

Код	Название компетенции	Код(ы)	Индикатор(ы)	Планируемые результаты обучения
-----	----------------------	--------	--------------	---------------------------------

ОПК-1	Способен формулировать и решать актуальные и значимые проблемы математики	ОПК-1.1	Обладает обширным диапазоном знаний, полученным в области математических и(или) естественных наук	Знать: классические доказательства для задач математики, используемые дифференциальные уравнения с частными производными при моделировании естественно-научных процессов и явлений; Уметь: самостоятельно сформулировать и математически корректно ставить естественно-научные задачи, используя основные закономерности физических процессов и явлений, Владеть: необходимым объемом знаний математического инструментария для решения задач аналитического характера с помощью формализмов дифференциальных уравнений с частными производными
ОПК-2	Способен строить и анализировать математические модели в современном естествознании, технике, экономике и управлении	ОПК-1.2	Умеет осуществлять первичный сбор и анализ материала, интерпретировать различные математические объекты	Знать: элементы теории моделирования, используемые дифференциальные уравнения с частными производными при моделировании естественно-научных процессов и явлений; Уметь: использовать элементы теории моделирования в профессиональной деятельности Владеть: методами создания моделей, грамотного и корректного использования на практике применительно к конкретным задачам
ОПК-3	Способен использовать знания в сфере математики при осуществлении педагогической деятельности	ОПК-1.3	Применяет навыки выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе имеющихся теоретических знаний и опыта решения математических задач	Знать: классические доказательства для задач математики, используемые дифференциальные уравнения с частными производными при моделировании естественно-научных процессов и явлений; грамотно использовать в образовательном процессе на различных ступенях образования образовательных учреждений Уметь: самостоятельно сформулировать и математически корректно ставить естественно-научные задачи, используя основные закономерности физических процессов и явлений, решать вопросы, возникающие в учебных ситуациях, требующих профессиональных знаний Владеть: необходимым объемом знаний математики, педагогики и психологии для решения задач аналитического характера с
		ОПК-2.1	Владеет навыками создания и исследования новых математических моделей	
		ОПК-2.2	Умеет использовать их в профессиональной деятельности	
		ОПК-2.3	Имеет практический опыт создания и исследования подобных математических моделей и разработки теорий и методов для их описания	
		ОПК-3.1	Обладает всем необходимым профессиональным инструментарием, позволяющим грамотно реализовать образовательный процесс на различных ступенях образования в образовательных учреждениях различного типа	
		ОПК-3.2.	Умеет самостоятельно анализировать и решать проблемы, возникающие в реальных учебных ситуациях, требующих углубленных профессиональных знаний	
		ОПК-3.3.	Имеет обширный объем знаний в области математики, педагогики и психологии, необходимый для осуществления педагогической деятельности	

				помощью формализмов дифференциальных уравнений с частными производными и для осуществления педагогической деятельности
--	--	--	--	--

12. Объем дисциплины в зачетных единицах/часах — 4 / 144.

Форма промежуточной аттестации зачет

### 13. Трудоемкость по видам учебной работы

Вид учебной работы	Трудоемкость (часы)	
	Всего	По семестрам
		3 сем.
Аудиторные занятия	54	54
в том числе: лекции	32	32
Практические	22	22
Лабораторные		
Самостоятельная работа	90	90
Контрольная работа	1	1
Итого:	144	144
Форма промежуточной аттестации	зачет	зачет

#### 13.1. Содержание дисциплины:

##### Лекции

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины	Реализация раздела дисциплины с помощью онлайн-курса, ЭУМК*
01	Общие сведения, основные	Общие сведения о нормированных и гильбертовых пространствах. Примеры	

	понятия и предложения	Общие сведения о линейных функционалах и линейных операторах Основные понятия и предложения, граф, структура графа Пространства суммируемых на графе функций Лемма о дифференцируемости функций в вершинах графа. Пространства $L_2(\Gamma_T)$ , $L_{2,1}(\Gamma_T)$ , $W_2^1(a, \Gamma)$ , $W_{2,0}^{1,0}(a, \Gamma_T)$ , $V_{2,0}^{1,0}(a, \Gamma_T)$	
02	Начально-краевые задачи для эволюционных систем	Линейные дифференциальные уравнения с частными производными с распределенными параметрами на графе Начально-краевые задачи для параболических систем Однозначная разрешимость, корректность. Начально-краевые задачи для гиперболических систем Однозначная разрешимость, корректность.	
03	Оптимальное управление эволюционными системами	Задачи оптимального управления параболической системой Задача оптимального управления параболической системой в пространстве $W_{2,0}^{1,0}(a, \Gamma_T)$ Задача оптимального управления параболической системой в пространстве $V_{2,0}^{1,0}(a, \Gamma_T)$	
		Соотношения, определяющие оптимальное управление	
		Задачи оптимального управления гиперболической системой. Задача оптимального управления гиперболической системой в пространстве $W_{2,0}^{1,0}(a, \Gamma_T)$ Уравнение энергетического баланса Задача оптимального управления гиперболической системой (общий случай)	
	Соотношения, определяющие оптимальное управление		
04	Управляемость эволюционных систем	Управляемость параболических систем Управляемость гиперболических систем	
05	Устойчивость и стабилизация эволюционных систем	Параболические системы Гиперболические системы	



01	Общие сведения, основные понятия и предложения	2	4	0	10	16
02	Начально-краевые задачи для эволюционных систем	6	4	0	22	32
03	Оптимальное управление эволюционными системами	18	6	0	22	46
04	Управляемость эволюционных систем	4	4	0	18	26
05	Устойчивость и стабилизация эволюционных систем	2	4		18	24
	Итого:	32	22	0	90	144

#### **14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины**

*(рекомендации обучающимся по освоению дисциплины: работа с конспектами лекций, презентационным материалом, выполнение практических заданий, тестов, заданий текущей аттестации и т.д.)*

В процессе преподавания дисциплины используются такие виды учебной работы, как лекции, практические занятия, а также различные виды самостоятельной работы обучающихся. На лекциях рассказывается теоретический материал, на лабораторных занятиях решаются примеры по теоретическому материалу, прочитанному на лекциях.

При изучении курса «Оптимальное управление эволюционными процессами в гидросетях» обучающимся следует внимательно слушать и конспектировать материал, излагаемый на аудиторных занятиях. Для его понимания и качественного усвоения рекомендуется следующая последовательность действий.

1. После каждой лекции студентам рекомендуется подробно разобрать прочитанный теоретический материал, выучить все определения и формулировки теорем, разобрать примеры, решенные на лекции. Перед следующей лекцией обязательно повторить материал предыдущей лекции.

2. Перед практическим занятием обязательно повторить лекционный материал. После практического занятия еще раз разобрать решенные на этом занятии примеры, после чего приступить к выполнению домашнего задания. Если при решении примеров, заданных на дом, возникнут вопросы, обязательно задать на следующем практическом занятии или в присутственный час преподавателю.

3. При подготовке к практическим занятиям повторить основные понятия по темам, изучить примеры. Решая задачи, предварительно понять, какой теоретический материал нужно использовать. Наметить план решения, попробовать на его основе решить практические задачи.

3. Выбрать время для работы с литературой по дисциплине в библиотеке.

Знание методов моделирования анализа задач гидродинамических процессов может существенно помочь при анализе дифференциальных уравнений гидродинамического типа, которые изучаются в целом ряде направлений современной математики.

#### **15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины** *(список литературы оформляется в соответствии с требованиями ГОСТ и используется общая сквозная нумерация для всех видов источников)*

а) основная литература:

№ п/п	Источник
-------	----------

1	<i>Карчевский, М. М. Лекции по уравнениям математической физики / М. М. Карчевский. — 4-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2023. — 164 с. — ISBN 978-5-507-46827-0. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <a href="https://e.lanbook.com/book/321200">https://e.lanbook.com/book/321200</a>. — Режим доступа: для авториз. пользователей.</i>
---	--

б) дополнительная литература:

№ п/п	Источник
1.	Владимиров В.С. Уравнения математической физики : учебник для студ. вузов / В.С. Владимиров, В.В. Жаринов. — Изд. 2-е, стер. — М. : Физматлит, 2008 .— 398 с.
2	Провоторов В.В., Начально-краевые задачи с распределенными параметрами на графе / В.В. Провоторов, А.С. Волкова . – Воронеж: Научная книга, 2014. – 188 с.

в) информационные электронно-образовательные ресурсы (официальные ресурсы интернет)\*:

№ п/п	Ресурс
1.	<a href="http://eqworld.ipmnet.ru">http://eqworld.ipmnet.ru</a> – интернет-портал, посвященный уравнениям и методам их решений
2.	<a href="http://www.lib.vsu.ru">http://www.lib.vsu.ru</a> - электронный каталог ЗНБ ВГУ

## 16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы

(учебно-методические рекомендации, пособия, задачки, методические указания по выполнению практических (контрольных) работ и др.)

Самостоятельная работа обучающегося направлена на самостоятельное изучение отдельных тем и вопросов учебной дисциплины. Самостоятельная работа является обязательной для каждого обучающегося, ее объем по учебному курсу определяется учебным планом. При самостоятельной работе обучающийся взаимодействует с рекомендованными материалами при минимальном участии преподавателя. Самостоятельная работа с учебниками, учебно-методическими материалами, научной, справочной литературой, ресурсами сети Internet является наиболее эффективным методом получения знаний.

№ п/п	Источник
07	<a href="http://eqworld.ipmnet.ru">http://eqworld.ipmnet.ru</a> – интернет-портал, посвященный обыкновенным дифференциальным уравнениям
08	Электронный каталог Научной библиотеки Воронежского государственного университета. – ( <a href="http://www.lib.vsu.ru/">http://www.lib.vsu.ru/</a> )

## 17. Образовательные технологии, используемые для реализации учебной дисциплины, включая программное обеспечение и информационно-справочные системы (при необходимости)

Перечень необходимого программного обеспечения: Microsoft Windows 10, LibreOffice 6 (*Writer (текстовый процессор), Calc (электронные таблицы), Impress (презентации), Draw (векторная графика), Base (база данных), Math (редактор формул)*), MATLAB, Gimp, WinDjView, Foxit Reader, 7-Zip, Mozilla Firefox.

№ п/п	Источник
2	<a href="http://mschool.kubsu.ru">http://mschool.kubsu.ru</a> – библиотека электронных учебных пособий. ( <a href="http://mschool.kubsu.ru/ms/1.htm">http://mschool.kubsu.ru/ms/1.htm</a> )
3	Электронный каталог Научной библиотеки Воронежского государственного университета. – ( <a href="http://www.lib.vsu.ru/">http://www.lib.vsu.ru/</a> )

## 18. Материально-техническое обеспечение дисциплины:



(при использовании лабораторного оборудования указывать полный перечень, при большом количестве оборудования можно вывести данный раздел в приложение к рабочей программе)

1. Типовое оборудование учебной аудитории
2. Зональная научная библиотека, электронный каталог Научной библиотеки ВГУ (<http://www.lib.vsu.ru>)

## 19. Оценочные средства для проведения текущей и промежуточной аттестаций

Порядок оценки освоения обучающимися учебного материала определяется содержанием следующих разделов дисциплины:

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Компетенция(и)	Индикатор(ы) достижения компетенции	Оценочные средства
1.	Общие сведения, основные понятия и предложения.	ОПК-1 ОПК-3	ОПК -1.1. ОПК -1.2. ОПК -1.3. ОПК -3.1. ОПК -3.2. ОПК -3.3	Контрольная работа. Тестовые задания. Контрольно-измерительные материалы
2.	Начально-краевые задачи для эволюционных систем	ОПК-1 ОПК-3	ОПК -1.1. ОПК -1.2. ОПК -1.3. ОПК -3.1. ОПК -3.2.	Контрольная работа. Тестовые задания. Контрольно-измерительные материалы
3.	Оптимальное управление эволюционными системами	ОПК-1 ОПК-3	ОПК -1.1. ОПК -1.2. ОПК -1.3. ОПК -3.1. ОПК -3.2. ОПК -3.3	Контрольная работа. Тестовые задания. Контрольно-измерительные материалы
4	Управляемость эволюционных систем	ОПК-1 ОПК-3	ОПК -1.1. ОПК -1.2. ОПК -1.3. ОПК -3.1. ОПК -3.2. ОПК -3.3	Контрольная работа. Тестовые задания. Контрольно-измерительные материалы
5	Устойчивость и стабилизация эволюционных систем	ОПК-1 ОПК-3	ОПК -1.1. ОПК -1.2. ОПК -1.3. ОПК -3.1. ОПК -3.2. ОПК -3.3	Контрольная работа. Тестовые задания. Контрольно-измерительные материалы
Промежуточная аттестация форма контроля - зачет				Перечень вопросов к зачету, перечень тестовых заданий к зачету

## 20 Типовые оценочные средства и методические материалы, определяющие процедуры оценивания

### 20.1 Текущий контроль успеваемости

Контроль успеваемости по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств: контрольная работа

Примеры заданий контрольной работы

#### Вариант 1

1. Описать пространства  $L_2(\Gamma_T)$ ,  $L_{2,1}(\Gamma_T)$ ,
2. Сформулировать задачу оптимального управления для уравнения переноса в пространстве  $V_{2,0}^{1,0}(a, \Gamma_T)$ .

#### Вариант 2

1. Описать пространства  $W_2^1(a, \Gamma)$ ,  $W_{2,0}^{1,0}(a, \Gamma_T)$ ,  $V_{2,0}^{1,0}(a, \Gamma_T)$ .
2. Сформулировать задачу оптимального управления для волнового уравнения в пространстве  $W_{2,0}^{1,0}(a, \Gamma_T)$

#### Описание технологии проведения

В ходе контрольной работы обучающемуся выдается КИМ с заданием, которое необходимо выполнить. Контрольная работа представляет собой текст утверждения с пропущенными словами/символами/формулами/фразами, которые необходимо вписать обучающемуся. Ограничение по времени – 40 минут. Во время контрольной работы не разрешено пользоваться никакими справочными материалами.

Текущая аттестация по дисциплине с применением дистанционных образовательных технологий может проводиться на образовательном портале «Электронный университет ВГУ» (LMS Moodle, <https://edu.vsu.ru/>).

Требования к выполнению заданий (или шкалы и критерии оценивания)

При текущем контроле уровень освоения учебной дисциплины и степень сформированности компетенции определяются оценками «зачтено», «не зачтено», которые формируются следующим образом:

Оценки	Критерии
Зачтено	Обучающийся правильно выполнил не менее 50% предложенных заданий.
Не зачтено	Обучающийся правильно выполнил менее 50% предложенных заданий.

#### 20.2 Промежуточная аттестация

Промежуточная аттестация по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств: перечень тестовых заданий к зачету, перечень вопросов к зачету.

#### Перечень вопросов к зачету

№ п/п	Вопросы
1	Основные понятия и предложения. Пространства суммируемых на графе функций,
2	Пространства $L_2(\Gamma_T)$ , $L_{2,1}(\Gamma_T)$ , $W_2^1(a, \Gamma)$ , $W_{2,0}^{1,0}(a, \Gamma_T)$ , $V_{2,0}^{1,0}(a, \Gamma_T)$
3	Линейные дифференциальные уравнения с частными производными с распределенными параметрами на графе
4	Начально-краевые задачи для параболических систем. Однозначная разрешимость, корректность.
5	Начально-краевые задачи для гиперболических систем. Однозначная разрешимость, корректность.
6	Задача оптимального управления параболической системой в пространстве $W_{2,0}^{1,0}(a, \Gamma_T)$

7	Задача оптимального управления параболической системой в пространстве $V_{2,0}^{1,0}(a, \Gamma_T)$
8	Задача оптимального управления гиперболической системой в пространстве $W_{2,0}^{1,0}(a, \Gamma_T)$
9	Задача оптимального управления гиперболической системой
10	Уравнение энергетического баланса
11	Управляемость параболических и гиперболических систем
12	Устойчивость и стабилизация эволюционных систем

### Перечень тестовых заданий

1	Пространства $L_2(\Gamma_T)$ , $L_{2,1}(\Gamma_T)$ , $W_2^1(a, \Gamma)$ , $W_{2,0}^{1,0}(a, \Gamma_T)$ , $V_{2,0}^{1,0}(a, \Gamma_T)$
2	Начально-краевые задачи для параболических систем. Однозначная разрешимость.
3	Начально-краевые задачи для гиперболических систем. Однозначная разрешимости
4	Задача оптимального управления системой переноса в пространстве $W_{2,0}^{1,0}(a, \Gamma_T)$ (формулировка)
5	Задача оптимального управления волновой системой в пространстве $W_{2,0}^{1,0}(a, \Gamma_T)$ (формулировка)
6	Уравнение энергетического баланса для системы переноса и волновой системой
7	Управляемость параболических и гиперболических систем
8	Устойчивость и стабилизация эволюционных систем

### Пример контрольно-измерительного материала

#### Контрольно-измерительный материал № 1

1. Пространство  $W_{2,0}^1(a, \Gamma_T)$  плотно в пространстве (продолжить, выбрав правильный ответ).

**Варианты ответов**

Номер ответа	1	2
Ответ	$W_2^1(\Gamma_T)$	$L_2(\Gamma_T)$

2. Начально-краевая задача корректна по Адамару, т.е. (продолжить, выбрав правильный ответ).

**Варианты ответов**

Номер ответа	1	2
Ответ	она однозначно разрешима.	она однозначно разрешима и решение ее непрерывно зависит от исходных данных

#### Описание технологии проведения

Промежуточная аттестация по дисциплине «Оптимальное управление эволюционными процессами в гидросетях» проводится в форме зачета.

По решению кафедры оценки за зачет могут быть выставлены по результатам текущей успеваемости обучающегося в течение семестра, но не ранее, чем на заключительном занятии. Для этого обучающемуся необходимо написать контрольную работу на оценку «зачтено», посетить не менее 80% занятий, активно работать на занятиях. При несогласии обучающегося, ему дается возможность пройти промежуточную

аттестацию на общих основаниях.

Промежуточная аттестация, как правило, осуществляется в конце семестра.

Промежуточная аттестация по дисциплине с применением электронного обучения, дистанционных образовательных технологий (далее – ЭО, ДОТ) может проводиться на образовательном портале «Электронный университет ВГУ» (LMS Moodle, <https://edu.vsu.ru/>).

Обучающиеся, проходящие промежуточную аттестацию с применением ДОТ, должны располагать техническими средствами и программным обеспечением, позволяющим обеспечить процедуры аттестации. Обучающийся самостоятельно обеспечивает выполнение необходимых технических требований для проведения промежуточной аттестации с применением дистанционных образовательных технологий.

Идентификация личности обучающегося при прохождении промежуточной аттестации обеспечивается посредством использования каждым обучающимся индивидуального логина и пароля при входе в личный кабинет, размещенный в ЭИОС образовательной организации.

В ходе проведения аттестации обучающемуся необходимо ответить на вопросы КИМ, состоящего из двух теоретических и одного тестового вопросов, и дополнительные вопросы экзаменатора.

Результаты текущей аттестации обучающегося учитываются при проведении промежуточной аттестации следующим образом: обучающиеся, получившие за контрольную работу оценку «не зачтено» или не явившиеся на контрольную работу, получают дополнительное практическое задание или теоретический вопрос.

### Требования к выполнению заданий, шкалы и критерии оценивания

Критерии оценивания компетенций	Уровень сформированности компетенций	Шкала оценок
Оценка <b>«зачтено»</b> выставляется в любом из трех случаев: 1. Выполнение трех из пяти требований к ответу на каждый вопрос КИМ: 1) правильность, полнота и глубина ответа (верное и глубокое изложение фактов, понятий, законов, закономерностей, принципов; опора при ответе на исходные методологические положения; анализ основных теоретических материалов, описанных в различных источниках, связь теории с практикой; иллюстрация ответа конкретными примерами; отсутствие необходимости в уточняющих вопросах); 2) логическая последовательность изложения материала в процессе ответа; 3) грамотное изложение материала на высоком научном уровне, высокая культура речи; 4) наличие полных и обоснованных выводов; 5) демонстрация собственной профессиональной позиции (творческое применение знаний в практических ситуациях, демонстрация убежденности, а не безразличия; демонстрация умения сравнивать, классифицировать, обобщать). 2. Невыполнение более трех из перечисленных требований (к одному из вопросов КИМ) и правильный ответ на дополнительный вопрос в пределах программы. 3. Невыполнение трех из перечисленных требований (либо трех к одному вопросу, либо	Базовый	Зачтено

по одному к каждому вопросу КИМ) и правильные ответы на два дополнительных вопроса в пределах программы.		
<p>Оценка <b>«не зачтено»</b> выставляется в любом из трех случаев:</p> <p>1. Невыполнение более трех требований (в различных комбинациях по отношению к вопросам экзаменационного билета), предъявляемых к оценке «зачтено» (п.1).</p> <p>2. Невыполнение более трех требований (в различных комбинациях по отношению к вопросам экзаменационного билета), предъявляемых к оценке «зачтено» (п.1), и неправильные ответы на два дополнительных вопроса в пределах программы.</p> <p>3. <i>Невыполнение более трех требований (в различных комбинациях по отношению к вопросам экзаменационного билета), предъявляемых к оценке «зачтено» (п.1), и правильный ответ только на один из не менее двух дополнительных вопросов в пределах программы.</i></p>	-	Не зачтено

### **20.3 Фонд оценочных средств сформированности компетенций студентов, рекомендуемый для проведения диагностических работ**

ОПК-1 Способен формулировать и решать актуальные и значимые проблемы математики  
ОПК-1.1 Обладает обширным диапазоном знаний, полученным в области математических и(или) естественных наук

ОПК-1.2 Умеет осуществлять первичный сбор и анализ материала, интерпретировать различные математические объекты

ОПК-1.3 Применяет навыки выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе имеющихся теоретических знаний и опыта решения математических задач

ОПК-2 Способен строить и анализировать математические модели в современном естествознании, технике, экономике и управлении

ОПК-2.1 Владеет навыками создания и исследования новых математических моделей

ОПК-2.2 Умеет использовать их в профессиональной деятельности

ОПК-2.3 Имеет практический опыт создания и исследования подобных математических моделей и разработки теорий и методов для их описания

ОПК-3 Способен использовать знания в сфере математики при осуществлении педагогической деятельности

ОПК-3.1 Обладает всем необходимым профессиональным инструментарием, позволяющим грамотно реализовать образовательный процесс на различных ступенях образования в образовательных учреждениях различного типа

ОПК-3.2 Умеет самостоятельно анализировать и решать проблемы, возникающие в реальных учебных ситуациях, требующих углубленных профессиональных знаний

ОПК-3.3 Имеет обширный объем знаний в области математики, педагогики и психологии, необходимый для осуществления педагогической деятельности

### **Перечень заданий для оценки сформированности компетенций**

### 1) закрытые задания (тестовые, средний уровень сложности):

Простейший эволюционный процесс ламинарного течения в гидросети описывается формализмами начально-краевой задачи относительно функции  $u(x, t)$ :

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left( a(x) \frac{\partial u}{\partial x} \right) + b(x)u, \quad x, t \in \Gamma_T = \Gamma_0 \times (0, T), \quad (1)$$

$$u|_{x=1 \in \gamma_1} = u|_{x=0 \in \gamma_2}, \quad \frac{\partial u}{\partial x} \Big|_{x=1 \in \gamma_k} = \alpha \frac{\partial u}{\partial x} \Big|_{x=0 \in \gamma_{k+1}} \quad (k = 1, 2, \dots, K-1), \quad (2)$$

$$u|_{t=0} = \varphi(x), \quad (3)$$

$$u|_{x=\partial\Gamma} = 0, \quad (4)$$

Тесты 1 – 10. Для каждого заданного фиксированного  $K$  (см. ниже) необходимо: сформировать пространство состояний  $W_0^1(\Gamma_T)$ :

1)  $K = 2$ , 2)  $K = 3$ , 3)  $K = 4$ , 4)  $K = 5$ , 5)  $K = 6$ ,

6)  $K = 7$ , 7)  $K = 8$ , 8)  $K = 9$ , 9)  $K = 10$ , 10)  $K = 11$ .

Тест 11. Определение слабого решения задачи (1) – (4) для частного случая

$a(x) = 1$ ,  $b(x) = 0$ ,  $x \in \Gamma$ : Слабым решением начально-краевой задачи (1) – (4)

называется функция  $u(x, t) \in W_0^1(\Gamma_T)$ , для которой имеет место интегральное тождество (выбрать верное соотношение)

$$1) \int_{\Gamma_T} \left[ u(x, t) \frac{\partial \eta(x, t)}{\partial t} + \frac{\partial \eta(x, t)}{\partial x} \frac{\partial \eta(x, t)}{\partial x} \right] dx dt = \int_{\Gamma} \varphi(x) \eta(x, 0) dx$$

$$2) \int_{\Gamma_T} \left[ \frac{\partial u(x, t)}{\partial t} \frac{\partial \eta(x, t)}{\partial t} + \frac{\partial \eta(x, t)}{\partial x} \frac{\partial \eta(x, t)}{\partial x} \right] dx dt = 0$$

$$3) \int_{\Gamma_T} \left[ \frac{\partial u(x, t)}{\partial t} \frac{\partial \eta(x, t)}{\partial t} \right] dx dt = \int_{\Gamma} \varphi(x) \eta(x, 0) dx$$

для любой  $\eta(x, t) \in W_0^1(\Gamma_T)$ ,  $\eta(x, T) = 0$ .

Тесты 12 – 18. Для начально-краевой задачи (1) – (4) при  $a(x)$ ,  $b(x) \in L_2(\Gamma)$ ,  $x \in \Gamma$ , и каждого заданного фиксированного  $K$  (см. ниже) необходимо: сформировать 1) пространство состояний  $W_0^1(\Gamma_T)$ , 2) пространства финального наблюдения и управляющих воздействий, 3) минимизирующий функционал и 4) поставить задачу оптимального управления

- 1)  $K = 2$ , 2)  $K = 3$ , 3)  $K = 4$ , 4)  $K = 5$ , 5)  $K = 6$ , 6)  $K = 7$ , 7)  $K = 8$ .

Тест 19. Начально-краевая задача (1) – (4) при  $a(x)$ ,  $b(x) \in L_2(\Gamma)$ ,  $x \in \Gamma$ , для задачи граничного управления принимает вид (выбрать правильную запись краевого условия)

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left( a(x) \frac{\partial u}{\partial x} \right) + b(x)u + f(x, t), \quad x, t \in \Gamma_T = \Gamma_0 \times (0, T),$$

$$u|_{x=1 \in \gamma_1} = u|_{x=0 \in \gamma_2}, \quad \frac{\partial u}{\partial x} \Big|_{x=1 \in \gamma_k} = \alpha \frac{\partial u}{\partial x} \Big|_{x=0 \in \gamma_{k+1}} \quad (k = 1, 2, \dots, K-1),$$

$$u|_{t=0} = \varphi(x),$$

$$1) \quad a(x) \frac{\partial u}{\partial x} \Big|_{x=\partial\Gamma} = \phi(x, t),$$

$$2) \quad \phi(x, t) \frac{\partial u}{\partial x} \Big|_{x=\partial\Gamma} = 0,$$

$$3) \quad u|_{x=\partial\Gamma} = \phi(x, t),$$

где функция  $\phi(x, t)$  является управляющим воздействием на систему.

Тест 20. Для  $K = 2$  построить множества собственных значений и обобщенных собственных функций системы (1) – (4).

Тест 21. Для  $K = 3$  построить множества собственных значений и обобщенных собственных функций системы (1) – (4).

Тест 22. В случае распределенного управления  $v(x, t)$  уравнение (1) в системе (1) – (4) изменится на

$$1) \quad \frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left( a(x) \frac{\partial u}{\partial x} \right) + b(x)v(x, t), \quad x, t \in \Gamma_T = \Gamma_0 \times (0, T),$$

$$2) \quad \frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left( a(x) \frac{\partial u}{\partial x} \right) + b(x)u + v(x, t), \quad x, t \in \Gamma_T = \Gamma_0 \times (0, T),$$

$$3) \quad \frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left( a(x) \frac{\partial u}{\partial x} \right) + uv(x, t), \quad x, t \in \Gamma_T = \Gamma_0 \times (0, T),$$

Тесты 23 – 29. Для каждого заданного фиксированного  $K$  (см. ниже) для системы (1) – (4) сформулировать спектральную задачу в пространстве  $W_0^1(\Gamma)$

- 1)  $K = 2$ , 2)  $K = 3$ , 3)  $K = 4$ , 4)  $K = 5$ , 5)  $K = 6$ , 6)  $K = 7$ , 7)  $K = 8$ .

Тест 30. Начально-краевая задача (1) – (4) при  $a(x)$ ,  $b(x) \in L_2(\Gamma)$ ,  $x \in \Gamma$ , для задачи стартового управления принимает вид (выбрать правильную запись начального условия)

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left( a(x) \frac{\partial u}{\partial x} \right) + b(x)u + f(x, t), \quad x, t \in \Gamma_T = \Gamma_0 \times (0, T),$$

$$u|_{x=1 \in \gamma_1} = u|_{x=0 \in \gamma_2}, \quad \frac{\partial u}{\partial x} \Big|_{x=1 \in \gamma_k} = \alpha \frac{\partial u}{\partial x} \Big|_{x=0 \in \gamma_{k+1}} \quad (k = 1, 2, \dots, K-1),$$

$$1) \quad u|_{t=0} = v(x),$$

$$2) \quad \frac{\partial u}{\partial x} \Big|_{t=0} = v(x),$$

$$u|_{x=\partial\Gamma} = 0,$$

где функция  $v(x)$  является управляющим воздействием на систему.

## **2) открытые задания (тестовые, средний уровень сложности):**

Для простейшего волнового процесса в сетеподобном гидроносителе  $\Gamma = \bigcup_{k=1}^K \gamma_k$  (фрагменты  $\gamma_k$  гидроносителя сочленены последовательно) математическое описание имеет вид

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, \quad x, t \in \Gamma_T = \Gamma \times (0, T), \quad (1)$$

$$u|_{x=1 \in \gamma_1} = u|_{x=0 \in \gamma_2}, \quad \frac{\partial u}{\partial x} \Big|_{x=1 \in \gamma_k} = \alpha \frac{\partial u}{\partial x} \Big|_{x=0 \in \gamma_{k+1}} \quad (k = 1, 2, \dots, K-1), \quad (2)$$

$$u|_{t=0} = \varphi(x), \quad \frac{\partial u}{\partial t} \Big|_{t=0} = \psi(x), \quad (3)$$

$$u|_{x=\partial\Gamma} = 0, \quad (4)$$

(каждый фрагмент  $\gamma_k$  параметризован отрезком  $[0, 1]$ ). Начально-краевая задача (1) – (4) описывает малые колебания жидкости в гидросистеме  $\Gamma$  малого диаметра имеющего границу  $\partial\Gamma$ . Система (1) – (4) рассматривается в соболевском пространстве  $W_0^1(\Gamma_T)$ . Для волнового процесса ставится задача гашения колебаний в гидросистеме  $\Gamma$

Тесты 1 – 7. Для каждого заданного фиксированного  $K$  (см. ниже) необходимо: сформировать 1) пространство состояний  $W_0^1(\Gamma_T)$ , 2) пространства финального наблюдения и управляющих воздействий, 3) минимизирующий функционал и 4) поставить оптимизационные задачи

- 1)  $K = 2$ , 2)  $K = 3$ , 3)  $K = 4$ , 4)  $K = 5$ , 5)  $K = 6$ , 6)  $K = 7$ , 7)  $K = 8$ .



Тест 8. Определение слабого решения начально-краевой задачи (1) – (4). Слабым решением начально-краевой задачи (1) – (4) называется функция  $u(x, t) \in W_0^1(\Gamma_T)$ , удовлетворяющая первому соотношению в (3) и для которой имеет место интегральное тождество (выбрать верное соотношение)

$$1) \int_{\Gamma_T} \left[ \frac{\partial u(x, t)}{\partial t} \frac{\partial \eta(x, t)}{\partial t} + \frac{\partial \eta(x, t)}{\partial x} \frac{\partial u(x, t)}{\partial x} \right] dx dt = \int_{\Gamma} \psi(x) \eta(x, 0) dx$$

$$2) \int_{\Gamma_T} \left[ \frac{\partial u(x, t)}{\partial t} \frac{\partial \eta(x, t)}{\partial t} + \frac{\partial \eta(x, t)}{\partial x} \frac{\partial \eta(x, t)}{\partial x} \right] dx dt = 0$$

$$3) \int_{\Gamma_T} \left[ \frac{\partial u(x, t)}{\partial t} \frac{\partial \eta(x, t)}{\partial t} \right] dx dt = \int_{\Gamma} \psi(x) \eta(x, 0) dx$$

для любой  $\eta(x, t) \in W_0^1(\Gamma_T)$ ,  $\eta(x, T) = 0$ .

### Критерии и шкалы оценивания заданий ФОС:

#### **1) Задания закрытого типа (выбор одного варианта ответа, верно/неверно):**

- 1 балл – указан верный ответ;
- 0 баллов – указан неверный ответ.

#### **2) Задания открытого типа (короткий текст):**

- 2 балла – указан верный ответ;
- 0 баллов – указан неверный ответ.