

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО «ВГУ»)

УТВЕРЖДАЮ
Заведующая кафедрой
математического моделирования



М.Ш. Бурлуцкая

16.04.2024 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Б1.В.04 Операторные ортогональные многочлены и квадратуры

- 1. Код и наименование направления подготовки:** 01.04.04 Прикладная математика
- 2. Профиль подготовки:** Применение математических методов к решению инженерных и экономических задач
- 3. Квалификация выпускника:** Магистр
- 4. Форма обучения:** Очная
- 5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины:**
Кафедра математического моделирования
- 6. Составители программы:** Силаева Марина Николаевна, к.ф.-м.н., доцент
- 7. Рекомендована:** Научно-методическим советом математического факультета, протокол № 0500-03 от 28.03.2024
- 8. Учебный год:** 2024/2025 **Семестр:** 2

9. Цели и задачи учебной дисциплины

Цель дисциплины «Операторные ортогональные многочлены и квадратуры» в том, чтобы познакомить слушателей с ортогональными многочленами и показать их применение при решении прикладных задач.

Задачи дисциплины состоят в том, чтобы помочь овладеть студентам теоретическими основаниями и сформировать практические навыки решения задач с использованием ортогональных многочленов.

10. Место учебной дисциплины в структуре ОПОП:

Дисциплина «Операторные ортогональные многочлены и квадратуры» относится к части, формируемой участниками образовательных отношений Блока 1. Дисциплины (модули).

11. Планируемые результаты обучения по дисциплине/модулю (знания, умения, навыки), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями) и индикаторами их достижения:

Код	Название компетенции	Код(ы)	Индикатор(ы)	Планируемые результаты обучения
ПК-1	Способность проводить научные исследования, на основе существующих методов в конкретной области профессиональной деятельности	ПК-1.1	Владеет современными методами сбора и анализа исследуемого материала, способами его аргументации. Владеет навыками научных обзоров, публикаций, рефератов и библиографий по тематике проводимых исследований	<p>Знать: современными методами сбора и анализа исследуемого материала, способами его аргументации;</p> <p>Уметь: находить, формулировать и решать научно-исследовательские задачи в профессиональной деятельности;</p> <p>Владеть: навыками научно-исследовательской работы.</p>
		ПК-1.2	Умеет находить, формулировать и решать научно-исследовательские задачи в профессиональной деятельности	
		ПК-1.3	Владеет навыками научно-исследовательской работы	

12. Объем дисциплины в зачетных единицах/час. — 5/180.

Форма промежуточной аттестации: экзамен

13. Трудоемкость по видам учебной работы

Вид учебной работы		Трудоемкость		
		Всего	По семестрам	
			2 семестр	
Контактная работа		56	56	
в том числе:	лекции	28	28	
	практические	28	28	
	лабораторные	0	0	
	курсовая работа	0	0	
	контрольные работы		0	
Самостоятельная работа		88	88	

Промежуточная аттестация экзамен	36	36	
Итого:	180	180	

13.1. Содержание дисциплины

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины	Реализация раздела дисциплины с помощью онлайн-курса, ЭУМК *
1. Лекции			
1.1	Абстрактные ортогональные многочлены	Полугруппы класса S_0 . Теорема Хилле-Филлипса. Определение и свойства абстрактных ортогональных многочленов. Абстрактные рациональные дроби от абстрактных ортогональных многочленов. Применение к исследованию корректной разрешимости краевых задач для абстрактных дифференциальных уравнений второго порядка.	https://edu.vsu.ru/enrol/index.php?id=26017
1.2	Представления S_0 -операторных ортогональных многочленов Чебышева	Определение и свойства S_0 -операторных ортогональных многочленов. Обращение операторных матриц бесконечного порядка.	https://edu.vsu.ru/enrol/index.php?id=26017
1.3	S_0 -операторные многочлены и корректная разрешимость уравнений с дробными производными	Определение корректной разрешимости уравнений с дробными производными. Применение к исследованию корректной разрешимости краевых задач S_0 -операторных многочленов.	https://edu.vsu.ru/enrol/index.php?id=26017
2. Практические занятия			
2.1	Абстрактные ортогональные многочлены	Полугруппы класса S_0 . Теорема Хилле-Филлипса. Определение и свойства абстрактных ортогональных многочленов. Абстрактные рациональные дроби от абстрактных ортогональных многочленов. Применение к исследованию корректной разрешимости краевых задач для абстрактных дифференциальных уравнений второго порядка.	https://edu.vsu.ru/enrol/index.php?id=26017
2.2	Представления S_0 -операторных ортогональных многочленов Чебышева	Определение и свойства S_0 -операторных ортогональных многочленов. Обращение операторных матриц бесконечного порядка.	https://edu.vsu.ru/enrol/index.php?id=26017
2.3	S_0 -операторные многочлены и корректная разрешимость уравнений с дробными производными	Определение корректной разрешимости уравнений с дробными производными. Применение к исследованию корректной разрешимости краевых задач S_0 -операторных многочленов.	https://edu.vsu.ru/enrol/index.php?id=26017

13.2. Темы (разделы) дисциплины и виды занятий

№ п/п	Наименование темы (раздела) дисциплины	Виды занятий (количество часов)				
		Лекции	Практические	Лабораторные	Самостоятельная работа	Всего
1	Абстрактные ортогональные многочлены	8	8		30	46
2	Представления S_0 -операторных ортогональных многочленов Чебышева	10	10		28	48
3	S_0 -операторные многочлены и корректная разрешимость уравнений с дробными	10	10		30	50

	производными					
	Итого:	28	28	0	88	144

14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины:

Освоение дисциплины предполагает не только обязательное посещение обучающимся аудиторных занятий (лекций и практических занятий) и активную работу на них, но и самостоятельную учебную деятельность, на которую отводится 88 часов.

Самостоятельная учебная деятельность студентов по дисциплине «Операторные ортогональные многочлены и квадратуры» предполагает выполнение следующих заданий:

1) самостоятельное изучение учебных материалов по разделам дисциплины с использованием основной и дополнительной литературы, информационно-справочных и поисковых систем;

2) подготовку к текущим аттестациям: выполнение заданий по поиску необходимых для работы в аудитории материалов в Интернете.

Вопросы лекционных и лабораторных занятий обсуждаются на занятиях в виде устного опроса – индивидуального и фронтального. При подготовке к лекционным и лабораторным занятиям обучающимся важно помнить, что их задача, отвечая на основные вопросы плана занятия и дополнительные вопросы преподавателя, показать свои знания и кругозор, умение логически построить ответ, владение математическим аппаратом и иные коммуникативные навыки, умение отстаивать свою профессиональную позицию. В ходе устного опроса выявляются детали, которые по каким-то причинам оказались недостаточно осмысленными студентами в ходе учебных занятий. Тем самым опрос выполняет важнейшие обучающую, развивающую и корректирующую функции, позволяет студентам учесть недоработки и избежать их при подготовке к промежуточной аттестации.

Результаты текущих аттестаций учитываются преподавателем при проведении промежуточной аттестации.

Все выполняемые студентами самостоятельно задания подлежат последующей проверке преподавателем для получения допуска к экзамену.

В случае необходимости перехода на дистанционный режим обучения будет создан электронный курс «Операторные ортогональные многочлены и квадратуры» на портале «Электронный университет ВГУ»: <https://edu.vsu.ru/enrol/index.php?id=26017>. Там же будут размещены необходимые для усвоения курса материалы.

15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины

а) основная литература:

№ п/п	Источник
1	C_0 -операторные многочлены и корректная разрешимость уравнений с дробными производными / В.А. Костин, М.Н. Небольсина, Салим Бадран // Научные ведомости Белгородского государственного университета. Сер. Математика. Физика. — Белгород, 2013. — № 5(148), вып. 30. - С. 68-78.
2	Лаврентьев М.А., Шабат Б.В. Методы теории функций комплексного переменного.: Наука, 1973, 736 с.
3	C_0 --операторные ортогональные многочлены Чебышева и их представления / В.А. Костин, М.Н. Небольсина // Записки научных семинаров ПОМИ, Том 376, 2010, С. 64-88.

б) дополнительная литература:

№ п/п	Источник
4	Суетин П.К. Классические ортогональные многочлены.: ФИЗМАТЛИТ 2007.

в) информационные электронно-образовательные ресурсы (официальные ресурсы интернет)*:

№ п/п	Ресурс
-------	--------

5	Электронный каталог ЗНБ ВГУ : http://www.lib.vsu.ru .
6	https://math.vsu.ru/wp/?page_id=937 – раздел на сайте математического факультета, на котором размещены методические издания.
7	ЭБС «Университетская библиотека онлайн».
8	Электронный университет ВГУ : https://edu.vsu.ru/ .

16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы:

№ п/п	Источник
1	C_0 -операторные многочлены и корректная разрешимость уравнений с дробными производными / В.А. Костин, М.Н. Небольсина, Салим Бадран // Научные ведомости Белгородского государственного университета. Сер. Математика. Физика .— Белгород, 2013 .— № 5(148), вып. 30. - С. 68-78 .
2	Лаврентьев М.А., Шабат Б.В. Методы теории функций комплексного переменного.: Наука, 1973, 736 с.
3	C_0 --операторные ортогональные многочлены Чебышева и их представления / В.А. Костин, М.Н. Небольсина // Записки научных семинаров ПОМИ, Том 376, 2010, С. 64-88.
4	Положение об организации самостоятельной работы обучающихся в Воронежском государственном университете.

17. Образовательные технологии, используемые при реализации учебной дисциплины, включая дистанционные образовательные технологии (ДОТ, электронное обучение (ЭО), смешанное обучение):

Дисциплина может реализовываться с применением дистанционных образовательных технологий, например, на платформе «Электронный университет ВГУ»(<https://edu.vsu.ru>).

18. Материально-техническое обеспечение дисциплины:

Учебная аудитория для проведения занятий лекционного и семинарского типа, текущего контроля и промежуточной аттестации со специализированной мебелью.

Для самостоятельной работы используется класс с компьютерной техникой, оснащенный необходимым программным обеспечением, электронными учебными пособиями и законодательно-правовой и нормативной поисковой системой, имеющий выход в глобальную сеть.

19. Оценочные средства для проведения текущей и промежуточной аттестаций

Порядок оценки освоения обучающимися учебного материала определяется содержанием следующих разделов дисциплины:

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Компетенция(и)	Индикатор(ы) достижения компетенции	Оценочные средства
1. ___	Абстрактные ортогональные многочлены	ПК-1	ПК-1.1 ПК-1.2 ПК-1.3	Контрольная работа №1
2. ___	Представления C_0 -операторных ортогональных многочленов Чебышева	ПК-1	ПК-1.1 ПК-1.2 ПК-1.3	Контрольная работа №1
3. ___	C_0 -операторные многочлены и корректная разрешимость уравнений с дробными производными	ПК-1	ПК-1.1 ПК-1.2 ПК-1.3	Контрольная работа №2
Промежуточная аттестация Форма контроля –экзамен				Перечень вопросов кэкзамену

20. Типовые оценочные средства и методические материалы, определяющие процедуры оценивания

20.1. Текущий контроль успеваемости

Контроль успеваемости по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств: устных опросов, проверки домашних заданий, контрольной работы.

Контрольная работа №1.

1. Полугруппы класса S_0 .
2. Теорема Хилле-Филлипса.
3. Определение и свойства абстрактных ортогональных многочленов.
4. Абстрактные рациональные дроби от абстрактных ортогональных многочленов.
5. Применение к исследованию корректной разрешимости краевых задач для абстрактных дифференциальных уравнений второго порядка.

Контрольная работа №2.

1. Определение и свойства S_0 -операторных ортогональных многочленов.
2. Обращение операторных матриц бесконечного порядка.
3. Определение корректной разрешимости уравнений с дробными производными.
4. Применение к исследованию корректной разрешимости краевых задач S_0 -операторных многочленов.

Темы для рефератов:

4. Свойства абстрактных ортогональных многочленов.
5. Свойства S_0 -операторных ортогональных многочленов.
6. Полугруппы класса S_0 .
7. Краевые задачи.
8. Корректная разрешимость краевых задач.

Для оценивания текущего контроля успеваемости используются следующие **показатели:**

1. знание основных понятий и методов;
2. умение применять полученные знания и навыки для решения задач, проводить анализ полученных решений;
3. владение математическим аппаратом и современными методами в теории ортогональных многочленов;
4. знание имеющихся ресурсов для решения прикладных математических задач;
5. владение навыками хранения, поиска, сбора, систематизации, обработки и использования информации.

Шкала оценок:

Зачтено: Выполнение заданий соответствует перечисленным показателям, обучающийся дает ответы на дополнительные вопросы, может быть не совсем полные. Демонстрирует умение решать задачи, возможно с некоторыми ошибками.

Не зачтено: Ответы не соответствуют ни одному из перечисленных показателей. Обучающийся демонстрирует фрагментарные знания и умения или их отсутствие.

20.2. Промежуточная аттестация

Промежуточная аттестация по дисциплине осуществляется в форме собеседования по вопросам с помощью нижеприведенных оценочных средств (перечень вопросов к зачету).

№ п/п	Перечень вопросов
1.	Полугруппы класса C_0 .
2.	Теорема Хилле-Филлипса.
3.	Определение и свойства абстрактных ортогональных многочленов.
4.	Абстрактные рациональные дроби от абстрактных ортогональных многочленов.
5.	Применение к исследованию корректной разрешимости краевых задач для абстрактных дифференциальных уравнений второго порядка.
6.	Определение и свойства C_0 -операторных ортогональных многочленов.
7.	Обращение операторных матриц бесконечного порядка.
8.	Определение корректной разрешимости уравнений с дробными производными. Применение к исследованию корректной разрешимости краевых задач C_0 -операторных многочленов.

Для оценивания результатов обучения на зачете используются следующие **показатели**:

- 1) знание теоретических основ;
- 2) умение решать задачи;
- 3) умение работать с алгоритмами методов и информационными ресурсами;
- 4) успешное прохождение текущей аттестации.

Для оценивания результатов на дифференцированном зачете используется **шкала**: «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

Соотношение показателей, критериев и шкалы оценивания результатов обучения показаны в следующей таблице:

Критерии оценивания	Шкала оценок
Ответ соответствует всем перечисленным выше показателям, обучающийся дает ответы на дополнительные вопросы. Демонстрирует знание учебного материала.	«Отлично»
Ответ соответствует двум или более из перечисленных показателей, обучающийся дает ответы на дополнительные вопросы, может быть не совсем полные. Демонстрирует знание учебного материала, возможно с некоторыми ошибками.	«Хорошо»
Ответ соответствует одному из перечисленных показателей, обучающийся не дает ответы на дополнительные вопросы. Демонстрирует знание учебного материала с некоторыми ошибками.	«Удовлетворительно»
Ответ не соответствует ни одному из перечисленных показателей. Обучающийся демонстрирует фрагментарные знания и умения или отсутствие их.	«Неудовлетворительно»

20.3 Фонд оценочных средств сформированности компетенций студентов, рекомендуемый для проведения диагностических работ

Перечень заданий для оценки сформированности компетенции:

1) закрытые задания (тестовые, средний уровень сложности):

1. Многочлены, ортогональные на сегменте $[-1, 1]$ с весовой функцией

$$h(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}, \quad x \in (-1, 1) \text{ называются}$$

1) Многочлены Чебышёва первого рода $\{T_n(x)\}$

2) Многочлены Чебышёва второго рода $\{U_n(x)\}$

3) Многочлены Лежандра $\{P_n(x)\}$

4) Многочлены Чебышёва – Эрмита $\{H_n(x)\}$

2. Многочлены, ортогональные на сегменте $[-1, 1]$ с весом

$h(x) = \sqrt{1 - x^2}$ называются

1) Многочлены Чебышёва первого рода $\{T_n(x)\}$

2) Многочлены Чебышёва второго рода $\{U_n(x)\}$

3) Многочлены Лежандра $\{P_n(x)\}$

4) Многочлены Чебышёва – Эрмита $\{H_n(x)\}$

3. Многочлены, ортогональные на сегменте $[-1, 1]$ с весом

$h(x) = 1$, называются

1) Многочлены Чебышёва первого рода $\{T_n(x)\}$

2) Многочлены Чебышёва второго рода $\{U_n(x)\}$

3) Многочлены Лежандра $\{P_n(x)\}$

4) Многочлены Чебышёва – Эрмита $\{H_n(x)\}$

4. Многочлены, ортогональные на всей оси с весовой функцией

$h(x) = e^{-x^2}$, $x \in (-\infty, \infty)$, называются

1) Многочлены Чебышёва первого рода $\{T_n(x)\}$

2) Многочлены Чебышёва второго рода $\{U_n(x)\}$

3) Многочлены Лежандра $\{P_n(x)\}$

4) Многочлены Чебышёва – Эрмита $\{H_n(x)\}$

2) открытые задания (тестовые, повышенный уровень сложности):

1. Функция $h(x)$ называется *весовой функцией* на конечном интервале (a, b) , если на этом интервале она неотрицательна, интегрируема и ее интеграл.....

Ответ: положительный, положителен

2. Пусть задана последовательность многочленов

$$P_0(x), P_1(x), P_2(x), \dots, P_n(x), \dots,$$

в которой каждый многочлен $P_n(x)$ имеет степень n . Если для любых двух многочленов из этой системы выполняется условие

$$\int_a^b h(x)P_n(x)P_m(x)dx = \dots, \quad n \neq m,$$

то многочлены называются *ортгоналными* с весовой функцией $h(x)$ на интервале (a, b) .

Ответ:0

3. Система ортогональных многочленов называется ортонормированной, если каждый многочлен имеет положительный старший коэффициент и

$$\|P_n\| = \left[\int_a^b h(x)P_n^2(x)dx \right]^{1/2} = \dots$$

Ответ:1

Критерии и шкалы оценивания заданий ФОС:

1) Задания закрытого типа (выбор одного варианта ответа, верно/неверно):

- 1 балл – указан верный ответ;
- 0 баллов – указан неверный ответ.

2) Задания закрытого типа (множественный выбор):

- 2 балла – указаны все верные ответы;
- 0 баллов — указан хотя бы один неверный ответ.

3) Задания закрытого типа (на соответствие):

- 2 балла – все соответствия определены верно;
- 0 баллов – хотя бы одно сопоставление определено неверно.

4) Задания открытого типа (короткий текст):

- 2 балла – указан верный ответ;
- 0 баллов – указан неверный ответ.

5) Задания открытого типа (число):

- 2 балла – указан верный ответ;
- 0 баллов – указан неверный ответ.

Задания раздела 20.3 рекомендуются к использованию при проведении диагностических работ с целью оценки остаточных результатов освоения данной дисциплины (знаний, умений, навыков).