

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО «ВГУ»)

УТВЕРЖДАЮ

Заведующий кафедрой
математического моделирования

М.Ш. Бурлуцкая

16.04.2024 г.



РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Б1.В.ДВ.01.01 Дифференциальные уравнения процессов в сложных структурах

1. Код и наименование направления подготовки:

01.04.04 Прикладная математика

2. Профиль подготовки:

Применение математических методов к решению инженерных и экономических задач

3. Квалификация выпускника: Магистр

4. Форма обучения: Очная

5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины:

Кафедра математического моделирования

6. Составитель программы: Пенкин Олег Михайлович, доктор физико-математических наук, профессор

7. Рекомендована: Научно-методическим советом математического факультета, протокол № 0500-03 от 28.03.2024

8. Учебный год: 2024/2025

Семестр: 2

9. Цели и задачи учебной дисциплины

Целями освоения учебной дисциплины являются:

- овладение новыми подходами к моделированию процессов в сложных системах
- выработка навыков математического анализа явлений в сильно неоднородных средах
- овладение методами изучения дифференциальных уравнения, связанных с процессами в сложных структурах

Задачи учебной дисциплины:

- распространить имеющиеся у студентов навыки работы с интегралами на случай интегралов по стратифицированной мере
- научить работать с дифференциальными операторами по стратифицированным мерам
- ознакомить студентов с соболевскими пространствами по стратифицированной мере и простейшими теоремами вложения
- ознакомить с элементами качественного анализа дифференциальных уравнений на стратифицированном множестве

10. Место учебной дисциплины в структуре ОПОП:

Дисциплина «Дифференциальные уравнения процессов в сложных структурах» относится к части, формируемой участниками образовательных отношений Блока 1. Дисциплины (модули).

11. Планируемые результаты обучения по дисциплине/модулю (знания, умения, навыки), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями) и индикаторами их достижения:

Код	Название компетенции	Код(ы)	Индикатор(ы)	Планируемые результаты обучения
ПК-1	Способность проводить научные исследования, на основе существующих методов в конкретной области профессиональной деятельности	ПК-1.2	Умеет находить, формулировать и решать научно-исследовательские задачи в профессиональной деятельности	Знать: современными методами сбора и анализа исследуемого материала, способами его аргументации Уметь: находить, формулировать и решать научно-исследовательские задачи в профессиональной деятельности
		ПК-1.3	Владеет навыками научно-исследовательской работы	Владеть навыками научно-исследовательской работы

12. Объем дисциплины в зачетных единицах/час. — 2/72.

Форма промежуточной аттестации: зачет.

13. Трудоемкость по видам учебной работы

Вид учебной работы		Трудоемкость		
		Всего	По семестрам	
			2 семестр	
Контактная работа		28	28	
в том числе:	лекции	14	14	
	практические	0	0	
	лабораторные	14	14	
	курсовая работа			
	контрольные работы			
Самостоятельная работа		44	44	
Промежуточная аттестация				
Итого:		72	72	

13.1. Содержание дисциплины

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины	Реализация раздела дисциплины с помощью онлайн-курса, ЭУМК *
1. Лекции			
1.1	Мера и интеграл на стратифицированном множестве	1. Стратифицированные множества и топология на них. 2. Стратифицированная мера и интеграл Лебега по ней.	
1.2	Элементы математического анализа на стратифицированном множестве	1. Касательные векторные поля и оператор дивергенции на стратифицированном множестве. Стратифицированный лапласиан. 2. Теорема о дивергенции и аналоги формул Грина на стратифицированном множестве.	

1.3	Дифференциальные уравнения на стратифицированном множестве	1. Слабые производные и пространство Соболева на стратифицированном множестве. 2. Неравенство Пуанкаре и слабая разрешимость задачи Дирихле. 3. Некоторые качественные свойства гармонических функций на стратифицированном множестве.	
2. Лабораторные занятия			
2.1	Мера и интеграл на стратифицированном множестве	1. Решение задач на вычисление мер 2. Вычисление интегралов по стратифицированной мере	
2.2	Элементы математического анализа на стратифицированном множестве	1. Вычисление дивергенции касательных векторных полей 2. Вычисление лапласиана на стратифицированных множествах 3. Вычисления, связанные с интегральными тождествами на стратифицированных множествах	
2.3	Дифференциальные уравнения и краевые задачи на стратифицированных множествах	1. Неравенство Пуанкаре на прочных стратифицированных множествах и получение слабых решений краевых задач эллиптического типа. 2. Принцип максимума, теорема о среднем и другие качественные свойства классических решений эллиптических уравнений	

13.2. Темы (разделы) дисциплины и виды занятий

№ п/п	Наименование темы (раздела) дисциплины	Виды занятий (количество часов)				
		Лекции	Практические	Лабораторные	Самостоятельная работа	Всего
1	Мера и интеграл на стратифицированном множестве	2		2	4	8
2	Элементы математического анализа на стратифицированном множестве	6		6	20	32
3	Дифференциальные уравнения на стратифицированном множестве	6		6	20	32
	Итого:	14	-	14	44	72

14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины:

Освоение дисциплины предполагает не только обязательное посещение обучающимся аудиторных занятий (лекций и лабораторных занятий) и активную работу на них, но и самостоятельную учебную деятельность, на которую отводится 44 часа.

Самостоятельная учебная деятельность студентов по дисциплине «Дифференциальные уравнения процессов в сложных структурах» предполагает выполнение следующих заданий:

1) самостоятельное изучение учебных материалов по разделам дисциплины с использованием основной и дополнительной литературы, информационно-справочных и поисковых систем;

2) подготовку к текущим аттестациям: выполнение практических заданий, поиск необходимых для работы материалов в Интернете.

Особое внимание обучающихся направляется на освоение необходимого в дальнейшем математического аппарата.

Вопросы лекционных и лабораторных занятий обсуждаются на занятиях в виде устного опроса – индивидуального и фронтального. При подготовке к лекционным и лабораторным занятиям, обучающимся важно помнить, что их задача, отвечая на основные вопросы плана занятия и дополнительные вопросы преподавателя, показать свои знания и кругозор, умение логически построить ответ, владение математическим аппаратом и иные коммуникативные навыки, умение отстаивать свою профессиональную позицию. В ходе устного опроса выявляются детали, которые по каким-то причинам оказались недостаточно осмысленными студентами в ходе учебных занятий. Тем самым опрос выполняет важнейшие обучающую, развивающую и корректирующую функции, позволяет студентам учесть недоработки и избежать их при подготовке к промежуточным аттестациям.

Все выполняемые студентами самостоятельно задания (выполнение контрольных и лабораторных работ) подлежат последующей проверке преподавателем. Результаты текущих аттестаций учитываются преподавателем при проведении промежуточной аттестации.

В случае необходимости перехода на дистанционный режим обучения используется электронный курс «Дифференциальные уравнения процессов в сложных структурах» на портале «Электронный университет ВГУ»: <https://edu.vsu.ru>.

Там же размещены необходимые для усвоения курса материалы.

15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины

а) основная литература:

№ п/п	Источник
	1. Покорный Ю.В. и др. «Дифференциальные уравнения на геометрических графах», Физматлит, 2005
	2. John F. «Partial Differential Equations», Springer Verlag, 1982
	3. Lieb E., Loss M. «Analysis», American Mathematical Society, vol. 14, 2001

б) дополнительная литература:

№ п/п	Источник
	4. Laurent Saloff-Coste. «Aspects of Sobolev Type Inequalities», Cambridge University Press, 2002 5. Gilbarg D, Trudinger N. «Elliptic Partial Differential Equations of Second Order» 6. Назаров А.И., Поборчий С.В. «Неравенство Пуанкаре и его приложения: учебное пособие», СПб.: Изд.-во С.-Петербур. ун-та, 2012

в) информационные электронно-образовательные ресурсы (официальные ресурсы интернет):

№ п/п	Ресурс
	Сайт математического факультета ВГУ. Раздел, на котором размещены методические издания: https://math.vsu.ru/wp/?page_id=937 .

	ЭБС «Университетская библиотека онлайн».
	Электронный каталог ЗНБ ВГУ : http://www.lib.vsu.ru .
	Электронный университет ВГУ: https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=19958 .

16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы:

№ п/п	Источник
1	Положение об организации самостоятельной работы обучающихся в Воронежском государственном университете.

17. Образовательные технологии, используемые при реализации учебной дисциплины, включая дистанционные образовательные технологии (ДОТ, электронное обучение (ЭО), смешанное обучение):

Дисциплина может реализовываться с применением дистанционных образовательных технологий, например, на платформе «Электронный университет ВГУ» (<https://edu.vsu.ru>).

18. Материально-техническое обеспечение дисциплины:

Учебная аудитория для проведения занятий лекционного и семинарского типа, текущего контроля и промежуточной аттестации; специализированная мебель.

Для самостоятельной работы используется класс с компьютерной техникой, оснащенный необходимым программным обеспечением, электронными учебными пособиями и законодательно-правовой и нормативной поисковой системой, имеющий выход в глобальную сеть.

19. Оценочные средства для проведения текущей и промежуточной аттестаций

Порядок оценки освоения обучающимися учебного материала определяется содержанием следующих разделов дисциплины:

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Компетенция(и)	Индикатор(ы) достижения компетенции	Оценочные средства
1	Мера и интеграл на стратифицированном множестве	ПК-1	ПК-1.2	Контрольная работа №1
2	Элементы математического анализа на стратифицированном множестве		ПК-1.3	Контрольная работа №2
3	Дифференциальные уравнения на стратифицированном множестве		Контрольная работа №3	
Промежуточная аттестация Форма контроля – зачет				Перечень вопросов к зачету

20. Типовые оценочные средства и методические материалы, определяющие процедуры оценивания

20.1. Текущий контроль успеваемости

Контроль успеваемости по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств: устных опросов, проверки домашних заданий, самостоятельных работ, контрольной работы.

Для оценивания текущего контроля успеваемости и оценивания самостоятельной работы используются следующие **показатели**:

- 1) знание основных понятий и методов;
- 2) умение применять полученные знания и навыки для решения задач, проводить анализ полученных решений;
- 3) владение навыками хранения, поиска, сбора, систематизации, обработки и использования информации.

Шкала оценок:

Зачтено: Выполнение заданий соответствует перечисленным показателям, обучающийся дает ответы на дополнительные вопросы, может быть не совсем полные. Демонстрирует умение решать задачи, возможно с некоторыми ошибками.

Не зачтено: Ответы не соответствуют ни одному из перечисленных показателей. Обучающийся демонстрирует фрагментарные знания и умения или их отсутствие.

20.2. Промежуточная аттестация

Промежуточная аттестация по дисциплине осуществляется в форме собеседования по билетам с помощью нижеприведенных оценочных средств (перечень вопросов к зачету).

В билет включаются теоретический вопрос и задача из примерного перечня задач для контрольной работы.

В случае посещения обучающимся всех аудиторных занятий (лекций и практических занятий) и активной работы на них, успешного выполнения элементов текущей аттестации (самостоятельные работы), оценка за промежуточную аттестацию может быть выставлена по результатам текущих аттестаций.

Перечень вопросов к зачету:

- 1.Определение стратифицированного множества. Примеры.
- 2.Вычисление стратифицированной меры множества.
- 3.Интегрирование функций по стратифицированной мере.
- 4.Вычисление дивергенции касательного векторного поля.
- 5.Вычисление потоков векторных полей и с помощью формул Грина.
- 6.Доказательства неравенства Пуанкаре.
- 7.Доказательство слабой разрешимости задачи Дирихле на стратифицированном множестве.
- 8.Доказательство теоремы о среднем для гармонических функций на стратифицированном множестве.
- 9.Доказательство сильного принципа максимума для гармонических функций на стратифицированном множестве.

Для оценивания результатов обучения на зачете используются следующие **показатели**:

- 1) знание теоретических основ;
- 2) умение решать задачи;

- 3) умение работать с алгоритмами методов и информационными ресурсами;
- 4) успешное прохождение текущей аттестации.

Для оценивания результатов на зачете используется **шкала**: «зачтено».

Соотношение показателей, критериев и шкалы оценивания результатов обучения показаны в следующей таблице:

Критерии оценивания	Шкала оценок
Выполнение заданий соответствует перечисленным показателям, обучающийся дает ответы на дополнительные вопросы, может быть не совсем полные. Демонстрирует умение решать задачи, возможно с некоторыми ошибками.	«Зачтено»
Ответ не соответствует ни одному из перечисленных показателей. Обучающийся демонстрирует фрагментарные знания и умения или отсутствие их.	«Не зачтено»