

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО «ВГУ»)

УТВЕРЖДАЮ

Заведующий кафедрой
математического моделирования



М.Ш. Бурлуцкая

16.04.2024г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Б1.В.ДВ.02.02 Теория кооперативных игр

- 1. Код и наименование направления подготовки:** 01.04.04 Прикладная математика
- 2. Профиль подготовки:** Применение математических методов к решению инженерных и экономических задач
- 3. Квалификация выпускника:** Магистр
- 4. Форма обучения:** Очная
- 5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины:**
Кафедра математического моделирования
- 6. Составитель программы:** Сухочева Людмила Ивановна, к.ф.-м.н., ст.н.с.
- 7. Рекомендована:** Научно-методическим советом математического факультета, протокол № 0500-03 от 28.03.2024
- 8. Учебный год:** 2025/2026 **Семестр:**3

9. Цели и задачи учебной дисциплины

Целями освоения учебной дисциплины являются:

изучение положений теории кооперативных игр и принципов построения стратегий игроков.

Основной задачей учебной дисциплины является:

формирование умения построения оптимальных в соответствующем смысле стратегий и приложение теоретических построений к решению конкретных практических задач, развитие логического мышления.

10. Место учебной дисциплины в структуре ООП:

Учебная дисциплина Б1.В.ДВ.02.01 Теория кооперативных игр относится к части, формируемой участниками образовательных отношений дисциплин по выбору Блока 1. Для усвоения основных понятий и результатов, рассматриваемых в рамках дисциплины, достаточно знания курса математики в объеме бакалаврской университетской программы.

Приобретенные в результате обучения знания, умения и навыки могут быть использованы при продолжении образования и в дальнейшей трудовой деятельности выпускников.

11. Планируемые результаты обучения по дисциплине/модулю (знания, умения, навыки), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями) и индикаторами их достижения:

Код	Название компетенции	Код(ы)	Индикатор(ы)	Планируемые результаты обучения
ПК-1	Способность проводить научные исследования, на основе существующих методов в конкретной области профессиональной деятельности	ПК-1.1	Владеет современными методами сбора и анализа исследуемого материала, способами его аргументации. Владеет навыками научных обзоров, публикаций, рефератов и библиографий по тематике проводимых исследований.	Знать: современными методами сбора и анализа исследуемого материала, способами его аргументации Уметь: находить, формулировать и решать научно-исследовательские задачи в профессиональной деятельности
		ПК-1.2	Умеет находить, формулировать и решать научно-исследовательские задачи в профессиональной деятельности.	Владеть: навыками научно-исследовательской работы
ПК-2	Способен руководить проектами по созданию и эксплуатации программного обеспечения для решения инженерных и экономических задач:	ПК-2.2	Умеет принимать управленческие решения и оценивать риски проектов.	Знать: методы и средства разработки программного обеспечения Уметь: принимать управленческие решения и оценивать риски проектов Владеть: навыками решения прикладных задач, используя современное прикладное программное обеспечение

12. Объем дисциплины в зачетных единицах/часах в соответствии с учебным планом — 2/72.

Форма промежуточной аттестации – зачет.

13. Трудоемкость по видам учебной работы

Вид учебной работы		Трудоемкость	
		Всего	По семестрам
			№ семестра 3
Аудиторные занятия		20	20
в том числе:	лекции	10	10
	практические	10	10
	лабораторные	-	-
Самостоятельная работа		52	52
в том числе: курсовая работа (проект)		-	-
Форма промежуточной аттестации - зачет		-	-
Итого:		72	72

13.1. Содержание дисциплины

п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины	Реализация раздела дисциплины с помощью онлайн-курса, ЭУМК *
1. Лекции			
1.1	Введение в кооперативные игры.	Определение кооперативной игры. Кооперативные дифференциальные игры в форме характеристической функции. Дележи. Дележи в динамике.	-
1.2	Принцип динамической устойчивости	Динамическая устойчивость или временная состоятельность. Построение оптимального поведения игроков. Динамически устойчивые решения.	-
1.3	Кооперативные дифференциальные игры двух лиц с дисконтированием	Постановка задачи. Теорема о состоятельном позиционном равновесии по Нэшу множества стратегий. Выигрыш в ситуации равновесия по Нэшу. Индивидуальная рациональность.	-
1.4	Кооперативные игры с бесконечной продолжительностью.	Некооперативное позиционное равновесие по Нэшу. Теорема о решении задачи с бесконечной продолжительностью. Условие динамической устойчивости решений в кооперативной игре для конкретных принципов оптимальности.	-
1.5	Игры с нетрансферабельными выигрышами.	Понятие трансферабельности. Примеры. Парето-оптимальные траектории при кооперации. Теорема об оптимальном решении некоторой задачи максимизации. Условия групповой и индивидуальной	-

		рациональности. Состоятельность во времени (динамическая устойчивость) решения задачи.	
2. Практические занятия			
1.1	Введение в кооперативные игры.	Основные понятия и определения. Примеры.	-
1.2	Принцип динамической устойчивости	Множество недоминирующих дележей, решение игры по Нейману и Моргенштерну, вычисление вектора Шепле.	-
1.3	Кооперативные дифференциальные игры двух лиц с дисконтированием	Модель загрязнения окружающей. Эколого-экономическая модель игры с 3 лицами.	-
1.4	Кооперативные игры с бесконечной продолжительностью.	Модель управления загрязнениями в предположении, что игра рассматривается со случайной продолжительностью.	-
1.5	Контрольная работа		-

13.2. Темы (разделы) дисциплины и виды занятий

№ п/п	Наименование темы (раздела) дисциплины	Виды занятий (количество часов)				
		Лекции	Практические	Лабораторные	Самостоятельная работа	Всего
1.1	Введение в кооперативные игры.	2	2	-	4	8
1.2	Принцип динамической устойчивости	2	2		11	15
1.3	Кооперативные дифференциальные игры двух лиц с дисконтированием	2	2	-	11	15
1.4	Кооперативные игры с бесконечной продолжительностью	2	2	-	11	15
1.5	Игры с нетрансферабельными выигрышами.	2	-	-	11	13
1.6	Контрольная работа	-	2	-	4	6
	Итого:	10	10	-	52	72

14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Учебная дисциплина Теория кооперативных игр включает в себя комплексную методологию моделирования на основе анализа информации из различных областей человеческой деятельности. Одной из особенностей учебной дисциплины является широкая предметная область охваченного материала со связью излагаемых разделов между собой. Отсюда вытекает необходимость регулярного посещения аудиторных занятий и самостоятельной работы.

Аудиторная работа предусматривает лекции по ключевым и проблемным вопросам дисциплины и проведение практических занятий с целью закрепления теоретических знаний. Самостоятельная работа обучающихся направлена на формирование навыков работы с различными источниками, систематизации

полученной информации, решения задач. Модельные примеры, иллюстрирующие применение основных теоретических понятий, обеспечивают понимание излагаемого теоретического материала и являются основой для самостоятельного выполнения практических заданий.

Для успешного освоения дисциплины рекомендуется внимательное изучение конспектов лекций, материалов практических занятий, работа с основной и дополнительной литературой. Полноценное восприятие основных концепций дисциплины предполагает наличие базовых знаний основных разделов математики.

Вопросы лекционных и практических занятий обсуждаются на занятиях в виде устного опроса – индивидуального и фронтального. При подготовке к лекционным и практическим занятиям обучающимся важно помнить, что их задача, отвечая на основные вопросы плана занятия и дополнительные вопросы преподавателя, показать свои знания и кругозор, умение логически построить ответ, владение математическим аппаратом и иные коммуникативные навыки, умение отстаивать свою профессиональную позицию. В ходе устного опроса выявляются детали, которые по каким-то причинам оказались недостаточно осмысленными студентами в ходе учебных занятий. Тем самым опрос выполняет важнейшие обучающую, развивающую и корректирующую функции, позволяет студентам учесть недоработки и избежать их при подготовке к промежуточным аттестациям.

Все выполняемые студентами самостоятельно задания (выполнение контрольных и практических работ) подлежат последующей проверке преподавателем. Результаты текущих аттестаций учитываются преподавателем при проведении промежуточной аттестации.

15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины (список литературы оформляется в соответствии с требованиями ГОСТ и используется общая сквозная нумерация для всех видовисточников)

а) основная литература:

№п/п	Источник
1.	<i>Петросян Л.А. Теория игр: Учебник/ Под ред. Петросяна Л.А. / Л.А. Петросян, Н.А. Зенкевич, Е.В. Щевкопляс. — СПб.:Издательство «БХВ-Петербург», 2012. — 432 с.: ил. — (Учебная литература для вузов. Специальная литература)</i> Режим доступа https://www.rulit.me/data/programs/resources/pdf/Teoriya_igr_RuLit_Me_571132.pdf?ysclid=I5fuvq5xar477022027
2.	<i>Колмогоров А. Н., Фомин С. В. Элементы теории функций и функционального анализа. — М.: Наука, 1981, с. 389.</i>

б) дополнительная литература:

№п/п	Источник
3.	<i>Воробьев Н. Н. Основы теории игр. Бескоалиционные игры. — М.: Наука, 1984. — 496 с.</i> Режим доступа https://bookree.org/reader?file=1347930&pg=2

в) информационные электронно-образовательные ресурсы (официальные ресурсы интернет)*:

№п/п	Ресурс
4.	<i>Электронный каталог Научной библиотеки Воронежского государственного университета. — (http // www.lib.vsu.ru/)</i>

5.	Электронно-библиотечная система «Издательства Лань». – (https://e.lanbook.com/)
6.	Электронно-библиотечная система "Консультант студента". – (http://www.studentlibrary.ru/)
7.	Официальный сайт мехмата МГУ http://www.math.msu.ru

16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы (учебно-методические рекомендации, пособия, задачки, методические указания по выполнению практических (контрольных), курсовых работ и др.)

№п/п	Источник
1.	Благодатских А.И., Петров Н. Н. Сборник задач и упражнений по теории игр: Учебное пособие. — СПб.: Издательство «Лань», 2014. — 304 с. — (Учебники для вузов. Специальная литература)

17. Образовательные технологии, используемые при реализации учебной дисциплины, включая дистанционные образовательные технологии (ДОТ), электронное обучение (ЭО), смешанное обучение):

Основными формами аудиторных занятий при изучении дисциплины являются лекции и практические занятия. В основу методологии обучения данной дисциплине целесообразно положить, образовательные технологии, предусматривающие активное вовлечение обучающихся в процесс обучения.

При реализации дисциплины могут проводиться различные типы лекций (вводная, обзорная, проблемная, и т.д.). Содержание лекции должно отвечать следующим дидактическим требованиям:

- изложение материала от простого к сложному, от известного к неизвестному;
- логичность, четкость и ясность в изложении материала;
- опора смысловой части лекции на подлинные факты, события, явления, статистические данные;
- тесная связь теоретических положений и выводов с практикой и будущей профессиональной деятельностью обучающихся.

18. Материально-техническое обеспечение дисциплины:

Учебная аудитория: специализированная мебель.

19. Оценочные средства для проведения текущей и промежуточной аттестаций

Порядок оценки освоения обучающимися учебного материала определяется содержанием следующих разделов дисциплины:

№п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Компетенция(и)	Индикатор(ы) достижения компетенции	Оценочные средства
1.	Введение в кооперативные игры.	ПК-1, ПК-2	ПК-1.1, ПК-1.2,	Перечень вопросов. Обзор

№п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Компетенция(и)	Индикатор(ы) достижения компетенции	Оценочные средства
			ПК-2.2	
2.	Принцип динамической устойчивости	ПК-1, ПК-2	ПК-1.1, ПК-1.2, ПК-2.2	Перечень вопросов, практические задания.
3.	Кооперативные дифференциальные игры двух лиц с дисконтированием	ПК-1, ПК-2	ПК-1.1, ПК-1.2, ПК-2.2	Перечень вопросов, практические задания .
4.	Кооперативные игры с бесконечной продолжительностью.	ПК-1, ПК-2	ПК-1.1, ПК-1.2, ПК 2.2	Перечень вопросов, практические задания.
5.	Игры с нетрансферабельными выигрышами.	ПК-1, ПК-2	ПК-1.1, ПК-1.2, ПК-2.2	Перечень вопросов, практические задания.
6.	Контрольная работа	ПК-1, ПК-2	ПК-1.1, ПК-1.2	Практические задания.
Промежуточная аттестация форма контроля - зачет				Практическое задание

20 Типовые оценочные средства и методические материалы, определяющие процедуры оценивания

20.1 Текущий контроль успеваемости

Контроль успеваемости по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств:

1. Примерный перечень вопросов.

- 1 Определение антагонистической игры в нормальной форме.
2. Понятие подыгры.
3. Максимальные и минимальные стратегии.
4. Ситуации равновесия. Равновесие по Нэшу.
- 5 Оптимальное по Парето решение.
- 6 Индивидуальная и групповая рациональность.
7. Определение кооперативной игры. Кооперативная траектория.
8. Принцип оптимальности в кооперативной игре.
9. Понятие дележа.
10. С-ядро игры.
11. Решение по Нейману и Моргенштерну.
12. Вектор Шепли.
13. Понятие оптимальной кооперативной траектории.
14. Понятие динамически устойчивого дележа.
15. Понятие динамически устойчивого (состоятельного во времени) решения.

16. Некооперативное позиционное равновесие по Нэшу.
17. Игры с нетрансферабельными выигрышами.

2. Обзор

1. Современные достижения в теории игр.
2. Теория игр в прикладных задачах.
3. Библиографический обзор по теории игр современной периодической печати.

3. Примерный перечень индивидуальных практических заданий.

1. Рассмотрим игру со следующей характеристической функцией:

$$v(\{i\}) = 0, \text{ при } i \in \{1, 2\};$$

$$v(\{3\}) = 50;$$

$$v(\{1, 2\}) = 100; v(\{1, 3\}) = 200; v(\{2, 3\}) = 300;$$

$$v(\{1, 2, 3\}) = 500.$$

- а) Вычислить вектор Шепли;

- б) Вычислить вектор Шепли, предположив, что $v(\{2, 3\}) = 200$ вместо 300

2. Рассмотрим игру со следующей характеристической функцией:

$$v(\{i\}) = w_i, i = 1, 2, 3, 4;$$

$$v(\{i, j\}) = w_{ij}, i, j \in \{1, 2, 3, 4\}, i < j;$$

$$v(\{i, j, k\}) = w_{ijk}, i, j, k \in \{1, 2, 3, 4\}, i < j < k;$$

$$v(\{1, 2, 3, 4\}) = W$$

причем

$$w_i + w_j \leq w_{ij}, \text{ при } i, j \in \{1, 2, 3, 4\}, i \neq j;$$

$$w_{ij} + w_k \leq w_{ijk}, \text{ при } i, j, k \in \{1, 2, 3, 4\}, i \neq j \neq k;$$

$$w_{ij} + w_{kl} \leq W, \text{ при } i, j, k, l \in \{1, 2, 3, 4\}, i \neq j \neq k \neq l;$$

$$w_{ijk} + w_l \leq W, \text{ при } i, j, k, l \in \{1, 2, 3, 4\}, i \neq j \neq k \neq l;$$

$$w_i \geq 0, \text{ при } i \in \{1, 2, 3, 4\}.$$

Вычислить вектор Шепли.

3. Рассмотреть кооперативный вариант игры управления вредными выбросами в модели [Jorgensen, Martin-Herran, Zaccour, 2003]. Предположим, что страны договорились о сотрудничестве и решили разделить общие расходы согласно вектору Шепли.

Следуя подходу Петросяна и Заккура [Petrosyan, Zaccour, 2003], построить характеристическую функцию. Вычислить вектор Шепли и процедуру распределения дележа (ПРД).

20.2 Промежуточная аттестация

Промежуточная аттестация по дисциплине проводится в форме зачета.

Примерное содержание практических заданий:

Задание № 1

Рассмотрим игру со следующей характеристической функцией:

$$v(\{i\}) = 0, \text{ при } i \in \{1, 2, 3\}; v(\{4\}) = 0.15;$$

$$v(\{i, j\}) = 0.1, \text{ при } i, j \in \{1, 2, 3\}, i \neq j;$$

$$v(\{i, 4\}) = 0.2, \text{ при } i \in \{1, 2, 3\};$$

$$v(\{i, j, k\}) = 0.5, \text{ при } i, j, k \in \{1, 2, 3\}, i \neq j \neq k;$$

$$v(\{1, 2, 4\}) = 0.55; v(\{1, 3, 4\}) = 0.6; v(\{2, 3, 4\}) = 0.65;$$

$$v(\{1, 2, 3, 4\}) = 1$$

а) Вычислить вектор Шепли.

б) Вычислить вектор Шепли, предположив, что $v(\{4\}) = 0.2$ вместо 0.15

Задание № 2

Изучить модель управления загрязнением при предположении, что игра рассматривается со случайной продолжительностью. Построить характеристическую функцию и вычислить вектор Шепли.

Для оценивания результатов обучения на зачёте используются следующие показатели:

Знание:

основных понятий и определений модели конфликта; принципов оптимального поведения в условиях неопределенности, основных принципов использования теоретических постулатов для решения прикладных практических задач.

Умения:

доказывать существование решений, удовлетворяющих принципам оптимальности, строить алгоритмы нахождения таких решений; находить, формулировать и решать научно-исследовательские задачи в профессиональной деятельности.

Владение:

современными методами анализа исследуемого материала, способами его аргументации; навыками научных обзоров, публикаций, рефератов и библиографий по тематике проводимых исследований, приемами теории игр для построения соответствующей математической модели, исходя из конкретной практической задачи в конкретной профессиональной области.

Проверка приобретенных знаний, умений и навыков, освоенных компетенций проводится на основе выполнения практических заданий, ответов на вопросы.

Обучающийся должен выполнить соответствующие вычисления, представить анализ полученного решения, интерпретацию результатов, выводы и заключения по заданию.

Критерии оценивания компетенций	Уровень сформированности компетенций	Шкала оценок
Достаточное владение материалом: правильное использование алгоритма выполнения и верная интерпретации результата, при этом допускаются незначительные неточности.	Пороговый уровень и/или выше порогового	Зачтено
Плохое владение материалом: ответ	Ниже порогового	Не зачтено

неверен, отсутствуют выводы, либо они не верны, отсутствие ориентации в предмете	уровня	
--	--------	--