

МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
(ФГБОУ ВО «ВГУ»)

**УТВЕРЖДАЮ**  
Заведующий кафедрой  
математического моделирования



М.Ш. Бурлуцкая

16.04.2024 г.

## **РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

### **Б1.В.06 Информационные технологии и вычислительные средства в математическом моделировании**

- 1. Код и наименование направления подготовки:** 01.03.04 Прикладная математика
- 2. Профиль подготовки:** Применение математических методов к решению инженерных и экономических задач
- 3. Квалификация выпускника:** Бакалавр
- 4. Форма обучения:** Очная
- 5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины:**  
Кафедра математического моделирования
- 6. Составитель программы:** Костин Владимир Алексеевич, д.ф.-м.н., профессор
- 7. Рекомендована:** Научно-методическим советом математического факультета, протокол № 0500-03 от 28.03.2024
- 8. Учебный год:** 2026/2027                      **Семестры:** 5, 6

## 9. Цели и задачи учебной дисциплины

Изучение основных понятий, приемов и методов математического моделирования и рассмотрение современных технологий построения и исследования математических моделей различных сложных технических систем (в том числе и с участием человека), выработать практические навыки декомпозиции, абстрагирования при решении задач в различных областях профессиональной деятельности.

## 10. Место учебной дисциплины в структуре ОПОП:

Дисциплина «Введение в специальность» относится к части, формируемой участниками образовательных отношений Блока 1. Дисциплины (модули).

## 11. Планируемые результаты обучения по дисциплине/модулю (знания, умения, навыки), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями) и индикаторами их достижения:

Код	Название компетенции	Код(ы)	Индикатор(ы)	Планируемые результаты обучения
ПК-1	Способен выявлять естественно-научную сущность проблем, возникающих при решении инженерных и экономических задач	ПК-1.1	Обладает базовыми знаниями в области математических наук, программирования и информационных технологий	<b>Знать:</b> базовые знания в области математических наук, программирования и информационных технологий; <b>Уметь:</b> собирать, обрабатывать, анализировать результаты исследований, полученных при решении инженерных и экономических задач; <b>Владеть:</b> навыками практического опыта научно-исследовательской деятельности в математике и информатике.
		ПК-1.2	Умеет собирать, обрабатывать, анализировать результаты исследований, полученных при решении инженерных и экономических задач	
		ПК-1.3	Имеет практический опыт научно-исследовательской деятельности в математике и информатике	

## 12. Объем дисциплины в зачетных единицах/час. — 6/216.

Форма промежуточной аттестации: зачет/экзамен

## 13. Трудоемкость по видам учебной работы

Вид учебной работы		Трудоемкость		
		Всего	По семестрам	
			5 семестр	6 семестр
Контактная работа		216	108	108
в том числе:	лекции	32	16	16
	практические	66	34	32
	лабораторные	0	0	0
	курсовая работа	0	0	0
	контрольные работы	0	0	0
Самостоятельная работа		82	58	24
Промежуточная аттестация		36	0	36
Итого:			<b>108</b>	<b>108</b>

**13.1. Содержание дисциплины:**

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины
<b>1. Лекции</b>		
1	Введение. Предмет и задачи курса	1. Математическое моделирование и информационные технологии математического моделирования. Общие понятия. 2. История развития и место математического моделирования среди других наук.
2	Общие теоретические и вычислительные основы математического моделирования	1. Физические процессы и их модели, модельные уравнения и начально-краевые задачи, вычислительные оболочки модельных уравнений, компьютерная обработка модельных уравнений. 2. Информационное сопровождение и информационные ресурсы математического моделирования. 3. История, перспективы и темпы развития информационных систем математического моделирования.
3	Архитектура вычислительных средств математического моделирования	1. Приближения Галеркина-Ритца к решениям модельных уравнений. Редукция Пуанкаре-Ляпунова-Шмидта. 2. Метод ускоренной сходимости. 3. Метод наискорейшего спуска. 4. Метод Дюамеля и трассировка интегральных кривых.
4	Теория катастроф.	1. Лемма Морса. Кратность критической точки. 2. Версальные деформации критических точек. 3. Условия конечной определенности особенности. 4. Каустики и их вычисление. 5. Построение асимптотических приближений к ветвям бифурцирующих решений.
5	Многомодовые модули и их ключевые функции. Бифуркационный анализ многопараметрических вариационных моделей	1. Вычисление и анализ главной части ключевой функции (в локальном анализе бифуркаций). 2. Методы нелокального анализа бифуркаций.
<b>2. Практические занятия</b>		
1	Общие теоретические и вычислительные основы математического моделирования	1. Физические процессы и их модели, 2. модельные уравнения и начально-краевые задачи 3. вычислительные оболочки модельных уравнений, компьютерная обработка модельных уравнений. 4. Информационное сопровождение и информационные ресурсы математического моделирования. 5. История, перспективы и темпы развития информационных систем математического моделирования.

3	Архитектура вычислительных средств математического моделирования	1. Приближения Галеркина-Ритца к решениям модельных уравнений. Редукция Пуанкаре-Ляпунова-Шмидта. 2. Метод ускоренной сходимости. 3. Метод наискорейшего спуска. 4. Метод Дюамеля и трассировка интегральных кривых.
4	Теория катастроф.	1. Лемма Морса. Кратность критической точки. 2. Версальные деформации критических точек. 3. Условия конечной определенности особенности. 4. Каустики и их вычисление. 5. Построение асимптотических приближений к ветвям бифурцирующих решений.
5	Многомодовые модели и их ключевые функции. Бифуркационный анализ многопараметрических вариационных моделей	1. Вычисление и анализ главной части ключевой функции (в локальном анализе бифуркаций). 2. Методы нелокального анализа бифуркаций.

### 13.2. Темы (разделы) дисциплины и виды занятий

№ п/п	Наименование темы (раздела) дисциплины	Виды занятий (часов)				Всего
		Лекции	Практические	лабораторные	Самостоятельная работа	
1	Введение. Предмет и задачи курса	5	8	0	15	28
2	Общие теоретические основы математического моделирования	6	10	0	19	35
3	Вычислительные средства и алгоритмы	7	16	0	18	41
4	Использование персонального Компьютера	7	16	0	15	38
5	Работа с общими и специальными прикладными программами.	7	16	0	15	38
<b>Итого:</b>		<b>32</b>	<b>66</b>	<b>0</b>	<b>82</b>	<b>180</b>

### 14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины:

Освоение дисциплины предполагает не только обязательное посещение обучающимся аудиторных занятий (лекций и практических занятий) и активную работу на них, но и самостоятельную учебную деятельность, на которую отводится 82 часа.

Самостоятельная учебная деятельность студентов по дисциплине «Информационные технологии и вычислительные средства в математическом моделировании» предполагает выполнение следующих заданий:

1) самостоятельное изучение учебных материалов по разделам дисциплины с использованием основной и дополнительной литературы, информационно-справочных и поисковых систем;

2) подготовку к текущим аттестациям: выполнение контрольных заданий.

Вопросы лекционных и практических занятий обсуждаются на занятиях в виде устного опроса – индивидуального и фронтального. При подготовке к лекционным и практическим занятиям обучающимся важно помнить, что их задача, отвечая на основные вопросы плана занятия и дополнительные вопросы преподавателя, показать свои знания и кругозор, умение логически построить ответ, владение математическим аппаратом и иные коммуникативные навыки, умение отстаивать свою профессиональную позицию. В ходе устного опроса выявляются детали, которые по каким-то причинам оказались недостаточно осмысленными студентами в ходе учебных занятий. Тем самым опрос выполняет важнейшие обучающую, развивающую и корректирующую функции, позволяет студентам учесть недоработки и избежать их при подготовке к промежуточным аттестациям.

Все выполняемые студентами самостоятельно задания (выполнение контрольных и лабораторных работ) подлежат последующей проверке преподавателем. Результаты текущих аттестаций учитываются преподавателем при проведении промежуточной аттестации.

В случае необходимости перехода на дистанционный режим обучения используется электронный курс «Информационные технологии и вычислительные средства в математическом моделировании» на портале «Электронный университет ВГУ». Там же размещены необходимые для усвоения курса материалы.

## 15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины

а) основная литература:

№ п/п	Источник
1	Костин Д.В. Функциональный анализ и многомодовые прогибы упругих систем : учебное пособие / Д.В. Костин, Ю.И. Сапронов. – Воронеж : Издательско-полиграфический центр Воронежского государственного университета, 2012. – 207 с.
2	Смагин В.В. Линейные операторы и функционалы: учебное пособие / В.В. Смагин. – Воронеж : Издательско-полиграфический центр Воронежского государственного университета, 2011. – 175 с.
3	Ковалева М.И. Огибающие кривые, точки возврата и бифуркационный анализ нелинейных задач / М.И. Ковалева, Т.И. Костина, Ю.И. Сапронов – Воронеж: ВУНЦ ВВС "ВВА", 2015. - 242 с.
4	<a href="http://samarskii.ru/books/book1989_2.pdf">http://samarskii.ru/books/book1989_2.pdf</a> Математическое моделирование: Методы описания и исследования сложных систем,— М.: Наука, 1989.— 271 с

б) дополнительная литература:

№ п/п	Источник
5	Арнольд В.И. Геометрические методы в теории обыкновенных дифференциальных уравнений / В.И. Арнольд. - 3-е изд., стер. - М. : Регуляр. и хаот. динамика : МЦНМО, 2002. - 399 с.
6	Треногин В.А. Функциональный анализ : учебник для студ., обуч. по специальностям "Математика" и "Прикладная математика" / В.А. Треногин. - Изд. 4-е, испр. - М. : Физматлит, 2007. - 488 с. Электронный адрес : <a href="http://reslib.com/book/2294">reslib.com/book/2294</a>

7	Тихонов А.Н. Уравнения математической физики : учебник для студ. физ.-мат. специальностей ун-тов / А.Н. Тихонов, А.А. Самарский ; Моск. гос. ун-т им. М.В. Ломоносова. - 7-е изд. - М. : Моск. гос. ун-т : Наука, 2004. - 798 с.
8	Самарский А.А. Математическое моделирование / А.А. Самарский, А.П. Михайлов – М. : Физматлит, 2002. - 316 с.

в) информационные электронно-образовательные ресурсы (официальные ресурсы интернет)\*:

№ п/п	Ресурс
9	Электронный каталог ЗНБ ВГУ : <a href="http://www.lib.vsu.ru">http://www.lib.vsu.ru</a> .
10	ЭБС «Университетская библиотека онлайн».
11	Электронный университет ВГУ : <a href="https://edu.vsu.ru/">https://edu.vsu.ru/</a> .

## 16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы:

№ п/п	Источник
1	Арнольд В.И. Геометрические методы в теории обыкновенных дифференциальных уравнений / В.И. Арнольд. - 3-е изд., стер. - М. : Регуляр. и хаот. динамика : МЦНМО, 2002. - 399 с.
2	Треногин В.А. Функциональный анализ : учебник для студ., обуч. по специальностям "Математика" и "Прикладная математика" / В.А. Треногин. - Изд. 4-е, испр. - М. : Физматлит, 2007. - 488 с. Электронный адрес : <a href="http://reslib.com/book/2294">reslib.com/book/2294</a>
3	Самарский А.А. Математическое моделирование / А.А. Самарский, А.П. Михайлов – М. : Физматлит, 2002. - 316 с.
4	Тихонов А.Н. Уравнения математической физики : учебник для студ. физ.-мат. специальностей ун-тов / А.Н. Тихонов, А.А. Самарский ; Моск. гос. ун-т им. М.В. Ломоносова. - 7-е изд. - М. : Моск. гос. ун-т : Наука, 2004. - 798 с.
5	Википедия : свободная энциклопедия : ( <a href="http://ru.wikipedia.org">http://ru.wikipedia.org</a> ).
6	Поисковые системы Google, Yandex, Rambler.
7	Полнотекстовая база «Университетская библиотека» : образовательный ресурс : <URL: <a href="http://www.biblioclub.ru">http://www.biblioclub.ru</a> >.
8	Электронный каталог Научной библиотеки Воронежского государственного университета : ( <a href="http://www.lib.vsu.ru/">http // www.lib.vsu.ru/</a> ).
9	Положение об организации самостоятельной работы обучающихся в Воронежском государственном университете

## 17. Образовательные технологии, используемые при реализации учебной дисциплины, включая дистанционные образовательные технологии (ДОТ, электронное обучение (ЭО), смешанное обучение):

Дисциплина может реализовываться с применением дистанционных образовательных технологий, например, на платформе «Электронный университет ВГУ»(<https://edu.vsu.ru>).

Перечень необходимого программного обеспечения: Win10pro или Linux, Microsoft Office, LibreOffice 6, Calc, Microsoft Visual Studio, Microsoft Visual C++, Foxit Reader, браузер MozillaFirefox, Opera или Internet.

## 18. Материально-техническое обеспечение дисциплины:

Компьютерный класс: специализированная мебель, маркерная доска, персональные компьютеры.

Перечень необходимого программного обеспечения: Ubuntu (бесплатное и/или свободное ПО, лицензия: <https://ubuntu.com/download/desktop> ); Visual Studio Community (бесплатное и/или свободное ПО, лицензия <https://visualstudio.microsoft.com/ru/vs/community/> ); LibreOffice (GNU Lesser General Public License (LGPL), бесплатное и/или свободное ПО, лицензия: <https://ru.libreoffice.org/about-us/license/> ).

Для самостоятельной работы используется класс с компьютерной техникой, оснащенный специализированной мебелью, маркерной доской, маркерами, необходимым программным обеспечением, электронными учебными пособиями и законодательно - правовой и нормативной поисковой системой, имеющий выход в глобальную сеть.

### 19. Оценочные средства для проведения текущей и промежуточной аттестаций

Порядок оценки освоения обучающимися учебного материала определяется содержанием следующих разделов дисциплины:

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Компетенция(и)	Индикатор(ы) достижения компетенции	Оценочные средства
1	Введение. Предмет и задачи курса	ПК-1	ПК-1.1 ПК-1.2 ПК-1.3	КИМ
2	Общие теоретические основы математического моделирования	ПК-1	ПК-1.1	КИМ
3	Вычислительные средства и алгоритмы	ПК-1	ПК-1.1 ПК-1.2	КИМ
4	Использование персонального Компьютера	ПК-1	ПК-1.2 ПК-1.3	КИМ
5	Работа с общими и специальными прикладными программами	ПК-1	ПК-1.1 ПК-1.2 ПК-1.3	КИМ
Промежуточная аттестация Форма контроля –зачет, экзамен				Перечень вопросов к зачету, экзамену

### 20. Типовые оценочные средства и методические материалы, определяющие процедуры оценивания

#### 20.1. Текущий контроль успеваемости

Контроль успеваемости по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств: устных опросов, проверки домашних заданий, контрольных работ.

#### Комплект типовых практических заданий № 1

<b>Вычислить для заданных функций: 1) градиент и 2) кратность нулевой особой точки</b>
$x^3 + y^3 - x^2y^2, \quad x^4 + y^3 - x^2y^2, \quad x^4 + y^4 - x^2y^2,$
$4x^4 - y^5 + xy, \quad x^3 + y^3 + xy, \quad x^3 + y^3 + x^2y,$
$x^3 + y^3 - z^3, \quad x^4 + y^4 + x^2y^2 - z^2, \quad x^4 + y^4 + 4x^2y^2 + z^2.$

#### Комплект типовых практических заданий № 2

<b>Построить линии и поверхности уровней следующих функций:}</b>
$x^3 + y^3 - x^2y^2 - x^2 + y^2, \quad x^4 + y^3 - x^2y^2 + x^2 + y^2,$
$x^4 + y^4 - x^2y^2 - x^2 + y^2, \quad 4x^4 - y^5 + xy - x^2 - y^2,$
$x^2 + y^5 - xy^3 + x^2 + y^2, \quad x^3 + y^3 + xy - x^2 - y^2.$

$$x^3 - y^4 - z^2 + x^2 + y^2 + z^2, \quad x^3 + y^3 - z^3 - x^2 - y^2 - z^2.$$

### **Комплект типовых практических заданий № 3**

1.1. Вычисление и посткритический анализ 2-мерной ритцевской аппроксимации функционала энергии эйлера стержня.

1.2. Вычисление и анализ 2-мерной ритцевской функционала энергии осциллятора Дуффинга.

1.3. Вычисление и анализ 2-мерной ритцевской аппроксимации функционала энергии для модели Фусса-Винклера-Циммермана.

## **Перечень заданий для контрольных работ**

### **Форма контрольно-измерительного материала**

#### **Контрольная работа № 1**

Вариант 1

1. Понятие диффеоморфизма. Примеры
2. Понятие вырожденных и невырожденных критических точек гладкой функции Лемма Морса

#### **Контрольная работа № 2**

Вариант 1

1. Критические точки функции и лемма Морса. Примеры
2. Определение кратности критической точки гладкой функции. Примеры

#### **Контрольная работа № 3**

Вариант 1

1. Редукция Пуанкаре (понижения размерности вариационной задачи).
2. Понятие каустики функции --- глобальной и локальной (в критической точке). Примеры.

Для оценивания текущего контроля успеваемости используются следующие показатели:

- 1) знание основных возможностей решения интегральных уравнений
- 2) умение работать с прикладными программами и информационными ресурсами;
- 3) успешное прохождение текущей аттестации.

#### **Шкала оценок:**

Зачтено: Выполнение заданий соответствует перечисленным показателям, обучающийся дает ответы на дополнительные вопросы, может быть не совсем полные. Демонстрирует умение решать задачи, возможно с некоторыми ошибками.

Не зачтено: Ответы не соответствуют ни одному из перечисленных показателей. Обучающийся демонстрирует фрагментарные знания и умения или их отсутствие.

## **20.2. Промежуточная аттестация**

Промежуточная аттестация по дисциплине осуществляется в форме собеседования по экзаменационным вопросам с помощью нижеприведенных оценочных средств (перечень вопросов к экзамену, зачету).



## Перечень вопросов к экзамену:

1	Классические модельные уравнения: уравнение колебаний маятника, уравнение Навье-Стокса, уравнение Кармана, уравнение «реакция – диффузия», уравнение Вольтерра-Лотки, системы гидродинамического типа (запись уравнений и объяснение их смысла).
2	Семь элементарных катастроф Р.Тома.
3	Понятие кратности особой точки функции и ее универсальная развертка.
4	Особенность 2-мерной сборки и ее универсальная развертка.
5	Собственные функции оператора Лапласа и их роль в анализе гидродинамических задач. Примеры собственных функций оператора Лапласа.
6	Приближения Галеркина к решениям нелинейной задачи Дирихле (по собственным функциям оператора Лапласа).
7	Переход от уравнения Навье-Стокса к системе гидродинамического типа.
8	Метод Ляпунова-Шмидта и его применение в изучении бифуркационных явлений (общая схема метода).
9	Применение метода Ляпунова-Шмидта в задаче о прогибе упругого стержня.
10	Модель зарождения колебаний типа Пуанкаре-Андронов-Хопфа.
11	Двухмодовые бифуркации циклов в динамических системах.
12	Задача о кластерной перестройке физической среды (модельное уравнение и пример компьютерного изображения кластерной перестройки).

## Перечень вопросов к текущей аттестации - зачету

1.	Понятие производной Фреше отображения, определение гладкого отображения. Примеры.
2.	Определение градиента гладкой функции, заданной на евклидовом пространстве. Определение критической точки гладкой функции.
	Примеры.
3.	Понятие вырожденных и невырожденных критических точек гладкой функции. Лемма Морса.
4.	Понятие диффеоморфизма. Примеры.
5.	Критерий локальной диффеоморфности отображения. Примеры.
6.	Теорема Банаха-Мазура-Каччиополи (о глобальной диффеоморфности).
	Примеры.
7.	Определение локальной выпуклости функции. Примеры.
8.	Точки вогнутости и седлообразности гладкой функции. Примеры.
9.	Определение выпуклой функции на области евклидова пространства.
	Примеры.
10.	Множество параболических точек. Примеры.
11.	Понятие коэрцитивной функции. Примеры.
12.	Теорема о существовании точки минимума выпуклой коэрцитивной функции. Примеры и контрпримеры.
13.	Редукция Пуанкаре (понижения размерности вариационной задачи).
14.	Критические точки функции и лемма Морса. Примеры.
15.	Определение кольца формальных степенных рядов.
16.	Определение локального кольца особенности гладкой функции.
	Примеры.
17.	Определение кратности критической точки гладкой функции. Примеры.
18.	Понятие версальной деформации функции в критической точке. Примеры.
19.	Понятие каустики функции --- глобальной и локальной (в критической точке). Примеры.

20. Локальный бифуркационный анализ версальной развертки функции в точке с особенностью 1-мерной сборки.
21. Локальный бифуркационный анализ симметричной версальной развертки функции в точке с особенностью 2-мерной сборки.

Для оценивания результатов обучения на экзамене используется шкала: «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

Для оценивания результатов зачета используется шкала: «зачтено», «не зачтено».

Оценка «зачтено» ставится, если обучающийся продемонстрировал знание необходимого для выполнения контрольной работы теоретического материала, показал владение практическими навыками и умение решать конкретную задачу в соответствии с поставленной целью. При этом допускается возможность, что были допущены незначительные неточности теоретического или практического плана.

Оценка «не зачтено» ставится, если обучающийся допустил существенную ошибку, связанную с незнанием теории или отсутствием необходимых умений и навыков для выполнения конкретной работы.

Соотношение показателей, критериев и шкалы оценивания результатов обучения показаны в следующей таблице:

Критерии оценивания	Шкала оценок
Ответ соответствует всем перечисленным выше показателям, обучающийся дает ответы на дополнительные вопросы. Демонстрирует знание учебного материала.	«Отлично»
Ответ соответствует двум или более из перечисленных показателей, обучающийся дает ответы на дополнительные вопросы, может быть не совсем полные. Демонстрирует знание учебного материала, возможно с некоторыми ошибками.	«Хорошо»
Ответ соответствует одному из перечисленных показателей, обучающийся не дает ответы на дополнительные вопросы. Демонстрирует знание учебного материала с некоторыми ошибками.	«Удовлетворительно»
Ответ не соответствует ни одному из перечисленных показателей. Обучающийся демонстрирует фрагментарные знания и умения или отсутствие их.	«Неудовлетворительно»

Критерии оценивания	Шкала оценок
Ответ соответствует перечисленным показателям, обучающийся дает ответы на дополнительные вопросы, может быть не совсем полные. Демонстрирует умение решать задачи, возможно с некоторыми ошибками.	«Зачтено»
Ответ не соответствует ни одному из перечисленных показателей. Обучающийся демонстрирует фрагментарные знания и умения или их отсутствие.	«Не зачтено»