МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО «ВГУ»)

УТВЕРЖДАЮ
Заведующий кафедрой
уравнений в частных производных
и теории вероятностей

А.В. Глушко
16.04.2024

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Б1.В.06 Метод Фурье

1. Код и наименование направления подготовки: 02.03.01 Математика и компьютерные науки

2. Профиль подготовки: Математическое и компьютерное моделирование

3. Квалификация выпускника: Бакалавр

4. Форма обучения: Очная

5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины: Кафедра уравнений в частных производных и теории вероятностей математического факультета

6. Составители программы: Рябенко Александр Сергеевич, кандидат физико-математических наук, доцент

7. Рекомендована: Научно-методическим советом математического факультета Протокол №0500-03 от 28.03.24

8. Учебный год: 2026/ 2027 Семестр(ы): 6

9. **Цели и задачи учебной**

Цели изучения дисциплины:

- ознакомление студентов с методом поиска решений для уравнений в частных производных в виде рядов.

- выработка у студентов навыков выписывать и решать задачи Штурма-Лиувилля отвечающие конкретным краевым и начально-краевым задачам уравнений в частых производных.

- дать современные теоретические знания в области Метода Фурье и практические навыки в решении и исследовании основных типов дифференциальных уравнений с частными производными;

- сформировать социально-личностные качества выпускников: целеустремленность, организованность, трудолюбие, коммуникабельность, умение работать в коллективе, ответственность за конечный результат своей профессиональной деятельности, способности самостоятельно приобретать и применять новые знания и умения.

Задачи учебной дисциплины:

- умение находить решения для уравнений в частных производных в виде рядов;

- умение применять Метод Фурье для исследования решений начальных и начально-краевых задач для уравнений с частными производными;

- способность применения Метода Фурье при изучении реальных процессов и объектов с целью нахождения эффективных решений общенаучных и прикладных задач широкого профиля.

10. Место учебной дисциплины в структуре ОПОП: Блок 1; часть, формируемая участниками образовательных отношений.

Для его успешного освоения дисциплины «Метод Фурье» необходимы знания и умения, приобретенные в результате обучения по предшествующим дисциплинам: математический анализ, комплексный анализ, функциональный анализ, дифференциальные уравнения, уравнения с частными производными, уравнения математической физики, теоретическая механика.

Студент должен свободно владеть математическим анализом, теорией рядов, теорией функций комплексной переменной, элементами линейной алгебры, обладать полными знаниями курса обыкновенных дифференциальных уравнений.

Дисциплина является предшествующей для курсов методов вычислений, механики сплошной среды, математического моделирования, концепций современного естествознания, всех специальных курсов, изучающих задачи математической физики.

11. Планируемые результаты обучения по дисциплине/модулю (знания, умения, навыки), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями) и индикаторами их достижения:

Код	Название компетенции	Код(ы)	Индикатор(ы)	Планируемые результаты обучения
ПК-1	Способен решать задачи, предполагающие выбор и многообразие актуальных способов решения задач математического моделирования	ПК-1.1	Изучает математические модели явлений реального мира, сред, тел и конструкций.	Знать: математические модели явлений реального мира, сред, тел и конструкций. Уметь: математические модели явлений реального мира, сред, тел и конструкций. Владеть: базовыми методами изучения математические модели явлений реального мира, сред, тел и конструкций.
		ПК-1.2	Применяет теоретико-понятийный аппарат	Знать: как применять теоретико-понятийный аппарат математической науки к широкому спектру задач математического моделирования.

			математической науки к широкому спектру задач математического моделирования.	Уметь: применять теоретико-понятийный аппарат математической науки к широкому спектру задач математического моделирования. Владеть: применять теоретико-понятийный аппарат математической науки к широкому спектру задач математического моделирования.

12. Объем дисциплины в зачетных единицах/час.— 2 / 72.

Форма промежуточной аттестации: Зачет – 6 семестр.

13. Трудоемкость по видам учебной работы

Вид учебной работы		Трудоемкость	
		Всего	По семестрам
			6 семестр
Контактная работа		32	32
в том числе:	лекции	16	16
	практические	16	16
	лабораторные		
	курсовая работа		
	контрольные работы	1	1
Самостоятельная работа		40	40
Промежуточная аттестация		зачет	зачет
Итого:		72	72

13.1. Содержание дисциплины

п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины	Реализация раздела дисциплины с помощью онлайн-курса, ЭУМК *
		1. Лекции	
1.1	Метод разделения переменных для уравнения свободных колебаний струны	Метод разделения переменных для уравнения свободных колебаний струны. Разделение переменных. Собственные значения $\lambda_k = (\pi k / l)^2$ и собственные функции $X_k(x) = \sin(\pi k x / l),\ k = 1, 2, \dots$. Метод разделения переменных для уравнения свободных колебаний струны. Построение частных решений и решения начально-краевой задачи.	- - https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=6841 https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=11056 - - - -
1.2	Сведения из теории ОНС в гильбертовом пространстве	Ортонормированные системы в гильбертовом пространстве H. Минимизирующее свойство коэффициентов Фурье. Неравенство Бесселя. Лемма (о полноте) для ортонормированной системы в гильбертовом пространстве H.	
1.3	Обоснование метода Фурье для уравнения колебаний струны	Обоснование метода Фурье для уравнения колебаний струны. Постановка задачи. Разделение переменных.	

		Лемма о линейно независимых собственных функциях.	
1.4	Общая схема метода Фурье	Лемма об ортогональности собственных функций с весом $\rho(x)$. Лемма о неотрицательности собственных значений. Построение формального решения.	
1.5	Вынужденные колебания струны	Вынужденные колебания струны, закрепленной на концах. Вынужденные колебания струны с подвижными концами.	
1.6	Первая краевая задача для уравнения теплопроводности	Решение первой краевой задачи в прямоугольнике для однородного уравнения теплопроводности с неоднородными начальными условиями и однородными граничными условиями. Решение первой краевой задачи для неоднородного уравнения теплопроводности с однородными начальными и граничными условиями. Решение первой краевой задачи для неоднородного уравнения теплопроводности с неоднородными начальными условиями и неоднородными граничными условиями.	
1.7	Задача Дирихле для уравнения Лапласа	Представление оператора Лапласа в полярных координатах. Решение задачи Дирихле для уравнения Лапласа в круге на плоскости.	
		2. Практические занятия	
2.1	Метод разделения переменных для однородных гиперболических уравнений с однородными граничными условиями	Решение задач для однородных гиперболических уравнений с однородными граничными условиями при различных граничных условиях	- - - https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=6841 https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=11056- - -
2.2	Метод разделения переменных для неоднородных гиперболических уравнений с однородными граничными условиями	Решение задач для неоднородных гиперболических уравнений с однородными граничными условиями при разного вида граничных условиях	
2.3	Метод разделения переменных для неоднородных гиперболических уравнений с неоднородными граничными условиями	Решение задач для неоднородных гиперболических уравнений с неоднородными граничными условиями при разного вида граничных условиях	
2.4	Метод разделения переменных для однородных параболических уравнений с однородными граничными условиями	Решение задач для однородных параболических уравнений с однородными граничными условиями при различных граничных условиях	
2.5	Метод разделения переменных для неоднородных параболических уравнений с однородными граничными условиями	Решение задач для неоднородных параболических уравнений с однородными граничными условиями при разного вида граничных условиях	
2.6	Метод разделения переменных для	Решение задач для неоднородных параболических уравнений с неоднородными граничными	

	неоднородных гиперболических уравнений с неоднородными граничными условиями	условиями при разного вида граничных условиях. Контрольная работа	
2.7	Метод разделения переменных для эллиптических уравнений	Решение задач для эллиптических уравнений при разного вида граничных условиях	

13.2. Темы (разделы) дисциплины и виды занятий

№ п/п	Наименование темы (раздела) дисциплины	Виды занятий (количество часов)				
		Лекции	Практические	Лабораторные	Самостоятельная работа	Всего
1.1	Метод разделения переменных для уравнения свободных колебаний струны	2			5	7
1.2	Сведения из теории ОНС в гильбертовом пространстве	3			5	8
1.3	Обоснование метода Фурье для уравнения колебаний струны	2			5	7
1.4	Общая схема метода Фурье	3			6	9
1.5	Вынужденные колебания струны	2			6	8
1.6	Первая краевая задача для уравнения теплопроводности	2			6	8
1.7	Задача Дирихле для уравнения Лапласа	2			7	9
2.1	Метод разделения переменных для однородных гиперболических уравнений с однородными граничными условиями			4		4
2.2	Метод разделения переменных для неоднородных гиперболических уравнений с однородными граничными условиями			2		2
2.3	Метод разделения переменных для неоднородных гиперболических уравнений с неоднородными граничными условиями			2		2
2.4	Метод разделения переменных для однородных параболических уравнений с однородными граничными условиями			2		2
2.5	Метод разделения переменных для			2		2

	неоднородных параболических уравнений с однородными граничными условиями					
2.6	Метод разделения переменных для неоднородных параболических уравнений с неоднородными граничными условиями			2		2
2.7	Метод разделения переменных для эллиптических уравнений			2		2
	Итого:	16		16	40	72

14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины: Преподавание дисциплины заключается в чтении лекций и проведении практических занятий. На лекциях рассказывается теоретический материал, на практических занятиях решаются примеры по теоретическому материалу, прочитанному на лекциях.

При изучении курса «Метод Фурье» обучающимся следует внимательно слушать и конспектировать материал, излагаемый на аудиторных занятиях. Для его понимания и качественного усвоения обучающимся рекомендуется следующая последовательность действий.

1. После каждой лекции студентам рекомендуется подробно разобрать прочитанный теоретический материал, выучить все определения и формулировки теорем, разобрать примеры, решенные на лекции. Перед следующей лекцией обязательно повторить материал предыдущей лекции.
2. Перед практическим занятием обязательно повторить лекционный материал. После практического занятия еще раз разобрать решенные на этом занятии примеры, после приступить к выполнению домашнего задания. Если при решении примеров, заданных на дом, возникают вопросы, обязательно задать на следующем практическом занятии или в присутствующий час преподавателю.
3. При подготовке к практическим занятиям повторить основные понятия по темам, изучить примеры. Решая задачи, предварительно понять, какой теоретический материал нужно использовать. Наметить план решения, попробовать на его основе решить практические задачи.
4. Выбрать время для работы с литературой по дисциплине в библиотеке.

Вопросы лекционных и практических занятий обсуждаются на занятиях в виде устного опроса – индивидуального и фронтального. В ходе устного опроса выявляются детали, которые по каким-то причинам оказались недостаточно осмысленными студентами в ходе учебных занятий. Тем самым опрос выполняет важнейшие обучающую, развивающую и корректирующую функции, позволяет студентам учесть недоработки и избежать их при подготовке к промежуточным аттестациям.

Кроме обычного курса в системе «Электронный университет», все необходимые для усвоения курса материалы размещены на кафедральном сайте http//:www.kuchp.ru

Методические указания для обучающихся при самостоятельной работе.

Самостоятельная работа обучающихся направлена на самостоятельное освоение всех тем и вопросов учебной дисциплины, предусмотренных программой. Самостоятельная работа является обязательным видом деятельности для каждого обучающегося, ее объем по учебному курсу определяется учебным планом и составляет 40 часов. При самостоятельной работе обучающийся взаимодействует с рекомендованными материалами при минимальном участии преподавателя.

Самостоятельная работа с учебниками, учебными пособиями, научной, справочной и популярной литературой, материалами периодических изданий и ресурсами сети Internet, статистическими данными является наиболее эффективным методом получения знаний, позволяет значительно активизировать процесс овладения информацией, способствует более глубокому усвоению изучаемого материала, формирует у обучающихся заинтересованное отношение к конкретной проблеме.

Вопросы, которые вызывают у обучающихся затруднения при подготовке, должны быть заранее сформулированы и озвучены во время занятий в аудитории для дополнительного разъяснения преподавателем.

Виды самостоятельной работы: конспектирование учебной и научной литературы; проработка учебного материала (по конспектам лекций, учебной и научной литературе); работа в электронной библиотечной системе; работа с информационными справочными системами, выполнение домашних заданий (практических и теоретических); выполнение контрольных работ; подготовка к практическим занятиям; работа с вопросами для самопроверки, написание рефератов.

Примерные темы рефератов: Метод разделения переменных для уравнения свободных колебаний струны; Сведения из теории ОНС в гильбертовом пространстве; Обоснование метода Фурье для уравнения колебаний струны; Общая схема метода Фурье; Вынужденные колебания струны; Первая краевая задача для уравнения теплопроводности; Задача Дирихле для уравнения Лапласа.

Рефераты оцениваются по системе «зачтено» / «не зачтено». Оценка «зачтено» ставится в случае раскрытия предложенной темы, оценка «не зачтено» ставится в случае, если тема не раскрыта.

Все задания, выполняемые студентами самостоятельно, подлежат последующей проверке преподавателем. Результаты текущих аттестаций учитываются преподавателем при проведении промежуточной аттестации.

15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины

а) основная литература:

№ п/п	Источник
1	Сабитов К.Б. Уравнения математической физики / К.Б. Сабитов. – М.: Физматлит, 2013. – 352 с. // «Университетская библиотека online»: электронно-библиотечная система.. – URL: http://biblioclub.ru

б) дополнительная литература:

№ п/п	Источник
1	Глушко А.В. Уравнения математической физики : учеб. пособие / А.В. Глушко, А.Д. Баев, А.С. Рябенко; Воронеж. гос. ун-т. – Воронеж : ИПЦ ВГУ, 2011. – 520 с. – URL:http://www.kuchp.ru
2	Владимиров В.С. Сборник задач по уравнениям математической физики / В.С. Владимиров, В.П. Михайлов, Михайлова Т.В., Шабунин М.И. – М: Физматлит, 2016. – 512 с. // Электронно-библиотечная система «Лань». – URL: https://e.lanbook.com/
3	Карчевский М.М. Лекции по уравнениям математической физики / М.М. Карчевский. –

	СПб: Издательство «Лань», 2016. – 164 с. // Электронно-библиотечная система «Лань». – URL: https://e.lanbook.com/
4	Карчевский М.М. Уравнения математической физики. Дополнительные главы: Учебное пособие / М.М. Карчевский, Павлова М. Ф. – СПб: Издательство «Лань», 2021. – 276 с. // Электронно-библиотечная система «Лань». – URL: https://e.lanbook.com/

в) информационные электронно-образовательные ресурсы (официальные ресурсы интернет)*:

№ п/п	Ресурс
1	http://eqworld.ipmnet.ru – интернет-портал, посвященный уравнениям и методам их решений
2	http://www.lib.vsu.ru - электронный каталог ЗНБ ВГУ
3	http://www.kuchp.ru – электронный сайт кафедры уравнений в частных производных и теории вероятностей, на котором размещены методические издания
4	ЭБС «Университетская библиотека онлайн»
5	ЭБС «Лань»
6	Электронный https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=6841 -https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=11056

16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы

№ п/п	Источник
1	Владимиров В.С. Сборник задач по уравнениям математической физики / В.С. Владимиров, В.П. Михайлов, Михайлова Т.В., Шабунин М.И. – М: Физматлит, 2016. – 512 с. // Электронно-библиотечная система «Лань». – URL: https://e.lanbook.com/
2	Деревич И.В. Практикум по уравнениям математической физики / И. В. Деревич. – СПб: Издательство «Лань», 2017. – 428 с. // Электронно-библиотечная система «Лань». – URL: https://e.lanbook.com/
3	Глушко А.В. Классификация дифференциальных уравнений с частными производными. Постановка основных задач математической физики / А.В. Глушко, А.С. Рябенко. – Воронеж: ИД ВГУ, 2018. – 33 с. – URL: http://www.kuchp.ru
4	Глушко А.В. Практические занятия по классификации дифференциальных уравнений с частными производными / А.В. Глушко, А.С. Рябенко. – Воронеж: ИД ВГУ, 2018. – 38 с. – URL: http://www.kuchp.ru
5	Рябенко А.С. Методы построения решений краевых задач для эллиптических уравнений / А.С. Рябенко. – Воронеж: ВГПУ, 2015. – 45 с. – URL: http://www.kuchp.ru
6	Глушко А.В. Дифференциальные уравнения с частными производными гиперболического и параболического типов / А.В. Глушко, Е.А. Логинова, С.А. Ткачева. – Воронеж: ИД ВГУ, 2019. – 80 с. – URL: http://www.kuchp.ru
7	Глушко А.В. Дифференциальные уравнения с частными производными второго порядка эллиптического типа / А.В. Глушко, Е.А. Логинова, Л.В. Безручкина. – Воронеж: ИД ВГУ, 2019. – 92 с. – URL: http://www.kuchp.ru

17. Образовательные технологии, используемые при реализации учебной дисциплины, включая дистанционные образовательные технологии (ДОТ, электронное обучение (ЭО), смешанное обучение):

Дисциплина может реализовываться с применением дистанционных образовательных технологий, например, на платформе «Электронный университет ВГУ» (https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=6841,https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=11056).

Перечень необходимого программного обеспечения: Microsoft Windows Server 2008, Microsoft Windows 10 Enterprise 64 bit, LibreOffice 6 (*Writer (текстовый процессор), Calc (электронные таблицы), Impress (презентации), Draw (векторная графика), Base (база данных), Math (редактор формул)*), Maxima, Total Commander, WinDjView, Foxit Reader, 7-Zip, Mozilla Firefox.

18. Материально-техническое обеспечение дисциплины: Учебная аудитория для проведения занятий лекционного и семинарского типа, текущего контроля и промежуточной аттестации (394018, г. Воронеж, площадь Университетская, д. 1, пом. I). Специализированная мебель.

19. Оценочные средства для проведения текущей и промежуточной аттестаций

Порядок оценки освоения обучающимися учебного материала определяется содержанием следующих разделов дисциплины:

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Компетенция(и)	Индикатор(ы) достижения компетенции	Оценочные средства
1	Метод разделения переменных для уравнения свободных колебаний струны	ПК-1	ПК-1.1, ПК-1.2	Тестовые задания, контрольная работа, перечень вопросов к зачёту
2	Сведения из теории ОНС в гильбертовом пространстве	ПК-1	ПК-1.1, ПК-1.2	Тестовые задания, контрольная работа, перечень вопросов к зачёту
3	Обоснование метода Фурье для уравнения колебаний струны	ПК-1	ПК-1.1, ПК-1.2	Тестовые задания, контрольная работа, перечень вопросов к зачёту
4	Общая схема метода Фурье	ПК-1	ПК-1.1, ПК-1.2	Тестовые задания, контрольная работа, перечень вопросов к зачёту
5	Вынужденные колебания струны	ПК-1	ПК-1.1, ПК-1.2	Тестовые задания, контрольная работа, перечень вопросов к зачёту
6	Первая краевая задача для уравнения теплопроводности	ПК-1	ПК-1.1, ПК-1.2	Тестовые задания, контрольная работа, перечень вопросов к зачёту
7	Задача Дирихле для уравнения Лапласа	ПК-1	ПК-1.1, ПК-1.2	Тестовые задания, контрольная работа, перечень вопросов к зачёту
8	Метод разделения переменных для однородных гиперболических уравнений с однородными граничными условиями	ПК-1	ПК-1.1, ПК-1.2	Тестовые задания, контрольная работа, перечень вопросов к зачёту
9	Метод разделения переменных для неоднородных гиперболических уравнений с однородными граничными условиями	ПК-1	ПК-1.1, ПК-1.2	Тестовые задания, контрольная работа, перечень вопросов к зачёту
10	Метод разделения переменных для неоднородных гиперболических уравнений с неоднородными граничными условиями	ПК-1	ПК-1.1, ПК-1.2	Тестовые задания, контрольная работа, перечень вопросов к зачёту
11	Метод разделения переменных для однородных параболических уравнений с однородными граничными условиями	ПК-1	ПК-1.1, ПК-1.2	Тестовые задания, контрольная работа, перечень вопросов к зачёту

12	Метод разделения переменных для неоднородных параболических уравнений с однородными граничными условиями	ПК-1	ПК-1.1, ПК-1.2	Тестовые задания, контрольная работа, перечень вопросов к зачёту
13	Метод разделения переменных для неоднородных параболических уравнений с неоднородными граничными условиями	ПК-1	ПК-1.1, ПК-1.2	Тестовые задания, контрольная работа, перечень вопросов к зачёту
14	Метод разделения переменных для эллиптических уравнений	ПК-1	ПК-1.1, ПК-1.2	Тестовые задания, контрольная работа, перечень вопросов к зачёту
Промежуточная аттестация Форма контроля – Зачет				перечень вопросов к зачёту

20. Типовые оценочные средства и методические материалы, определяющие процедуры оценивания

20.1. Текущий контроль успеваемости

Контроль успеваемости по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств:

Примерный перечень тестовых заданий

---

1. В результате решения задачи

$$\begin{cases} \dfrac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2} = a^2 \dfrac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2}, \quad x \in [0;l],\ t > 0, \\ u(0,t) = 0, \quad u(l,t) = 0, \quad t > 0, \\ u(x,0) = \varphi_0(x), \quad \dfrac{\partial u(x,0)}{\partial t} = \varphi_1(x), \quad x \in [0;l] \end{cases}$$

методом Фурье возникает следующая задача Штурма-Лиувилля:

а) $\begin{cases} X''(x) + \lambda X(x) = 0,\ x \in [0;l], \\ X(0) = 0, X(l) = 0, \end{cases}$ б) $\begin{cases} X''(x) + \lambda X(x) = 0,\ x \in [0;l], \\ X'(0) = 0, X(l) = 0, \end{cases}$

в) $\begin{cases} X''(x) + \lambda X(x) = 0,\ x \in [0;l], \\ X(0) = 0, X'(l) = 0, \end{cases}$ г) $\begin{cases} X''(x) + \lambda X(x) = 0,\ x \in [0;l], \\ X'(0) = 0, X'(l) = 0. \end{cases}$

2. Является ли число $\lambda = 0$ собственным значением задачи Штурма-Лиувилля

$$\begin{cases} X''(x) + \lambda X(x) = 0,\ x \in [0;l], \\ X(0) = 0, X'(l) = 0. \end{cases}$$

а) да, б) нет.

3. Рассмотрим задачу

$$\begin{cases} \dfrac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2} = a^2 \dfrac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2}, \quad x \in [0;l],\ t > 0, \\ u(0,t) = 0, \quad u(l,t) = 0, \quad t > 0, \\ u(x,0) = \varphi_0(x), \quad \dfrac{\partial u(x,0)}{\partial t} = \varphi_1(x), \quad x \in [0;l]. \end{cases}$$

Пусть функции $X_k(x)$, где $k = 1,2,\ldots$, являются собственными функциями задачи

$$\begin{cases} X''(x)+\lambda X(x)=0,\ x\in[0;l],\\ X(0)=0, X(l)=0.\end{cases}$$

Ряд $\sum_{k=1}^{\infty} X_k(x)T_k(t)$ сходится и дважды дифференцируем, тогда он всегда будет

а) удовлетворять только дифференциальному уравнению,
б) удовлетворять только граничным условиям,
в) удовлетворять только начальным условиям,
г) удовлетворять дифференциальному уравнению и граничным условиям,
д) удовлетворять дифференциальному уравнению и начальным условиям,
е) удовлетворять начальным и граничным условиям,
ж) являться решением задачи.

4. В результате решения задачи

$$\begin{cases} \dfrac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2}=a^2\dfrac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2},\quad x\in[0;l],\ t>0,\\ \dfrac{\partial u(0,t)}{\partial x}=0,\quad \dfrac{\partial u(l,t)}{\partial x}=0,\quad t>0,\\ u(x,0)=\varphi_0(x),\quad \dfrac{\partial u(x,0)}{\partial t}=\varphi_1(x),\ \ x\in[0;l]\end{cases}$$

методом Фурье возникает следующая задача Штурма-Лиувилля:

а) $\begin{cases} X''(x)+\lambda X(x)=0,\ x\in[0;l],\\ X(0)=0, X(l)=0,\end{cases}$ б) $\begin{cases} X''(x)+\lambda X(x)=0,\ x\in[0;l],\\ X'(0)=0, X(l)=0,\end{cases}$

в) $\begin{cases} X''(x)+\lambda X(x)=0,\ x\in[0;l],\\ X(0)=0, X'(l)=0,\end{cases}$ г) $\begin{cases} X''(x)+\lambda X(x)=0,\ x\in[0;l],\\ X'(0)=0, X'(l)=0.\end{cases}$

5. Является ли число $\lambda=0$ собственным значением задачи Штурма-Лиувилля

$$\begin{cases} X''(x)+\lambda X(x)=0,\ x\in[0;l],\\ X'(0)=0, X'(l)=0.\end{cases}$$

а) да, б) нет.

6. Рассмотрим задачу

$$\begin{cases} \dfrac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2}=a^2\dfrac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2},\quad x\in[0;l],\ t>0,\\ \dfrac{\partial u(0,t)}{\partial x}=0,\quad \dfrac{\partial u(l,t)}{\partial x}=0,\quad t>0,\\ u(x,0)=\varphi_0(x),\quad \dfrac{\partial u(x,0)}{\partial t}=\varphi_1(x),\ \ x\in[0;l].\end{cases}$$

Пусть функции $X_k(x)$, где $k=1,2,\ldots$, являются собственными функциями задачи

$$\begin{cases} X''(x)+\lambda X(x)=0,\ x\in[0;l],\\ X'(0)=0, X'(l)=0.\end{cases}$$

Ряд $\sum_{k=1}^{\infty} X_k(x)T_k(t)$ сходится и дважды дифференцируем, тогда он всегда будет

а) удовлетворять только дифференциальному уравнению,
б) удовлетворять только граничным условиям,
в) удовлетворять только начальным условиям,
г) удовлетворять дифференциальному уравнению и граничным условиям,
д) удовлетворять дифференциальному уравнению и начальным условиям,
е) удовлетворять начальным и граничным условиям,
ж) являться решением задачи.

7. В результате решения задачи

$$\begin{cases} \dfrac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2} = a^2 \dfrac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2}, \quad x \in [0;l],\ t > 0, \\ \dfrac{\partial u(0,t)}{\partial x} = 0, \quad u(l,t) = 0, \quad t > 0, \\ u(x,0) = \varphi_0(x), \quad \dfrac{\partial u(x,0)}{\partial t} = \varphi_1(x), \ x \in [0;l] \end{cases}$$

методом Фурье возникает следующая задача Штурма-Лиувилля:

а) $\begin{cases} X''(x) + \lambda X(x) = 0,\ x \in [0;l], \\ X(0) = 0, X(l) = 0, \end{cases}$ б) $\begin{cases} X''(x) + \lambda X(x) = 0,\ x \in [0;l], \\ X'(0) = 0, X(l) = 0, \end{cases}$

в) $\begin{cases} X''(x) + \lambda X(x) = 0,\ x \in [0;l], \\ X(0) = 0, X'(l) = 0, \end{cases}$ г) $\begin{cases} X''(x) + \lambda X(x) = 0,\ x \in [0;l], \\ X'(0) = 0, X'(l) = 0. \end{cases}$

8. Функции $\sin\left(\dfrac{\pi(2k+1)x}{2l}\right)$, где $k = 0,1,2,\ldots$ являются собственными функциями следующей задачи Штурма-Лиувилля:

а) $\begin{cases} X''(x) + \lambda X(x) = 0,\ x \in [0;l], \\ X(0) = 0, X(l) = 0, \end{cases}$ б) $\begin{cases} X''(x) + \lambda X(x) = 0,\ x \in [0;l], \\ X'(0) = 0, X(l) = 0, \end{cases}$

в) $\begin{cases} X''(x) + \lambda X(x) = 0,\ x \in [0;l], \\ X(0) = 0, X'(l) = 0, \end{cases}$ г) $\begin{cases} X''(x) + \lambda X(x) = 0,\ x \in [0;l], \\ X'(0) = 0, X'(l) = 0. \end{cases}$

9. Рассмотрим задачу

$$\begin{cases} \dfrac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2} = a^2 \dfrac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2}, \quad x \in [0;l],\ t > 0, \\ \dfrac{\partial u(0,t)}{\partial x} = 0, \quad u(l,t) = 0, \quad t > 0, \\ u(x,0) = \varphi_0(x), \quad \dfrac{\partial u(x,0)}{\partial t} = \varphi_1(x), \ x \in [0;l]. \end{cases}$$

Пусть функции $X_k(x)$, где $k = 1,2,\ldots$, являются собственными функциями задачи

$$\begin{cases} X''(x) + \lambda X(x) = 0,\ x \in [0;l], \\ X'(0) = 0, X(l) = 0. \end{cases}$$

Ряд $\sum_{k=1}^{\infty} X_k(x) T_k(t)$ сходится и дважды дифференцируем, тогда он всегда будет

а) удовлетворять только дифференциальному уравнению,

б) удовлетворять только граничным условиям,

в) удовлетворять только начальным условиям,

г) удовлетворять дифференциальному уравнению и граничным условиям,

д) удовлетворять дифференциальному уравнению и начальным условиям,

е) удовлетворять начальным и граничным условиям.

ж) являться решением задачи

10. В результате решения задачи

$$\begin{cases} \dfrac{\partial u(x,t)}{\partial t} = a^2 \dfrac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2}, \quad x \in [0;l],\ t > 0, \\ u(0,t) = 0, \quad \dfrac{\partial u(l,t)}{\partial x} = 0, \quad t > 0, \\ u(x,0) = \varphi_0(x), \ x \in [0;l] \end{cases}$$

методом Фурье возникает следующая задача Штурма-Лиувилля:

а) $\begin{cases} X''(x) + \lambda X(x) = 0,\ x \in [0;l], \\ X(0) = 0, X(l) = 0, \end{cases}$ б) $\begin{cases} X''(x) + \lambda X(x) = 0,\ x \in [0;l], \\ X'(0) = 0, X(l) = 0, \end{cases}$

в) $\begin{cases} X''(x)+\lambda X(x)=0,\ x\in[0;l], \\ X(0)=0, X'(l)=0, \end{cases}$ г) $\begin{cases} X''(x)+\lambda X(x)=0,\ x\in[0;l], \\ X'(0)=0, X'(l)=0. \end{cases}$

11. Функции $\sin\left(\dfrac{\pi kx}{l}\right)$, где $k=1,2,...$ являются собственными функциями следующей задачи Штурма-Лиувилля:

а) $\begin{cases} X''(x)+\lambda X(x)=0,\ x\in[0;l], \\ X(0)=0, X(l)=0, \end{cases}$ б) $\begin{cases} X''(x)+\lambda X(x)=0,\ x\in[0;l], \\ X'(0)=0, X(l)=0, \end{cases}$

в) $\begin{cases} X''(x)+\lambda X(x)=0,\ x\in[0;l], \\ X(0)=0, X'(l)=0, \end{cases}$ г) $\begin{cases} X''(x)+\lambda X(x)=0,\ x\in[0;l], \\ X'(0)=0, X'(l)=0. \end{cases}$

12. Рассмотрим задачу

$$\begin{cases} \dfrac{\partial u(x,t)}{\partial t}=a^2\dfrac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2},\ \ x\in[0;l],\ t>0, \\ u(0,t)=0, \quad \dfrac{\partial u(l,t)}{\partial x}=0,\ \ t>0, \\ u(x,0)=\varphi_0(x),\ \ x\in[0;l]. \end{cases}$$

Пусть функции $X_k(x)$, где $k=1,2,...$, являются собственными функциями задачи

$$\begin{cases} X''(x)+\lambda X(x)=0,\ x\in[0;l], \\ X(0)=0, X'(l)=0. \end{cases}$$

Ряд $\sum_{k=1}^{\infty} X_k(x)T_k(t)$ сходится и дважды дифференцируем, тогда он всегда будет

а) удовлетворять только дифференциальному уравнению,
б) удовлетворять только граничным условиям,
в) удовлетворять только начальному условию,
г) удовлетворять дифференциальному уравнению и граничным условиям,
д) удовлетворять дифференциальному уравнению и начальному условию,
е) удовлетворять начальному и граничным условиям,
ж) являться решением задачи.

13. В результате решения задачи

$$\begin{cases} \dfrac{\partial u(x,t)}{\partial t}=a^2\dfrac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2},\ \ x\in[0;l], t>0, \\ u(0,t)=0, \quad u(l,t)=0,\ \ t>0, \\ u(x,0)=\varphi_0(x),\ \ x\in[0;l] \end{cases}$$

методом Фурье возникает следующая задача Штурма-Лиувилля:

а) $\begin{cases} X''(x)+\lambda X(x)=0,\ x\in[0;l], \\ X(0)=0, X(l)=0, \end{cases}$ б) $\begin{cases} X''(x)+\lambda X(x)=0,\ x\in[0;l], \\ X'(0)=0, X(l)=0, \end{cases}$

в) $\begin{cases} X''(x)+\lambda X(x)=0,\ x\in[0;l], \\ X(0)=0, X'(l)=0, \end{cases}$ г) $\begin{cases} X''(x)+\lambda X(x)=0,\ x\in[0;l], \\ X'(0)=0, X'(l)=0. \end{cases}$

14. Функции $\cos\left(\dfrac{\pi kx}{l}\right)$, где $k=0,1,2,...$ являются собственными функциями следующей задачи Штурма-Лиувилля:

а) $\begin{cases} X''(x)+\lambda X(x)=0,\ x\in[0;l], \\ X(0)=0, X(l)=0, \end{cases}$ б) $\begin{cases} X''(x)+\lambda X(x)=0,\ x\in[0;l], \\ X'(0)=0, X(l)=0, \end{cases}$

в) $\begin{cases} X''(x)+\lambda X(x)=0,\ x\in[0;l], \\ X(0)=0, X'(l)=0, \end{cases}$ г) $\begin{cases} X''(x)+\lambda X(x)=0,\ x\in[0;l], \\ X'(0)=0, X'(l)=0. \end{cases}$

15. Рассмотрим задачу

$$\begin{cases}\dfrac{\partial u(x,t)}{\partial t}=a^2\dfrac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2}, \quad x\in[0;l],\ t>0,\\ u(0,t)=0, \quad u(l,t)=0, \ t>0,\\ u(x,0)=\varphi_0(x), \ x\in[0;l].\end{cases}$$

Пусть функции $X_k(x)$, где $k=1,2,...$, являются собственными функциями задачи

$$\begin{cases}X''(x)+\lambda X(x)=0,\ x\in[0;l],\\ X(0)=0, X(l)=0.\end{cases}$$

Ряд $\sum_{k=1}^{\infty} X_k(x)T_k(t)$ сходится и дважды дифференцируем, тогда он всегда будет

а) удовлетворять только дифференциальному уравнению,
б) удовлетворять только граничным условиям,
в) удовлетворять только начальному условию,
г) удовлетворять дифференциальному уравнению и граничным условиям,
д) удовлетворять дифференциальному уравнению и начальному условию,
е) удовлетворять начальному и граничным условиям,
ж) являться решением задачи.

16. В результате решения задачи

$$\begin{cases}\dfrac{\partial u(x,t)}{\partial t}=a^2\dfrac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2}, \quad x\in[0;l],\ t>0,\\ \dfrac{\partial u(0,t)}{\partial x}=0, \quad \dfrac{\partial u(l,t)}{\partial x}=0, \ t>0,\\ u(x,0)=\varphi_0(x), \ x\in[0;l]\end{cases}$$

методом Фурье возникает следующая задача Штурма-Лиувилля:

а) $\begin{cases}X''(x)+\lambda X(x)=0,\ x\in[0;l],\\ X(0)=0, X(l)=0,\end{cases}$ б) $\begin{cases}X''(x)+\lambda X(x)=0,\ x\in[0;l],\\ X'(0)=0, X(l)=0,\end{cases}$

в) $\begin{cases}X''(x)+\lambda X(x)=0,\ x\in[0;l],\\ X(0)=0, X'(l)=0,\end{cases}$ г) $\begin{cases}X''(x)+\lambda X(x)=0,\ x\in[0;l],\\ X'(0)=0, X'(l)=0.\end{cases}$

17. Функции $\cos\left(\dfrac{\pi(2k+1)x}{2l}\right)$, где $k=0,1,2,...$ являются собственными функциями следующей задачи Штурма-Лиувилля:

а) $\begin{cases}X''(x)+\lambda X(x)=0,\ x\in[0;l],\\ X(0)=0, X(l)=0,\end{cases}$ б) $\begin{cases}X''(x)+\lambda X(x)=0,\ x\in[0;l],\\ X'(0)=0, X(l)=0,\end{cases}$

в) $\begin{cases}X''(x)+\lambda X(x)=0,\ x\in[0;l],\\ X(0)=0, X'(l)=0,\end{cases}$ г) $\begin{cases}X''(x)+\lambda X(x)=0,\ x\in[0;l],\\ X'(0)=0, X'(l)=0.\end{cases}$

18. Рассмотрим задачу

$$\begin{cases}\dfrac{\partial u(x,t)}{\partial t}=a^2\dfrac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2}, \quad x\in[0;l],\ t>0,\\ \dfrac{\partial u(0,t)}{\partial x}=0, \quad \dfrac{\partial u(l,t)}{\partial x}=0, \ t>0,\\ u(x,0)=\varphi_0(x), \ x\in[0;l].\end{cases}$$

Пусть функции $X_k(x)$, где $k=1,2,...$, являются собственными функциями задачи

$$\begin{cases} X''(x) + \lambda X(x) = 0,\ x \in [0;l], \\ X'(0) = 0, X'(l) = 0. \end{cases}$$

Ряд $\sum_{k=1}^{\infty} X_k(x) T_k(t)$ сходится и дважды дифференцируем, тогда он всегда будет

а) удовлетворять только дифференциальному уравнению,
б) удовлетворять только граничным условиям,
в) удовлетворять только начальному условию,
г) удовлетворять дифференциальному уравнению и граничным условиям,
д) удовлетворять дифференциальному уравнению и начальному условию,
е) удовлетворять начальному и граничным условиям,
ж) являться решением задачи.

19. В результате решения задачи

$$\begin{cases} \dfrac{\partial u(x,t)}{\partial t} = a^2 \dfrac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2}, \quad x \in [0;l],\ t > 0, \\ \dfrac{\partial u(0,t)}{\partial x} = 0, \quad u(l,t) = 0, \quad t > 0, \\ u(x,0) = \varphi_0(x), \quad x \in [0;l] \end{cases}$$

методом Фурье возникает следующая задача Штурма-Лиувилля:

а) $\begin{cases} X''(x) + \lambda X(x) = 0,\ x \in [0;l], \\ X(0) = 0, X(l) = 0, \end{cases}$ б) $\begin{cases} X''(x) + \lambda X(x) = 0,\ x \in [0;l], \\ X'(0) = 0, X(l) = 0, \end{cases}$

в) $\begin{cases} X''(x) + \lambda X(x) = 0,\ x \in [0;l], \\ X(0) = 0, X'(l) = 0, \end{cases}$ г) $\begin{cases} X''(x) + \lambda X(x) = 0,\ x \in [0;l], \\ X'(0) = 0, X'(l) = 0. \end{cases}$

20. Числа $\left(\dfrac{\pi(2k+1)}{2l}\right)^2$, где $k = 0,1,2,...$ являются собственными значениями следующей задачи Штурма-Лиувилля:

а) $\begin{cases} X''(x) + \lambda X(x) = 0,\ x \in [0;l], \\ X(0) = 0, X(l) = 0, \end{cases}$ б) $\begin{cases} X''(x) + \lambda X(x) = 0,\ x \in [0;l], \\ X'(0) = 0, X(l) = 0, \end{cases}$

в) $\begin{cases} X''(x) + \lambda X(x) = 0,\ x \in [0;l], \\ X(0) = 0, X'(l) = 0, \end{cases}$ г) $\begin{cases} X''(x) + \lambda X(x) = 0,\ x \in [0;l], \\ X'(0) = 0, X'(l) = 0. \end{cases}$

21. Рассмотрим задачу

$$\begin{cases} \dfrac{\partial u(x,t)}{\partial t} = a^2 \dfrac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2}, \quad x \in [0;l],\ t > 0, \\ \dfrac{\partial u(0,t)}{\partial x} = 0, \quad u(l,t) = 0, \quad t > 0, \\ u(x,0) = \varphi_0(x), \quad x \in [0;l]. \end{cases}$$

Пусть функции $X_k(x)$, где $k = 1,2,...$, являются собственными функциями задачи

$$\begin{cases} X''(x) + \lambda X(x) = 0,\ x \in [0;l], \\ X'(0) = 0, X(l) = 0. \end{cases}$$

Ряд $\sum_{k=1}^{\infty} X_k(x) T_k(t)$ сходится и дважды дифференцируем, тогда он всегда будет

а) удовлетворять только дифференциальному уравнению,
б) удовлетворять только граничным условиям,
в) удовлетворять только начальному условию,
г) удовлетворять дифференциальному уравнению и граничным условиям,
д) удовлетворять дифференциальному уравнению и начальному условию,

е) удовлетворять начальному и граничным условиям,

ж) являться решением задачи.

22. Проводя процедуру разделения переменных в процессе решения задачи

$$\begin{cases} \dfrac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2} = a^2 \dfrac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2}, \quad x \in [0;l],\, t > 0, \\ u(0,t) = 0, \quad \dfrac{\partial u(l,t)}{\partial x} = 0, \quad t > 0, \\ u(x,0) = \varphi_0(x), \quad \dfrac{\partial u(x,0)}{\partial t} = \varphi_1(x), \quad x \in [0;l] \end{cases}$$

методом Фурье получаем следующее уравнение:

а) $\dfrac{T''(t)}{a^2 T(t)} = \dfrac{X''(x)}{X(x)}$, б) $T''(t)X(x) = a^2 X''(x)T(t)$, в) $\dfrac{T'(t)}{a^2 T(t)} = \dfrac{X''(x)}{X(x)}$, г) $T'(t)X(x) = a^2 X''(x)T(t)$.

23. Числа $\left(\dfrac{\pi k}{l}\right)^2$, где $k = 0,1,2,...$ являются собственными значениями следующей задачи Штурма-Лиувилля:

а) $\begin{cases} X''(x) + \lambda X(x) = 0, \ x \in [0;l], \\ X(0) = 0, X(l) = 0, \end{cases}$ б) $\begin{cases} X''(x) + \lambda X(x) = 0, \ x \in [0;l], \\ X'(0) = 0, X(l) = 0, \end{cases}$

в) $\begin{cases} X''(x) + \lambda X(x) = 0, \ x \in [0;l], \\ X(0) = 0, X'(l) = 0, \end{cases}$ г) $\begin{cases} X''(x) + \lambda X(x) = 0, \ x \in [0;l], \\ X'(0) = 0, X'(l) = 0. \end{cases}$

24. Пусть функции $X_k(x), X_m(x)$ являются собственными функциями задачи

$$\begin{cases} X''(x) + \lambda X(x) = 0, \ x \in [0;l], \\ X'(0) = 0, X(l) = 0. \end{cases}$$

Если $k \neq m$, то

а) $\int\limits_0^l X_k(x) X_m(x) dx = 0$, б) $\int\limits_0^l X_k(x) X_m(x) dx < 0$, в) $\int\limits_0^l X_k(x) X_m(x) dx = \dfrac{l}{2}$.

25. Проводя процедуру разделения переменных в процессе решения задачи

$$\begin{cases} \dfrac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2} = a^2 \dfrac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2}, \quad x \in [0;l],\, t > 0, \\ u(0,t) = 0, \quad u(l,t) = 0, \quad t > 0, \\ u(x,0) = \varphi_0(x), \quad \dfrac{\partial u(x,0)}{\partial t} = \varphi_1(x), \quad x \in [0;l] \end{cases}$$

методом Фурье получаем следующее уравнение:

а) $\dfrac{T''(t)}{a^2 T(t)} = \dfrac{X''(x)}{X(x)}$, б) $T''(t)X(x) = a^2 X''(x)T(t)$, в) $\dfrac{T'(t)}{a^2 T(t)} = \dfrac{X''(x)}{X(x)}$ г) $T'(t)X(x) = a^2 X''(x)T(t)$.

26. Пусть функции $X_k(x), X_m(x)$ являются собственными функциями задачи

$$\begin{cases} X''(x) + \lambda X(x) = 0, \ x \in [0;l], \\ X(0) = 0, X(l) = 0. \end{cases}$$

Если $k \neq m$, то

а) $\int\limits_0^l X_k(x) X_m(x) dx = 0$, б) $\int\limits_0^l X_k(x) X_m(x) dx < 0$, в) $\int\limits_0^l X_k(x) X_m(x) dx = \dfrac{l}{2}$.

27. Проводя процедуру разделения переменных в процессе решения задачи

$$\begin{cases} \dfrac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2} = a^2 \dfrac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2}, \quad x \in [0;l], \ t > 0, \\ \dfrac{\partial u(0,t)}{\partial x} = 0, \quad \dfrac{\partial u(l,t)}{\partial x} = 0, \quad t > 0, \\ u(x,0) = \varphi_0(x), \quad \dfrac{\partial u(x,0)}{\partial t} = \varphi_1(x), \ x \in [0;l] \end{cases}$$

методом Фурье получаем следующее уравнение:

а) $\dfrac{T''(t)}{a^2 T(t)} = \dfrac{X''(x)}{X(x)}$, б) $T''(t)X(x) = a^2 X''(x)T(t)$, в) $\dfrac{T'(t)}{a^2 T(t)} = \dfrac{X''(x)}{X(x)}$, г) $T'(t)X(x) = a^2 X''(x)T(t)$.

28. Собственными значениями задачи

$$\begin{cases} X''(x) + \lambda X(x) = 0, \ x \in [0;l], \\ X(0) = 0, X(l) = 0. \end{cases}$$

являются следующие числа:

а) $\left(\dfrac{\pi(2k+1)}{2l}\right)^2$, где $k = 0,1,2,...$ б) $\left(\dfrac{\pi k}{l}\right)^2$, где $k = 1,2,...$ в) $\left(\dfrac{\pi k}{l}\right)^2$, где $k = 0,1,2,...$

29. Пусть функции $X_k(x), X_m(x)$ являются собственными функциями задачи

$$\begin{cases} X''(x) + \lambda X(x) = 0, \ x \in [0;l], \\ X'(0) = 0, X'(l) = 0. \end{cases}$$

Если $k \neq m$, то

а) $\int_0^l X_k(x) X_m(x) dx = 0$, б) $\int_0^l X_k(x) X_m(x) dx < 0$, в) $\int_0^l X_k(x) X_m(x) dx = \dfrac{l}{2}$.

---

30. Проводя процедуру разделения переменных в процессе решения задачи

$$\begin{cases} \dfrac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2} = a^2 \dfrac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2}, \quad x \in [0;l], \ t > 0, \\ \dfrac{\partial u(0,t)}{\partial x} = 0, \quad u(l,t) = 0, \quad t > 0, \\ u(x,0) = \varphi_0(x), \quad \dfrac{\partial u(x,0)}{\partial t} = \varphi_1(x), \ x \in [0;l] \end{cases}$$

методом Фурье получаем следующее уравнение:

а) $\dfrac{T''(t)}{a^2 T(t)} = \dfrac{X''(x)}{X(x)}$, б) $T''(t)X(x) = a^2 X''(x)T(t)$, в) $\dfrac{T'(t)}{a^2 T(t)} = \dfrac{X''(x)}{X(x)}$, г) $T'(t)X(x) = a^2 X''(x)T(t)$.

31. Собственными значениями задачи

$$\begin{cases} X''(x) + \lambda X(x) = 0, \ x \in [0;l], \\ X'(0) = 0, X(l) = 0. \end{cases}$$

являются следующие числа:

а) $\left(\dfrac{\pi(2k+1)}{2l}\right)^2$, где $k = 0,1,2,...$ б) $\left(\dfrac{\pi k}{l}\right)^2$, где $k = 1,2,...$ в) $\left(\dfrac{\pi k}{l}\right)^2$, где $k = 0,1,2,...$

32. Пусть функции $X_k(x), X_m(x)$ являются собственными функциями задачи

$$\begin{cases} X''(x) + \lambda X(x) = 0, \ x \in [0;l], \\ X(0) = 0, X'(l) = 0. \end{cases}$$

Если $k \neq m$, то

а) $\int_0^l X_k(x) X_m(x) dx = 0$, б) $\int_0^l X_k(x) X_m(x) dx < 0$, в) $\int_0^l X_k(x) X_m(x) dx = \dfrac{l}{2}$.

33. Проводя процедуру разделения переменных в процессе решения задачи

$$\begin{cases} \dfrac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2} = a^2 \dfrac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2}, \ \ x \in [0;l], \ t > 0, \\ u(0,t) = 0, \quad \dfrac{\partial u(l,t)}{\partial x} = 0, \ \ t > 0, \\ u(x,0) = \varphi_0(x), \quad \dfrac{\partial u(x,0)}{\partial t} = \varphi_1(x), \ \ x \in [0;l] \end{cases}$$

методом Фурье получаем следующее уравнение

а) $\dfrac{T''(t)}{a^2 T(t)} = \dfrac{X''(x)}{X(x)}$, б) $T''(t)X(x) = a^2 X''(x)T(t)$, в) $\dfrac{T'(t)}{a^2 T(t)} = \dfrac{X''(x)}{X(x)}$, г) $T'(t)X(x) = a^2 X''(x)T(t)$

34. Собственными значениями задачи

$$\begin{cases} X''(x) + \lambda X(x) = 0, \ x \in [0;l], \\ X(0) = 0, X'(l) = 0. \end{cases}$$

являются следующие числа:

а) $\left(\dfrac{\pi(2k+1)}{2l}\right)^2$, где $k = 0,1,2,...$ б) $\left(\dfrac{\pi k}{l}\right)^2$, где $k = 1,2,...$ в) $\left(\dfrac{\pi k}{l}\right)^2$, где $k = 0,1,2,...$

35. Пусть функции $X_k(x), X_m(x)$ являются собственными функциями задачи

$$\begin{cases} X''(x) + \lambda X(x) = 0, \ x \in [0;l], \\ X'(0) = 0, X(l) = 0. \end{cases}$$

Если $k = m$, то

а) $\int_0^l X_k(x) X_m(x) dx = 0$, б) $\int_0^l X_k(x) X_m(x) dx < 0$, в) $\int_0^l X_k(x) X_m(x) dx = \dfrac{l}{2}$.

Примерный перечень задач для контрольных работ

1. Методом Фурье решить задачу

$$\begin{cases} \dfrac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2} = a^2 \dfrac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2}, \ \ x \in [0;l], \ t > 0, \\ \dfrac{\partial u(0,t)}{\partial x} = 0, \quad u(l,t) = 0, \ \ t > 0, \\ u(x,0) = \varphi_0(x), \quad \dfrac{\partial u(x,0)}{\partial t} = \varphi_1(x), \ \ x \in [0;l]. \end{cases}$$

2. Методом Фурье решить задачу

$$\begin{cases} \dfrac{\partial u(x,t)}{\partial t} = a^2 \dfrac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2} + f(x,t), \ \ x \in [0;l], \ t > 0, \\ \dfrac{\partial u(0,t)}{\partial x} = 0, \quad \dfrac{\partial u(l,t)}{\partial x} = 0, \ \ t > 0, \\ u(x,0) = \varphi_0(x), \ \ x \in [0;l]. \end{cases}$$

3. Методом Фурье решить задачу

$$\begin{cases} \dfrac{\partial u(x,t)}{\partial t} = \dfrac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2}, \\ u(x,0) = \cos 2x, \quad 0 < x < \pi, \quad t > 0, \\ \dfrac{\partial u(0,t)}{\partial x} = \dfrac{\partial u(\pi,t)}{\partial x} = 0. \end{cases}$$

4. Методом Фурье решить задачу

$$\begin{cases} \dfrac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2} = \dfrac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2} + x(x-l)t^2, \\ u(0,t) = u(l,t) = 0, \\ u(x,0) = \dfrac{\partial u(x,0)}{\partial t} = 0, \quad \text{где} \quad x \in (0,l), \ t > 0. \end{cases}$$

5. Методом Фурье решить задачу

$$\begin{cases} \dfrac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2} = a^2 \dfrac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2}, \ x \in [0;l], \, t > 0, \\ u(0,t) = 0, \quad \dfrac{\partial u(l,t)}{\partial x} = 0, \ t > 0, \\ u(x,0) = \varphi_0(x), \quad \dfrac{\partial u(x,0)}{\partial t} = \varphi_1(x), \ x \in [0;l]. \end{cases}$$

6. Методом Фурье решить задачу

$$\begin{cases} \dfrac{\partial u(x,t)}{\partial t} = a^2 \dfrac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2}, \ x \in [0;l], \, t > 0, \\ \dfrac{\partial u(0,t)}{\partial x} = 0, \quad u(l,t) = 0, \ t > 0, \\ u(x,0) = \varphi_0(x), \ x \in [0;l]. \end{cases}$$

7. Методом Фурье решить задачу

$$\begin{cases} \dfrac{\partial u(x,t)}{\partial t} = a^2 \dfrac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2}, \ x \in [0;l], \, t > 0, \\ u(0,t) = 0, \quad \dfrac{\partial u(l,t)}{\partial x} = 0, \ t > 0, \\ u(x,0) = \varphi_0(x), \ x \in [0;l]. \end{cases}$$

Текущий контроль представляет собой проверку усвоения учебного материала теоретического и практического характера, регулярно осуществляемую на занятиях.

К основным формам текущего контроля можно отнести устный опрос, проверку домашних заданий, тестовые задания, контрольные работы.

В ходе тестовых заданий обучающемуся выдается КИМ с тестовыми заданиями, если тестовое задание проводится в дистанционной форме, то КИМ размещаются в системе «Электронный университет». КИМ тестового задания содержат три задания. На написание тестового задания отводится 15 минут. Тестовое задание оценивается в формате «зачтено» и «не зачтено». Для получения «зачтено» в тестовом задании нужно верно ответить на два задания. «Не зачтено» выставляется в том случае, если ответ обучающегося не удовлетворяет критериям ответа на «зачтено».

В ходе контрольной работы обучающемуся выдается КИМ с практическими заданиями, если контрольная проводится в дистанционной форме, то КИМ размещаются в системе «Электронный университет». КИМ контрольной содержат два задания. На написание контрольной работы отводится 90 минут. Контрольная работа оценивается в формате «зачтено» и «не зачтено». Для получения «зачтено» в контрольной работе нужно верно выполнить одно задание. «Не зачтено» выставляется в том случае, если ответ обучающегося не удовлетворяет критериям ответа на «зачтено».

20.2. Промежуточная аттестация

Перечень вопросов к зачету.

1. Методом Фурье решить задачу

$$\begin{cases} \dfrac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2} = a^2 \dfrac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2}, \ x \in [0;l], \ t > 0, \\ \dfrac{\partial u(0,t)}{\partial x} = 0, \quad u(l,t) = 0, \ t > 0, \\ u(x,0) = \varphi_0(x), \quad \dfrac{\partial u(x,0)}{\partial t} = \varphi_1(x), \ x \in [0;l]. \end{cases}$$

2. Методом Фурье решить задачу

$$\begin{cases} \dfrac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2} = a^2 \dfrac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2}, \ x \in [0;l], \ t > 0, \\ u(0,t) = 0, \quad \dfrac{\partial u(l,t)}{\partial x} = 0, \ t > 0, \\ u(x,0) = \varphi_0(x), \quad \dfrac{\partial u(x,0)}{\partial t} = \varphi_1(x), \ x \in [0;l]. \end{cases}$$

3. Методом Фурье решить задачу

$$\begin{cases} \dfrac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2} = a^2 \dfrac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2}, \ x \in [0;l], \ t > 0, \\ u(0,t) = 0, \quad u(l,t) = 0, \ t > 0, \\ u(x,0) = \varphi_0(x), \quad \dfrac{\partial u(x,0)}{\partial t} = \varphi_1(x), \ x \in [0;l]. \end{cases}$$

4. Методом Фурье решить задачу

$$\begin{cases} \dfrac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2} = a^2 \dfrac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2}, \ x \in [0;l], \ t > 0, \\ \dfrac{\partial u(0,t)}{\partial x} = 0, \quad \dfrac{\partial u(l,t)}{\partial x} = 0, \ t > 0, \\ u(x,0) = \varphi_0(x), \quad \dfrac{\partial u(x,0)}{\partial t} = \varphi_1(x), \ x \in [0;l]. \end{cases}$$

5. Методом Фурье решить задачу

$$\begin{cases} \dfrac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2} = a^2 \dfrac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2} + f(x,t), \ x \in [0;l], \ t > 0, \\ u(0,t) = 0, \quad \dfrac{\partial u(l,t)}{\partial x} = 0, \ t > 0, \\ u(x,0) = \varphi_0(x), \quad \dfrac{\partial u(x,0)}{\partial t} = \varphi_1(x), \ x \in [0;l]. \end{cases}$$

6. Методом Фурье решить задачу

$$\begin{cases} \dfrac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2} = a^2 \dfrac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2} + f(x,t), \ x \in [0;l], \ t > 0, \\ \dfrac{\partial u(0,t)}{\partial x} = 0, \quad u(l,t) = 0, \ t > 0, \\ u(x,0) = \varphi_0(x), \quad \dfrac{\partial u(x,0)}{\partial t} = \varphi_1(x), \ x \in [0;l]. \end{cases}$$

7. Методом Фурье решить задачу

$$\begin{cases} \dfrac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2} = a^2 \dfrac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2} + f(x,t), \ x \in [0;l], \ t > 0, \\ u(0,t) = 0, \quad u(l,t) = 0, \ t > 0, \\ u(x,0) = \varphi_0(x), \quad \dfrac{\partial u(x,0)}{\partial t} = \varphi_1(x), \ x \in [0;l]. \end{cases}$$

8. . Методом Фурье решить задачу

$$\begin{cases} \dfrac{\partial u(x,t)}{\partial t} = a^2 \dfrac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2} + f(x,t), \ x \in [0;l], \ t > 0, \\ u(0,t) = 0, \quad \dfrac{\partial u(l,t)}{\partial x} = 0, \ t > 0, \\ u(x,0) = \varphi_0(x), \ x \in [0;l]. \end{cases}$$

9. Методом Фурье решить задачу

$$\begin{cases} \dfrac{\partial u(x,t)}{\partial t} = a^2 \dfrac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2} + f(x,t), \ x \in [0;l], \ t > 0, \\ \dfrac{\partial u(0,t)}{\partial x} = 0, \quad \dfrac{\partial u(l,t)}{\partial x} = 0, \ t > 0, \\ u(x,0) = \varphi_0(x), \ x \in [0;l]. \end{cases}$$

10. Методом Фурье решить задачу

$$\begin{cases} \dfrac{\partial u(x,t)}{\partial t} = a^2 \dfrac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2} + f(x,t), \ x \in [0;l], \ t > 0, \\ u(0,t) = 0, \quad u(l,t) = 0, \ t > 0, \\ u(x,0) = \varphi_0(x), \ x \in [0;l]. \end{cases}$$

11. Методом Фурье решить задачу

$$\begin{cases} \dfrac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2} = a^2 \dfrac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2} + f(x,t), \ x \in [0;l], \ t > 0, \\ u(0,t) = \mu(t), \quad u(l,t) = 0, \ t > 0, \\ u(x,0) = \varphi_0(x), \quad \dfrac{\partial u(x,0)}{\partial t} = \varphi_1(x), \ x \in [0;l]. \end{cases}$$

12. Методом Фурье решить задачу

$$\begin{cases} \dfrac{\partial u(x,t)}{\partial t} = a^2 \dfrac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2} + f(x,t), \ x \in [0;l], \ t > 0, \\ u(0,t) = \mu(t), \quad u(l,t) = 0, \ t > 0, \\ u(x,0) = \varphi_0(x), \ x \in [0;l]. \end{cases}$$

Промежуточная аттестация предназначена для определения уровня освоения всего объема учебной дисциплины «Метод Фурье» в форме зачета.

Промежуточная аттестация, как правило, осуществляется в конце семестра и может завершать изучение как отдельной дисциплины, так и ее разделов. Промежуточная аттестация помогает оценить более крупные совокупности знаний и умений, в некоторых случаях даже формирование определенных профессиональных компетенций.

На зачете оценивается практический уровень освоения дисциплины и степень сформированности компетенций оценками «зачет» и «не зачет».

В ходе зачета обучающемуся выдается КИМ с практическими заданиями, если зачет проводится в дистанционной форме, то КИМ размещаются в системе «Электронный университет». КИМ зачета содержат два вопроса. На написание зачета отводится 90 минут. Для получения «зачет» нужно верно решить одно задание. «Не зачет» выставляется в том случае, если ответ обучающегося не удовлетворяет критериям ответа на «зачет».

20.3 Фонд оценочных средств сформированности компетенций студентов, рекомендуемый для проведения диагностических работ

Перечень заданий для оценки сформированности компетенции

Задания закрытого типа (выбор одного варианта ответа, верно/неверно) Test1-5:

- 1 балл – указан верный ответ;
- 0 баллов – указан неверный ответ.

Test1

Пусть функции $X_k(x), X_m(x)$ являются собственными функциями задачи

$$\begin{cases} X''(x) + \lambda X(x) = 0, \ x \in [0;l], \\ X'(0) = 0, X(l) = 0. \end{cases}$$

Если $k \neq m$, тогда
Варианты ответов:

1) $\int_0^l X_k(x)X_m(x)dx = 0$,
2) $\int_0^l X_k(x)X_m(x)dx < 0$,
3) $\int_0^l X_k(x)X_m(x)dx = \frac{l}{2}$.
4) $\int_0^l X_k(x)X_m(x)dx = \frac{1}{2}$

Ответ: 1).

Test2
Проводя процедуру разделения переменных в процессе решения задачи

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2}, \quad x \in [0;l],\ t > 0, \\ u(0,t) = 0, \quad \frac{\partial u(l,t)}{\partial x} = 0, \quad t > 0, \\ u(x,0) = \varphi_0(x), \quad \frac{\partial u(x,0)}{\partial t} = \varphi_1(x), \quad x \in [0;l] \end{cases}$$

методом Фурье получаем следующее уравнение(варианты ответов):
1) $T''(t)X(x) = a^2 X''(x)T(t)$,
2) $\frac{T'(t)}{a^2 T(t)} = \frac{X''(x)}{X(x)}$,
3) $T'(t)X(x) = a^2 X''(x)T(t)$.
4) $T'(t)X'(x) = a^2 X''(x)T''(t)$

Ответ. 1) $T''(t)X(x) = a^2 X''(x)T(t)$,

Test3
В результате решения задачи

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2}, \quad x \in [0;l],\ t > 0, \\ \frac{\partial u(0,t)}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial u(l,t)}{\partial x} = 0, \quad t > 0, \\ u(x,0) = \varphi_0(x), \quad \frac{\partial u(x,0)}{\partial t} = \varphi_1(x), \quad x \in [0;l] \end{cases}$$

методом Фурье возникает следующая задача Штурма-Лиувилля:

Варианты ответов:

1) $\begin{cases} X''(x) + \lambda X(x) = 0,\ x \in [0;l], \\ X'(0) = 0, X'(l) = 0, \end{cases}$

2) $\begin{cases} X''(x) + \lambda X(x) = 0,\ x \in [0;l], \\ X(0) = 0, X(l) = 0, \end{cases}$

3) $\begin{cases} X''(x) + \lambda X(x) = 0,\ x \in [0;l], \\ X'(0) = 0, X(l) = 0, \end{cases}$

4) $\begin{cases} X''(x)+\lambda X(x)=0,\ x\in[0;l], \\ X'(0)=0, X(l)=0. \end{cases}$

Ответ: 1) $\begin{cases} X''(x)+\lambda X(x)=0,\ x\in[0;l], \\ X'(0)=0, X'(l)=0, \end{cases}$.

Test4.

Рассмотрим задачу

$$\begin{cases} \dfrac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2}=\dfrac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2},\ \ 0<x<l,\ t>0, \\ u(0,t)=0,\quad \dfrac{\partial u(l,t)}{\partial x}=0,\ \ 0\le x\le l, \\ u(x,0)=\varphi_0(x),\quad \dfrac{\partial u(x,0)}{\partial t}=\varphi_1(x),\ t\ge 0. \end{cases}$$

Являются ли собственными функциями соответствующей задачи Штурма-Лувилля

$\begin{cases} X''(x)+\lambda^2 X(x)=0,\ x\in(0;l), \\ X(0)=0, X'(l)=0. \end{cases}$

функции….

Варианты ответов:

1. $\sin\left(\dfrac{5\pi}{2l}\right)x$

2. $\sin(5\pi)x$

3. $\cos\left(\dfrac{5\pi}{2l}\right)x$,;

4. $\cos(5\pi)x$

!Solution

Рассмотрим задачу Штурма-Лувилля

$\begin{cases} X''(x)+\lambda^2 X(x)=0,\ x\in(0;l), \\ X(0)=0, X'(l)=0. \end{cases}$

Решения этой задачи: $X(x)=C_1\cos\lambda x+C_2\sin\lambda x$, $X(0)=0\Leftrightarrow C_1=0$,

$X'(x)=\lambda C_2\cos\lambda x$,

$$X'(l)=\lambda C_2\cos\lambda l=0\Rightarrow \lambda l=\frac{\pi}{2}+k\pi, k\in Z\Rightarrow \lambda=\frac{(2k+1)\pi}{2l}\Rightarrow$$

$X_k(x)=\sin\dfrac{(2k+1)\pi}{2l}x, k=0,1,2,...$ тогда при $k=2\Rightarrow X_1(x)=\sin\left(\dfrac{5\pi}{2l}\right)x$

Ответ: 1. $\sin\left(\dfrac{5\pi}{2l}\right)x$

Test4.

Функции $\sin\left(\frac{\pi(2k+1)x}{2l}\right)$, где $k=0,1,2,\ldots$ являются собственными функциями следующей задачи Штурма-Лиувилля:

Варианты ответов:

1) $\begin{cases} X''(x)+\lambda X(x)=0,\ x\in[0;l], \\ X(0)=0, X'(l)=0, \end{cases}$

2) $\begin{cases} X''(x)+\lambda X(x)=0,\ x\in[0;l], \\ X'(0)=0, X(l)=0, \end{cases}$

3) $\begin{cases} X''(x)+\lambda X(x)=0,\ x\in[0;l], \\ X'(0)=0, X(l)=0, \end{cases}$

4) $\begin{cases} X''(x)+\lambda X(x)=0,\ x\in[0;l], \\ X'(0)=0, X'(l)=0. \end{cases}$

!Solution

Рассмотрим задачу Штурма-Лувилля

$$\begin{cases} X''(x)+\lambda^2 X(x)=0,\ x\in(0;l), \\ X(0)=0, X'(l)=0. \end{cases}$$

Решения этой задачи: $X_k(x)=\sin\left(\frac{\pi(2k+1)x}{2l}\right)$,

удовлетворяют уравнению и граничным условиям

$X_k(0)=0, X_k'(l)=0.$

$$X_k(0)=\sin\left(\frac{\pi(2k+1)\cdot 0}{2l}\right)=0,$$

$$X_k'(l)=\frac{\pi(2k+1)l}{2l}\cos\left(\frac{\pi(2k+1)l}{2l}\right)=\cos\left(\frac{\pi(2k+1)}{2}\right)=0, k=0,1,2,3,\ldots$$

Ответ: 1) $\begin{cases} X''(x)+\lambda X(x)=0,\ x\in[0;l], \\ X(0)=0, X'(l)=0, \end{cases}$

Test5.

Рассмотрим задачу

$$\begin{cases} \frac{\partial u(x,t)}{\partial t}=\frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2},\quad 0<x<l,\ t>0, \\ \frac{\partial u(0,t)}{\partial x}=0,\quad \frac{\partial u(l,t)}{\partial x}=0,\quad 0\le x\le l, \\ u(x,0)=\varphi_0(x),\quad t\ge 0. \end{cases}$$

Являются ли собственными функциями соответствующей задачи Штурма-Лувилля

$$\begin{cases} X''(x) + \lambda^2 X(x) = 0,\ x \in (0;l), \\ X'(0) = 0, X'(l) = 0. \end{cases}$$

функции …

Варианты ответов:

1. $\cos\left(\frac{2\pi}{l}\right)x$

2. $\cos(2\pi)x$

3. $\sin\left(\frac{2\pi}{l}\right)x$,;

4. $\sin\left(\frac{9\pi}{2l}\right)x$

!Solution

Рассмотрим задачу Штурма-Лувилля

$$\begin{cases} X''(x) + \lambda^2 X(x) = 0,\ x \in (0;l), \\ X'(0) = 0, X'(l) = 0. \end{cases}$$

Решения этой задачи: $X(x) = C_1 \cos \lambda x + C_2 \sin \lambda x$,

$X'(x) = -\lambda C_1 \sin \lambda x + \lambda C_2 \cos \lambda x$, $X'(0) = 0 \Leftrightarrow C_2 = 0$,

$X'(l) = -\lambda C_1 \sin \lambda l = 0 \Rightarrow \lambda l = k\pi, k \in Z \Rightarrow \lambda = \frac{k\pi}{l} \Rightarrow X_k(x) = \cos\frac{k\pi}{l}x, k = 0,1,2,...$ тогда

при $k = 2 \Rightarrow X_2(x) = \cos\left(\frac{2\pi}{l}\right)x$.

Ответ: 1) $\cos\left(\frac{2\pi}{l}\right)x$

Задания открытого типа (короткий текст): **!Task6-10**

- 2 балла – указан верный ответ;
- 0 баллов – указан неверный ответ.

!Task6 **Вставьте пропущенное слово или закончите определение**

Функции

$\sin\left(\frac{\pi kx}{l}\right)$, где $k = 1, 2, ...$ являются ………….. функциями следующей задачи Штурма-Лиувилля:

$$\begin{cases} X''(x) + \lambda X(x) = 0,\ x \in [0;l], \\ X(0) = 0, X(l) = 0, \end{cases}$$

!Ответ

собственными

собственной

!Task7

Продолжите предложение: задача для дифференциального уравнения с частными производными и заданным начальным условием:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}; \quad -\infty < x < \infty, t > 0$$

$$u\big|_{t=0} = u_0(x)$$

$$\left.\frac{\partial u}{\partial t}\right|_{t=0} = u_1(x)$$

называется: начальной задачей для уравнения свободных ………………. струны.

!Ответ

колебаний

!Task8

В результате решения задачи

$$\begin{cases} \dfrac{\partial u(x,t)}{\partial t} = a^2 \dfrac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2}, \quad x \in [0;l], \ t > 0, \\ \dfrac{\partial u(0,t)}{\partial x} = 0, \qquad \dfrac{\partial u(l,t)}{\partial x} = 0, \quad t > 0, \\ u(x,0) = \varphi_0(x), \ \ x \in [0;l] \end{cases}$$

методом Фурье возникает следующая задача $\begin{cases} X''(x) + \lambda X(x) = 0, \ x \in [0;l], \\ X'(0) = 0, X'(l) = 0, \end{cases}$

называющаяся задачей ……….:

!Ответ

Штурма-Лиувилля

!Task9

Задача для дифференциального уравнения с частными производными и заданными граничными и начальными условиями

$$\begin{cases} \dfrac{\partial u(x,t)}{\partial t} = a^2 \dfrac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2}, \quad x \in [0;l], \ t > 0, \\ \dfrac{\partial u(0,t)}{\partial x} = 0, \quad u(l,t) = 0, \quad t > 0, \\ u(x,0) = \varphi_0(x), \ \ x \in [0;l] \end{cases}$$

называется ………… задачей для уравнения теплопроводности

!Ответ

начально-граничной

начально-краевой

!Task10

Продолжите предложение: задача для дифференциального уравнения с частными производными и заданным начальным условием:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = f(x,t); \quad -\infty < x < \infty, t > 0$$
$$u\big|_{t=0} = u_0(x)$$
$$\frac{\partial u}{\partial t}\bigg|_{t=0} = u_1(x)$$

называется: начальной задачей для уравнения ………………. колебаний струны.
!Ответ
вынужденных
Задания раздела 20.3 рекомендуются к использованию при проведении диагностических работ с целью оценки остаточных результатов освоения данной дисциплины (знаний, умений, навыков).