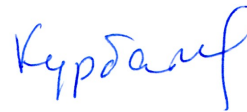


МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
(ФГБОУ ВО «ВГУ»)

УТВЕРЖДАЮ

Заведующий кафедрой  
системного анализа и управления  
проф. Курбатов В.Г.



23.03.2024 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

***Б1.В.07 Дискретная математика***

**1. Код и наименование направления подготовки/специальности:**

*38.03.05 Бизнес-информатика*

**2. Профиль подготовки/специализация:**

Бизнес-аналитика и системы автоматизации предприятий

**3. Квалификация выпускника:** бакалавр

**4. Форма обучения:** очная

**5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины:**

Системного анализа и управления

**6. Составители программы:** Булгакова Ирина Николаевна, д.э.н. доцент

**7. Рекомендована:** Научно-методическим советом факультета прикладной математики, информатики и механики (протокол № 5 от 22.03.2024)

**8. Учебный год:** 2024-2025

**Семестр(ы)/Триместр(ы):** 2

## 9. Цели и задачи учебной дисциплины

Целями освоения учебной дисциплины являются:

- изучение дискретных структур, которые применяются при разработке математических моделей и алгоритмов для решения социально-экономических, информационно-технологических, оптимизационных и вычислительных задач;
- развитие абстрактного, алгоритмического и комбинаторного мышления студентов, необходимого для решения задач в области бизнес-аналитики, при создании и эксплуатации современных вычислительных систем, средств хранения, обработки и передачи информации, автоматизированных систем управления и проектирования.

Задачи учебной дисциплины:

- сформировать у студентов навыки логического, алгоритмического и комбинаторного мышления и освоения принципов работы с формальными математическими объектами;
- сформировать базовые знания и навыки решения типовых задач с учетом основных понятий и общих закономерностей по основным разделам дискретной математики и их приложениям;
- сформировать практические навыки адаптации существующих методов математического моделирования и статистического анализа для разработки и реализации алгоритмов решения прикладных задач в области бизнес-аналитики.

## 10. Место учебной дисциплины в структуре ООП:

Учебная дисциплина относится к разделу дисциплин, формируемых участниками образовательных отношений (Б1.В.07).

## 11. Планируемые результаты обучения по дисциплине/модулю (знания, умения, навыки), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями) и индикаторами их достижения:

Код	Название компетенции	Код(ы)	Индикатор(ы)	Планируемые результаты обучения
ПК-1	Способен использовать методы математического и статистического анализа, экономико-математические методы для решения задач в области бизнес-аналитики	ПК-1.1	Адаптирует существующие методы математического моделирования и статистического анализа для разработки и реализации алгоритмов решения прикладных задач в области бизнес-аналитики	<p><i>Знать:</i> теоретические основы дискретной математики; модели и методы (комбинаторики, теории отношений, математической логики) формализованного представления реальных управленческих ситуаций, прикладных задач в области бизнес-аналитики</p> <p><i>Уметь:</i> использовать алгоритмы дискретной математики для качественного анализа проблем управления; осуществлять постановки задач в области бизнес-аналитики для последующего их решения с использованием современных информационных технологий.</p> <p><i>Владеть (иметь навык(и)):</i> навыками применения современного математического инструментария для решения экономических задач; методикой построения, анализа и применения математических моделей для оценки состояния и прогноза развития экономических явлений и процессов</p>

12. Объем дисциплины в зачетных единицах/час. — 4/144.

Форма промежуточной аттестации *экзамен*

## 13. Трудоемкость по видам учебной работы

Вид учебной работы	Трудоемкость	
	Всего	По семестрам
		2 семестр

Аудиторные занятия		64	64
в том числе:	лекции	32	32
	практические	32	32
	лабораторные		
Самостоятельная работа		44	44
в том числе: курсовая работа (проект)			
Форма промежуточной аттестации (экзамен – 36 час.)		36	36
Итого:		144	144

### 13.1. Содержание дисциплины

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины	Реализация раздела дисциплины с помощью онлайн-курса, ЭУМК
<b>1. Лекции</b>			
1.1	Элементы теории множеств	Предмет дискретной математики. Множества и их элементы. Способы задания множеств. Подмножества. Операции над множествами. Диаграммы Эйлера – Венна.	Б1.В.07 Дискретная математика
1.2	Бинарные отношения и их свойства	Декартово произведение и бинарное отношение. Способы задания бинарных отношений. Свойства бинарных отношений. Типы бинарных отношений. Операции над отношениями. Функции.	Б1.В.07 Дискретная математика
1.3	Основы комбинаторики	Правила суммы и произведения. Перестановки. Размещения и сочетания. Разбиения. Комбинаторные задачи с ограничениями. Формула включений и исключений.	Б1.В.07 Дискретная математика
1.4	Логика высказываний	Логика высказываний. Высказывания. Логические связки. Формулы алгебры логики. Законы алгебры логики. Равносильность формул логики высказываний. Нормальные формы. Совершенные нормальные формы	Б1.В.07 Дискретная математика
1.5	Булевы функции	Булевы функции. Представление булевой функции формулой логики высказываний. Минимизация булевых функций. Полином Жегалкина. Основные классы функций. Функционально полные системы. Теорема Поста о функциональной полноте	Б1.В.07 Дискретная математика
1.6	Элементы теории графов	Графы, орграфы и их основные характеристики. Способы задания графа. Смежность и инцидентность. Представление графов матрицами. Операции над графами. Маршруты, цепи, контуры и циклы в графе. Части графа, связность и сильная связность. Компоненты связности графа. Степень вершины графа. Раскраска вершин и ребер графа. Хроматическое число. Деревья. Бинарные деревья.	Б1.В.07 Дискретная математика
<b>2. Практические занятия</b>			
2.1	Элементы теории множеств	Предмет дискретной математики. Множества и их элементы. Способы задания множеств. Подмножества. Операции над множествами. Диаграммы Эйлера – Венна.	Б1.В.07 Дискретная математика
2.2	Бинарные отношения и их свойства	Декартово произведение и бинарное отношение. Способы задания бинарных отношений. Свойства бинарных отношений. Типы бинарных отношений. Операции над отношениями. Функции.	Б1.В.07 Дискретная математика
2.3	Основы комбинаторики	Правила суммы и произведения. Перестановки. Размещения и сочетания. Разбиения. Комбинаторные задачи с ограничениями. Формула включений и исключений.	Б1.В.07 Дискретная математика
2.4	Логика высказываний	Логика высказываний. Высказывания. Логические связки. Формулы алгебры логики. Законы алгебры логики. Равносильность формул логики высказыва-	Б1.В.07 Дискретная математика

		ний. Нормальные формы. Совершенные нормальные формы	
2.5	Булевы функции	Булевы функции. Представление булевой функции формулой логики высказываний. Минимизация булевых функций. Полином Жегалкина. Основные классы функций. Функционально полные системы. Теорема Поста о функциональной полноте	Б1.В.07 Дискретная математика
2.6	Элементы теории графов	Графы, орграфы и их основные характеристики. Способы задания графа. Смежность и инцидентность. Представление графов матрицами. Операции над графами. Маршруты, цепи, контуры и циклы в графе. Части графа, связность и сильная связность. Компоненты связности графа. Степень вершины графа. Раскраска вершин и ребер графа. Хроматическое число. Множество внешней и внутренней устойчивости графа. Деревья.	Б1.В.07 Дискретная математика

### 13.2. Темы (разделы) дисциплины и виды занятий

№ п/п	Наименование темы (раздела) дисциплины	Виды занятий (количество часов)				Всего
		Лекции	Практические	Лабораторные	Самостоятельная работа	
1.	Элементы теории множеств	6	6		6	18
2.	Бинарные отношения и их свойства	4	4		6	14
3.	Основы комбинаторики	6	6		8	20
4.	Логика высказываний	4	4		8	16
5.	Булевы функции	6	6		8	20
6.	Элементы теории графов	6	6		8	20
	Экзамен					36
	Итого:	32	32		44	144

### 14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины:

- для овладения знаниями: работа с первоисточником (основная и дополнительная литературы); использование компьютерной техники и Интернета; работа с электронными учебными ресурсами и др.;
- для закрепления и систематизации знаний: работа с конспектом лекции; работа над учебным материалом (учебника, первоисточника, дополнительной литературы); ответы на контрольные вопросы;
- для формирования умений: решение задач и упражнений по образцу; решение вариативных задач и упражнений; выполнение контрольных работ.

При использовании дистанционных образовательных технологий и электронного обучения выполнять все указания преподавателей по работе на LMS-платформе, своевременно подключаться к online-занятиям, соблюдать рекомендации по организации самостоятельной работы.

### 15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины

а) основная литература:

№ п/п	Источник
1	Милевский, А. С. Дискретная математика : учебное пособие / А. С. Милевский. — Москва : РУТ (МИИТ), 2021. — 92 с. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <a href="https://e.lanbook.com/book/269681">https://e.lanbook.com/book/269681</a> . — Режим доступа: для авториз. пользователей.
2	Иванисова, О. В. Дискретная математика и математическая логика : учебное пособие : [12+] / О. В. Иванисова, И. В. Сухан. — Москва; Берлин : Директ-Медиа, 2020. — 354 с. — Режим доступа: по подписке. — URL: <a href="https://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=600488">https://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=600488</a> (. — ISBN 978-5-4499-1729-4. — DOI 10.23681/600488. — Текст : электронный.
3	Мальцев, И. А. Дискретная математика: учебное пособие для вузов / И. А. Мальцев. — 3-е изд., стер. — Санкт-Петербург: Лань, 2021. — 292 с. — ISBN 978-5-8114-8615-1. — Текст: электрон-

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Компетенция(и)	Индикатор(ы) достижения компетенции	Оценочные средства
-------	--	----------------	-------------------------------------	--------------------

	ный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <a href="https://e.lanbook.com/book/179040">https://e.lanbook.com/book/179040</a> . — Режим доступа: для авториз. пользователей.			
4	Микони, С. В. Дискретная математика для бакалавра: множества, отношения, функции, графы : учебное пособие / С. В. Микони. — Санкт-Петербург : Лань, 2021. — 192 с. — ISBN 978-5-8114-1386-7. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <a href="https://e.lanbook.com/book/168465">https://e.lanbook.com/book/168465</a> (дата обращения: 23.12.2021). — Режим доступа: для авториз. пользователей.			

б) дополнительная литература:

№ п/п	Источник
1	Математика. Основы дискретной математики: учебное пособие / составитель Н. В. Зорькина. — Ульяновск: УИ ГА, 2019. — 81 с. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <a href="https://e.lanbook.com/book/162500">https://e.lanbook.com/book/162500</a> . — Режим доступа: для авториз. пользователей.

в) информационные электронно-образовательные ресурсы (официальные ресурсы интернет:

№ п/п	Ресурс
1	Б1.В.07 Дискретная математика / И.Н.Булгакова. — Образовательный портал «Электронный университет ВГУ». — Режим доступа: <a href="https://edu.moodle.ru">https://edu.moodle.ru</a>

## 16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы

№ п/п	Источник
1	Булгакова И. Н. Дискретная математика. Элементы теории [Электронный ресурс]: задачи и упражнения : учебное пособие : [для направлений: 38.03.05 - Бизнес-информатика, 01.03.03 - Механика и математическое моделирование]. Ч. 1 / И. Н. Булгакова, Л. Ю. Кабанцова, Л. Н. Костина ; Воронеж. гос. ун-т. — Электрон. текстовые дан. — Воронеж : Издательский дом ВГУ, 2021. — Загл. с титул. экрана. — Режим доступа: для зарегистрированных читателей ВГУ. — Текстовый файл. — <URL: <a href="http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m21-132.pdf">http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m21-132.pdf</a> >.
2	Булгакова И. Н. Дискретная математика. Элементы теории, задачи и упражнения: учебное пособие: студентам 1-го курса бакалавриата факультета прикладной математики, информатики и механики, для направлений: 38.03.05 - Бизнес-информатика; 01.03.03 - Механика и математическое моделирование. Ч. 2 / И. Н. Булгакова, Л. Ю. Кабанцова, Л. Н. Костина; Воронежский государственный университет. Воронеж: Издательский дом ВГУ, 2022. 1 файл (2,5 МБ)
3	Булгакова И. Н. Элементы теории графов: учебное пособие: студентам 1-го курса бакалавриата факультета прикладной математики, информатики и механики, для направлений: 38.03.05 - Бизнес-информатика / И. Н. Булгакова, Л. Ю. Кабанцова, Л. Н. Костина; Воронежский государственный университет. Воронеж: Издательский дом ВГУ, 2024. 1 файл (3,1 МБ)
4	Б1.В.07 Дискретная математика / И.Н.Булгакова. — Образовательный портал «Электронный университет ВГУ». — Режим доступа: <a href="https://edu.moodle.ru">https://edu.moodle.ru</a>

## 17. Образовательные технологии, используемые при реализации учебной дисциплины, включая дистанционные образовательные технологии (ДОТ, электронное обучение (ЭО), смешанное обучение):

Дисциплина реализуется с применением электронного обучения и дистанционных образовательных технологий. Для организации занятий рекомендован онлайн-курс «Б1.В.07 Дискретная математика», размещенный на платформе Электронного университета ВГУ (LMS moodle), а также Интернет-ресурсы, приведенные в п.15в.

## 18. Материально-техническое обеспечение дисциплины:

Лекционная аудитория, оборудованная компьютером преподавателя, мультимедийным оборудованием (проектор, экран), маркерные панели (доска), специализированная мебель.

Для практических занятий: аудитория, оборудованная меловой/маркерной доской, специализированная мебель.

## 19. Оценочные средства для проведения текущей и промежуточной аттестаций

1.	Элементы теории множеств	ПК-1	ПК-1.1	Контрольная работа 1
2.	Бинарные отношения и их свойства			
3.	Основы комбинаторики			
4.	Логика высказываний			Контрольная работа 2
5.	Булевы функции			
6.	Элементы теории графов			Контрольная работа 3
Промежуточная аттестация форма контроля – экзамен				Перечень вопросов Практическое задание

Порядок оценки освоения обучающимися учебного материала определяется содержанием следующих разделов дисциплины:

## 20. Типовые оценочные средства и методические материалы, определяющие процедуры оценивания

### 20.1. Текущий контроль успеваемости

Контроль успеваемости по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств: контрольные работы; домашние задания по каждому разделу.

Целью домашних заданий является закрепление уже полученных знаний, путем тренировки и развития аналитических способностей студента, навыка систематизации материала.

Выполнение домашней работы является обязательным для студентов.

Контрольные работы выполняются в аудитории, состоят из разноуровневых заданий.

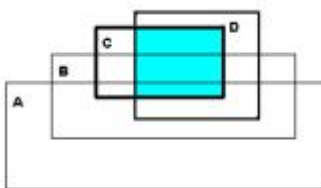
#### Пример варианта контрольной работы №1

1. Изобразите на координатной плоскости декартово произведение двух множеств  $A \times B$  и  $B \times A$ , если  $A = \{-1, -2, -3, 0, 5\}$ ,  $B = \{y \mid y \in \mathbb{R}, -1 \leq y \leq 3\}$ .

2. Упростить:  $(A \cup B \cup C) \cap (A \cup B) \setminus (A \cup (B \setminus C)) \cap A$ .

3. Нарисовать граф следующего бинарного соотношения:  $xry \Leftrightarrow \frac{x}{y}$  на множестве  $A = \{1, 2, 3, \dots, 15\}$ . Перечислить свойства данного бинарного соотношения.

4. Выразить через множества  $A, B, C, D$  множество  $E$ , которому соответствует заштрихованная область.



5. Сколькими способами из 28 костей домино можно выбрать кость, на которой есть 1 или 2.

6. Из 100 студентов факультета программирования 42 посещают спортивные секции, 30 – занятия научного студенческого общества (НСО), 28 – кружки художественной самодеятельности. На занятия НСО и спортом успевают ходить 5 студентов, спортом и художественной самодеятельностью занимаются 10, посещают НСО и занимаются художественной самодеятельностью – 8, а сразу все три увлечения имеют три студента. Сколько студентов:

1) занимаются только спортом;

2) занимаются либо в НСО, либо художественной самодеятельностью?

#### Пример варианта контрольной работы № 2

1. Проверить правильность логического рассуждения:

«Или Пётр и Иван братья, или они однокурсники. Если Пётр и Иван братья, то Сергей и Иван не братья. Если Пётр и Иван однокурсники, то Иван и Михаил также однокурсники. Следовательно, или Сергей и Иван не братья, или Иван и Михаил однокурсники».

2. Даны булевы функции

$$f_1 = (x \oplus y) \wedge z \rightarrow (\bar{x} \vee \bar{y})$$

$$f_2 = x \leftrightarrow (y \oplus z) \vee \bar{y}$$

$$f_3 = (00011011)$$

а) Для  $f_1$  методом эквивалентных преобразований построить СДНФ, СКНФ, полином Жегалкина, найти минимальную и кратчайшую ДНФ.

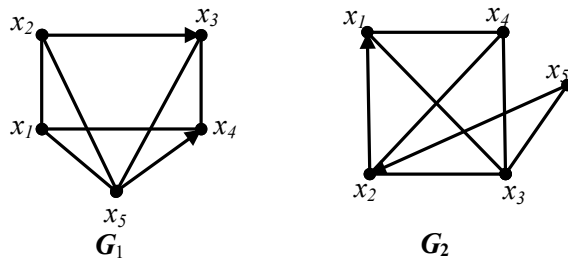
б) Определить, к каким классам булевых функций принадлежит  $f_1$  и каким не принадлежит (ответ обосновать).

Проверить, является ли система функций  $F = \{f_1, f_2, f_3\}$  полной. Если да, то найти ее базис.

### Пример варианта контрольной работы №3

1. Даны графы  $G_1$  и  $G_2$ . Постройте  $G_1 \cup G_2; G_1 \cap G_2; G_1 \oplus G_2; \bar{G}_2$ .

2. Для графа  $G_2$  определить матрицы смежности, инцидентности, маршрутов длины 2 и все маршруты длины 2, исходящие из вершины  $x_5$ .

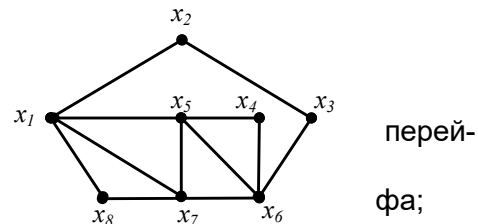


3. Проверить:

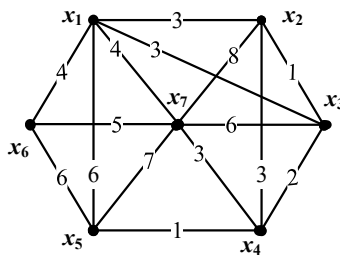
- является ли изображенный граф эйлеровым?

Гамильтоновым? Если возможно, построить эйлеров цикл.

- определить радиус и диаметр графа;
- определить хроматическое число;
- определить цикломатическое число данного графа;
- перейти к дереву, удалив циклические ребра;
- числа внутренней и внешней устойчивости, ядро графа;



4. Найти кратчайший остов графа.



Описание технологии проведения:

Средство проверки умений применять полученные знания для решения задач определенного типа по дисциплине

Критерии оценивания качества выполнения контрольной работы

Параметр	Шкала оценок
Оценка выставляется, если обучающийся при решении задач показывает полное знание программного материала; демонстрирует владение понятийным аппаратом и терминологией дискретной математики; представил логически корректное решение задач; может объяснить последовательность всех шагов решения.	Отлично

Оценка выставляется, если обучающийся показывает полное знание программного материала; умение пользоваться понятийным аппаратом в процессе решения задач в рамках темы контрольной работы; представил в целом логически корректное, но не всегда правильное аргументированное решение задач или допускаются негрубые ошибки в последовательности решения, не влияющие на результат.	Хорошо
Оценка выставляется если обучающийся показывает фрагментарное, поверхностное знание важнейших разделов программы; испытывает затруднения с использованием понятийного аппарата и терминологии дискретной математики; частичные затруднения с выполнением заданий; решение задачи не завершено; не может объяснить используемые приемы при решении типовых задач.	Удовлетворительно
Оценка выставляется, если обучающийся имеет существенные пробелы в знаниях основного учебного материала по дисциплине; неумение использовать понятийный аппарат дискретной математики; отсутствие логики в решении задачи; выполнил правильно менее 2/3 всех заданий. Выполненный вариант контрольной работы не соответствует закрепленному.	Неудовлетворительно

## 20.2. Промежуточная аттестация

Промежуточная аттестация по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств: перечень вопросов и практические задания

Студенты, не выполнившие контрольные работы или посетившие менее 80 % аудиторных занятий, выполняют на экзамене дополнительную письменную контрольную работу.

Все формы контроля оцениваются по пятибалльной шкале.

### Пример КИМ

1. Пусть  $A, B$  и  $C$  — множества точек плоскости, координаты которых удовлетворяют перечисленным условиям.

$$A = \{(x, y) \mid -5 \leq x < 2\}, B = \{(x, y) \mid x + y \leq 4\}, C = \{(x, y) \mid y \geq -2\}$$

Изобразите в системе координат  $xOy$  множество  $D = (A \cup B) \Delta C$ .

2. Упростить выражение и проверить выполнение условия

$$A \cap B \cap (\overline{A \cap B}) \cap (A \cup \overline{B}) \cup C \cap \overline{C} \subseteq A.$$

3. Пусть  $f_1 = \{(x, y) \in R \times R \mid x = y + 1\}, f_2 = \{(x, y) \in R \times R \mid x \cdot y > 0\}$ . Найдите  $D_{f_1}, E_{f_2}, D_{f_2}, E_{f_2}, (f_2 \circ f_1)^{-1}$

4. Сколько различных перестановок можно образовать из всех букв слова **перестановка**?

Сколько из них начинается с буквы **п** и оканчивается буквой **а**?

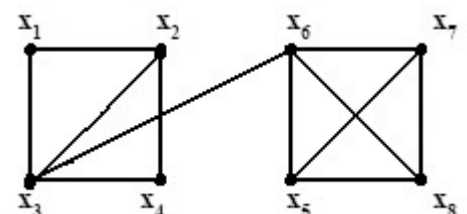
5. Построить релейно-контактную схему, реализующую элементарную булеву функцию

$$f(101) = f(011) = f(010) = f(011) = 1.$$

6. Проверить, являются ли формулы  $U$  и  $B$  эквивалентными:

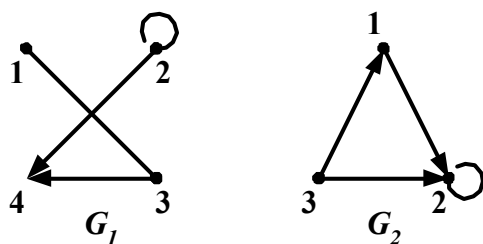
$$U = (x \mid y \rightarrow z) \vee (x \rightarrow z), \quad B = (x \rightarrow y) \vee z.$$

7. Является изображенный граф эйлеровым? Если – нет, то, применяя минимальное количество известных операций на графах, преобразовать данный граф до эйлерова графа. Определить хроматическое число данного (исходного) графа.



8. Даны графы  $G_1$  и  $G_2$ . Постройте  $G_1 \times G_2$ .





*Описание технологии проведения*

Средство промежуточного контроля усвоения разделов дисциплины, организованное в виде собеседования преподавателя и обучающегося.

*Требования к выполнению заданий, шкалы и критерии оценивания*

Параметр	Результаты
Студент демонстрирует глубокое знание предусмотренного программой материала, содержащегося в основных и дополнительных рекомендованных литературных источниках, умение четко, лаконично и логически последовательно отвечать на поставленные вопросы, умение применять теоретические положения при решении практических задач. Выполненные контрольные работы представлены полностью.	Отлично
Студент демонстрирует твердое знание основного (программного) материала, приводит грамотные, без существенных неточностей ответы на поставленные вопросы, умеет применять теоретические положения для решения практических задач. Выполненные контрольные работы представлены полностью.	Хорошо
Ответ не является логически законченным и обоснованным, поставленный вопрос раскрыт недостаточно с точки зрения полноты и глубины изложения материала, затруднения при ответе на дополнительные вопросы. Студент демонстрирует понимание базовых понятий, слабое применение теоретических положений при решении практических задач. Выполненные контрольные работы представлены полностью.	Удовлетворительно
В ответе приводятся бессистемные сведения, относящиеся к поставленному вопросу, но не дающие ответа на него; отсутствует ответ на вопрос или содержание ответа не совпадает с поставленным вопросом. Студент имеет пропуски занятий, не предоставил выполненные контрольные работы, демонстрирует непонимание теоретических основ и базовых понятий курса, не знает методов решения типовых задач	Неудовлетворительно