МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО «ВГУ»)

УТВЕРЖДАЮ

Заведующий кафедрой

МиКМ

________ проф. А.В. Ковалев
07.03.2024г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Б1.О.20 Аналитические методы решения уравнений механики сплошной среды

1. Шифр и наименование направления подготовки / специальности:
01.03.03 Механика и математическое моделирование

2. Профиль подготовки: Компьютерный инжиниринг в механике сплошных сред

3. Квалификация (степень) выпускника: бакалавр

4. Форма обучения: Очная

5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины: Механики и компьютерного моделирования

6. Составители программы:
Минаева Надежда Витальевна, доктор физ-мат. наук, профессор, факультет ПММ, кафедра МиКМ, nminaeva@yandex.ru

7. Рекомендована: НМС факультета ПММ протокол №8 от 27.02.2024

8. Учебный год: 2026 - 2027 **Семестр(ы):** 5

9. Цели и задачи учебной дисциплины:

Цель изучения дисциплины: формирование у студентов современных теоретических знаний в области уравнений математической физики и практических навыков в решении и исследовании модельных задач математической физики.

Задачи учебной дисциплины: выработка у студентов углубленного понимания таких фундаментальных понятий как уравнения в частных производных, начальные, краевые и смешанные задачи, с ними связанные; умения решать некоторые модельные задачи математической физики, а также переносить эти навыки на более сложные современные задачи математической физики; овладение основами математического моделирования процессов в физике и технике.

10. Место учебной дисциплины в структуре ООП:

Дисциплина относится к обязательной части Блока 1. Она требует от студентов владение основами математического и комплексного анализа, линейной алгебры и аналитиченской геометрии. Кроме того, обучающемуся необходимо обладание культурой мышления, способностью к интеллектуальному, и профессиональному саморазвитию, стремлением к повышению своей квалификации и мастерства, способностью приобретать новые научные и профессиональные знания, используя современные образовательные и информационные технологии, способностью понимать и применять в исследовательской и прикладной деятельности современный математический аппарат, способностью собирать, обрабатывать и интерпретировать данные современных научных исследований, необходимые для формирования выводов по соответствующим научным, профессиональным проблемам. Знания, навыки и умения, полученные в рамках настоящей дисциплины, необходимы для дальнейшего овладения специальными курсами.

11. Планируемые результаты обучения по дисциплине/модулю (знания, умения, навыки), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями выпускников):

Код	Название компетенции	Код(ы)	Индикатор(ы)	Планируемые результаты обучения
ОПК-1	Способен использовать фундаментальные знания, полученные в области математических и естественных наук, в профессиональной деятельности	ОПК-1.1	Решает типовые задачи с учетом основных понятий и общих закономерностей, сформулированных в рамках базовых дисциплин математики, информатики и естественных наук	Знать основные понятия и теоремы уравнений в частных производных, основные математические модели МСС Уметь применять полученные знания при решении начально-краевых задач содержащих уравнения в частных производных.
		ОПК-1.2	Применяет системный подход и математические методы в формализации	

			решения прикладных задач.	Владеть методами и методиками приближенного решения разлипчных прикладных задач

12. Объем дисциплины в зачетных единицах/часах в соответствии с учебным планом — 3/108.

Форма промежуточной аттестации*(зачет/экзамен)* ____зачет с оценкой__

13. Трудоемкость по видам учебной работы

Вид учебной работы		Трудоемкость	
		Всего	По семестрам
			№ 5
Контактная работа		80	
В том числе:	лекции	48	48
	практические	32	32
	лабораторные		
Самостоятельная работа		64	64
Промежуточная аттестация *(для экзамена)*			
Итого:		144	144

13.1. Содержание дисциплины

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины	Реализация раздела дисциплины с помощью онлайн-курса, ЭУМК
1. Лекции			
1. 1	Понятие уравнения в частных производных. Основные уравнения мат.физики и задачи, с ними связанные	Определение уравнения в частных производных. Понятие порядка уравнения. Стационарные и нестационарные уравнения. Эллиптические, гиперболические и параболические уравнения 2-го порядка. .Начальные, краевые и смешанные задачи для основных уравнений мат.физики.	Урмафиз_механики, https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=19163
1.2.	Приведение к каноническому виду уравнений в частных производных 2-го порядка.	Приведение к каноническому виду уравнений с постоянными коэффициентами (случай многих переменных) и с переменными .коэффициентами (случай 2-х переменных)	Урмафиз_механики, https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=19163

1.3.	Вывод основных уравнений мат.физики	Вывод уравнения колебаний струны, волнового уравнения, уравнения теплопроводности и уравнения Пуассона.	Урмафиз_механики, https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=19163
1.4.	Формулы Грина для оператора Лапласа и следствия из них.	1-я и 2-я формулы Грина для оператора Лапласа. Теорема единственности для внутренней и внешней задачи Неймана. Необходимое условие разрешимости внутренней задачи Неймана..	Урмафиз_механики, https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=19163
1.5.	Интегральное представление дважды дифференцируемой функции и следствия из неё.	Вывод интегрального представления дважды дифференцируемой функции. Бесконечная дифференцируемость гармонической функции и формула среднего значения. Принцип максимума. Единственность решения внутренней и внешней задачи Дирихле. Теорема Лиувилля	Урмафиз_механики, https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=19163
1.6.	Метод функции Грина для краевых задач, связанных с уравнением Пуассона	Понятие функции Грина. Функция Грина для внутренних и внешних задач Дирихле и Неймана. .Метод отражения. Построение функций Грина в случае полупространства, шара и его внешности. Преобразование Кельвина.	Урмафиз_механики, https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=19163
1.7.	Метод Фурье для уравнения Пуассона	Понятие задачи Штурма-Лиувилля. Теорема Стеклова. Метод Фурье для задач Дирихле и Неймана в круге, внешности круга, кольце и прямоугольнике..	Урмафиз_механики, https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=19163
1.8.	Задача Коши для колебаний бесконечной струны и формула Даламбера.	Формула Даламбера.для свободных колебаний бесконечной струны. Принцип Дюамеля. Формула Даламбера для вынужденных колебаний бесконечной струны.	Урмафиз_механики, https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=19163
1.9.	Метод отражения для задачи р колебаниях полуограниченной струны.	Задача о колебаниях полуограниченной струны. Различные типы закреплений левого конца. .	Урмафиз_механики, https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=19163
1.10.	Метод Фурье для уравнения колебаний ограниченной струны	Смешанная задача о колебаниях ограниченной струны. Различные типы краевых условий..	Урмафиз_механики, https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=19163
1.11	Формулы Пуассона и	Метод сферических средних.	Урмафиз_мех

.	Кирхгофа решения задач Коши для волнового уравнения в 3-х и 2-мерном случае.	Формула .Пуассона. Метод спуска. Формула Кирхгофа.	аники, https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=19163
1.12.	Теоремы единственности для волнового уравнения	Интеграл энергии. Теоремы единственности	Урмафиз_механики, https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=19163
1.13.	Формула Пуассона решения задачи Коши для уравнения теплопроводности	Преобразование Фурье. Вывод формулы Пуассона. .	Урмафиз_механики, https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=19163
1.14.	Метод Фурье решения смешанной задачи для уравнения теплопроводности	Применение метода Фурье для различных типов краевых условий.	Урмафиз_механики, https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=19163
1.15.	Элементы современной мат.физики. Понятие обобщённой функции	Обобщённые функции и обобщённые производные. Регулярные и сингулярные обобщённые функции. Дельта-функция Дирака.	Урмафиз_механики, https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=19163
1.16.	Понятие сверки и фундаментального решения	Свёртка обобщённых функций. Обобщённое решение. Фундаментальное решение. Решение уравнения во всем пространстве..	Урмафиз_механики, https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=19163
1.17.	Построение фундаментальных решений основных уравнений мат.физики	Фундаментальное решение уравнения Лапласа, теплопроводности и волнового уравнения.	Урмафиз_механики, https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=19163
1.18.	Применение аппарата обобщённых функций к построению функций Грина в канонических областях	Построение функций Грина для волнового уравнения и уравнения теплопроводности в полупространстве.	Урмафиз_механики, https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=19163
2.	Практические занятия		3.
2.1.	Понятие уравнения в частных производных. Основные уравнения мат.физики и задачи, с ними связанные	Определение уравнения в частных производных. Понятие порядка уравнения. Стационарные и нестационарные уравнения. Эллиптические, гиперболические и параболические уравнения 2-го порядка. .Начальные, краевые и смешанные задачи для основных уравнений мат.физики.	Урмафиз_механики, https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=19163
2.2.	Приведение к каноническому виду	Приведение к каноническому виду уравнений с постоянными	Урмафиз_механики,

	уравнений в частных производных 2-го порядка.	коэффициентами (случай многих переменных) и с переменными .коэффициентами (случай 2-х переменных)	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=19163
2.3.	Вывод основных уравнений мат.физики	Вывод уравнения колебаний струны, волнового уравнения, уравнения теплопроводности и уравнения Пуассона.	Урмафиз_механики, https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=19163
2.4.	Формулы Грина для оператора Лапласа и следствия из них.	1-я и 2-я формулы Грина для оператора Лапласа. Теорема единственности для внутренней и внешней задачи Неймана. Необходимое условие разрешимости внутренней задачи Неймана..	Урмафиз_механики, https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=19163
2.5.	Интегральное представление дважды дифференцируемой функции и следствия из неё.	Вывод интегрального представления дважды дифференцируемой функции. Бесконечная дифференцируемость гармонической функции и формула среднего значения. Принцип максимума. Единственность решения внутренней и внешней задачи Дирихле. Теорема Лиувилля	Урмафиз_механики, https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=19163
2.6.	Метод функции Грина для краевых задач, связанных с уравнением Пуассона	Понятие функции Грина. Функция Грина для внутренних и внешних задач Дирихле и Неймана. .Метод отражения. Построение функций Грина в случае полупространства, шара и его внешности. Преобразование Кельвина.	Урмафиз_механики, https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=19163
2.7.	Метод Фурье для уравнения Пуассона	Понятие задачи Штурма-Лиувилля. Теорема Стеклова. Метод Фурье для задач Дирихле и Неймана в круге, внешности круга, кольце и прямоугольнике..	Урмафиз_механики, https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=19163
2.8.	Задача Коши для колебаний бесконечной струны и формула Даламбера.	Формула Даламбера.для свободных колебаний бесконечной струны. Принцип Дюамеля. Формула Даламбера для вынужденных колебаний бесконечной струны.	Урмафиз_механики, https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=19163
2.9.	Метод отражения для задачи р колебаниях полуограниченной струны.	Задача о колебаниях полуограниченной струны. Различные типы закреплений левого конца. .	Урмафиз_механики, https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=19163
2.10.	Метод Фурье для уравнения колебаний	Смешанная задача о колебаниях ограниченной струны. Различные	Урмафиз_механики,

	ограниченной струны	типы краевых условий..	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=19163
2.11.	Формулы Пуассона и Кирхгофа решения задач Коши для волнового уравнения в 3-х и 2-мерном случае.	Метод сферических средних. Формула .Пуассона. Метод спуска. Формула Кирхгофа.	Урмафиз_механики, https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=19163
2.12.	Теоремы единственности для волнового уравнения	Интеграл энергии. Теоремы единственности	Урмафиз_механики, https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=19163
2.13.	Формула Пуассона решения задачи Коши для уравнения теплопроводности	Преобразование Фурье. Вывод формулы Пуассона. .	Урмафиз_механики, https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=19163
2.14.	Метод Фурье решения смешанной задачи для уравнения теплопроводности	Применение метода Фурье для различных типов краевых условий.	Урмафиз_механики, https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=19163
2.15.	Элементы современной мат.физики. Понятие обобщённой функции	Обобщённые функции и обобщённые производные. Регулярные и сингулярные обобщённые функции. Дельта-функция Дирака.	Урмафиз_механики, https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=19163
2.16.	Понятие сверки и фундаментального решения	Свёртка обобщённых функций. Обобщённое решение. Фундаментальное решение. Решение уравнения во всем пространстве..	Урмафиз_механики, https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=19163
2.17.	Построение фундаментальных решений основных уравнений мат.физики	Фундаментальное решение уравнения Лапласа, теплопроводности и волнового уравнения.	Урмафиз_механики, https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=19163
2.18.	Применение аппарата обобщённых функций к построению функций Грина в канонических областях	Построение функций Грина для волнового уравнения и уравнения теплопроводности в полупространстве.	Урмафиз_механики, https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=19163

13.2. Темы (разделы) дисциплины и виды занятий

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Виды занятий (часов)				
		Лекции	Практические	Лабораторные	Самостоятельная работа	Всего
1.	Понятие уравнения в	1	1		2	4

	частных производных. Основные уравнения мат. физики и задачи, с ними связанные.					
2.	Приведение к каноническому виду уравнений в частных производных 2-го порядка.	4	4		2	6
3.	Вывод основных уравнений мат. физики.	3	2		2	7
4.	Формулы Грина для оператора Лапласа и следствия из них.	2	2		2	6
5.	Интегральное представление дважды дифференцируемой функции и следствия из неё.	2	2		2	6
6.	Метод функции Грина для краевых задач, связанных с уравнением Пуассона.	2	3		2	7
7.	Метод Фурье для уравнения Пуассона.	2	2		2	6
8.	Задача Коши для колебаний бесконечной струны и формула Даламбера.	2	2		2	6
9.	Метод отражения для задачи р колебаниях полуограниченной струны.	2	2		2	6
10.	Метод Фурье для уравнения колебаний ограниченной струны.	4	4		2	6
11.	Формулы Пуассона и Кирхгофа решения задач Коши для волнового уравнения в 3-х и 2-мерном случае.	2	2		2	6
12.	Теоремы единственности для волнового уравнения.	2	2		2	6
13.	Формула Пуассона решения задачи Коши для уравнения теплопроводности	2	2		2	6
14.	Метод Фурье решения смешанной задачи для уравнения теплопроводности.	4	4		2	6
15.	Элементы современной мат.физики. Понятие	2	2		2	6

	обобщённой функции.					
16.	Понятие свертки и фундаментального решения.	2	2		2	6
17.	Построение фундаментальных решений основных уравнений мат. физики.	4	2		2	6
18.	Применение аппарата обобщённых функций к построению функций Грина в канонических областях.	4	2		2	6
	Итого:	48	32		64	144

14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины
(рекомендации обучающимся по освоению дисциплины: указание наиболее сложных разделов, работа с конспектами лекций, презентационным материалом, рекомендации по выполнению курсовой работы, по организации самостоятельной работы по дисциплине и др)
Освоение дисциплины «**Аналитические методы решения уравнений механики сплошной среды**» включает лекционные занятия, практические занятия и самостоятельную работу обучающихся.
На первом занятии студент получает информацию для доступа к комплексу учебно-методических материалов.
Лекционные занятия посвящены рассмотрению теоретических основ составляющих современные научные направления теории упругости, ключевых принципов, базовых понятий, стандартов и методологий.
Практические занятия предназначены для формирования умений и навыков, закрепленных компетенций по ОПОП. Они организовываются в виде работы над практикоориентированными заданиями, домашние задания, собеседования, выполнение реферата.
Самостоятельная работа студентов включает в себя проработку учебного материала лекций, разбор заданий, подготовку реферата.
Для успешного освоения дисциплины рекомендуется подробно конспектировать лекционный материал, просматривать основную и дополнительную литературу по соответствующей теме, чтобы систематизировать изучаемый материал.
Промежуточная аттестация. В течение семестра обучающимся предлагается выполнить практикоориентированные, домашние задания. Промежуточная аттестация проводится в форме собеседования на основе вопросов из п.20.2 .
При использовании дистанционных образовательных технологий и электронного обучения следует выполнять все указания преподавателя по работе на LMS-платформе, своевременно подключаться к online-занятиям, соблюдать рекомендации по организации самостоятельной работы.

15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины

а) основная литература:

№ п/п	Источник

1.	**Карчевский, М. М.** Уравнения математической физики. Дополнительные главы [Электронный ресурс] / Карчевский М. М., Павлова М. Ф. — 2-е изд., доп. — Санкт-Петербург : Лань, 2016 .— 276 с. — Книга из коллекции Лань - Математика .— ISBN 978-5-8114-2133-6 .— <URL:http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=72983>.
2	**Емельянов, В. М.** Уравнения математической физики. Практикум по решению задач [Электронный ресурс] / Емельянов В. М., Рыбакина Е. А. — 2-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2016 .— 216 с. — Рекомендовано Учебно-методическим объединением по университетскому политехническому образованию в качестве учебного пособия для студентов высших учебных заведений, обучающихся по направлениям подготовки «Техническая физика» и «Прикладная механика» .— Книга из коллекции Лань - Физика .— ISBN 978-5-8114-0863-4 .— <URL:http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=71748>.
3.	**Голоскоков, Д. П.** Курс математической физики с использованием пакета Maple [Электронный ресурс] / Голоскоков Д. П. — 2-е изд., испр. — Санкт-Петербург : Лань, 2015 .— 576 с. — Допущено УМО по образованию в области гидрометеорологии в качестве учебного пособия для студентов вузов, обучающихся по направлениям: «Гидрометеорология» и «Прикладная гидрометеорология» .— Книга из коллекции Лань - Математика .— ISBN 978-5-8114-1854-1 .— <URL:http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=67461>.

б) дополнительная литература:

№ п/п	Источник
4.	***Мышкис, А. Д.*** *Лекции по высшей математике [Электронный ресурс] / Мышкис А. Д. — 6-е изд.,испр. — Санкт-Петербург : Лань, 2009 .— 688 с. — Книга из коллекции Лань - Математика .— ISBN 978-5-8114-0572-5 .— <URL:http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=281>.*
5.	***Киреев, В. И.*** *Численные методы в примерах и задачах [Электронный ресурс] / Киреев В. И., Пантелеев А. В. — 4-е изд., испр. — Санкт-Петербург : Лань, 2015 .— 448 с. — Допущено УМО по образованию в области прикладной математики и управления качеством в качестве учебного пособия для студентов вузов, обучающихся по направлению 231300 — «Прикладная математика» .— Книга из коллекции Лань - Математика .— ISBN 978-5-8114-1888-6 .— <URL:http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=65043>.*
6.	***Чудесенко, В. Ф.*** *Сборник заданий по специальным курсам высшей математики (типовые расчеты) [Электронный ресурс] / Чудесенко В. Ф. — 5-е изд.,стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2010 .— 192 с. — Книга из коллекции Лань - Математика .— ISBN 5-8114-0661-4 .— <URL:http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=433>.*

в) информационные электронно-образовательные ресурсы**:**

№ п/п	Источник
1.	Электронно-библиотечная система «Консультант студента». - Режим доступа: https://www.studentlibrary.ru/
2	Электронно-библиотечная система «Лань» (доступ осуществляется по адресу: https://e.lanbook.com/
3	Электронный каталог Научной библиотеки Воронежского государственного университета. – Режим доступа: http//:www.lib.vsu.ru.

4	Дифгеометрия, https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=11599

16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы *(учебно-методические рекомендации, пособия, задачники, методические указания по выполнению практических (контрольных), курсовых работ и др.)*
Самостоятельная работа обучающегося должна включать подготовку к практическим занятиям, контрольной работе и подготовку к промежуточной аттестации.
Для обеспечения самостоятельной работы студентов в электронном курсе дисциплины на образовательном портале «Электронный университет ВГУ» сформирован учебно-методический комплекс, который включает в себя: программу курса, учебные пособия и справочные материалы, методические указания по выполнению заданий. Студенты получают доступ к данным материалам на первом занятии по дисциплине.
Указанные в учебно-методическом комплексе учебные пособия и справочные материалы, приведены в таблице ниже:

При реализации дисциплины используются следующие образовательные технологии: логическое построение дисциплины, обозначение теоретического и практического компонентов в учебном материале. Применяются разные типы лекций (вводная, обзорная, информационная, проблемная).

Информационные технологии для реализации учебной дисциплины:

- технологии синхронного и асинхронного взаимодействия студентов и преподавателя посредством служб (сервисов) по пересылке и получению электронных сообщений, в том числе, по сети Интернет а также другие Интернет-ресурсы, приведенные в п.15в.;

- сервис электронной почты для оперативной связи преподавателя и студентов.

Дисциплина реализуется с применением электронного обучения и дистанционных образовательных технологий, для организации самостоятельной работы обучающихся используется онлайн-курс, размещенный на платформе Электронного университета ВГУ (LMS moodle), а также другие Интернет-ресурсы, приведенные в п.15в.

18. Материально-техническое обеспечение дисциплины: Лекционная аудитория должна быть оборудована учебной мебелью, компьютером, мультимедийным оборудованием (проектор, экран, средства звуковоспроизведения), допускается переносное оборудование. Практические занятия должны проводиться в специализированной аудитории, оснащенной учебной мебелью и персональными компьютерами с доступом в сеть Интернет (компьютерные классы, студии), мультимедийным оборудованием (мультимедийный проектор, экран, средства звуковоспроизведения), Число рабочих мест в аудитории должно быть таким, чтобы обеспечивалась индивидуальная работа студента на отдельном персональном компьютере.

Для самостоятельной работы необходимы компьютерные классы, помещения, оснащенные компьютерами с доступом к сети Интернет.

Программное обеспечение: ОС Windows 8 (10), интернет-браузер (Chrome, Яндекс.Браузер, Mozilla Firefox), ПО Adobe Reader, пакет стандартных офисных приложений для работы с документами, таблицами (MS Office, МойОфис, LibreOffice).

19. Фонд оценочных средств:

19.1. Перечень компетенций с указанием этапов формирования и планируемых результатов обучения

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Компетенция(и)	Индикатор(ы) достижения компетенции	Оценочные средства
1.	Понятие уравнения в частных производных. Основные уравнения мат.физики и задачи, с ними связанные	ОПК-1	ОПК-1.1 ОПК-1.2	*Собеседование Практикоориентированные задания/домашние задания Контрольная работа*
2.	Приведение к каноническому виду уравнений в частных производных 2-го порядка.	ОПК-1	ОПК-1.1, ОПК-1.2	*Собеседование Практикоориентированные задания/домашние задания Контрольная работа*
3	Вывод основных уравнений мат.физики	ОПК-1	ОПК-1.3	*Собеседование*
4	Формулы Грина для оператора Лапласа и следствия из них.	ОПК-1	ОПК-1.3	*Практикоориентированные задания/домашние задания*
5	Интегральное представление дважды дифференцируемой функции и следствия из неё.	ОПК-1	ОПК-1.1,	*Собеседование Практикоориентированные задания/домашние задания Контрольная работа*
6	Метод функции Грина для краевых задач, связанных с уравнением Пуассона	ОПК-1	ОПК-1.1,	*Собеседование Практикоориентированные задания/домашние задания Контрольная работа*

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Компетенция(и)	Индикатор(ы) достижения компетенции	Оценочные средства
7	Метод Фурье для уравнения Пуассона	ОПК-1	ОПК-1.2	*Собеседование Практикоориентированные задания/домашние задания Контрольная работа*
8	Задача Коши для колебаний бесконечной струны и формула Даламбера.	ОПК-1	ОПК-1.2	*Собеседование Практикоориентированные задания/домашние задания Контрольная работа*
9	Метод отражения для задачи р колебаниях полуограниченной струны.	ОПК-1	ОПК-1.1,	*Практикоориентированные задания/домашние задания*
10	Метод Фурье для уравнения колебаний ограниченной струны	ОПК-1	ОПК-1.2	*Практикоориентированные задания/домашние задания*
11	Формулы Пуассона и Кирхгофа решения задач Коши для волнового уравнения в 3-х и 2-мерном случае.	ОПК-1	ОПК-1.2	*Собеседование Практикоориентированные задания/домашние задания Контрольная работа*
12	Теоремы единственности для волнового уравнения	ОПК-1	ОПК-1.1,	*Собеседование Практикоориентированные задания/домашние задания Контрольная работа*
13	Формула Пуассона решения задачи Коши для уравнения теплопроводности	ОПК-1	ОПК-1.1,	*Собеседование Практикоориентированные задания/домашние задания Контрольная работа*
14	Метод Фурье решения	ОПК-1	ОПК-1.2	*Практикоориентированные*

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Компетенция(и)	Индикатор(ы) достижения компетенции	Оценочные средства
	смешанной задачи для уравнения теплопроводности			*задания/домашние задания*
15	Элементы современной мат.физики. Понятие обобщённой функции	ОПК-1	ОПК-1.2	*Собеседование*
16	Понятие сверки и фундаментального решения	ОПК-1	ОПК-1.1,	*Собеседование*
17	Построение фундаментальных решений основных уравнений мат.физики	ОПК-1	ОПК-1.3	*Практикоориентированные задания/домашние задания*
18	Применение аппарата обобщённых функций к построению функций Грина в канонических областях	ОПК-1	ОПК-1.3	*Практикоориентированные задания/домашние задания*
Промежуточная аттестация форма контроля – зачет с оценкой				*Перечень вопросов*

20 Типовые оценочные средства и методические материалы, определяющие процедуры оценивания

20.1 Текущий контроль успеваемости

Контроль успеваемости по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств: *Практикоориентированные задания/домашние задания, Собеседование, Контрольная работа*

Практикоориентированные задания/домашние задания

(наименование оценочного средства текущего контроля успеваемости)

Перечень заданий из задачников и пособий из п.16

Описание технологии проведения Решение практикоориентированных заданий происходит в течение 1 часа 30 минут в учебной аудитории, для выполнения домашних заданий предусмотрены часы из СРС Проверка правильности выполнения проводится путем проверки выполненных упраж-нений

Оценка	Критерии оценок
Отлично	Правильное решение задачи. Получены основные характеристики объектов
Хорошо	*Правильное решение задачи. Получены основные*

	характеристики объектов, но есть некоторые ошибки.
Удовлетворительно	*Неправильное решение задачи, но верно выбран метод решения.*
Неудовлетворитель но	*Неправильное решение задачи, причем неверно выбран метод решения.*

Контрольная работа

(наименование оценочного средства текущего контроля успеваемости)

Описание технологии проведения. Средство контроля, организованное как решение задач на темы, связанные с изучаемой дисциплиной, и рассчитанное на вы-яснение объема знаний обучающегося по определенному разделу, теме, проблеме и т.п.

1. Выпишите собственные значения и собственные функции задачи y□□ + □y = 0, y□(0) = y□(*l*) = 0. Сформулируйте их свойства.
2. Выпишите основные свойства собственных значений и собственные функциb задачи Штурма-Лиувилля.
3. Проверить, являются ли функции u_1=sinxcos5y и $u_2=x^2+25y^2+25xy$ решениями уравнения $25u_{xx}-u_{yy}=0$.
4. Определить тип уравнения с частными производными: а) $u_{xx}-2u_{xy}+10u_{yy}+u=0$, б) $2u_{xx}+4u_{xy}+2u_{yy}-2u_x+4u_y=0$,
5. Определить тип уравнения с частными производными: а) $2u_{yy}-u_{xy}+3u_x-u=0$, б) $4(u_{xx}+u_{yy})-u_{xy}+2(u_x+u_y)=0$,
6. Определить тип уравнения с частными производными: а) $2u_{yy}-u_{xy}+3u_x-u=0$, б) $4(u_{xx}+u_{yy})-u_{xy}+2(u_x+u_y)=0$,
7. Решить краевую задачу $4y''+y=\cos x$, $y(-\pi)=y'(\pi)=0$.
8. Решить краевую задачу $y''+\lambda y=0$, $\lambda=1$, $y'(0)=1$, $y'(\pi)=0$.
9. Решить краевую задачу $y''-4y=4x$, $y'(0)= -1$, $y(1)=1$.
10. Проверить, являются ли функции y_1=cos и $y_2=\cos\pi x$ собственными функциями задачи Штурма-Лиувилля $y''+\lambda y=0$, $y'(0)=y'(6)=0$. Найти соответствующие собственные значения, если они существуют.

Проводится путем проверки выполненных упражнений

Оценка	Критерии оценок
Отлично	Правильное решение задачи. Получены основные характеристики объектов
Хорошо	*Правильное решение задачи. Получены основные характеристики объектов, но есть некоторые ошибки.*
Удовлетворительно	*Неправильное решение задачи, но верно выбран метод решения.*
Неудовлетворитель но	*Неправильное решение задачи, причем неверно выбран метод решения.*

20.2 Промежуточная аттестация

Промежуточная аттестация по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств:

Собеседование по вопросам

(наименование оценочного средства промежуточной аттестации)

Описание технологии проведения. Средство контроля, организованное как решение задач и специальная беседа преподавателя с обучающимся на темы, связанные с изучаемой дисциплиной, и рассчитанное на вы-яснение объема знаний обучающегося по определенному разделу, теме, проблеме и т.п.

Вопросы к зачету

1. Дифференциальное уравнение с частными производными. Линейные уравнения второго порядка. Характеристическая форма. Классификация уравнений.
2. Задача Коши для одномерного волнового уравнения. Метод «бегущих волн». Формула Даламбера для однородного уравнения.
3. Решение задача Коши для неоднородного волнового уравнения в полуплоскости. Полная формула Даламбера.
4. Интегральное преобразование Фурье. Построение формального решения задачи Коши для параболического уравнения в полуплоскости. Тепловые потенциалы. Эффект мгновенного распространения тепла.
5. Метод Фурье для параболического уравнения в полуполосе: построение формального решения. Решение однородного уравнения.
6. Метод Фурье для гиперболического уравнения в полуполосе: построение формального решения. Решение однородного уравнения.
7. Формулы Грина для дифференциального оператора второго порядка в Rn.
8. Задача на собственные значения для дифференциального оператора второго порядка в Rn. Основные ограничения на коэффициенты оператора и краевых условий. Самосопряженность. Интеграл энергии.
9. Свойства собственных функций и собственных значений задачи на собственные значения: неположительность, ортогональность, конечномерность, характеристика нулевого собственного значения, счетность, базисность, теорема Стеклова.
10. Метод Фурье для параболического уравнения со многими пространственными переменными в цилиндрической области: построение формального решения.
11. Метод Фурье для гиперболического уравнения со многими пространственными переменными в цилиндрической области: построение формального решения.
12. Параболическое уравнение в цилиндрической области многомерного пространства. Понятие параболической границы. Принципы максимума и минимума.
13. Применение принципов максимума и минимума к начально-краевой задаче Дирихле для параболического уравнения в цилиндрической области: оценка решения, теорема единственности.
14. Задача Коши для параболического уравнения в полуплоскости. Понятие регулярного решения. Принцип экстремума для полуплоскости. Теорема единственности решения задачи Коши.
15. Смешанная задача для гиперболического уравнения со многими пространственными переменными в цилиндрической области. Интеграл энергии. Влияние внешних сил на энергию колебательной системы. Закон сохранения энергии. Теорема единственности решения смешанной задачи с данными Дирихле.

16. Задача Коши для волнового уравнения в трехмерном пространстве. Формула Кирхгофа.
17. Задача Коши для волнового уравнения в двумерном пространстве. Метод спуска. Формула Пуассона.
18. Гармонические функции. Основные краевые задачи для гармонических функций. Классические и гладкие решения. Формулы Грина. Необходимое условие разрешимости внутренней задачи Неймана.
19. Фундаментальное решение уравнения Лапласа. Интегральное представление функции класса C2. Интегральное представление гармонической функции.
20. Теоремы о среднем для гармонических функций.
21. Принцип максимума для гармонических функций. Принцип максимума модуля.
22. Принцип максимума модуля в неограниченной области для убывающих функций. Принцип максимума для неограниченной области на плоскости. Единственность решения внутренней и внешней задач Дирихле.
23. Формулировка принципа максимума Жиро. Единственность решения внутренней и внешней задач Неймана.
24. Функция Грина задачи Дирихле, ее физический смысл для трехмерной области и простейшие свойства. Функции Грина полупространства и шара.
25. Симметрия функции Грина.
26. Решение задачи Дирихле с помощью функции Грина (формула Пуассона). Формула Пуассона для шара и круга.
27. Разрешимость внутренней задачи Дирихле в шаре для произвольной непрерывной функции.
28. Теорема об устранимой особенности.
29. Преобразование Кельвина и редукция внешней задачи Дирихле к внутренней. Порядок убывания гармонической функции на бесконечности. Необходимое условие разрешимости внешней задачи Неймана на плоскости.
30. Объемный потенциал, потенциалы простого слоя и двойного слоя, их свойства. Интеграл Гаусса.
31. Интегральные уравнения теории потенциала. Теория Фредгольма.
32. Исследование первой пары интегральных уравнений теории потенциала. Разрешимость задач D– и N+.
33. Исследование второй пары интегральных уравнений теории потенциала. Потенциал Робена и его физический смысл. Разрешимость задач D+ и N–.
34. Разрешимость внешней задачи Дирихле для произвольной непрерывной граничной функции (особенности плоского случая).
35. Функция Бесселя и ее представление для отрицательного целочисленного индекса. Область сходимости ряда, представляющего функцию Бесселя. Функции Бесселя индексов 1/2 и –1/2.
36. Уравнение Бесселя. Цилиндрические функции. Общее решение уравнения Бесселя.
37. Рекуррентные формулы для функций Бесселя. Функции Бесселя полуцелого индекса. Интегралы от функций Бесселя.
38. Задача Штурма–Лиувилля для оператора Лапласа в круге.
39. Многочлены Лежандра. Старший коэффициент. Частные значения при x=1 и x= –1. Ортогональность и базисность. Рекуррентная формула.
40. Сферические функции и их свойства.
41. Решение основных краевых задач (D–, D+, N–, N+) для шара.
42. Задача Штурма–Лиувилля для оператора Лапласа в шаре.

Зачет проводится на основе КИМ, составленных на основе вопросов для подготовки к зачету.

Оценка	Критерии оценок
Отлично	обучающийся демонстрирует полное соответствие знаний, умений, навыков приведенным в таблицах показателям, свободно оперирует приобретенными знаниями, умениями, применяет их при решении практических задач
Хорошо	обучающийся демонстрирует соответствие знаний, умений, навыков приведенным в таблицах показателям, но допускает незначительные ошибки, неточности, испытывает затруднения при решении практических задач.
Удовлетворительно	обучающийся демонстрирует неполное соответствие знаний, умений, навыков приведенным в таблицах показателям, допускает значительные ошибки при решении практических задач
Неудовлетворитель но	обучающийся демонстрирует явное несоответствие знаний, умений, навыков приведенным в таблицах показателям

20.3 Фонд оценочных средств сформированности компетенций студентов, рекомендуемый для проведения диагностических работ:

1) закрытые задания (тестовые, средний уровень сложности):

1. Уравнение в частных производных, решение которого описывает колебания струны (укажите тип):
   - **Гиперболического типа**
   - Эллиптического типа
   - Параболического типа

2. Верны ли утверждения?

А) Для одномерного волнового уравнения задача Коши имеет вид: $U_{tt} = a^2 (U_{xx} + U_{yy})$, $U\big|_{t=0} = \varphi(x,y), U_t\big|_{t=0} = \psi(x,y)$.

В) Общее решение одномерного волнового уравнения можно записать в виде $u(x,t) = C_1(x-at) + C_2(x+at)$, где C_1 и C_2 - функции, определяемые в зависимости от начальных условий.

?) А - нет, В - нет
?) А - нет, В - да
?) А - да, В - да
?) А - да, В - нет

3. Верны ли утверждения?

А) Одномерное волновое уравнение имеет вид: $\frac{\partial U}{\partial t} = a^2 \frac{\partial^2 U}{\partial x^2}$.

В) Узлы стоячей волны - это точки волны, которые остаются неподвижными.

?) А - да, В - нет
?) А - нет, В - да
?) А - да, В - да
?) А - нет, В – нет

4 . Уравнение в частных производных, решение которого описывает диффузионные процессы (укажите тип):

- Гиперболического типа
- Эллиптического типа
- **Параболического типа**

5 Уравнение в частных производных, решение которого описывает стационарные процессы (укажите тип):

- Гиперболического типа
- **Эллиптического типа**
- Параболического типа

6. Задача Коши для одномерного волнового уравнения имеет вид:

?) $U_{tt} = a^2U_{xx}$, $U|_{x=0} = \varphi(t)$, $U_x|_{x=0} = \psi(t)$

?) $U_{tt} = a^2U_{xx}$, $U|_{t=0} = \varphi(x)$, $U_t|_{t=0} = \psi(x)$

?) $\frac{\partial^2 U}{\partial t^2} = a^2(\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2})$, $U|_{t=0} = \varphi(x,y)$, $U_t|_{t=0} = \psi(x,y)$

?) $U_t = a^2U_{xx}$, $U|_{t=0} = \varphi(x)$, $U_t|_{t=0} = \psi(x)$

7. Канонический вид уравнений гиперболического типа

?) $\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} = f(x,y,U,U_x,U_y)$

?) $\frac{\partial^2 U}{\partial y^2} = f(x,y,U,U_x,U_y)$

?) $\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} = f(x,y,U,U_x,U_y)$

?) $\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} = f(x,y,U,U_x,U_y)$

8. Методом Даламбера решается задача Коши для уравнения
?) волнового
?) Пуассона
?) Лапласа
?) теплопроводности

9. Оператор Лапласа в полярных координатах равен

?) $\Delta u = \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 u}{\partial \varphi^2}$

?) $\Delta u = \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 u}{\partial \varphi^2}$

?) $\Delta u = \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 u}{\partial \varphi^2}$

?) $\Delta u = \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial^2 u}{\partial \varphi^2}$

10. Порядком дифференциального уравнения называется
?) наивысшая степень производных, входящих в уравнение
?) наивысший порядок производных, входящих в уравнение
?) наивысшая степень функций, входящих в уравнение
?) наивысшая степень переменных, входящих в уравнение

2) открытые задания (тестовые, повышенный уровень сложности):
3) Классификация уравнений в частных производных. Уравнения гиперболического типа.
4) Классификация уравнений в частных производных. Уравнения параболического типа.
5) Классификация уравнений в частных производных. Уравнения эллиптического типа.
6) Теорема единственности.
7) Формула Даламбера.
8) Корректность постановки задачи.
9) Метод Фурье для гиперболических уравнений. Задача Штурма-Лиувилля. Собственные значения и собственные функции задачи.
10) Схема метода Фурье для гиперболического уравнения.
11) Решение неоднородного гиперболического уравнения.
12) Применение метода Фурье для решения эллиптических уравнений. Внутренняя задача Дирихле для круга

Задания раздела 20.3 рекомендуются к использованию при проведении диагностических работ с целью оценки остаточных знаний по результатам освоения данной дисциплины.