

МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ  
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
(ФГБОУ ВО «ВГУ»)

**УТВЕРЖДАЮ**

Заведующий кафедрой вычислительной математики  
и прикладных информационных технологий

*Леденева Т.М.*  
23.03.2024 г.



**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

**Б1.В.08 Вычислительные алгоритмы решения прикладных граничных задач**

**1. Код и наименование направления подготовки/специальности:**

01.03.02 прикладная математика и информатика

**2. Профиль подготовки/специализация:**

Информационные технологии для вычислительных систем

**3. Квалификация (степень) выпускника:** бакалавр

**4. Форма обучения:** очная

**5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины:** кафедра вычислительной математики и прикладных информационных технологий

**6. Составители программы:** Корзунина В.В., к.т.н., доцент,  
Шабунина З.А., к.ф.-м.н., ст.н.с.

**7. Рекомендована:** научно-методическим советом факультета ПММ 22.03.2024,  
протокол № 5

**8. Учебный год:** 2027-2028

**Семестр:** 8

**9. Цели и задачи учебной дисциплины:**

*Цель учебной дисциплины:* ознакомить обучающихся с основными классами прикладных граничных задач из области профессиональной деятельности и методами их решения.

*Задачи учебной дисциплины:*

обзор основных классов прикладных граничных задач и особенности их реализации при организации вычислительных процессов;

ознакомление с численными методами, которые используются для решения прикладных граничных задач;

проведение вычислительных экспериментов для тестирования методов решения прикладных граничных задач.

**10. Место учебной дисциплины в структуре ООП:** вариативная часть.

**11. Планируемые результаты обучения по дисциплине/модулю (знания, умения, навыки), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями) и индикаторами их достижения:**

Код	Название компетенции	Код(ы)	Индикатор(ы)	Планируемые результаты обучения
ПК-4	Способен применять методы вычислительной математики, компьютерного моделирования и оптимизации для организации вычислительных процессов.	ПК-4.1	Осуществляет формализацию прикладной задачи и выбирает методы вычислительной математики для ее решения.	<i>Знать:</i> основные классы прикладных задач, для решения которых используются методы вычислительной математики. <i>Уметь:</i> выбрать вычислительный алгоритм для решения различных классов прикладных граничных задач. <i>Владеть:</i> навыками формализации прикладных граничных задач.
ПК-5	Способен осуществлять анализ и выбор современных технологий реализации отдельных функций вычислительных систем и сервисов информационных технологий, применяемых для их создания.	ПК-5.1	Реализует численные методы решения прикладных задач в профессиональной сфере.	<i>Знать:</i> основные численные методы решения прикладных граничных задач. <i>Уметь:</i> применять на практике методы и алгоритмы решения прикладных граничных задач. <i>Владеть:</i> навыками решения практических задач в профессиональной сфере.
ПК-6	Способен разрабатывать прототипы ИС на базе типовой ИС	ПК-6.1	Проводит анализ результатов тестирования.	<i>Знать:</i> методы тестирования вычислительных алгоритмов, предназначенных для решения прикладных граничных задач. <i>Уметь:</i> применять на практике подготовку тестовых данных. <i>Владеть:</i> проведением тестовых процедур для вычислительных алгоритмов.

**12. Объем дисциплины в зачетных единицах/час.(в соответствии с учебным планом) — 8 семестр 2/72;**

**Форма промежуточной аттестации**

8 семестр – зачет

**13. Виды учебной работы**

Вид учебной работы	Трудоемкость			
	Всего	По семестрам		
		№ семестра	№ семестра	...
Аудиторные занятия		8		
в том числе:	лекции	16	16	
	практические	0	0	
	лабораторные	16	16	
Самостоятельная работа	40	40		
в том числе: курсовая работа (проект)				

Форма промежуточной аттестации Зачет	0	0		
Итого:	72	72		

### 13.1. Содержание дисциплины

п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины	Реализация раздела дисциплины с помощью онлайн-курса, ЭУМК *
<b>1. Лекции</b>			
1.1	Методы приведения краевой задачи к задаче Коши	Метод дифференциальной прогонки. Метод пристрелки: классическая пристрелка, параллельная пристрелка, встречная пристрелка.	<p>Шабунина З.А. Численные методы решения прикладных краевых задач / З.А.Шабунина — Образовательный портал «Электронный университет ВГУ». — Режим доступа: <a href="https://edu.moodle.ru.">https://edu.moodle.ru.</a></p>
1.2	Метод дифференцирования по параметру	Применение метода дифференцирования по параметру к дифференциальным уравнениям и системам дифференциальных уравнений.	
1.3	Метод инвариантного погружения	Понятие инвариантного погружения. Решение задачи для прямого химического реактора. Решение задачи для пластины теплового радиатора.	
1.4	Метод интегральных уравнений	Линейные граничные задачи. Нелинейные граничные задачи.	
<b>2. Лабораторные работы</b>			
2.1	Методы приведения краевой задачи к задаче Коши	Метод дифференциальной прогонки. Метод пристрелки: классическая пристрелка, параллельная пристрелка, встречная пристрелка.	<p>Шабунина З.А. Численные методы решения прикладных краевых задач / З.А.Шабунина — Образовательный портал «Электронный университет ВГУ». — Режим доступа: <a href="https://edu.moodle.ru.">https://edu.moodle.ru.</a></p>

### 13.2. Темы (разделы) дисциплины и виды занятий

№ п/п	Наименование темы (раздела) дисциплины	Виды занятий (часов)				
		Лекции	Практические	Лабораторные	Самостоятельная работа	Всего
1	Методы приведения краевой задачи к задаче Коши	10	0	16	10	36
2	Метод дифференцирования по параметру	2	0	0	10	10
3	Метод инвариантного погружения	2	0	0	10	14
4	Метод интегральных уравнений	2	0	0	10	12
	Итого:	16	0	16	40	72

### 14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Для успешного освоения дисциплины «Вычислительные алгоритмы решения прикладных граничных задач» студент должен **регулярно** работать с конспектами лекций и предложенной лектором литературой, активно работать на лабораторных

занятиях, выполнять домашние задания, своевременно выполнять лабораторные задания, посещать консультации в случае возникновения вопросов и затруднений. При использовании дистанционных образовательных технологий и электронного обучения студент обязан выполнять все указания преподавателей по работе на LMS-платформе, своевременно подключаться к online-занятиям, соблюдать рекомендации по организации самостоятельной работы.

**15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины (список литературы оформляется в соответствии с требованиями ГОСТ и используется общая сквозная нумерация для всех видов источников)**

а) основная литература:

№ п/п	Источник
1	Бахвалов Н. С. Численные методы / Н. С. Бахвалов, Н. П. Жидков, Г. М. Кобельков. – Москва: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2012. – 636 с. Режим доступа: <a href="http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=222833">http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=222833</a>
2	Демидович Б. П. Основы вычислительной математики: учеб. пособие / Б. П. Демидович, И. А. Марон. – Москва: Лань, 2011. – 664 с. Режим доступа: <a href="https://lanbook.lib.vsu.ru/books/element.php?pl1_cid=25&amp;pl1_id=2025">https://lanbook.lib.vsu.ru/books/element.php?pl1_cid=25&amp;pl1_id=2025</a>
3	Амосов А. А. Вычислительные методы / А. А. Амосов, Ю. А. Дубинский, Н. В. Копченова. – Москва: Лань, 2014. – 672 с. Режим доступа: <a href="https://lanbook.lib.vsu.ru/books/element.php?pl1_cid=25&amp;pl1_id=42190">https://lanbook.lib.vsu.ru/books/element.php?pl1_cid=25&amp;pl1_id=42190</a>

б) дополнительная литература:

№ п/п	Источник
1	Вержбицкий В. М. Основы численных методов: учебник для студ. вузов / В. М. Вержбицкий. – Москва: Высш. шк., 2002. – 847 с.
2	Метод дифференциальной прогонки решения краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений: учеб.-метод. пособие / В. В. Корзунина, З. А. Шабунина, Д. В. Шаруда. – Воронеж: ЛОП ВГУ, 2006. – 27 с.
3	На Ц. Вычислительные методы решения прикладных граничных задач / Ц. На. – Москва: Мир, 1982. – 294 с.
4	Ортега Дж. Введение в численные методы решения дифференциальных уравнений / Дж. Ортега. — Москва: Наука, 1986. — 288 с.
8	Численное решение задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений методами типа Рунге-Кутты: метод. указания по курсу «Численные методы». Ч. 1 / сост. В. В. Корзунина, З. А. Шабунина. – Воронеж, 2002. – 53 с.
9	Численное решение задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений методами типа Рунге-Кутты: метод. указания по курсу «Численные методы». Ч. 2. Индивидуальные задания / сост. В. В. Корзунина, З. А. Шабунина. — Воронеж, 2005. — 31 с.
10	Лабораторный практикум по численным методам. Метод пристрелки: учебно-методическое пособие / сост. В.В.Корзунина, З.А.Шабунина. – Воронеж, 2019. – 26 с.
11	Лабораторный практикум по численным методам. Метод пристрелки. Часть 2. Индивидуальные задания: учебно-методическое пособие / сост. В.В.Корзунина, З.А.Шабунина. – Воронеж, 2021. – 31 с.

в) информационные электронно-образовательные ресурсы (официальные ресурсы интернет)\*:

№ п/п	Ресурс
1.	<a href="http://www.lib.vsu.ru">www.lib.vsu.ru</a> – Зональная научная библиотека ВГУ
2.	Волков Е. А. Численные методы: учеб. пособие / Е. А. Волков. – Москва: Лань, 2008. – 256 с. Режим доступа: <a href="https://lanbook.lib.vsu.ru/books/element.php?pl1_cid=25&amp;pl1_id=54">https://lanbook.lib.vsu.ru/books/element.php?pl1_cid=25&amp;pl1_id=54</a>
3.	Лабораторный практикум по численным методам. Метод пристрелки: учебно-методическое пособие / сост. В.В.Корзунина, З.А.Шабунина. – Воронеж, 2019. – 26 с. Режим доступа: <a href="http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m19-243.pdf">http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m19-243.pdf</a>
4.	Лабораторный практикум по численным методам. Метод пристрелки. Часть 2. Индивидуальные задания: учебно-методическое пособие / сост. В.В.Корзунина, З.А.Шабунина. – Воронеж, 2021. – 31 с. Режим доступа: <a href="http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m19-243.pdf">http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m19-243.pdf</a>
5.	Шабунина З.А. Численные методы решения прикладных краевых задач

**16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы (учебно-методические рекомендации, пособия, задачки, методические указания по выполнению практических (контрольных) работ и др.)**

№ п/п	Источник
1	Численное решение задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений методами типа Рунге-Кутта: метод. указания по курсу «Численные методы». Ч. 1 / сост. В. В. Корзунина, З. А. Шабунина. – Воронеж, 2002. – 53 с.
2	Численное решение задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений методами типа Рунге-Кутта: метод. указания по курсу «Численные методы». Ч. 2. Индивидуальные задания / сост. В. В. Корзунина, З. А. Шабунина. – Воронеж, 2005. – 31 с.
3	Метод дифференциальной прогонки решения краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений: учеб.-метод. пособие / сост. В. В. Корзунина, З. А. Шабунина, Д. В. Шаруда. – Воронеж: ЛОП ВГУ, 2006. – 27 с.
4	Лабораторный практикум по численным методам. Метод пристрелки: учебно-методическое пособие / сост. В.В.Корзунина, З.А.Шабунина. – Воронеж, 2019. – 26 с.
5	Лабораторный практикум по численным методам. Метод пристрелки. Часть 2. Индивидуальные задания: учебно-методическое пособие / сост. В.В.Корзунина, З.А.Шабунина. – Воронеж, 2021. – 31 с.

**17. Информационные технологии, используемые для реализации учебной дисциплины, включая программное обеспечение и информационно-справочные системы (при необходимости)**

При реализации учебной дисциплины используются информационные электронно-образовательные ресурсы [www.liv.vsu.ru](http://www.liv.vsu.ru) и <https://e.lanbook.com>.

Дисциплина реализуется с применением электронного обучения и дистанционных образовательных технологий. Для организации занятий рекомендован онлайн-курс «Численные методы решения прикладных краевых задач», размещенный на платформе Электронного университета ВГУ (LMS moodle), а также Интернет-ресурсы, приведенные в п.15в

**18. Материально-техническое обеспечение дисциплины:**

Мебель и оборудование	Программное обеспечение
<b>Лекции</b>	
Специализированная мебель, компьютер (ноутбук), мультимедийное оборудование (проектор, экран, средства звуковоспроизведения).	Учебная аудитория: специализированная мебель, компьютер (ноутбук), мультимедийное оборудование (проектор, экран, средства звуковоспроизведения), доска (меловая или маркерная).  ОС Windows 8 (10), интернет-браузер (Google Chrome, Mozilla Firefox), ПО Adobe Reader, пакет стандартных офисных приложений для работы с документами
<b>Лабораторные занятия</b>	
Специализированная мебель, компьютер (ноутбук), мультимедийное оборудование (проектор, экран, средства звуковоспроизведения), персональные компьютеры для индивидуальной работы.	Учебная аудитория для проведения практических занятий: специализированная мебель, персональные компьютеры в количестве, обеспечивающем возможность индивидуальной работы.  ОС Windows 8 (10), интернет-браузер (Google Chrome, Mozilla Firefox), ПО Adobe Reader, пакет стандартных офисных приложений для работы с документами, таблицами (MS Office, МойОфис,

	LibreOffice), Free Pascal, Microsoft Visual Studio Community Edition).
--	--

## 19. Оценочные средства для проведения текущей и промежуточной аттестаций

Порядок оценки освоения обучающимися учебного материала определяется содержанием следующих разделов дисциплины:

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Компетенции	Индикатор(ы) достижения компетенции	Оценочные средства
1	Методы приведения краевой задачи к задаче Коши	ПК-4, ПК-5, ПК-6	ПК-4.1, ПК-5.1, ПК-6.1	Практико-ориентированные задания. Контрольная работа
2	Метод дифференцирования по параметру	ПК-4, ПК-5	ПК-4.1, ПК-5.1	Практико-ориентированные задания.
3	Метод инвариантного погружения	ПК-4, ПК-5	ПК-4.1, ПК-5.1	Практико-ориентированные задания
4	Метод интегральных уравнений	ПК-4, ПК-5	ПК-4.1, ПК-5.1	Практико-ориентированные задания
Промежуточная аттестация форма контроля – зачет				Перечень вопросов Практическое задание

## 20. Типовые оценочные средства и методические материалы, определяющие процедуры оценивания

### 20.1 Текущий контроль успеваемости

Текущая аттестация проводится в соответствии с Положением о текущей аттестации обучающихся по программам высшего образования Воронежского государственного университета. Текущая аттестация проводится в формах: тестирования, контрольных работ, выполнения практико-ориентированных заданий, лабораторных работ. Критерии оценивания приведены ниже.

#### 20.1.1 Варианты контрольных работ

##### Контрольно-измерительный материал № 1

1. Метод встречной пристрелки для решения краевой задачи

$y'' = f(x, y, y')$ ,  $y(a) = A$ ,  $y(b) = B$ ,  $x \in [a, b]$  с использованием метода Ньютона для решения получаемого нелинейного уравнения.

2. Метод дифференциальной прогонки для краевой задачи

$$(p(x)y')' - q(x)y = f(x)$$

$$\alpha_1 y'(a) - \beta_1 y(a) = r_1$$

$$\alpha_2 y'(b) + \beta_2 y(b) = r_2$$

в случае, когда  $\alpha_1 \neq 0$ ,  $\alpha_2 = 0$ .

### 20.1.2 Критерий оценки контрольной работы:

Отлично	Правильно решено не менее 90% заданий
Хорошо	Правильно решено не менее 75% заданий
Удовлетворительно	Правильно решено не менее 50% заданий
Неудовлетворительно	Правильно решено менее 50% заданий

### 20.1.3 Варианты заданий для лабораторных работ

Тема: Метод дифференциальной прогонки. Метод пристрелки: классическая пристрелка, параллельная пристрелка, встречная пристрелка.

**Задание 1.** (Остальные задания см. в: *Метод дифференциальной прогонки решения краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений: учеб.-метод. пособие / сост. В. В. Корзунина, З. А. Шабунина, Д. В. Шаруда. – Воронеж : ЛОП ВГУ, 2006. – 27 с.*) Решение краевой задачи для линейного самосопряженного уравнения второго порядка методом дифференциальной прогонки.

Назначение.

Интегрирование на заданной сетке узлов уравнения (4.1) с линейными краевыми условиями без оценки точности.

Описание параметров.

- data** - имя файла исходных данных;  
**p, q, f** - имена процедур-функций с одним параметром, которые должны быть описаны в основной программе (функции  $p(x)$ ,  $q(x)$ ,  $f(x)$  вычисляют значения коэффициентов уравнения (4.1));  
**rez** - имя файла выходных данных;  
**lcod** - код завершения программы, выходная переменная, принимающая следующие значения:  
-  $lcod=0$  – нет ошибок, решение получено;  
-  $lcod=1$  – решение не получено, задача имеет бесконечно много решений;  
-  $lcod=2$  – решение не получено, задача не имеет решения.

Замечание о структуре файла исходных данных.

1. Первая строка – значения коэффициентов граничных условий.
2. Вторая строка – значения левого и правого концов отрезка интегрирования, количество точек в заданной сетке узлов.
3. Строки с третьей и далее – номер узла, значение аргумента  $x$  в узле.

Замечание о структуре выходного файла.

Первая и последующие строки содержат номер точки, ее  $x$  - координату, значение вычисленного решения в этой точке.

Метод.

Метод получения решения (способ 1, способ 3) описан в п.2.2. Предполагается, что все численно решаемые в рамках этого задания задачи Коши интегрируются на сетках, совпадающих с заданной входной сеткой узлов. Никакого анализа точности полученных результатов не предполагается.

Замечание по программированию. Целесообразно написать подпрограмму, являющуюся интегратором задачи Коши для системы двух уравнений первого порядка на заданной сетке узлов.

**Варианты Задания 1.**

Вариант	Граничное условие (п.4.1)	Порядок метода Рунге-Кутта	Метод Рунге-Кутта /4/	Способ решения (п.2.2)	Направление переноса граничного условия
1	(4.3)	2	(20)	Способ 1	→

2	(4.3)	3	(30)	Способ 1	→
3	(4.3)	4	(32)	Способ 1	←
4	(4.4)	2	(22)	Способ 1	←
5	(4.4)	3	(31)	Способ 1	←
6	(4.4)	4	(33)	Способ 1	→
7	(4.5)	2	(23)	Способ 1	→
8	(4.5)	3	(31)	Способ 1	→
9	(4.5)	4	(34)	Способ 1	→
10	(4.5)	2	(20)	Способ 1	←
11	(4.5)	3	(30)	Способ 1	←
12	(4.5)	4	(32)	Способ 1	←
13	(4.3)	2	(20)	Способ 3	→ ←
14	(4.3)	3	(30)	Способ 3	→ ←
15	(4.3)	4	(32)	Способ 3	→ ←
16	(4.4)	2	(22)	Способ 3	→ ←
17	(4.4)	3	(31)	Способ 3	→ ←
18	(4.4)	4	(34)	Способ 3	→ ←
19	(4.5)	2	(23)	Способ 3	→ ←
20	(4.5)	3	(31)	Способ 3	→ ←
21	(4.5)	4	(34)	Способ 3	→ ←
22	(4.3)	5	(127)	Способ 1	→
23	(4.4)	5	(127)	Способ 1	←
24	(4.5)	5	(127)	Способ 1	→
25	(4.3)	5	(127)	Способ 3	→ ←
26	(4.4)	5	(127)	Способ 3	→ ←
27	(4.5)	5	(127)	Способ 3	→ ←

#### 20.1.4 Тестовые задания для текущей аттестации

**ПК-4.1 Осуществляет формализацию прикладной задачи и выбирает методы вычислительной математики для ее решения.**

Критерий оценивания	Шкала оценок
Верный ответ	1 балл
Неверный ответ	0 баллов

1. Какая из перечисленных задач может быть решена методом редукции к задаче Коши:

1)  $u'' - 5u' + 4u = 8; u(0) = 1; u(\ln 2) = 7;$

2)  $u'' + \frac{x^2}{32u^2} = 0,125; u(0) = 0; 2u'(1) - 2u = 0;$

3)  $u'' - 5u' + 4u = 8; u(0) = 1; u'(0) = 0,75;$

4)  $u'' - 6u' + 9u^2 = 9x; u(0) = 0; u(1) = 5$

Ответ: 1)



2. Какая из перечисленных задач может быть решена методом пристрелки:

1)  $u'' - 5u' + 4u = 8; u(0) = 1; u'(0) = 0,75;$

2)  $u'' + \frac{x^2}{32u^2} = 0,125; u(0) = 0; 2u'(1) - 2u = 0;$

3)  $u' = x + u; u(0) = 1;$

4)  $u' = 0,5xu; u(0) = 1$

Ответ: 2)

3. Выберите правильное утверждение: метод пристрелки применяется для решения

1) только линейных краевых задач второго порядка;

2) только для нелинейных краевых задач второго порядка;

3) линейных и нелинейных краевых задач порядка  $k$  ( $k \geq 2$ );

4) для решения задачи Коши дифференциальных уравнений второго порядка.

Ответ: 3)

4. Выберите правильное утверждение: метод редукции (суперпозиции) к задаче Коши применяется для решения

1) линейных и нелинейных краевых задач порядка  $k$  ( $k \geq 2$ );

2) линейных краевых задач порядка  $k$  ( $k \geq 2$ );

3) только для нелинейных краевых задач второго порядка;

4) только для нелинейных краевых задач третьего порядка;

Ответ: 2)

5. Какая из перечисленных задач может быть решена методом редукции к задаче Коши:

1)  $u'' - 5u' + 6u = 2e^x; u(0) = 2; u(\ln 3) = -6;$

2)  $u'' + \frac{x^2}{32u^2} = 0,125; u(0) = 0; 2u'(1) - 2u = 0;$

3)  $u'' - 25u' + 4u = 10; u(0) = 1; u'(0) = 0,75;$

4)  $u'' - 6u' + 9u^2 = 9x; u(0) = 0; u(1) = 5$

Ответ: 1)

6. Какая из перечисленных задач может быть решена методом редукции к задаче Коши:

1)  $u'' - 5u' + 6u = 2e^x; u(0) = 2; u'(0) = -6;$

$$2) u'' + x^2 u^2 = 0,125; u(0) = 0; u'(1) - 0,5u = 0;$$

$$3) u'' - 25u' + 4u = 10; u(0) = 1; u'(0) = 0,75;$$

$$4) u'' - 6u' + 9u = 9x; u(0) = 0; u(1) = 5$$

Ответ: 4)

7. Какая из перечисленных задач может быть решена методом редукции к задаче Коши:

$$1) u'' - 5u' + 6u = 2e^x; u(0) = 2; u'(0) = -6;$$

$$2) u'' + \frac{x^2}{32u^2} = 0,125; u(0) = 0; 2u'(1) - 2u = 0;$$

$$3) u'' + 3u' + 2u = 6e^x; u(0) = 7; u(\ln 2) = 3;$$

$$4) u'' - u^2 u' + 9u = 9x; u(0) = 0; u(1) = 5$$

Ответ: 3)

### Вопросы с кратким текстовым ответом

Критерий оценивания	Шкала оценок
Должен быть сформулирован ответ из указанных вариантов (один или несколько) или аналогичные по сути ответы с альтернативными терминами и определениями	2 балла
Неверный ответ	0 баллов

Краевая задача

$$u''(x) + p(x)u'(x) - q(x)u(x) = f(x),$$

$$x \in [0; 1]$$

$$u(0) = A; u(1) = B$$

решается численно методом дифференциальной прогонки. Для проверки правильности работы программы необходимо подготовить тестовый пример. Для

него берутся  $p(x) = 3; q(x) = x$ . Напишите, какими должны быть

$f(x), A, B$ , чтобы решением данной задачи была функция

$$u(x) = x^2.$$

Ответ:  $f(x) = -x^3 + 6x + 2; A = 0; B = 1.$

1. Краевая задача

$$u''(x) + p(x)u'(x) - q(x)u(x) = f(x),$$

$$x \in [0; 1]$$

$$u(0) = A; u(1) = B$$

решается численно методом дифференциальной прогонки. Для проверки правильности работы программы необходимо подготовить тестовый пример. Для него берутся  $p(x) = 2 - x$ ;  $q(x) = 4$ . Напишите, какими должны быть  $f(x)$ ,  $A$ ,  $B$ , чтобы решением данной задачи была функция  $u(x) = x^3$ .

Ответ:  $f(x) = -7x^3 + 6x^2 + 6x$ ;  $A = 0$ ;  $B = 1$ .

2. Краевая задача

$$u''(x) + p(x)u'(x) - q(x)u(x) = f(x),$$

$$x \in [0; 1]$$

$$u(0) = A; u(1) = B$$

решается численно методом дифференциальной прогонки. Для проверки правильности работы программы необходимо подготовить тестовый пример. Для него берутся  $p(x) = x$ ;  $q(x) = 1 - x$ . Напишите, какими должны быть  $f(x)$ ,  $A$ ,  $B$ , чтобы решением данной задачи была функция  $u(x) = x^2 + 4$ .

3. Ответ:  $f(x) = x^3 + x^2 + 4x - 2$ ;  $A = 4$ ;  $B = 5$ .

**ПК-5.1 Реализует численные методы решения прикладных задач в профессиональной сфере.**

#### Вопросы с вариантами ответов

Критерий оценивания	Шкала оценок
Верный ответ	1 балл
Неверный ответ	0 баллов

1. Выберите правильное утверждение: при решении краевой задачи для обыкновенных дифференциальных уравнений второго порядка методом пристрелки на отрезке  $[a, b]$  интегрирование построенной задачи Коши может осуществляться:

- 1) только от точки  $a$  к точке  $b$ ;
- 2) только от точки  $b$  к точке  $a$ ;
- 3) как от точки  $a$  к точке  $b$ , так и от точки  $b$  к точке  $a$ ;
- 4) только методами Рунге–Кутты не ниже 4-го порядка точности.

Ответ: 3)

2. Выберите правильное утверждение: при решении краевой задачи для обыкновенных дифференциальных уравнений третьего порядка методом пристрелки на отрезке  $[a, b]$  интегрирование построенной задачи Коши может осуществляться:
- 1) только от точки  $a$  к точке  $b$ ;
  - 2) только от точки  $b$  к точке  $a$ ;
  - 3) как от точки  $a$  к точке  $b$ , так и от точки  $b$  к точке  $a$ ;
  - 4) только методами Рунге–Кутты не ниже 4-го порядка точности.

Ответ: 3)

3. Выберите правильное утверждение: при решении краевой задачи для обыкновенных дифференциальных уравнений второго порядка методом пристрелки на отрезке  $[a, b]$  интегрирование построенной задачи Коши может осуществляться:
- 1) только методом Эйлера;
  - 2) любым численным методом типа методов Рунге-Кутты;
  - 3) только методами Рунге-Кутты 3-го порядка точности;
  - 4) только методами Рунге–Кутты не ниже 4-го порядка точности.

Ответ: 2)

4. Для реализации метода параллельной пристрелки при решении краевой задач

$$u''(x) = f(x, u, u'), \quad x \in [a; b]$$

$$u(a) = A; \quad u'(b) = B$$

отрезок  $[a; b]$  разбивается на два:  $[a; c]$  и  $[c; b]$ . Выберите из предложенного перечня пункт, в котором перечислены **все** условия, необходимые для нахождения решения:

- 1) в точке  $c$  непрерывна функция  $u(x)$ ;
- 2) в точке  $c$  непрерывна  $u'(x)$ ;
- 3) в точке  $c$  непрерывны функция  $u(x)$  и ее производная;

- 4) выполнены граничные условия, и в точке  $c$  непрерывна функция  $u(x)$  и ее производная.

Ответ: 4)

5. Для реализации метода встречной пристрелки при решении краевой задачи

$$u''(x) = f(x, u, u'), \quad x \in [a; b]$$

$$u(a) = A; \quad u'(b) = B$$

отрезок  $[a; b]$  разбивается на два:  $[a; c]$  и  $[c; b]$ . Выберите из предложенного перечня пункт, в котором перечислены **все** условия, необходимые для нахождения решения:

- 1) в точке  $c$  непрерывна функция  $u(x)$ ;
- 2) в точке  $c$  непрерывна  $u'(x)$ ;
- 3) в точке  $c$  непрерывна функция  $u(x)$  и ее производная;
- 4) выполнены граничные условия, и в точке  $c$  непрерывна функция  $u(x)$  и ее производная.

Ответ: 4)

6. Нелинейная краевая задача для обыкновенного дифференциального уравнения 2-го порядка решается методом пристрелки. Для нахождения пристрелочного параметра  $\alpha$  построено нелинейное уравнение  $\varphi(\alpha) = 0$ . Использование какого метода решения нелинейных уравнений требует решения вспомогательной системы дифференциальных уравнений:

- 1) метода половинного деления;
- 2) метода секущих;
- 3) метода Ньютона;
- 4) вспомогательная система никогда не требуется.

Ответ: 3)

7. Нелинейная краевая задача для обыкновенного дифференциального уравнения 2-го порядка решается методом пристрелки. Для нахождения пристрелочного параметра  $\alpha$  построено нелинейное уравнение  $\varphi(\alpha) = 0$ . Нули  $\varphi(\alpha)$  ищутся методом секущих. Для какого типа исходных уравнений решение будет найдено за одну итерацию:

- 1) исходное уравнение однородное и нелинейное;
- 2) исходное уравнение линейное;
- 3) исходное уравнение нелинейное;

4) исходное уравнение нелинейное и не содержит  $u'$ .

Ответ: 2)

8. Нелинейная краевая задача для обыкновенного дифференциального уравнения 2-го порядка решается методом пристрелки. Для нахождения пристрелочного параметра  $\alpha$  построено нелинейное уравнение  $\varphi(\alpha) = 0$ .

Нули  $\varphi(\alpha)$  ищутся методом Ньютона. Для какого типа исходных уравнений решение будет найдено за одну итерацию:

- 1) исходное уравнение однородное и нелинейное;
- 2) исходное уравнение линейное;
- 3) исходное уравнение нелинейное;
- 4) исходное уравнение нелинейное и не содержит  $u'$ .

Ответ: 2)

### Вопросы с кратким текстовым ответом

Критерий оценивания	Шкала оценок
Должен быть сформулирован ответ из указанных вариантов (один или несколько) или аналогичные по сути ответы с альтернативными терминами и определениями	2 балла
Неверный ответ	0 баллов

1. Краевая задача

$$u''(x) = f(x, u, u'),$$

$$x \in [a; b]$$

$$u(a) = A; u(b) = B$$

решается численно методом пристрелки, при этом недостающее начальное условие задается на левом конце отрезка в точке  $a$ . Пристрелочный параметр  $\alpha$  находится из нелинейного уравнения  $\varphi(\alpha) = 0$ , которое, в свою очередь, решается методом Ньютона. При выборе начального приближения для этого метода будем считать, что  $u(x)$  совпадает с прямой, проходящей через точки  $(a; A)$ ,  $(b; B)$ . Чему равно начальное значение  $\alpha$ , если  $a = 0$ ,  $b = 1$ ,  $A = 1$ ,  $B = 2$ ?

Ответ:  $\alpha = 1$

2. Краевая задача

$$u''(x) = f(x, u, u'),$$

$$x \in [a; b]$$

$$u(a) = A; u(b) = B$$

решается численно методом пристрелки, при этом недостающее начальное условие задается на левом конце отрезка в точке  $a$ . Пристрелочный параметр  $\alpha$  находится из нелинейного уравнения  $\varphi(\alpha) = 0$ , которое, в свою очередь, решается методом Ньютона. При выборе начального приближения для этого метода будем считать, что  $u(x)$  совпадает с прямой, проходящей через точки  $(a; A)$ ,  $(b; B)$ . Чему равно начальное значение  $\alpha$ , если  $a = 0$ ,  $b = 1$ ,  $A = 1$ ,  $B = 4$ ?

Ответ:  $\alpha = 3$

3. Краевая задача

$$u''(x) = f(x, u, u'),$$

$$x \in [a; b]$$

$$u(a) = A; u(b) = B$$

решается численно методом пристрелки, при этом недостающее начальное условие задается на левом конце отрезка в точке  $a$ . Пристрелочный параметр  $\alpha$  находится из нелинейного уравнения  $\varphi(\alpha) = 0$ , которое, в свою очередь, решается методом Ньютона. При выборе начального приближения для этого метода будем считать, что  $u(x)$  совпадает с прямой, проходящей через точки  $(a; A)$ ,  $(b; B)$ . Чему равно начальное значение  $\alpha$ , если  $a = 0$ ,  $b = 1$ ,  $A = 1$ ,  $B = 3$ ?

Ответ:  $\alpha = 2$

**ПК-6.1 Проводит анализ результатов тестирования.**  
**Вопросы с вариантами ответов**

Критерий оценивания	Шкала оценок
Верный ответ	1 балл
Неверный ответ	0 баллов

1. Методом пристрелки решается краевая задача

$$u''(x) = f(x, u, u'), \quad x \in [a; b]$$

$$u(a) = A; u(b) = B.$$

Для этого исходная задача заменяется задачей Коши

$$u''(x) = f(x, u, u'), \quad x \in [a; b]$$

$$u(a) = A; \quad u'(a) = \alpha.$$

$\alpha$  – пристрелочный параметр. Укажите правильную запись уравнения

$$\phi(\alpha) = 0 \quad \text{для определения пристрелочного параметра:}$$

- 1)  $\phi(\alpha) = u(b, \alpha) - B;$
- 2)  $\phi(\alpha) = u'(b, \alpha) - B;$
- 3)  $\phi(\alpha) = u(b, \alpha) - A;$
- 4)  $\phi(\alpha) = u(b, \alpha) - u'(b, \alpha);$

Ответ: 1)

2. Методом пристрелки решается краевая задача

$$u''(x) = f(x, u, u'), \quad x \in [a; b]$$

$$u(a) = A; \quad u'(b) = B.$$

Для этого исходная задача заменяется задачей Коши

$$u''(x) = f(x, u, u'), \quad x \in [a; b]$$

$$u(a) = A; \quad u'(a) = \alpha.$$

$\alpha$  – пристрелочный параметр. Укажите правильную запись уравнения

$$\phi(\alpha) = 0 \quad \text{для определения пристрелочного параметра:}$$

- 1)  $\phi(\alpha) = u(b, \alpha) - B;$
- 2)  $\phi(\alpha) = u'(b, \alpha) - B;$
- 3)  $\phi(\alpha) = u(b, \alpha) - A;$
- 4)  $\phi(\alpha) = u(b, \alpha) - u'(b, \alpha);$

Ответ: 2)

3. Методом пристрелки решается краевая задача

$$u''(x) = f(x, u, u'), \quad x \in [a; b]$$

$$u(a) = A; \quad u(b) = B.$$

Для этого исходная задача заменяется задачей Коши

$$u''(x) = f(x, u, u'), \quad x \in [a; b]$$

$$u'(b) = \alpha; \quad u(b) = B.$$



$\alpha$  – пристрелочный параметр. Укажите правильную запись уравнения  $\phi(\alpha) = 0$  для определения пристрелочного параметра:

- 1)  $\phi(\alpha) = u(b, \alpha) - B$ ;
- 2)  $\phi(\alpha) = u(a, \alpha) - B$ ;
- 3)  $\phi(\alpha) = u(a, \alpha) - A$ ;
- 4)  $\phi(\alpha) = u(a, \alpha) - u'(a, \alpha)$ .

Ответ: 3)

4. Методом пристрелки решается краевая задача
- $$u''(x) = f(x, u, u'), \quad x \in [a; b]$$
- $$u(a) = A; \quad u'(b) = B.$$

Для этого исходная задача заменяется задачей Коши

$$u''(x) = f(x, u, u'), \quad x \in [a; b]$$
$$u'(b) = B; \quad u(b) = \alpha.$$

$\alpha$  – пристрелочный параметр. Укажите правильную запись уравнения  $\phi(\alpha) = 0$  для определения пристрелочного параметра:

- 1)  $\phi(\alpha) = u(b, \alpha) - B$ ;
- 2)  $\phi(\alpha) = u(a, \alpha) - B$ ;
- 3)  $\phi(\alpha) = u(a, \alpha) - A$ ;
- 4)  $\phi(\alpha) = u'(a, \alpha) - A$ .

Ответ: 3)

5. Методом пристрелки решается краевая задача
- $$u'''(x) = f(x, u, u', u''), \quad x \in [a; b]$$
- $$u(a) = A; \quad u'(a) = B; \quad u'(b) = C.$$

Для этого исходная задача заменяется задачей Коши

$$u'''(x) = f(x, u, u', u''), \quad x \in [a; b]$$
$$u(a) = A; \quad u'(a) = B; \quad u''(a) = \alpha.$$

$\alpha$  – пристрелочный параметр. Укажите правильную запись уравнения  $\phi(\alpha) = 0$  для определения пристрелочного параметра:

- 1)  $\phi(\alpha) = u'(b, \alpha) - C$ ;
- 2)  $\phi(\alpha) = u(b, \alpha) - B$ ;
- 3)  $\phi(\alpha) = u(a, \alpha) - A$ ;

$$4) \phi(\alpha) = u''(b, \alpha) - B;$$

Ответ: 1)

6. Методом пристрелки решается краевая задача

$$u'''(x) = f(x, u, u', u''), \quad x \in [a; b]$$

$$u(a) = A; u(b) = B; u'(b) = C.$$

Для этого исходная задача заменяется задачей Коши

$$u'''(x) = f(x, u, u', u''), \quad x \in [a; b]$$

$$u(b) = B; u'(b) = C; u''(b) = \alpha.$$

$\alpha$  – пристрелочный параметр. Укажите правильную запись уравнения

$\phi(\alpha) = 0$  для определения пристрелочного параметра:

1)  $\phi(\alpha) = u'(b, \alpha) - C;$

2)  $\phi(\alpha) = u(b, \alpha) - B;$

3)  $\phi(\alpha) = u(a, \alpha) - A;$

4)  $\phi(\alpha) = u''(b, \alpha) - B;$

Ответ: 3)

7. Методом пристрелки решается краевая задача

$$u'''(x) = f(x, u, u', u''), \quad x \in [a; b]$$

$$u(a) = A; u'(a) = B; u''(b) = C.$$

Для этого исходная задача заменяется задачей Коши

$$u'''(x) = f(x, u, u', u''), \quad x \in [a; b]$$

$$u(a) = A; u'(a) = B; u''(a) = \alpha.$$

$\alpha$  – пристрелочный параметр. Укажите правильную запись уравнения

$\phi(\alpha) = 0$  для определения пристрелочного параметра:

1)  $\phi(\alpha) = u'(b, \alpha) - C;$

2)  $\phi(\alpha) = u''(b, \alpha) - C;$

3)  $\phi(\alpha) = u(a, \alpha) - A;$

4)  $\phi(\alpha) = u''(b, \alpha) - B;$

Ответ: 2)

8. Методом пристрелки решается краевая задача

$$u''(x) = f(x, u, u'), \quad x \in [a; b]$$

$$u(a) = A; \quad \mu u(b) + \nu u'(b) = B.$$

Для этого исходная задача заменяется задачей Коши

$$u''(x) = f(x, u, u'), \quad x \in [a; b]$$

$$u(a) = A; \quad u'(a) = \alpha.$$

$\alpha$  – пристрелочный параметр. Укажите правильную запись уравнения

$$\phi(\alpha) = 0 \quad \text{для определения пристрелочного параметра:}$$

1)  $\phi(\alpha) = u(b, \alpha) - B;$

2)  $\phi(\alpha) = u'(b, \alpha) - B;$

3)  $\phi(\alpha) = \mu u(b, \alpha) + \nu u'(b, \alpha) - B;$

4)  $\phi(\alpha) = \mu u(b, \alpha) - \nu u'(b, \alpha);$

Ответ: 3)

9. Методом пристрелки решается краевая задача

$$u''(x) = f(x, u, u'), \quad x \in [0; 1]$$

$$u(0) = 1; \quad 2u(1) + 0,5u'(1) = 2.$$

Для этого исходная задача заменяется задачей Коши

$$u''(x) = f(x, u, u'), \quad x \in [0; 1]$$

$$u(0) = 1; \quad u'(0) = \alpha.$$

$\alpha$  – пристрелочный параметр. Укажите правильную запись уравнения

$$\phi(\alpha) = 0 \quad \text{для определения пристрелочного параметра:}$$

1)  $\phi(\alpha) = u(1, \alpha) - 2;$

2)  $\phi(\alpha) = u'(1, \alpha) - 2;$

3)  $\phi(\alpha) = 2u(1, \alpha) + 0,5u'(1, \alpha) - 2;$

4)  $\phi(\alpha) = 2u(1, \alpha) - 0,5u'(1, \alpha);$

Ответ: 3)

10. Методом пристрелки решается краевая задача

$$u''(x) = f(x, u, u'), \quad x \in [2; 5]$$

$$u(2) = 3; \quad 0,3u(5) + 4u'(5) = 12.$$

Для этого исходная задача заменяется задачей Коши

$$u''(x) = f(x, u, u'), \quad x \in [2; 5]$$

$$u(2) = 3; \quad u'(2) = \alpha.$$

$\alpha$  – пристрелочный параметр. Укажите правильную запись уравнения

$$\phi(\alpha) = 0 \quad \text{для определения пристрелочного параметра:}$$

1)  $\phi(\alpha) = u(1, \alpha) - 12$  ;

2)  $\phi(\alpha) = u'(1, \alpha) - 12$  ;

3)  $\phi(\alpha) = 0,3u(5, \alpha) + 4u'(5, \alpha) - 12$  ;

4)  $\phi(\alpha) = 0,3u(5, \alpha) - 4u'(5, \alpha)$  ;

Ответ: 3)

### Вопросы с кратким текстовым ответом

Критерий оценивания	Шкала оценок
Должен быть сформулирован ответ из указанных вариантов (один или несколько) или аналогичные по сути ответы с альтернативными терминами и определениями	2 балла
Неверный ответ	0 баллов

1. Краевая задача

$$u^{(5)}(x) = f(x, u, u', u'', u''', u^{(4)}), \\ x \in [a; b]$$

$$u(a) = A; \quad u'(a) = B;$$

$$u(b) = C; \quad u'(b) = D; \quad u''(b) = E$$

решается численно методом пристрелки. Какой конец отрезка следует выбрать для построения задачи Коши ( $a$  или  $b$ ), чтобы уменьшить объем проводимых вычислений, и сколько пристрелочных параметров в этом случае будет введено? Ответ запишите в виде:  $a$  (или  $b$ ); число.

Ответ:  $b$ ; 2.

2. Краевая задача

$$u^{(5)}(x) = f(x, u, u', u'', u''', u^{(4)}),$$

$$x \in [a; b]$$

$$u(a) = A; u(b) = B;$$

$$u'(b) = C; u''(b) = D; u'''(b) = E$$

решается численно методом пристрелки. Какой конец отрезка следует выбрать для построения задачи Коши ( $a$  или  $b$ ), чтобы уменьшить объем проводимых вычислений, и сколько пристрелочных параметров в этом случае будет введено? Ответ запишите в виде:  $a$  (или  $b$ ); число.

Ответ:  $b$ ; 1.

3. Краевая задача

$$u^{(5)}(x) = f(x, u, u', u'', u''', u^{(4)}),$$

$$x \in [a; b]$$

$$u(a) = A; u'(a) = B; u''(a) = C;$$

$$u(b) = D; u'(b) = E$$

решается численно методом пристрелки. Какой конец отрезка следует выбрать для построения задачи Коши ( $a$  или  $b$ ), чтобы уменьшить объем проводимых вычислений, и сколько пристрелочных параметров в этом случае будет введено? Ответ запишите в виде:  $a$  (или  $b$ ); число.

Ответ:  $a$ ; 2.

4. Краевая задача

$$u^{(5)}(x) = f(x, u, u', u'', u''', u^{(4)}),$$

$$x \in [a; b]$$

$$u(a) = A; u'(a) = B; u''(a) = C;$$

$$u'''(a) = D; u'(b) = E$$

решается численно методом пристрелки. Какой конец отрезка следует выбрать для построения задачи Коши ( $a$  или  $b$ ), чтобы уменьшить объем проводимых вычислений, и сколько пристрелочных параметров в этом случае будет введено? Ответ запишите в виде:  $a$  (или  $b$ ); число.

Ответ:  $a$ ; 1.

### 20.1.5 Критерии оценивания тестирования

При проведении тестирования каждый студент получает 6 вопросов (по два для каждого ПК). Результат оценивания приведен в таблице

Отлично	8-9 баллов
Хорошо	6-7 баллов
Удовлетворительно	4-5 баллов
Неудовлетворительно	Менее 4 баллов

## 20.2 Промежуточная аттестация

Промежуточная аттестация проводится в соответствии с Положением о промежуточной аттестации обучающихся по программам высшего образования. Контрольно-измерительные материалы промежуточной аттестации включают в себя теоретические вопросы, позволяющие оценить уровень полученных знаний и/или практические задания, позволяющие оценить степень сформированности умений и(или) навыков.

При оценивании используются количественные шкалы оценок. Критерии оценивания приведены ниже.

Для оценивания результатов обучения на зачете используются следующие показатели:

- 1) знание учебного материала и владение понятийным аппаратом курса численных методов;
- 2) умение связывать теорию с решением практических задач;
- 3) умение иллюстрировать ответ примерами и необходимыми математическими выкладками;
- 4) умение применять теоретические знания к разработке алгоритмов.

На зачете:

Зачтено	выполнение плана практических и лабораторных занятий, прохождение тестирования на оценку не ниже «удовлетворительно»
Не зачтено	невыполнение плана практических или лабораторных занятий или непрохождение тестирования

Задания раздела 20.1.4 рекомендуются к использованию при проведении диагностических работ с целью оценки остаточных знаний по результатам освоения данной дисциплины.