


МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО «ВГУ»)

УТВЕРЖДАЮ

Заведующий кафедрой ВМ и ПИТ

 Леденева Т.М.

22.03.2024

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ
Б1.О.12 Линейная алгебра

1. Код и наименование направления подготовки/специальности:

01.03.03 Механика и математическое моделирование

2. Профиль подготовки/специализация:

компьютерный инжиниринг в механике сплошных сред

3. Квалификация выпускника:

бакалавр

4. Форма обучения:

очная

5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины:

кафедра вычислительной математики и прикладных информационных технологий

6. Составители программы:

Глушакова Т.Н., к.ф.-м.н., доцент, доцент кафедры ВМ и ПИТ

Лазарев К.П., к.ф.-м.н., доцент, доцент кафедры ВМ и ПИТ

7. Рекомендована:

научно-методическим советом факультета ПММ 22.03.2024, протокол №5.

8. Учебный год: 2024-2025

Семестр(ы): 1,2

9. Цели и задачи учебной дисциплины

Целью изучения учебной дисциплины «Линейная алгебра» является формирование компетенции ОПК-1: дать студентам глубокие знания о методах, задачах и теоремах линейной алгебры; научить студентов применять полученные знания при решении задач прикладной математики и информатики.

Задачи учебной дисциплины – научить студентов владеть теоретическим и практическим материалом; решать задачи по линейной алгебре, использовать алгебраические методы и теоремы при решении прикладных задач. В процессе обучения студенты должны усвоить методику построения алгебраических структур и приобрести навыки исследования и решения алгебраических задач.

В результате изучения дисциплины студенты должны знать и уметь применять на практике основные методы линейной алгебры, владеть навыками решения практических задач.

10. Место учебной дисциплины в структуре ООП:

Дисциплина «Линейная алгебра» входит в блок Б1 обязательной части программы бакалавриата и изучается в 1 и 2 семестрах. Данный курс непосредственно связан с дисциплинами «Аналитическая геометрия», «Математический анализ», «Информатика и программирование» и является базой для дисциплин «Дифференциальные уравнения», «Уравнения математической физики», «Функциональный анализ», «Численные методы», «Компьютерная графика», изучаемых в рамках программы подготовки бакалавра.

11. Планируемые результаты обучения по дисциплине/модулю (знания, умения, навыки), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями) и индикаторами их достижения:

Код	Название компетенции	Код(ы)	Индикатор(ы)	Планируемые результаты обучения
ОПК-1	Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	ОПК-1.1	Решает типовые задачи с учетом основных понятий и общих закономерностей, сформулированных в рамках базовых дисциплин математики, информатики и естественных наук	<p>Знать: основные алгебраические методы</p> <p>Уметь: применять их на практике</p> <p>Владеть: навыками решения алгебраических задач</p>
		ОПК-1.2	Применяет системный подход и математические методы в формализации решения прикладных задач	
		ОПК-1.3	Осуществляет выбор современных математических инструментальных средств для обработки изучаемых данных в соответствии с поставленной задачей, анализирует результаты расчетов и обосновывает полученные результаты	

12. Объем дисциплины в зачетных единицах/часах (в соответствии с учебным планом) – 8/288.

Форма промежуточной аттестации *экзамен.*

13. Трудоемкость по видам учебной работы

Вид учебной работы		Трудоемкость		
		Всего	По семестрам	
			1 семестр	2 семестр
Контактная работа		128	64	64
в том числе	лекции	64	32	32
	практические	64	32	32
	лабораторные	0	0	0
Самостоятельная работа		88	44	44
в том числе: курсовая работа (проект)		0	0	0
Форма промежуточной аттестации (экзамен – час.)		72	36	36

Итого:	288	144	144
--------	-----	-----	-----

13.1. Содержание дисциплины

п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины	Реализация раздела дисциплины с помощью онлайн-курса, ЭУМК *
1. Лекции			
1.1	Роль и место алгебры в системе математического образования	Предмет дисциплины «Алгебра». Исторические сведения о развитии этого раздела математики. Роль и место алгебры в системе математического образования	-
1.2	Множества. Отображения. Отношения	Множества. Операции над множествами. Отображения. Свойства отображений. Отношения. Упорядоченные множества	-
1.3	Группы, кольца, поля	Группы, кольца, поля	-
1.4	Матрицы и определители	Матрицы. Операции над матрицами и их свойства. Многочлены от матриц. Перестановки и их свойства. Определитель. Миноры. Алгебраические дополнения. Свойства и вычисление определителей. Определитель Вандермонда. Теорема Лапласа. Определитель ступенчатой матрицы. Определитель произведения матриц. Обратная матрица (определение, нахождение, свойства).	-
1.5	Системы линейных алгебраических уравнений	Решение матричных уравнений. Правило Крамера. Элементарные преобразования матрицы. Ранг матрицы. Сохранение ранга при элементарных преобразованиях матрицы. Теорема о базисном миноре. Теорема Кронекера – Капелли. Метод Гаусса и LU-разложение. Фундаментальная система решений систем линейных однородных уравнений	-
1.6	Комплексные числа	Комплексные числа и операции над ними	Линейная алгебра_МиММ_20_20_I_семестр
1.7	Многочлены	Многочлены и операции над ними. Делители. Наибольший общий делитель двух многочленов. Отделение кратных корней. Алгоритм Евклида. Схема Горнера	Линейная алгебра_МиММ_20_20_I_семестр
1.8	Основная теорема алгебры	Основная теорема алгебры и следствия из нее. Разложение многочлена на неприводимые множители. Вычисление корней. Теорема Виета. Интерполяционная формула Лагранжа. Многочлены с действительными коэффициентами. Разложение рациональной функции на сумму многочлена и правильной дроби. Разложение правильной дроби на сумму простейших дробей	Линейная алгебра_МиММ_20_20_I_семестр
1.9	Линейные пространства	Линейные пространства. Линейная зависимость и независимость векторов. Базис, координаты. Размерность линейного пространства. Преобразование координат вектора при изменении базиса. Изоморфизм линейных пространств. Линейные подпространства. Линейные оболочки. Понятие аффинного пространства. Сумма и пересечение линейных подпространств. Прямая сумма. Выпуклые множества. Прямое дополнение и декартово произведение конечномерных пространств	Линейная алгебра_МиММ_20_20_I_семестр

1.10	Евклидовы и унитарные пространства	Евклидовы и унитарные пространства. Простейшие свойства. Неравенство Коши – Буняковского. Норма вектора. Теорема Пифагора. Тожество параллелограмма. Ортонормированный базис. Ортогонализация Грамма – Шмидта. Ортогональное дополнение. Разложение пространства в прямую сумму подпространства и его ортогонального дополнения. Матрица и определитель Грамма. Объем параллелепипеда. Ортогональная проекция вектора на подпространство. Расстояние до подпространства. Расстояние до многообразия	-
1.11	Линейные преобразования	Линейные операторы и преобразования в линейных пространствах. Матрица линейного оператора. Линейное выражение координат образа вектора. Изменение матрицы при изменении базиса. Образ и ядро линейного оператора. Ранг и дефект линейного оператора. Операции сложения, умножения на число и умножения операторов. Обратный оператор. Инвариантные подпространства. Собственные векторы и собственные значения. Диагональный вид матрицы оператора. Понятие о жордановой форме матрицы. Теорема Жордана. Теорема Гамильтона – Кэли. Сопряженные и самосопряженные операторы в евклидовых и унитарных пространствах. Нормальные, ортогональные и унитарные операторы в евклидовых и унитарных пространствах	-
1.12	Линейные, билинейные и квадратичные формы	Линейные, билинейные и квадратичные формы в линейных пространствах. Общий вид. Матрица формы. Преобразование матрицы при изменении базиса. Ранг формы. Приведение квадратичной формы к каноническому виду. Метод Лагранжа. Метод Якоби. Эквивалентность форм. Закон инерции квадратичных форм. Знакоопределенность квадратичных форм. Критерии положительной и отрицательной определенности квадратичной формы. Одновременное приведение двух квадратичных форм к каноническому виду. Приведение квадратичной формы к каноническому виду ортогональным преобразованием в евклидовом пространстве	-
1.13	Гиперповерхности второго порядка	Гиперповерхности второго порядка	-
1.14	Алгебры	Алгебры. Подалгебры. Идеалы. Примеры. Свойства. Морфизмы алгебр. Конечномерные алгебры и их представления	-
2. Практические занятия			
2.1	Множества. Отображения. Отношения	Множества. Операции над множествами. Отображения. Свойства отображений. Отношения. Упорядоченные множества	-
2.2	Группы, кольца, поля	Группы, кольца, поля	-
2.3	Матрицы и определители	Матрицы. Операции над матрицами и их свойства. Многочлены от матриц. Перестановки и их свойства. Определитель. Миноры. Алгебраические дополнения. Свойства и вычисление определителей. Определитель Вандермонда. Теорема Лапласа. Определитель ступенчатой матрицы. Определитель произведения матриц. Обратная матрица (определение, нахождение, свойства).	-
2.4	Системы линейных алгебраических уравнений	Решение матричных уравнений. Правило Крамера. Элементарные преобразования матрицы. Ранг матрицы. Сохранение ранга при элементарных преобразованиях матрицы. Теорема о базисном	-

		миноре. Теорема Кронекера – Капелли. Метод Гаусса и LU-разложение. Фундаментальная система решений систем линейных однородных уравнений	
2.5	Комплексные числа	Комплексные числа и операции над ними	Линейная алгебра_МиММ_20_20_I_семестр
2.6	Многочлены	Многочлены и операции над ними. Делители. Наибольший общий делитель двух многочленов. Отделение кратных корней. Алгоритм Евклида. Схема Горнера	Линейная алгебра_МиММ_20_20_I_семестр
2.7	Основная теорема алгебры	Основная теорема алгебры и следствия из нее. Разложение многочлена на неприводимые множители. Вычисление корней. Теорема Виета. Интерполяционная формула Лагранжа. Многочлены с действительными коэффициентами. Разложение рациональной функции на сумму многочлена и правильной дроби. Разложение правильной дроби на сумму простейших дробей.	Линейная алгебра_МиММ_20_20_I_семестр
2.8	Линейные пространства	Линейные пространства. Линейная зависимость и независимость векторов. Базис, координаты. Размерность линейного пространства. Преобразование координат вектора при изменении базиса. Изоморфизм линейных пространств. Линейные подпространства. Линейные оболочки. Понятие аффинного пространства. Сумма и пересечение линейных подпространств. Прямая сумма. Выпуклые множества. Прямое дополнение и декартово произведение конечномерных пространств	Линейная алгебра_МиММ_20_20_I_семестр
2.9	Евклидовы и унитарные пространства	Евклидовы и унитарные пространства. Простейшие свойства. Неравенство Коши – Буняковского. Норма вектора. Теорема Пифагора. Тожество параллелограмма. Ортонормированный базис. Ортогонализация Грамма – Шмидта. Ортогональное дополнение. Разложение пространства в прямую сумму подпространства и его ортогонального дополнения. Матрица и определитель Грамма. Объем параллелепипеда. Ортогональная проекция вектора на подпространство. Расстояние до подпространства. Расстояние до многообразия	-
2.10	Линейные преобразования	Линейные операторы и преобразования в линейных пространствах. Матрица линейного оператора. Линейное выражение координат образа вектора. Изменение матрицы при изменении базиса. Образ и ядро линейного оператора. Ранг и дефект линейного оператора. Операции сложения, умножения на число и умножения операторов. Обратный оператор. Инвариантные подпространства. Собственные векторы и собственные значения. Диагональный вид матрицы оператора. Понятие о жордановой форме матрицы. Теорема Жордана. Теорема Гамильтона – Кэли. Сопряженные и самосопряженные операторы в евклидовых и унитарных пространствах. Нормальные, ортогональные и унитарные операторы в евклидовых и унитарных пространствах	-
2.11	Линейные, билинейные и квадратичные формы	Линейные, билинейные и квадратичные формы в линейных пространствах. Общий вид. Матрица формы. Преобразование матрицы при изменении базиса. Ранг формы. Приведение квадратичной формы к каноническому виду. Метод Лагранжа. Метод Якоби. Эквивалентность форм. Закон инерции квадратичных форм. Знакоопределенность квадратичных форм. Критерии положительной и отрицательной определенности квадратичной формы. Одновременное приведение двух	-

		квадратичных форм к каноническому виду. Приведение квадратичной формы к каноническому виду ортогональным преобразованием в евклидовом пространстве	
2.12	Гиперповерхности второго порядка	Гиперповерхности второго порядка	-
2.13	Алгебры	Алгебры. Подалгебры. Идеалы. Примеры. Свойства. Морфизмы алгебр. Конечномерные алгебры и их представления	-

13.2. Темы (разделы) дисциплины и виды занятий

№ п/п	Наименование темы (раздела) дисциплины	Виды занятий (количество часов)				Всего
		Лекции	Практические	Лабораторные	Самостоятельная работа	
1	Роль и место алгебры в системе математического образования	1	0	0	0	1
2	Множества. Отображения. Отношения	1	1	0	2	4
3	Комплексные числа	4	3	0	4	11
4	Многочлены	4	4	0	6	14
5	Основная теорема алгебры	2	2	0	4	8
6	Группы, кольца, поля	2	2	0	4	8
7	Матрицы и определители	6	6	0	8	24
8	Системы линейных алгебраических уравнений	6	8	0	8	26
9	Линейные пространства	6	6	0	8	22
10	Евклидовы и унитарные пространства	10	10	0	12	26
11	Линейные преобразования	12	12	0	14	42
12	Линейные, билинейные и квадратичные формы	8	8	0	14	24
13	Гиперповерхности второго порядка	1	1	0	2	3
14	Алгебры	1	1	0	2	3
	Итого:	64	64	0	88	216

14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

(рекомендации обучающимся по освоению дисциплины: указание наиболее сложных разделов, работа с конспектами лекций, презентационным материалом, рекомендации по выполнению курсовой работы, по организации самостоятельной работы по дисциплине и др.)

Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Аудиторные и внеаудиторные (самостоятельные) формы учебной работы студента имеют своей целью приобретение им целостной системы знаний по дисциплине «Линейная алгебра». Используя лекционный материал, учебники, дополнительную литературу, проявляя творческий подход, студент готовится к практическим занятиям, рассматривая их как дополнение, углубление, систематизацию своих теоретических знаний. Студент должен прийти в ВУЗ с пониманием того, что самостоятельное овладение знаниями является неотъемлемой частью образовательного процесса.

Изучение каждой темы следует начинать с перечня изучаемых вопросов. Они ориентируют студента, показывают, что он должен знать по данной тематике. Вопросы темы как бы накладываются на соответствующую главу избранного учебника или

учебного пособия. В итоге должно быть ясным, какие разделы программы учебного курса и с какой глубиной раскрыты в данном учебном материале.

Освоение дисциплины предполагает следующие направления работы:

- изучение понятийного аппарата дисциплины;
- изучение тем самостоятельной подготовки по учебно-тематическому плану;
- работу над основной и дополнительной литературой;
- изучение вопросов для самоконтроля (самопроверки);
- самоподготовка к практическим и другим видам занятий;
- самостоятельная работа студента при подготовке к экзамену;
- самостоятельная работа студента в библиотеке;
- изучение сайтов по темам дисциплины в сети Интернет.

Проработка лекционного курса является одной из важных активных форм самостоятельной работы. Лекция преподавателя не является озвученным учебником, а представляет плод его индивидуального творчества. Он читает свой авторский курс со своей логикой, со своими теоретическими и методическими подходами. Это делает лекционный курс конкретного преподавателя индивидуально-личностным событием, которым вряд ли студенту стоит пренебрегать. Кроме того, в своих лекциях преподаватель стремится преодолеть многие недостатки, присущие опубликованным учебникам, учебным пособиям, лекционным курсам.

В создании своего авторского лекционного курса преподаватель руководствуется двумя документами – Федеральным государственным образовательным стандартом и учебной программой. Совершенно недостаточно только слушать лекции. Студенту важно понять, что лекция есть своеобразная творческая форма самостоятельной работы. Надо пытаться стать активным соучастником лекции: думать, сравнивать известное с вновь получаемыми знаниями, войти в логику изложения материала лектором, по возможности вступать с ним в мысленную полемику. Во время лекции можно задать лектору вопрос. Вопросы можно задать и во время перерыва (письменно или устно), а также после лекции или перед началом очередной. Лектор найдет формы и способы реагирования на вопросы студентов.

Процесс освоения учебной дисциплины в течение закреплённого учебным планом периода подвергается текущему контролю, который осуществляется в следующих формах: фиксация посещения занятий, проводимых как в очном, так и дистанционном формате; проверка выполнения практических заданий; выполнение и проверка контрольных работ.

Методологические рекомендации по организации самостоятельной работы студентов

Методологические рекомендации призваны помочь студентам организовать самостоятельную работу при изучении курса: с материалами лекций и семинарских занятий, литературы по общим и специальным вопросам. Самостоятельная работа студента должна опираться на сформированные навыки и умения, приобретенные во время обучения в средней школе. В ВУЗе студент должен повысить уровень самостоятельности. Составляющей компонентой его работы должно стать творчество. Работая с литературой по теме занятий, нужно делать выписки текста, содержащего характеристику или комментарии уже знакомого Вам источника. Умение работать с литературой означает научиться осмысленно пользоваться источниками. Прежде чем приступить к освоению научной литературы, рекомендуется чтение учебников и учебных пособий.

Для улучшения обработки информации очень важно устанавливать осмысленные связи, структурировать новые сведения. Изучение научной, учебной и иной литературы требует ведения рабочих записей. Форма записей может быть весьма разнообразной: простой или развернутый план, тезисы, цитаты, конспект.

Методические рекомендации по подготовке к экзамену

При подготовке к экзамену следует в полной мере использовать лекционный материал и академический курс учебника, рекомендованного преподавателем.

Промежуточная аттестация проводится в очном или дистанционном формате в форме экзамена по билетам, каждый из которых содержит вопросы, оценивающие уровень сформированности всех заявленных дисциплинарных компетенций. Итоговая оценка по дисциплине определяется на основе оценок, полученных в ходе текущего контроля, а также результатов ответа на вопросы экзаменационного билета.

Методические рекомендации по работе в дистанционном формате

В настоящее время актуальным становится использование электронной информационно-образовательной среды Воронежского государственного университета, реализованной в виртуальной обучающей среде Moodle. Наиболее оптимальным является обучение в формате видеоконференции с презентацией, для чего необходим заранее подготовленный преподавателем материал (хотя бы частично), с дополнительным использованием web-камеры для более детального объяснения сложных моментов. Один из немногих положительных моментов такого обучения – просмотр занятий в записи.

При использовании дистанционных образовательных технологий и электронного обучения студент должен выполнять все указания преподавателей по работе на LMS-платформе, своевременно подключаться к online-занятиям, соблюдать рекомендации по организации самостоятельной работы.

15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины (список литературы оформляется в соответствии с требованиями ГОСТ и используется общая сквозная нумерация для всех видов источников)

а) основная литература:

№ п/п	Источник
1	Ильин В. А. <i>Линейная алгебра и аналитическая геометрия</i> / В. А. Ильин, Г. Д. Ким. – Москва : Проспект : Издательство Московского университета, 2015. – 393 с.
2	Курош А. Г. <i>Курс высшей алгебры : учебник</i> / А. Г. Курош. – Санкт-Петербург : Лань, 2013. – 432 с. – Режим доступа: https://lanbook.lib.vsu.ru/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=30198
3	Курош А. Г. <i>Лекции по общей алгебре Курс высшей алгебры : учебник</i> / А. Г. Курош. – Санкт-Петербург : Лань, 2018. – 556 с. – Режим доступа: https://e.lanbook.com/book/104951
4	Проскураков И. В. <i>Сборник задач по линейной алгебре</i> / И. В. Проскураков. – Москва : Лань, 2010. – 475 с. – Режим доступа: https://lanbook.lib.vsu.ru/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=529

б) дополнительная литература:

№ п/п	Источник
5	Беклемишев Д. В. <i>Курс аналитической геометрии и линейной алгебры : учебник для студентов вузов</i> / Д. В. Беклемишев. – Москва : Физматлит, 2007. – 307 с.
6	Ильин В. А. <i>Линейная алгебра</i> / В. А. Ильин, Э. Г. Позняк. – Москва : Физматлит, 2005. – 278 с.
7	Кострикин А. И. <i>Введение в алгебру. Часть 1. Основы алгебры : учебник для студентов университетов</i> / А. И. Кострикин. – Москва : Физматлит, 2009. – 271 с.
8	Кострикин А. И. <i>Введение в алгебру. Часть 2. Линейная алгебра : учебник для студентов университетов</i> / А. И. Кострикин. – Москва : Физматлит, 2009. – 367 с.
9	Проскураков И. В. <i>Сборник задач по линейной алгебре : учебное пособие для студентов физико-математических специальностей вузов</i> / И. В. Проскураков. – Москва : Лаборатория базовых знаний, 2003. – 382 с.
10	Мышкис А.Д. <i>Лекции по высшей математике : учебное пособие для студ. вузов</i> / А.Д. Мышкис. — Изд. 4-е, стереотип. — Москва : Наука, 1973. — 640 с.

в) информационные электронно-образовательные ресурсы (официальные ресурсы интернет):

№ п/п	Ресурс
15	www.lib.vsu.ru – Зональная научная библиотека ВГУ
16	Фаддеев Д. К. Лекции по алгебре : учебное пособие / Д. К. Фаддеев. – Санкт-Петербург : Лань, 2019. – 416 с. – Режим доступа: https://e.lanbook.com/book/115199
17	Фаддеев Д. К. Задачи по высшей алгебре : учебное пособие / Д. К. Фаддеев, И. С. Соминский. – Санкт-Петербург : Лань, 2008. – 288 с. – Режим доступа: http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=399
18	Задачи по линейной алгебре : учебно-методическое пособие. Часть 1. Матрицы. Определители. Системы линейных уравнений / Е. М. Аристова, К. П. Лазарев. – Воронеж : Издательский дом ВГУ, 2018. – Режим доступа: http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m18-256.pdf
19	Линейная алгебра: алгебра матриц и системы линейных уравнений : учебное пособие / Ю. В. Бондаренко, К. В. Чудинова. – Воронеж : Издательский дом ВГУ, 2018. – Режим доступа: http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m18-160.pdf
20	Матрицы. Определители. Системы линейных уравнений : учебно-методическое пособие для вузов / К. П. Лазарев. – Воронеж : ИПЦ ВГУ, 2012. – 74 с. – Режим доступа: http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m12-20.pdf
21	Руководство к решению задач по алгебре [Электронный ресурс] : учебное пособие для вузов : [для студ. 1 курса дневного и вечернего отделений факультета прикладной математики, информатики и механики] : [для специальностей: 010501 - Прикладная математика и информатика; 010901 - Механика]. Ч. 4. Комплексные числа / Воронеж. гос. ун-т ; сост.: Т.Н. Глушакова, И.Б. Крыжко. — Электрон. текстовые дан. — Воронеж : ИПЦ ВГУ, 2010. — Загл. с титул. экрана. — Свободный доступ из интранета ВГУ. — Текстовый файл. — Windows 2000; Adobe Acrobat Reader. — <URL: http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m10-142.pdf >.
22	Руководство к решению задач по алгебре [Электронный ресурс] : учебное пособие для вузов : [для студ. 1 курса дневного и вечернего отделений факультета прикладной математики, информатики и механики] : [для специальностей: 010501 - Прикладная математика и информатика; 010901 - Механика]. Ч. 5. Элементы теории многочленов / Воронеж. гос. ун-т ; сост.: Т.Н. Глушакова, И.Б. Крыжко. — Электрон. текстовые дан. — Воронеж : ИПЦ ВГУ, 2010. — Загл. с титул. экрана. — Свободный доступ из интранета ВГУ. — Текстовый файл. — Windows 2000; Adobe Acrobat Reader. — <URL: http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m10-143.pdf >.
23	Функции от матриц [Электронный ресурс] : учебное пособие для вузов : [для студ. днев. отд-ния, изуч. дисциплины "Алгебра", "Линейная алгебра"; для направлений 01.03.02- Приклад. математика и информатика, 01.03.03 - Механика и мат. моделирование, 01.05.01 - Фундамент. математика и механика] / Воронеж. гос. ун-т ; сост. :Т.Н. Глушакова , К.П. Лазарев. — Электрон. текстовые дан. — Воронеж : Издательский дом ВГУ, 2015. — Загл. с титул. экрана. — Свободный доступ из интранета ВГУ. — Текстовый файл. — Windows 2000; Adobe Acrobat Reader. — <URL: http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m15-234.pdf >.
24	Глушакова Т.Н. Евклидовы и унитарные пространства [Электронный ресурс] : учебно-методическое пособие для вузов : [для студ. 1 к. днев. отд-ния фак. приклад. математики, информатики и механики, изучающих дисциплины "Алгебра" и "Линейная алгебра"; для направлений 01.03.02- Приклад. математика и информатика, 01.03.03 - Механика и мат. моделирование, 01.05.01 - Фундамент. математика и механика] / Т.Н. Глушакова, К.П. Лазарев, Ю.В. Бондаренко ; Воронеж. гос. ун-т. — Электрон. текстовые дан. — Воронеж : Издательский дом ВГУ, 2015. — Загл. с титул. экрана. — Свободный доступ из интранета ВГУ. — Текстовый файл. — Windows 2000; Adobe Acrobat Reader. — <URL: http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m15-251.pdf >.
25	Глушакова Т.Н. Билинейная и квадратичная формы [Электронный ресурс] : учебно-методическое пособие для вузов : [для студ. 1 к. всех форм обучения фак. приклад. математики, информатики и механики; для направлений: 01.03.02- Приклад. математика и информатика, 02.04.03 - Механика и мат. моделирование] / Т.Н. Глушакова, К.П. Лазарев ; Воронеж. гос. ун-т. — Электрон. текстовые дан. — Воронеж : Издательский дом ВГУ, 2016. — Загл. с титул. экрана. — Свободный доступ из интранета ВГУ. — Текстовый файл. — Windows 2000; Adobe Acrobat Reader. — <URL: http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m16-13.pdf >.
26	Линейная алгебра МиММ_2020_I семестр / Т.Н. Глушакова. -- Образовательный портал «Электронный университет ВГУ». -- Режим доступа: https://edu.moodle.ru .

16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы (учебно-методические рекомендации, пособия, задачки, методические указания по выполнению практических (контрольных), курсовых работ и др.)

Самостоятельная работа обучающегося должна включать подготовку к практическим занятиям, выполнение домашних заданий. Для этого рекомендуется освоить теоретический материал соответствующих тем по конспектам лекций и презентационному материалу, размещенному на ЭО ресурсах, литературу из представленного ниже перечня, материалы с тематических ресурсов сети Интернет.

№ п/п	Источник
1	<i>Задачи по линейной алгебре : учебно-методическое пособие. Часть 1. Матрицы. Определители. Системы линейных уравнений / Е. М. Аристова, К. П. Лазарев. – Воронеж : Издательский дом ВГУ, 2018. – Режим доступа: http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m18-256.pdf</i>
2	<i>Методические указания для решения задач по курсу "Алгебра" (Линейные пространства): Для студентов 1-го курса дневн. и вечерн. отделений / Сост. Ю.В.Бондаренко, Т.Н.Глушакова, Е.С.Тихомирова .— Воронеж, 2000 .— 32 с.</i>
3	<i>Алгебра и геометрия (решение систем линейных уравнений, вычисление определителей): Метод. указания для решения задач по курсу "Алгебра и геометрия" для студентов 1 курса дневн. и вечерн. отд-ний фак. ПММ / Сост.: Т.Н.Глушакова, Ю.В.Бондаренко .— Воронеж, 2000 .— 32с.</i>
4	<i>Алгебра и геометрия: Метод. указания для решения задач по курсу "Алгебра и геометрия" для студентов 1 курса дневн. и вечерн.отд-ний фак. ПММ / Сост. Ю.В.Бондаренко, Т.Н.Глушакова, Е.С.Тихомирова .— Воронеж, 2001 .— Ч. 3: Линейные пространства. - 36 с.</i>
6	<i>Функции от матриц : учебное пособие для вузов : [для студентов днев. отд-ния, изуч. дисциплины "Алгебра", "Линейная алгебра"; для направлений: 01.03.02 - Приклад. математика и информатика, 01.03.03 - Механика и мат. моделирование, 01.05.01 - Фундамент. математика и механика] / Воронеж. гос. ун-т ; сост. Т.Н. Глушакова , К.П. Лазарев .— Воронеж : Издательский дом ВГУ, 2015 .— 23 с.</i>
7	<i>Евклидовы и унитарные пространства : учебно-методическое пособие для вузов : [для студ. 1 к. днев. отд-ния фак. прикл. математики, информатики и механики, изуч. дисциплины "Алгебра" и "Линейная алгебра"; для направлений: 01.03.02 - Приклад. математика и информатика, 01.03.03 - Механика и мат. моделирование, 01.05.01 - Фундамент. математика и механика] / Т.Н. Глушакова, К.П. Лазарев, Ю.В. Бондаренко ; Воронеж. гос. ун-т .— Воронеж : Издательский дом ВГУ, 2015 .— 25 с.</i>
8	<i>Билинейная и квадратичная формы [Электронный ресурс] : учебно-методическое пособие для вузов : [для студ. 1 к. всех форм обучения фак. приклад. математики, информатики и механики; для направлений: 01.03.02- Приклад. математика и информатика, 02.04.03 - Механика и мат. моделирование] / Т.Н. Глушакова, К.П. Лазарев ; Воронеж. гос. ун-т .— Электрон. текстовые дан. — Воронеж : Издательский дом ВГУ, 2016 .</i>
9	<i>Руководство к решению задач по алгебре. Часть 1 / Т. Н. Глушакова, Н. Н. Удоденко, Ю. В. Бондаренко. – Воронеж, 2002. – 67 с.</i>
10	<i>Руководство к решению задач по алгебре. Часть 2. Жорданова форма матрицы и жорданов базис / Н. Н. Удоденко, Т. Н. Глушакова. – Воронеж, 2003. – 43 с.</i>
11	<i>Руководство к решению задач по алгебре. Часть 3. Линейные пространства / Ю. В. Бондаренко, Т. Н. Глушакова, Е. С. Тихомирова. – Воронеж, 2002. – 36 с.</i>
12	<i>Руководство к решению задач по алгебре. Часть 4. Комплексные числа / Т. Н. Глушакова, И. Б. Крыжко. – Воронеж : ИПЦ ВГУ, 2010. – 21 с.</i>
13	<i>Руководство к решению задач по алгебре. Часть 5. Элементы теории многочленов / Т. Н. Глушакова, И. Б. Крыжко. – Воронеж : ИПЦ ВГУ, 2010. – 15 с.</i>

17. Образовательные технологии, используемые при реализации учебной дисциплины, включая дистанционные образовательные технологии (ДОТ), электронное обучение (ЭО), смешанное обучение): (При реализации дисциплины могут проводиться различные типы лекций (вводная, обзорная и т.д.), семинарские занятия (проблемные, дискуссионные и т.д.), применяться дистанционные

образовательные технологии в части освоения лекционного материала, проведения текущей аттестации, самостоятельной работы по дисциплине или отдельным ее разделам и т.д. При применении ЭО и ДОТ необходимо в п.15 в) указать используемые ресурсы (см. пример выше)

Дисциплина реализуется с применением электронного обучения и дистанционных образовательных технологий. Для организации занятий рекомендован онлайн-курс «Линейная алгебра_МиММ_2020_I_семестр», размещенный на платформе Электронного университета ВГУ (LMS moodle), а также Интернет-ресурсы, приведенные в п.15в.

При реализации учебной дисциплины используются информационные электронно-образовательные ресурсы www.lib.vsu.ru и <https://e.lanbook.com>.

18. Материально-техническое обеспечение дисциплины:

специального оборудования не требуется

19. Оценочные средства для проведения текущей и промежуточной аттестаций

Порядок оценки освоения обучающимися учебного материала определяется содержанием следующих разделов дисциплины:

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Компетенция(и)	Индикатор(ы) достижения компетенции	Оценочные средства
1	Роль и место алгебры в системе математическо-го образования	ОПК-1	ОПК-1.1	-
2	Множества. Отображения. Отношения	ОПК-1	ОПК-1.1	Практико-ориентированные задания.
3	Комплексные числа	ОПК-1	ОПК-1.1	Практико-ориентированные задания
4	Многочлены	ОПК-1	ОПК-1.1	Практико-ориентированные задания
5	Основная теорема алгебры	ОПК-1	ОПК-1.1	Практико-ориентированные задания.
6	Группы, кольца, поля	ОПК-1	ОПК-1.1	Практико-ориентированные задания.
7	Матрицы и определители	ОПК-1	ОПК-1.1	Практико-ориентированные задания. Контрольная работа
8	Системы линейных алгебраических уравнений	ОПК-1	ОПК-1.1	Практико-ориентированные задания.
9	Линейные пространства	ОПК-1	ОПК-1.1	Практико-ориентированные задания. Контрольная работа
10	Евклидовы и унитарные пространства	ОПК-1	ОПК-1.1	Практико-ориентированные задания.
11	Линейные преобразования	ОПК-1	ОПК-1.1	Практико-ориентированные задания. Контрольная работа
12	Линейные, билинейные и квадратичные формы	ОПК-1	ОПК-1.1	Практико-ориентированные задания. Контрольная работа
13	Гиперповерхности второго порядка	ОПК-1	ОПК-1.1	Практико-ориентированные задания.
14	Алгебры	ОПК-1	ОПК-1.1	Практико-ориентированные задания.
Промежуточная аттестация форма контроля – экзамен(I семестр); экзамен (II семестр)				<p><i>Перечень вопросов</i> <i>Практическое задание</i></p> <p>I семестр</p> <p>1. Матрицы. Операции над матрицами и их</p>

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Компетенция(и)	Индикатор(ы) достижения компетенции	Оценочные средства
				<p>свойства. Многочлены от матриц.</p> <p>2. Перестановки и их свойства. Определитель. Миноры. Алгебраические дополнения.</p> <p>3. Свойства и вычисление определителей. Определитель Вандермонда.</p> <p>4. Теорема Лапласа.</p> <p>5. Определитель ступенчатой матрицы.</p> <p>6. Определитель произведения матриц.</p> <p>7. Обратная матрица (определение, нахождение обратной матрицы, свойства).</p> <p>8. Решение матричных уравнений.</p> <p>9. Правило Крамера.</p> <p>10. Элементарные преобразования матрицы. Ранг матрицы. Сохранение ранга при элементарных преобразованиях матрицы. Теорема о базисном миноре.</p> <p>11. Теорема Кронекера – Капелли.</p> <p>12. Метод Гаусса и LU-разложение.</p> <p>13. Фундаментальная система решений систем линейных однородных уравнений.</p> <p>14. Комплексные числа и операции над ними.</p> <p>15. Многочлены и операции над ними. Делители. Наибольший общий делитель двух многочленов. Алгоритм Евклида.</p> <p>16. Схема Горнера. Отделение кратных корней многочлена.</p> <p>17. Основная теорема алгебры и следствия из нее. Разложение многочлена на неприводимые множители. Вычисление корней. Теорема Виета. Интерполяционная формула Лагранжа. Многочлены с действительными коэффициентами. Разложение рациональной функции на сумму многочлена и правильной дроби. Разложение правильной дроби на сумму простейших дробей</p> <p>18. Линейные пространства. Линейная зависимость и независимость векторов. Базис, координаты. Размерность линейного пространства.</p> <p>19. Линейные подпространства. Линейные оболочки. Понятие аффинного пространства.</p> <p>20. Сумма и пересечение линейных подпространств. Прямая сумма.</p> <p>21. Преобразование координат вектора при изменении базиса.</p> <p style="text-align: center;">II семестр</p> <p>1. Изоморфизм линейных пространств.</p> <p>2. Выпуклые множества.</p> <p>3. Прямое дополнение и декартово произведение конечномерных пространств.</p> <p>4. Евклидовы и унитарные пространства. Простейшие свойства. Неравенство Коши – Буняковского. Норма вектора. Теорема Пифагора. Тожество параллелограмма.</p> <p>5. Ортонормированный базис. Ортогонали-</p>

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Компетенция(и)	Индикатор(ы) достижения компетенции	Оценочные средства
				<p>зация Грамма – Шмидта.</p> <p>6. Ортогональное дополнение. Разложение пространства в прямую сумму подпространства и его ортогонального дополнения.</p> <p>7. Матрица и определитель Грамма. Объем параллелепипеда.</p> <p>8. Ортогональная проекция вектора на подпространство. Расстояние до подпространства. Расстояние до многообразия</p> <p>9. Линейные операторы и преобразования в линейных пространствах.</p> <p>10. Матрица линейного оператора. Линейное выражение координат образа вектора. Изменение матрицы при изменении базиса. Образ и ядро линейного оператора. Ранг и дефект линейного оператора.</p> <p>11. Операции сложения, умножения на число и умножения операторов. Обратный оператор.</p> <p>12. Инвариантные подпространства.</p> <p>13. Собственные векторы и собственные значения. Диагональный вид матрицы оператора. Понятие о жордановой форме матрицы. Теорема Жордана.</p> <p>14. Теорема Гамильтона –Кэли.</p> <p>15. Сопряженные и самосопряженные операторы в евклидовых и унитарных пространствах.</p> <p>16. Нормальные, ортогональные и унитарные операторы в евклидовых и унитарных пространствах</p> <p>17. Линейные, билинейные и квадратичные формы в линейных пространствах. Общий вид. Матрица формы. Преобразование матрицы при изменении базиса. Ранг формы.</p> <p>18. Приведение квадратичной формы к каноническому виду. Метод Лагранжа. Метод Якоби. Эквивалентность форм. Закон инерции квадратичных форм. Знакоопределенность квадратичных форм. Критерии положительной и отрицательной определенности квадратичной формы. Одновременное приведение двух квадратичных форм к каноническому виду.</p> <p>19. Приведение квадратичной формы к каноническому виду ортогональным преобразованием в евклидовом пространстве.</p> <p>20. Гиперповерхности второго порядка.</p> <p>21. Алгебры. Подалгебры. Идеалы. Примеры. Свойства. Морфизмы алгебр. Конечномерные алгебры и их представления</p>

20 Типовые оценочные средства и методические материалы, определяющие процедуры оценивания

20.1 Текущий контроль успеваемости

Контроль успеваемости по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств:

практико-ориентированные задания/домашние задания, контрольная работа

(наименование оценочного средства текущего контроля успеваемости)

Тестовые задания (индикатор ОПК-1): Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности.

1. Чему равно произведение матриц $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$? Ответ: $\begin{pmatrix} -1 & 4 \\ -1 & 8 \end{pmatrix}$.

2. Чему равна сумма матриц $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$? Ответ: $\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 6 \end{pmatrix}$.

3. Чему равен определитель матрицы $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 8 \end{vmatrix}$? Ответ: 6.

4. Чему равен определитель матрицы $\begin{vmatrix} 1 & 0 & -5 \\ 0 & 1 & 3 \\ 0 & 2 & 8 \end{vmatrix}$? Ответ: 2.

5. Найти матрицу, обратную матрице $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$. Ответ: $A^{-1} = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ \frac{3}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$.

6. Найти значение многочлена $f(x) = x^2 - 1$ от матрицы $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$. Ответ: $B = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -3 & 3 \end{pmatrix}$.

Описание технологии проведения:

Текущая аттестация проводится на занятии одновременно во всей учебной группе в виде контрольной работы.

Требования к выполнению заданий (или шкалы и критерии оценивания):

Критерий оценивания	Шкала оценок
Верный ответ	1 балл
Неверный ответ	0 баллов

20.2 Промежуточная аттестация

Промежуточная аттестация по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств:

практико-ориентированные задания, контрольная работа

(наименование оценочного средства промежуточной аттестации)

Перечень практических заданий, тем рефератов, тем презентаций, курсовых, докладов, требования к представлению портфолио, вопросов к экзамену (зачету) и порядок формирования КИМ

Описание технологии проведения

Требования к выполнению заданий, шкалы и критерии оценивания

на экзамене:

Отлично	отличное владение теорией и решение задач не ниже хорошего уровня; или отличное решение задач и владение теорией не ниже хорошего уровня
Хорошо	владение теорией не ниже хорошего уровня и решение задач не ниже удовлетворительного уровня; или владение теорией не ниже удовлетворительного уровня и решение задач не ниже хорошего уровня
Удовлетворительно	удовлетворительное владение теорией и удовлетворительное решение задач
Неудовлетворительно	неудовлетворительное владение теорией; или неудовлетворительное решение задач

Задания раздела 20.1 рекомендуются к использованию при проведении диагностических работ с целью оценки остаточных знаний по результатам освоения данной дисциплины.