

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО «ВГУ»)

УТВЕРЖДАЮ

Заведующий кафедрой вычислительной математики
и прикладных информационных технологий (ВМиПИТ)



М. Леденева

23.03.2024 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ
Б1.О.14 Теория вероятностей

- 1. Код и наименование направления подготовки/специальности:**
09.03.03 Прикладная информатика
- 2. Профиль подготовки/специализация:** Прикладная информатика в информационном обществе
- 3. Квалификация выпускника:** бакалавр
- 4. Форма обучения:** очная
- 5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины:** кафедра вычислительной математики и прикладных информационных технологий (ВМиПИТ)
- 6. Составитель программы:** Медведева О.А., к.ф.-м.н., доцент, доцент кафедры ВМ и ПИТ
- 7. Рекомендована:** НМС факультета ПММ протокол № 5 от 22.03.2024
- 8. Учебный год** 2025-2026 **Семестр:** 3

9. Цели и задачи учебной дисциплины

Цель учебной дисциплины: сформировать у обучающихся комплекс знаний по основным разделам теории вероятностей как основы для формализации и решения прикладных задач в условиях стохастической неопределенности.

Задачи учебной дисциплины:

изучение основных разделов теории вероятностей;
формирование у обучающихся навыков решения задач из основных разделов теории вероятности, в том числе с использованием пакетов прикладных программ;
ознакомление с примерами прикладных задач из области профессиональной деятельности, для формализации которых используется математический аппарат теории вероятностей.

10. Место учебной дисциплины в структуре ООП: обязательная часть.

Изучение данной дисциплины базируется на теоретических знаниях и практических навыках, полученных в результате освоения следующих дисциплин: Дискретная математика, Линейная алгебра, Математический анализ.

11. Планируемые результаты обучения по дисциплине/модулю (знания, умения, навыки), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями) и индикаторами их достижения:

Код	Название компетенции	Код(ы)	Индикатор(ы)	Планируемые результаты обучения
ОПК-1	Способен применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности.	ОПК-1.1	Решает типовые задачи с учетом основных понятий и общих закономерностей, сформулированных в рамках базовых дисциплин математики, информатики и естественных наук.	<i>Знать:</i> терминологическую базу и теоретические сведения из основных разделов теории вероятностей. <i>Уметь:</i> определить для конкретной задачи возможность применения тех или иных формул теории вероятностей. <i>Владеть:</i> навыками решения практических задач на основе математического аппарата теории вероятностей.
		ОПК-1.2	Применяет системный подход и математические методы для формализации решения прикладных задач.	<i>Знать:</i> основные принципы системного подхода и особенности его реализации при использовании математического аппарата теории вероятностей. <i>Уметь:</i> применять системный подход для формализации прикладной задачи в условиях стохастической неопределенности. <i>Владеть:</i> математическими методами решения прикладных задач на основе вероятностного подхода.
		ОПК-1.3	Осуществляет выбор современных математических инструментальных средств для обработки исследуемых явлений в соответствии с поставленной задачей, анализирует результаты расчетов и интерпретирует полученные результаты.	<i>Знать:</i> понятие вероятностной модели и ограничения на ее применимость при обработке исследуемых явлений в соответствии с поставленной задачей. <i>Уметь:</i> осуществлять выбор современных вероятностных и статистических инструментальных средств при обработке исследуемых явлений <i>Владеть:</i> навыками анализа результатов расчетов и интерпретации полученных результатов с использованием знаний по теории вероятностей

12. Объем дисциплины в зачетных единицах/часах: 4/144

Форма промежуточной аттестации: экзамен

13. Трудоемкость по видам учебной работы

Вид учебной работы	Трудоемкость		
	Всего	По семестрам	
		3 семестр	...
Контактная работа	64	64	
в том числе:	лекции	32	32
	практические	32	32
	лабораторные	-	-
Самостоятельная работа	44	44	
Промежуточная аттестация (экзамен)	36	36	
Итого:	144	144	

13.1. Содержание разделов дисциплины

1. Лекции			
№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины	
1.1	Вероятности случайных событий	Случайные события. Теоретико-множественные операции над событиями. Понятия вероятности, вероятностного пространства, вероятностной модели. Классическое определение вероятности. Геометрическая вероятность. Вероятность сложных событий. Условная вероятность. Независимость событий. Формула полной вероятности. Формула Байеса.	Теория вероятностей и математическая статистика копия 4
1.2	Схема независимых испытаний	Формула Бернулли. Предельные теоремы в схеме Бернулли: Пуассона, дифференциальная и интегральная теоремы Муавра-Лапласа.	
1.3	Случайные величины и их законы распределения	Понятие случайной величины. Формы закона распределения для дискретных и непрерывных случайных величин. Функция распределения и ее свойства. Плотность распределения вероятностей и ее свойства. Основные законы распределения.	
1.4	Числовые характеристики случайных величин	Числовые характеристики случайных величин. Математическое ожидание и его свойства. Дисперсия и ее свойства. Моменты случайных величин.	
2. Практические занятия			
1.1	Вероятности случайных событий	Случайные события. Классическое определение вероятности. Теоремы сложения и умножения вероятностей. Вероятность сложных событий. Условная вероятность. Формула полной вероятности. Формула Байеса.	Теория вероятностей и математическая статистика копия 4
1.2	Схема независимых испытаний	Формулы Бернулли, Пуассона, Муавра-Лапласа. Наивероятнейшее число успехов.	
1.3	Случайные величины и их законы распределения	Понятие случайной величины. Функция распределения и ее свойства. Плотность распределения вероятностей и ее свойства. Основные законы распределения.	
1.4	Числовые характеристики случайных величин	Математическое ожидание и его свойства. Дисперсия и ее свойства.	

13.2. Темы (разделы) дисциплины и виды занятий

№ п/п	Наименование темы (раздела) дисциплины	Виды занятий (количество часов)			
		Лекции	Практические	Самостоятельная работа	Всего
1	Вероятности случайных событий	8	8	8	24
2	Схема независимых испытаний	8	8	12	28
3	Случайные величины и их законы распределения	8	8	12	28
4	Числовые характеристики случайных величин	8	8	12	28
	Итого:	32	32	44	108

14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Лекционные занятия (лекции) реализуются в традиционной форме в соответствии с календарным планом-графиком чтения лекций. Целесообразно лекции сопровождать практическими занятиями для лучшего понимания материала и формирования навыков и умений для решения задач, относящихся к теории вероятностей.

При использовании дистанционных образовательных технологий и электронного обучения необходимо выполнять все указания преподавателей по работе на LMS-платформе, своевременно подключаться к online-занятиям, соблюдать рекомендации по организации самостоятельной работы.

15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины (список литературы)

а) основная литература:

№ п/п	Источник
1	Туганбаев, А. А. Теория вероятностей и математическая статистика : учебное пособие / А. А. Туганбаев, В. Г. Крупин. – Санкт-Петербург : Лань, 2021. – 320 с. – Режим доступа: https://e.lanbook.com/book/167844

б) дополнительная литература:

№ п/п	Источник
2	Горлач, Б. А. Теория вероятностей и математическая статистика : учебно-методическое пособие / Б. А. Горлач. – Санкт-Петербург : Лань, 2021. – 320 с. – Режим доступа: https://e.lanbook.com/book/168478
3	Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика: учеб. пособие для вузов / В.Е. Гмурман. – Москва : Высш. шк., 2005. – 479 с.
4	Гмурман В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике: учеб. пособие для вузов / В.Е. Гмурман. – Москва : Высш. шк., 2007. – 403 с.
5	Сборник задач по теории вероятностей, математической статистике и теории случайных функций. / Под ред. Свешникова А.А. – Москва: Лань, 2008. – 448 с. Режим доступа: http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=399
6	Теория вероятностей: учебник для вузов / Под ред. Зарубина В.С., Крищенко А.П. – Москва : Изд-во МГТУ им. Баумана, 2001. – 455 с.
7	Гнеденко Б.В. Курс теории вероятностей / Б.В. Гнеденко. – Москва.: Эдиториал УРСС, 2001. – 320 с.
8	Новикова Н.М. Прикладная математическая статистика: учеб. пособие / Н.М. Новикова, С.Л. Подвальный. – Воронеж : ВГТУ, 2012. – 164 с. – Ч.1. Режим доступа http://www.novikova-nm.ru
9	Новикова Н.М. Прикладная математическая статистика: учеб. пособие / Н.М. Новикова, С.Л. Подвальный. – Воронеж : ВГТУ, 2013. – 179 с. – Ч.2. Режим доступа http://www.novikova-nm.ru
10	Вентцель Е.С. Задачи и упражнения по теории вероятностей: учеб. пособие для вузов / Е.С.Вентцель, Л.А. Овчаров. – Москва : Высш. шк., 2003. – 448 с.
11	Новикова Н.М. Руководство к решению задач по теории вероятностей: учеб метод. пособие / Н.М. Новикова, В. Г. Ляликова. – Воронеж : Изд. дом ВГУ, 2014. – 47 с. – Ч.1.

	Режим доступа http://www.novikova-nm.ru
12	Новикова Н.М. Руководство к решению задач по теории вероятностей: учеб метод. пособие / Н.М. Новикова, В.Г. Ляликова. – Воронеж : Изд. дом ВГУ, 2015. – 54 с. – Ч.2. Режим доступа http://www.novikova-nm.ru

в) информационные электронно-образовательные ресурсы:

№ п/п	Источник
13	http://www.lib.vsu.ru/ ВГУ Зональная научная библиотека
14	https://intuit.ru/studies/curriculum/16083/video_courses/493/info Теория вероятностей и математическая статистика / НОУ ИНТУИТ
15	Медведева О. А. Теория вероятностей и математическая статистика копия 4 / Образовательный портал «Электронный университет ВГУ».

16. Перечень учебно-методического обеспечения

№ п/п	Источник
16	Новикова Н.М. Руководство к решению задач по теории вероятностей: учеб метод. пособие / Н.М. Новикова, В. Г. Ляликова. – Воронеж : Изд. дом ВГУ, 2014. – 47 с. – Ч.1. Режим доступа http://www.novikova-nm.ru
17	Новикова Н.М. Руководство к решению задач по теории вероятностей: учеб метод. пособие / Н.М. Новикова, В.Г. Ляликова. – Воронеж : Изд. дом ВГУ, 2015. – 54 с. – Ч.2. Режим доступа http://www.novikova-nm.ru

17. Образовательные технологии, используемые при реализации учебной дисциплины, включая дистанционные образовательные технологии (ДОТ), электронное обучение (ЭО), смешанное обучение):

Дисциплина реализуется с применением электронного обучения и дистанционных образовательных технологий. Для организации занятий рекомендован онлайн-курс «Теория вероятностей и математическая статистика копия 4», размещенный на платформе Электронного университета ВГУ (LMS moodle), а также интернет-ресурсы, приведенные в п.15в.

18. Материально-технического обеспечения дисциплины:

Специализированная мебель, компьютер (ноутбук), мультимедиа оборудование (проектор, экран, средства звуковоспроизведения). ОС Windows 10, интернет-браузер (Mozilla Firefox), ПО Adobe Reader, пакет стандартных офисных приложений для работы с документами (LibreOffice).

19. Оценочные средства для проведения текущей и промежуточной аттестаций

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Компетенция	Индикатор(ы) достижения компетенции	Оценочные средства
1	Вероятности случайных событий	ОПК-1	ОПК-1.1	Контрольная работа 1, тестовые задания
2	Схема независимых испытаний	ОПК-1	ОПК-1.1, ОПК-1.3	Контрольная работа 1, тестовые задания
3	Случайные величины и их законы распределения	ОПК-1	ОПК-1.1	Контрольная работа 1, тестовые задания
4	Числовые характеристики случайных величин	ОПК-1	ОПК-1.2	Контрольная работа 1, тестовые задания
Промежуточная аттестация: форма контроля – экзамен				

20 Типовые оценочные средства и методические материалы, определяющие процедуры оценивания

20.1 Текущий контроль успеваемости

Контроль успеваемости по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств:

контрольная работа
тестовые задания

Примеры оценочных средств

Контрольная работа 1

Вариант _____

1. Из последовательности чисел $1, 2, \dots, n$ выбираются два числа. Какова вероятность того, что одно из них меньше k , а другое больше k ($1 \leq k \leq n$)?
2. Некоторое изделие выпускается двумя заводами, при этом объем продукции второго завода в k раз превосходит объем продукции первого. Доля брака у первого завода p_1 , у второго – p_2 . Изделия, выпущенные заводами за одинаковый промежуток времени, пустили в продажу. Какова вероятность того, что некто приобрел изделие второго завода, если оно оказалось бракованным.
3. Функция распределения случайной величины X задана формулой

$$F(x, y) = A + B \cdot \operatorname{arctg} x.$$

Найдите параметры A и B , а также плотность распределения вероятностей $f(x)$.

4. Двумерная случайная величина имеет плотность

$$f(x, y) = \frac{A}{\pi^2 (x^2 + 3)(x^2 + 1)}.$$

Найдите а) параметр A ; б) функцию распределения $F(x, y)$; в) вероятность попадания случайной точки в квадрат, ограниченный прямыми $x = 0, y = 0, x = 1, y = 1$.

Критерии оценивания результатов контрольной работы:

Отлично	Все задачи решены, аккуратно оформлены.
Хорошо	В менее чем двух задачах допущены незначительные ошибки.
Удовлетворительно	Решено не менее трех задач.
Неудовлетворительно	Решено не более двух задач.

Тестовые задания

ОПК-1 Способен применять естественнонаучные и общинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности

Вопросы с вариантами ответов

Критерий оценивания	Шкала оценок
Верный ответ	1 балл
Неверный ответ	0 баллов

1. Какие из следующих утверждений верные?
 - а) вероятность любого события неотрицательна
 - б) вероятность достоверного события равна 1
 - в) вероятность суммы двух произвольных событий равна сумме вероятностей этих событий

2. Каким условиям должны удовлетворять испытания в схеме Бернулли?
- а) в каждом испытании только два исхода
 - б) испытания независимые
 - в) вероятности успеха меняются от испытания к испытанию
 - г) каждое следующее испытание зависит от исхода предыдущего испытания
 - д) вероятность успеха в каждом испытании одинакова
3. Какими формами закона распределения может быть задана дискретная случайная величина?
- а) ряд распределения
 - б) плотность распределения
 - в) функция распределения
 - г) многоугольник распределения

4. Плотность какого распределения имеет вид

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}}$$

- а) нормального распределения
 - б) показательного распределения
 - в) равномерного распределения
5. Непрерывная случайная величина X задана плотностью распределения $f(x) = \frac{3}{2} \sin 3x$ в интервале $\left(0, \frac{\pi}{3}\right)$. Вне этого интервала $f(x) = 0$. Найти вероятность того, что X примет значение, принадлежащее интервалу $\left(\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{4}\right)$?

а) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

б) $\frac{\sqrt{2}}{4}$

в) $\frac{1}{2}$

6. Какие свойства выполняются для математического ожидания случайной величины?
- а) $M(C) = 0$, где C - константа
 - б) $M(X + Y) = M(X) + M(Y)$
 - в) $M(CX) = C \cdot M(X)$, где C – константа
7. Какие свойства выполняются для дисперсии случайной величины?
- а) $D(C) = 0$, где C - константа
 - б) $D(X + Y) = D(X) + D(Y)$, если X и Y – независимые случайные величины
 - в) $D(CX) = C \cdot D(X)$, где C – константа

8. Чему равно математическое ожидание для закона Пуассона $P(X = k) = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}$?

а) $k\lambda$

б) λ

в) $\frac{1}{\lambda}$

Вопросы с кратким текстовым ответом

Критерий оценивания	Шкала оценок
Должен быть сформулирован ответ из указанных вариантов (один или несколько) или аналогичные по сути ответы с альтернативными терминами и определениями	2 балла
Неверный ответ	0 баллов

1. Брошены две игральные кости. Найти вероятность того, что сумма очков на выпавших гранях чётная, причём на грани хотя бы одной из костей появится шестёрка. Ответ округлите до сотых
2. Чему равна сумма вероятностей противоположных событий?
3. Из цифр 1, 2, 3, 4, 5 наугад составляется трёхзначное число без повторяющихся цифр. Какова вероятность того, что это число будет чётным?
4. Какому условию должны удовлетворять события, чтобы вероятность произведения событий была равна произведению вероятностей этих событий?
5. В одном ящике 5 белых и 10 красных шаров, в другом 10 белых и 5 красных. Найти вероятность того, что хотя бы из одного ящика вынут белый шар, если из каждого ящика вынута по одному шару. Ответ округлите до сотых.
6. Сколько в среднем очков выпадет при подбрасывании игральной кости?
7. Случайная величина X принимает три значения: $-1, 0, 1$. Составить её ряд распределения, если $MX = 0$, $DX = 0,5$. В ответ через запятую выписать вероятности для значений $-1, 0, 1$ случайной величины X .

Критерии оценивания тестовых заданий:

- оценка «5» (отлично) выставляется студентам за верные ответы, которые составляют 91 % и более от общего количества вопросов;
- оценка «4» (хорошо) соответствует результатам тестирования, которые содержат от 71 % до 90 % правильных ответов;
- оценка «3» (удовлетворительно) от 50 % до 70 % правильных ответов;
- оценка «2» (неудовлетворительно) соответствует результатам тестирования, содержащие менее 50 % правильных ответов.

Описание технологии проведения

Текущая аттестация проводится на занятии одновременно во всей учебной группе в виде теста в электронной образовательной среде «Электронный университет ВГУ». Тест составляется из материалов ФОСа, формируется системой автоматически путём добавления случайных вопросов, количество которых соответствует имеющимся образцам билетов. Большая часть вопросов проверяется автоматически, проверки преподавателем с ручным оцениванием требуют только отдельные вопросы, представленные в форме эссе. Ограничение по времени на каждую попытку — 1 час 30 минут»

20.2 Промежуточная аттестация

Промежуточная аттестация по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств: собеседование по экзаменационным билетам

Перечень вопросов для промежуточной аттестации:

1. Случайные события и операции над ними. Система аксиом Колмогорова. Вероятностное пространство и вероятностная модель. Вероятность и ее свойства. Примеры вероятностных пространств.
2. Классическое определение вероятности. Геометрическая и статистическая вероятность.
3. Теоремы сложения и умножения вероятностей. Вероятность сложных событий.
4. Условная вероятность. Независимость событий. Формула полной вероятности. Формула Байеса.
5. Схема независимых испытаний Бернулли. Наивероятнейшее число успехов.
6. Предельные теоремы в схеме Бернулли: Пуассона, дифференциальная и интегральная теоремы Муавра-Лапласа.
7. Производящая функция числа успехов для схемы Бернулли.
8. Понятие случайной величины. Закон распределения случайной величины и его формы.
9. Функция распределения и ее свойства.
10. Плотность распределения вероятностей и ее свойства.
11. Законы распределения дискретных случайных величин: биномиальный, геометрический, Пуассона.
12. Законы распределения непрерывных случайных величин: равномерный, нормальный, показательный.
13. Числовые характеристики случайных величин. Моменты случайных величин. Мода и медиана.
14. Математическое ожидание и его свойства.
15. Дисперсия и ее свойства.

Инструкция по сдаче экзамена:

Каждый контрольно-измерительный материал состоит из двух блоков. Первый из них содержит теоретический вопрос из перечня вопросов к промежуточной аттестации, второй – практическое задание.

Критерии оценивания собеседования по экзаменационным билетам:

Отлично	отличное владение теорией и решение задач не ниже хорошего уровня; или отличное решение задач и владение теорией не ниже хорошего уровня
Хорошо	владение теорией не ниже хорошего уровня и решение задач не ниже удовлетворительного уровня; или владение теорией не ниже удовлетворительного уровня и решение задач не ниже хорошего уровня
Удовлетворительно	удовлетворительное владение теорией и удовлетворительное решение задач
Неудовлетворительно	неудовлетворительное владение теорией; или неудовлетворительное решение задач

Тестовые задания раздела 20.1 рекомендуются к использованию при проведении диагностических работ с целью оценки остаточных знаний по результатам освоения данной дисциплины