

МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
(ФГБОУ ВО «ВГУ»)

**УТВЕРЖДАЮ**  
Заведующий кафедрой  
математического моделирования



М.Ш. Бурлуцкая

16.04.2024г.

## **РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

### **Б1.В.10 Математические модели физических процессов**

**1. Код и наименование направления подготовки:**

02.03.01 Математика и компьютерные науки

**2. Профиль подготовки:** Математическое и компьютерное моделирование

**3. Квалификация выпускника:** Бакалавр

**4. Форма обучения:** Очная

**5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины:**

Кафедра математического моделирования

**6. Составитель программы:** Силаева Марина Николаевна, к.ф.-м.н., доцент

**7.Рекомендована:** Научно-методическим советом математического факультета,  
протокол № 0500-03 от 28.03.2024

**8. Учебный год:** 2027/2028

**Семестр:**7

### 9. Цели и задачи учебной дисциплины:

Целями освоения учебной дисциплины являются:

- формирование углубленных профессиональных знаний в области математического моделирования.

Задачи учебной дисциплины:

- овладение конкретными математическими знаниями, классическими и современными методами исследования, необходимыми для применения в практической и научной деятельности, для изучения смежных дисциплин, для продолжения образования.

**10. Место учебной дисциплины в структуре ОПОП:** учебная дисциплина «Математические модели физических процессов» относится к части, формируемой участниками образовательных отношений Блока 1.

Теория математических моделей физических процессов лежит в основе математического моделирования конкретных задач в различных областях техники, механики строительства. Курс опирается на основные физические законы, дисциплины «Дифференциальные уравнения» и «Математический анализ». Дисциплина является предшествующей для курсов «Информационная безопасность» и др.

### 11. Планируемые результаты обучения по дисциплине/модулю (знания, умения, навыки), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями) и индикаторами их достижения:

Код	Название компетенции	Код(ы)	Индикатор(ы)	Планируемые результаты обучения
ПК-1	Способен решать задачи, предполагающие выбор и многообразие актуальных способов решения задач математического моделирования	ПК-1.1	Изучает математические модели явлений реального мира, сред, тел и конструкций	<b>Знать:</b> постановки классических задач математики; <b>Уметь:</b> корректно формулировать текущие задачи курса; <b>Владеть:</b> достаточным математическим аппаратом для описания возможностей решения поставленной задачи.
		ПК-1.2	Применяет теоретико-понятийный аппарат математической науки к широкому спектру задач математического моделирования	<b>Знать:</b> основные факты курса; <b>Уметь:</b> применять изучаемые факты при решении задач; <b>Владеть:</b> навыком выбора знаний необходимых для решения конкретной задачи.

### 12. Объем дисциплины в зачетных единицах/час — 2 / 72

Форма промежуточной аттестации – зачет

### 13. Трудоемкость по видам учебной работы

Вид учебной работы	Трудоемкость (часы)	
	Всего	По семестрам
		7 семестр

Аудиторные занятия	50	50	
в том числе:			
лекции	34	34	
практические	16	16	
лабораторные	0	0	
Самостоятельная работа	22	22	
Форма промежуточной аттестации	0	0	
<b>Итого:</b>	<b>72</b>	<b>72</b>	

### 13.1. Содержание дисциплины:

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины	Реализация раздела дисциплины с помощью онлайн-курса, ЭУМК *
<b>1. Лекции</b>			
1.1	Описание движения жидкостей	Определения и основные понятия. Подходы Эйлера и Лагранжа описания движения жидкостей. Эйлеровы и Лагранжевы координаты. Формулы перехода. Виды жидкостей.	Moodle: URL: <a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=9668">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=9668</a>
1.2	Элементы механики	Тензор напряжений. Тензор скоростей деформаций. Тензор деформаций. Реологические соотношения. Уравнение неразрывности. Классификация сплошных сред.	Moodle: URL: <a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=9668">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=9668</a>
1.3	Уравнения движения жидкостей	Уравнения движения идеальной жидкости. Уравнения движения вязкой жидкости. Плоское безвихревое движение. Функция тока. Потенциал скорости. Комплексная скорость и комплексный потенциал. Примеры комплексных потенциалов. Источники и стоки. Вихреисточники.	Moodle: URL: <a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=9668">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=9668</a>
<b>2. Практические занятия</b>			
2.1	Описание движения жидкостей	Определения и основные понятия. Подходы Эйлера и Лагранжа описания движения жидкостей. Эйлеровы и Лагранжевы координаты. Формулы перехода. Виды жидкостей.	Moodle: URL: <a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=9668">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=9668</a>
2.2	Элементы механики	Тензор напряжений. Тензор скоростей деформаций. Тензор деформаций. Реологические соотношения. Уравнение неразрывности. Классификация сплошных сред.	Moodle: URL: <a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=9668">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=9668</a>
2.3	Уравнения движения жидкостей	Уравнения движения идеальной жидкости. Уравнения движения вязкой жидкости. Плоское безвихревое движение. Функция тока. Потенциал скорости. Комплексная скорость и комплексный потенциал. Примеры комплексных потенциалов. Источники и стоки. Вихреисточники.	Moodle: URL: <a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=9668">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=9668</a>

### 13.2. Темы (разделы) дисциплины и виды занятий:

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Виды занятий (часов)				
		Лекции	Практические	Лабораторные	Самостоятельная работа	Всего
1	Описание движения жидкостей	10	5	0	6	21

2	Элементы механики	12	5	0	8	25
3	Уравнения движения жидкостей	12	6	0	8	26
<b>Итого:</b>		<b>34</b>	<b>16</b>	<b>0</b>	<b>22</b>	<b>72</b>

#### 14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

В процессе преподавания дисциплины используются следующие виды учебной работы: лекции, практические занятия, а также различные виды самостоятельной работы обучающихся. На лекциях рассказывается теоретический материал, на практических занятиях решаются примеры по теоретическому материалу, прочитанному на лекциях.

При изучении курса «Математические модели физических процессов» обучающимся следует внимательно слушать и тщательно конспектировать материал, излагаемый на аудиторных занятиях. Для его понимания и качественного усвоения рекомендуется следующая последовательность действий.

1. После каждой лекции студентам рекомендуется подробно разобрать прочитанный теоретический материал, выучить все определения и формулировки теорем, разобрать примеры, решенные на лекции. Перед следующей лекцией обязательно повторить материал предыдущей лекции.

2. Перед практическим занятием обязательно повторить лекционный материал. После практического занятия еще раз разобрать решенные на этом занятии примеры, после чего приступить к выполнению домашнего задания. Если при решении примеров, заданных на дом, возникнут вопросы, обязательно задать на следующем практическом занятии или в присутственный час преподавателю.

3. При подготовке к практическим занятиям повторить основные понятия по темам, изучить примеры. Решая задачи, предварительно понять, какой теоретический материал нужно использовать. Наметить план решения, попробовать на его основе решить практические задачи.

При подготовке к занятиям всех видов рекомендуется пользоваться интернет-курсом на образовательной платформе «Электронный университет ВГУ»: <https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=9668>.

Вопросы лекционных и практических занятий обсуждаются на занятиях в виде устного опроса – индивидуального и фронтального. При подготовке к лекционным и практическим занятиям обучающимся важно помнить, что их задача, отвечая на основные вопросы плана занятия и дополнительные вопросы преподавателя, показать свои знания и кругозор, умение логически построить ответ, владение математическим аппаратом и иные коммуникативные навыки, умение отстаивать свою профессиональную позицию. В ходе устного опроса выявляются детали, которые по каким-то причинам оказались недостаточно осмысленными студентами в ходе учебных занятий. Тем самым опрос выполняет важнейшие обучающую, развивающую и корректирующую функции, позволяет студентам учесть недоработки и избежать их при подготовке к промежуточным аттестациям.

Все выполняемые студентами самостоятельно задания (выполнение контрольных и лабораторных работ) подлежат последующей проверке преподавателем. Результаты текущих аттестаций учитываются преподавателем при проведении промежуточной аттестации.

#### 15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины

а) основная литература:

№ п/п	Источник
-------	----------

1	Звягин В.Г. Аппроксимационно-топологический подход к исследованию задач гидродинамики. Система Навье-Стокса / В.Г. Звягин, В.Т. Дмитриенко. - М. : Едиториал УРСС, 2004. - 112 с.
2	Звягин В.Г. Математические вопросы гидродинамики вязкоупругих сред / В.Г. Звягин, М.В. Турбин. - М.: КРАСАНД, 2012. - 416 с.
3	Ландау Л.Д. Теоретическая физика: В 10 т. / Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. - М. : ФИЗМАТЛИТ, 2003. – Т. 6 : Гидродинамика / Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц ; под ред. Л.П. Питаевского. - Изд. 5-е, стер. - 2003. - 731 с.: ил. - Предм. указ.: с. 730-731.
4	Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа: Учебник для студ. вузов, обуч. по специальности 010500 «Механика» / Л.Г. Лойцянский. - Изд. 7-е, испр. – М.: Дрофа, 2003. - 840 с.: ил. - (Классики отечественной науки) (Высшее образование). - Имен., предм. указ.: с. 831-840.
6	Рассел Дж. Уравнения Навье-Стокса / Дж. Рассел, Р. Кон. – Изд-во VSD, 2013. - 104 с.

## б) дополнительная литература:

№ п/п	Источник
7	Ладыженская О.А. Математические вопросы динамики вязкой несжимаемой жидкости, 2011. - / <a href="https://www.studmed.ru/ladyzhenskaya-oa-matematicheskie-voprosy-dinamiki-vyazkoy-neszhimaemoy-zhidkosti_a3cdf092831.html">https://www.studmed.ru/ladyzhenskaya-oa-matematicheskie-voprosy-dinamiki-vyazkoy-neszhimaemoy-zhidkosti_a3cdf092831.html</a> .
8	Мазалов В.В. Математическая теория игр и приложения / В.В.Мазалов. - СПб.: Лань, 2010. - 446 с.
9	Темам Р. Уравнения Навье-Стокса: Теория и численный анализ / Р. Темам; пер. с англ. В.А. Новикова, А.М. Франка; под ред. Б.Г. Кузнецова, Н.Н. Яненко. - М.: Мир, 1981. - 407, [1] с.: ил.

## в) информационные электронно-образовательные ресурсы:

№ п/п	Источник
10	Википедия : свободная энциклопедия : ( <a href="http://ru.wikipedia.org">http://ru.wikipedia.org</a> ).
11	Поисковые системы Google, Yandex, Rambler.
12	Полнотекстовая база «Университетская библиотека»: образовательный ресурс: <URL: <a href="http://www.biblioclub.ru">http://www.biblioclub.ru</a> >.
13	Электронный каталог Научной библиотеки Воронежского государственного университета : ( <a href="http://www.lib.vsu.ru">http // www.lib.vsu.ru</a> ).
14	Электронный курс <a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=9668">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=9668</a>

**16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы**

№ п/п	Источник
1	Ладыженская О.А. Математические вопросы динамики вязкой несжимаемой жидкости / О.А. Ладыженская. 2011. - <a href="https://www.studmed.ru/ladyzhenskaya-oa-matematicheskie-voprosy-dinamiki-vyazkoy-neszhimaemoy-zhidkosti_a3cdf092831.html">https://www.studmed.ru/ladyzhenskaya-oa-matematicheskie-voprosy-dinamiki-vyazkoy-neszhimaemoy-zhidkosti_a3cdf092831.html</a> .
2	Мазалов В.В. Математическая теория игр и приложения / В.В.Мазалов. - СПб.: Лань, 2010. - 446 с.
3	Темам Р. Уравнения Навье-Стокса: Теория и численный анализ / Р. Темам; пер. с англ. В.А. Новикова, А.М. Франка; под ред. Б.Г. Кузнецова, Н.Н. Яненко. - М.: Мир, 1981. - 407, [1] с.: ил.

**17. Образовательные технологии, используемые при реализации учебной дисциплины, включая дистанционные образовательные технологии (ДОТ), электронное обучение (ЭО), смешанное обучение):**

Дисциплина может реализовываться с применением дистанционных образовательных технологий, например, на платформе «Электронный университет ВГУ» <https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=9668> .

Перечень необходимого программного обеспечения: MicrosoftWindowsServer 2008, LibreOffice 6, браузер MozillaFirefox, Maxima.

**18. Материально-техническое обеспечение дисциплины:**

Учебная аудитория: специализированная мебель. Для проведения лекционных и практических занятий используются аудитории, соответствующие санитарно-техническим нормам и противопожарным правилам.

Для самостоятельной работы используется класс с компьютерной техникой, оснащенный необходимым программным обеспечением, электронными учебными пособиями, законодательно-правовой и нормативной поисковой системой, имеющий выход в глобальную сеть.

При реализации дисциплины с использованием дистанционного образования возможны дополнения материально-технического обеспечения дисциплины.

## 19. Оценочные средства для проведения текущей и промежуточной аттестаций

Порядок оценки освоения обучающимися учебного материала определяется содержанием следующих разделов дисциплины:

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Компетенция(и)	Индикатор(ы) достижения компетенции	Оценочные средства
1	Описание движения жидкостей	ПК-1	ПК-1.1 ПК-1.2	Контрольная работа №1
2	Элементы механики	ПК-1	ПК-1.1 ПК-1.2	Контрольная работа №2
3	Уравнения движения жидкостей	ПК-1	ПК-1.1 ПК-1.2	Контрольная работа №2
Промежуточная аттестация форма контроля – зачет				Перечень вопросов зачета

## 20. Типовые оценочные средства и методические материалы, определяющие процедуры оценивания

### 20.1. Текущий контроль успеваемости

Контроль успеваемости по дисциплине осуществляется с помощью контрольных работ.

#### Контрольная работа № 1 (вариант 1)

Вычислить для заданных полей скоростей:

- 1) градиент;
- 2) дивергенцию поля скоростей;
- 3) ротор поля.

#### Контрольная работа № 1 (вариант 2)

Вычислить для заданных полей скоростей:

- 1) тензор скоростей деформации;
- 2) дивергенцию тензора

#### Контрольная работа № 2 (вариант 1)

Построение решений системы уравнений идеальной жидкости в простейших случаях.

## Контрольная работа № 2 (вариант 2)

Построение полей скоростей и траекторий движения для различных потенциалов.

### Критерии оценки выполнения контрольных работ:

Оценка «отлично» ставится, если обучающийся продемонстрировал знание необходимого для выполнения контрольной работы теоретического материала, показал владение практическими навыками и умение решать конкретную задачу в соответствии с поставленной целью.

Оценка «хорошо» ставится, если обучающийся продемонстрировал знание необходимого для выполнения контрольной работы теоретического материала, показал владение практическими навыками и умение решать конкретную задачу в соответствии с поставленной целью, но при этом были допущены незначительные неточности теоретического или практического плана.

Оценка «удовлетворительно» ставится, если студент допустил существенную ошибку, связанную с незнанием теории или отсутствием необходимых умений и навыков для выполнения конкретной практической работы или, допустил вычислительные ошибки в задачах обработки данных, но при этом правильно ответил на дополнительные вопросы, связанных с близкой тематикой.

Оценка «неудовлетворительно» ставится, если обучающийся допустил несколько существенных ошибок, связанных с незнанием теории или отсутствием необходимых умений и навыков для выполнения конкретной практической работы или допустил вычислительные ошибки в задачах обработки данных.

## 20.2. Промежуточная аттестация

Промежуточная аттестация по дисциплине осуществляется в форме собеседования с помощью ниже приведенных оценочных средств (перечень вопросов к зачету). Студентам задается два теоретических вопроса.

Для оценивания результатов обучения на зачете с оценкой используется **шкала**: «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно». Соотношение показателей, критериев и шкалы оценивания результатов обучения:

Критерии оценивания компетенций	Уровень сформированности компетенций	Шкала оценок
Полное соответствие ответа обучающегося всем перечисленным показателям по каждому из вопросов контрольно-измерительного материала.	Повышенный уровень	Отлично
Несоответствие ответа обучающегося одному из перечисленных показателей (к одному из вопросов контрольно-измерительного материала) и правильный ответ на дополнительный вопрос в пределах программы. ИЛИ Несоответствие ответа обучающегося любым двум из перечисленных показателей (либо двум к одному вопросу, либо по одному к каждому вопросу контрольно-измерительного материала) и правильные ответы на два дополнительных вопроса в пределах программы.	Базовый уровень	Хорошо
Несоответствие ответа обучающегося любым двум из перечисленных показателей и неправильный ответ на дополнительный вопрос в пределах программы. ИЛИ	Пороговый уровень	Удовлетворительно

Несоответствие ответа обучающегося любым трем из перечисленных показателей (в различных комбинациях по отношению к вопросам контрольно-измерительного материала).		
Несоответствие ответа обучающегося любым четырем из перечисленных показателей (в различных комбинациях по отношению к вопросам контрольно-измерительного материала).	–	Неудовлетворительно

№ п/п	Перечень вопросов к зачету
1	Определения и основные понятия.
2	Эйлеров и Лагранжев подходы описания движения жидкостей.
3	Эйлеровы и Лагранжевы координаты.
4	Формулы перехода.
5	Виды жидкостей.
6	Тензор напряжений.
7	Тензор скоростей деформаций.
8	Тензор деформаций.
9	Реологические соотношения.
10	Уравнение неразрывности.
11	Классификация сплошных сред.
12	Уравнения движения идеальной жидкости.
13	Уравнения движения вязкой жидкости.
14	Плоское безвихревое движение. Функция тока. Потенциал скорости.
15	Комплексная скорость и комплексный потенциал. Примеры комплексных потенциалов.
16	Основные операторы векторного анализа и их свойства.
17	Источники и стоки. Вихреисточники.

### Форма контрольно-измерительного материала (зачета)

1. Тензор напряжений.
2. Основные операторы векторного анализа и их свойства.

### 20.3 Фонд оценочных средств сформированности компетенций студентов, рекомендуемый для проведения диагностических работ

#### Перечень заданий для оценки сформированности компетенции:

Тестовые вопросы

1. Найти  $\operatorname{div} v(x)$  для  $v(x)=(x_1, x_2, x_3)$   
 $\operatorname{div} v(x)=3$  - правильный ответ
2. Найти  $\operatorname{grad} p(x)$  для  $p(x)=x_1+x_2+x_3$   
 $(1, 1, 1)$  Правильный ответ
3. Найти  $v'(t)$  для  $v(t)= (t, t, t)$   
 $(1, 1, 1)$  Правильный ответ
4. Существует ли  $p(x)$  такая, что  $\operatorname{grad} p(x)=(x_2, -x_1)$ 
  1. да
  2. нет - правильный ответ

5. Нормаль к поверхности  $x_1+x_2+x_3=1$  равна
1. (0,0,1)
  2. (1/3,1/3,1/3) - правильный ответ
  3. (0,1,0)
  4. (1,0,0)
6. Пусть  $A$  – оператор Лапласа. Выберите верное утверждение:
1.  $A(x_1^2+x_2^2+x_3^2)=0$
  2.  $A(x_1^2+x_2^2+x_3^2)=6$  - правильный ответ
  3.  $A(x_1^2+x_2^2+x_3^2)=x_1+x_2+x_3$
7. Выберите верное утверждение:
1. тензор напряжений это матрица - правильный ответ
  2. тензор напряжений это вектор
8. найти матрицу Якоби для вектор-функции  $v(x)=(x_1,x_2,x_3)$   
Правильный ответ: единичная матрица
9. тензор скоростей деформации для поля скоростей  $v(x)=(x_1,x_2,x_3)$
1. единичная матрица - правильный ответ
  2. кососимметричная матрица
  3. ортогональная матрица
10. поток вектора  $v(x)=(0,0,1)$  через поверхность  $-S=\{x: 0<x_1<1, 0<x_2<1, x_3=0\}$  с нормалью  $(0,0,1)$  равен...
- 1 - правильный ответ

### Критерии и шкалы оценивания заданий ФОС:

I. Тестовые задания.

1) Задания закрытого типа (выбор одного варианта ответа, верно/неверно):

- 1 балл – указан верный ответ;
- 0 баллов – указан неверный ответ.

2) Задания закрытого типа (множественный выбор):

- 2 балла – указаны все верные ответы;
- за каждый верный ответ ставится 1 балл, при этом за каждый неверный ответ вычитается 1 балл;
- 0 баллов — не выбрано ни одного верного ответа.

3) Задания закрытого типа (на соответствие):

- 2 балла – все соответствия определены верно;

- за каждое верное сопоставление ставится количество баллов, равное максимальному (2 балла), деленному на количество предлагаемых в вопросе сопоставлений;
- 0 баллов – ни одно сопоставление не выбрано верно.

4) Задания открытого типа (короткий текст):

- 2 балла – указан верный ответ;
- 0 баллов – указан неверный ответ.

II. Расчетные задачи.

1) Задания открытого типа (число):

- 2 балла – указан верный ответ;
- 0 баллов – указан неверный ответ.