

МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
(ФГБОУ ВО «ВГУ»)

УТВЕРЖДАЮ  
заведующий кафедрой  
физики твердого тела и наноструктур  
(П.В.Середин)  
05.06.2023г.



РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ  
Б1.О.30 Численные методы и математическое моделирование

1. Код и наименование направления подготовки/специальности: 03.03.02

*Физика*

2. Профиль подготовки/специализация:

*Физика медицинских, лазерных технологий и наноматериалов*

3. Квалификация выпускника: *Бакалавр*

4. Форма образования: *очная*

5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины:

*физики твердого тела и наноструктур*

6. Составители программы: *Курганский Сергей Иванович,*

*доктор физ.-мат. наук, профессор*

7. Рекомендована: *НМС физического факультета протокол № 3 от 20.04.2023*

8. Учебный год: 2026–2027

Семестр: 5

## 9. Цели и задачи учебной дисциплины

*Целями освоения учебной дисциплины является:*

формирование у обучающихся комплекса знаний, умений, навыков и компетенций, необходимых для использования математического аппарата при освоении теоретических основ и практическом использовании физических методов.

*Задачи учебной дисциплины:*

- освоение методов численного анализа, методов численного решения математических задач, моделирующих задачи физики, естествознания и техники, а также современных методов анализа математических моделей;
- формирование навыков построения и применения моделей, возникающих в практической деятельности и проведения расчетов по различным моделям, осуществлять формализацию и алгоритмизацию функционирования исследуемой системы;
- развитие умения адекватно ставить и решать задачи исследования сложных объектов на основе методов математического моделирования;
- выработка навыков использования математического аппарата для решения физических и технических задач;
- развитие у обучающихся навыков использования информационных технологий для решения физических и технических задач и навыков практической работы с программными пакетами математического моделирования.

**10. Место учебной дисциплины в структуре ООП:** обязательная часть, блок О.

**11. Планируемые результаты обучения по дисциплине/модулю (знания, умения, навыки), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями) и индикаторами их достижения:**

Код	Название компетенции	Код(ы)	Индикатор(ы)	Планируемые результаты обучения
ОПК-3	Способен использовать современные информационные технологии и программные средства при решении задач профессиональной деятельности, соблюдая требования информационной безопасности	ОПК-3.1	Знает основные положения теории информации, принципов построения систем обработки и передачи информации, основы подхода к анализу информационных процессов; современные аппаратные программные средства вычислительной техники, принципы организации информационных систем, современные информационные технологии	Знать: основные положения теории информации, принципов построения систем обработки и передачи информации, основы подхода к анализу информационных процессов; современные аппаратные программные средства вычислительной техники, принципы организации информационных систем, современные информационные технологии
				Уметь: применять основные положения теории информации, принципов построения систем обработки и передачи информации, основы подхода к анализу информационных процессов; современные аппаратные программные средства

				<p>вычислительной техники, принципы организации информационных систем, современные информационные технологии</p> <p>Владеть: навыками применения основных положений теории информации, принципов построения систем обработки и передачи информации, основ подхода к анализу информационных процессов; современных аппаратных программных средств вычислительной техники, принципов организации информационных систем, современных информационных технологий</p>
		ОПК-3.2	<p>Владеет навыками работы с компьютером, использует современные информационно-коммуникационные технологии профессиональной деятельности; использовать информационные технологии для решения физических задач</p>	<p>Знать: методы работы с компьютером, использования современных информационно-коммуникационных технологий профессиональной деятельности; использования информационных технологий для решения физических задач</p> <p>Уметь: работать с компьютером, использовать современные информационно-коммуникационные технологии профессиональной деятельности; использовать информационные технологии для решения физических задач</p> <p>Владеть: навыками работы с компьютером, использования современных информационно-коммуникационных технологий профессиональной деятельности; использования информационных технологий для решения физических задач</p>

		ОПК-3.3	Использует современные информационные технологии и программное обеспечение при решении задач профессиональной деятельности	<p>Знать: современные информационные технологии и программное обеспечение для решения задач профессиональной деятельности</p> <p>Уметь: использовать современные информационные технологии и программное обеспечение при решении задач профессиональной деятельности</p> <p>Владеть: навыками использования современных информационных технологий и программного обеспечения при решении задач профессиональной деятельности</p>
--	--	---------	--	--

**12. Объем дисциплины в зачетных единицах/час. — 3 / 108.**

**Форма промежуточной аттестации Экзамен**

**13. Трудоемкость по видам учебной работы**

Вид учебной работы		Трудоемкость	
		Всего	По семестрам
			5 семестр
Аудиторные занятия		48	48
в том числе:	лекции	16	16
	практические		
	лабораторные	16	16
	групповые консультации	16	16
Самостоятельная работа		24	24
Форма промежуточной аттестации – экзамен		36	36
Итого:		108	108

**13.1. Содержание дисциплины**

п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины
<b>1. Лекции</b>		
1.1	Аппроксимация функциональных зависимостей. Интерполяция. Обработка экспериментальных данных.	Основы теории погрешностей. Задача интерполяции. Линейная и полиномиальная интерполяция. Единственность интерполяционного полинома. Интерполяционный многочлен Лагранжа. Остаточный член формулы Лагранжа. Выбор узлов интерполирования. Многочлены Чебышева. Разделенные разности и их свойства. Интерполяционный многочлен Ньютона. Интерполяционная схема Эйткена. Кусочно-полиномиальная (сплайн) интерполяция. Граничные условия при построении сплайнов. Построение сплайна третьего порядка. Применения интерполяции при обработке экспериментальных данных. Построение эмпирических формул. Определение параметров эмпирической

		зависимости. Метод наименьших квадратов. Методы обеспечения информационной безопасности
1.2	Численное дифференцирование.	Аппроксимация производных. Производные и разделенные разности. Погрешность численного дифференцирования. Использование интерполяционных формул. Формулы численного дифференцирования для неравноотстоящих узлов и для равноотстоящих узлов. Безразностные формулы численного дифференцирования.
1.3	Численное интегрирование.	Квадратурные формулы численного интегрирования. Квадратурные формулы Ньютона-Котеса. Формулы трапеций, Симпсона. Квадратурные формулы Гаусса. Сплайн-квадратуры. Правило Рунге. Схема Эйткена. Практическая реализация методов численного интегрирования: алгоритмы с автоматическим выбором шага и адаптивные алгоритмы. Вычисление кратных интегралов. Кубатурные формулы. Метод последовательного интегрирования. Методы Монте-Карло.
1.4	Методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений.	Задача Коши. Методы разложения в ряд Тейлора. Метод Эйлера. Метод Рунге-Кутты. Экстраполяционный и интерполяционный методы Адамса. Методы прогноза и коррекции. Дифференциальные уравнения высших порядков. Разностная схема Нумерова. Метод Нумерова. Краевая задача для дифференциальных уравнений второго порядка. Метод прогонки.
1.5	Вычислительные методы линейной алгебры.	Прямые и итерационные методы. Решение систем линейных алгебраических уравнений. Метод гауссова исключения. Алгоритм Гаусса с выбором главного элемента. Вычисление определителей. Метод квадратного корня. Треугольное разложение. Итерационные методы решения систем линейных алгебраических уравнений. Нормы и обусловленность матриц. Метод простой итерации. Метод Зейделя. Сходимость итерационных методов.
1.6	Решение нелинейных уравнений.	Отделение и уточнение корней. Итерационные методы. Порядок сходимости. Оценки погрешностей решения. Метод дихотомии. Метод хорд. Метод секущих. Метод касательных. Комбинированные методы.
<b>2. Лабораторные работы</b>		
2.1	Аппроксимация функциональных зависимостей. Интерполяция. Обработка экспериментальных данных.	Лабораторная работа 1. Интерполирование функций с помощью многочлена Лагранжа Лабораторная работа 2. Интерполирование функций с помощью многочлена Ньютона Лабораторная работа 3. Интерполирование функций с помощью схемы Эйткена Лабораторная работа 4. Обработка экспериментальных данных. Построение эмпирических формул.
2.2	Численное дифференцирование.	Лабораторная работа 5. Формулы численного дифференцирования для неравноотстоящих узлов на основе интерполяционного многочлена Ньютона
2.3	Численное интегрирование.	Лабораторная работа 6. Вычисление определенных интегралов по формуле трапеций Лабораторная работа 7. Вычисление определенных интегралов по формуле Симпсона Лабораторная работа 8. Вычисление определенных интегралов по формулам Ньютона-Котеса пятого порядка

		Лабораторная работа 9. Вычисление определенных интегралов по формулам Гаусса
2.4	Методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений.	Лабораторная работа 10. Решение обыкновенных дифференциальных уравнений по методу Эйлера Лабораторная работа 11. Решение обыкновенных дифференциальных уравнений по методу Рунге-Кутты Лабораторная работа 12. Решение обыкновенных дифференциальных уравнений по методу Адамса Лабораторная работа 13. Решение обыкновенных дифференциальных уравнений по методу прогноза и коррекции
2.5	Вычислительные методы линейной алгебры.	Лабораторная работа 14. Решение систем линейных алгебраических уравнений по методу Гаусса Лабораторная работа 15. Решение систем линейных алгебраических уравнений по методу простой итерации Лабораторная работа 16. Решение систем линейных алгебраических уравнений по методу Зейделя.
2.6	Решение нелинейных уравнений.	Лабораторная работа 17. Решение нелинейных уравнений по методу бисекций Лабораторная работа 18. Решение нелинейных уравнений по методу простой итерации Лабораторная работа 19. Решение нелинейных уравнений по методу хорд Лабораторная работа 20. Решение нелинейных уравнений по методу касательных

### 13.2. Темы (разделы) дисциплины и виды занятий

№ п/п	Наименование темы (раздела) дисциплины	Виды занятий (количество часов)					Всего
		Лекции	Практические	Лабораторные	Групповые консультации	Самостоятельная работа	
1	Аппроксимация функциональных зависимостей. Интерполяция. Обработка экспериментальных данных.	3		3	3	3	12
2	Численное дифференцирование.	2		2	2	2	8
3	Численное интегрирование.	3		3	3	5	14
4	Методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений.	3		3	3	5	14
5	Вычислительные методы линейной алгебры.	3		3	3	5	14
6	Решение нелинейных уравнений.	2		2	2	4	10
	Итого:	16		16	16	24	72

### 14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Изучение дисциплины «Численные методы и математическое моделирование» предусматривает осуществление учебной деятельности состоящей из двух частей: обучения студентов преподавателем и самостоятельной учебной деятельности студентов по изучению дисциплины.

Дисциплина «Численные методы и математическое моделирование» реализуется с применением электронного обучения и дистанционных образовательных технологий.

В учебном процессе используются следующие образовательные технологии. По образовательным формам: лекции; лабораторные работы; индивидуальные занятия. По преобладающим методам и приемам обучения: объяснительно-иллюстративные (объяснение, показ–демонстрация учебного материала и др.); активные (анализ учебной и научной литературы, составление схем и др.) и интерактивные, в том числе и групповые (взаимное обучение в форме подготовки и обсуждения докладов); информационные; компьютерные; мультимедийные (работа с сайтами академических структур, научно-исследовательских организаций, электронных библиотек и др., разработка презентаций, сообщений и докладов, работа с электронными обучающими программами и т.п.).

Подготовка к лекциям является одним из видов самостоятельной работы студентов-магистров. Студентам, чтобы хорошо овладеть учебным материалом, необходимо выработать навыки правильной и планомерной работы. Перед началом лекционных занятий надо просмотреть все, что было сделано в предыдущий раз. Это позволит сосредоточить внимание и восстановить в памяти уже имеющиеся знания по данному предмету. Кроме того, такой метод поможет лучше запомнить как старое, так и новое, углубит понимание того и другого, так как при этом устанавливаются связи нового со старым, что является не только обязательным, но и основным условием глубокого овладения материалом. Чем детальнее изучаемое ассоциируется с известным ранее, тем прочнее сохраняется в памяти и быстрее вспомнить, когда требуется.

Приступая к изучению нового материала, необходимо сосредоточиться, т.е. сконцентрировать внимание и не отвлекаться от выполняемой работы, помня, что желание запомнить является гарантией успешной работы, отсутствие же воли к запоминанию снижает эффект восприятия.

Следует помнить о том, что через лекцию передается не только систематизированный теоретический материал, но и постигается методика научного исследования и умение самостоятельно работать, анализировать различного рода явления.

Записывать на лекции необходимо главное, не стремясь зафиксировать все слово в слово. Выбрать же главное без понимания предмета невозможно. Наличие собственного конспекта лекций позволяет еще раз ознакомиться, продумать, разобраться в новом материале, так как недостаточно хорошо понятые во время лекции положения могут быть восстановлены в памяти, сопоставлены с другими, додуманы, дополнены, уяснены и расширены с помощью учебной литературы. Записи являются пособиями для повторения, дают возможность охватить содержание лекции и всего курса в целом.

При этом хорошо овладеть содержанием лекции – это:

- знать тему;
- понимать значение и важность ее в данном курсе;
- четко представлять план;
- уметь выделить основное, главное;
- усвоить значение примеров и иллюстраций;
- связать вновь полученные сведения о предмете или явлении с уже имеющимися;
- представлять возможность и необходимость применения полученных сведений.

Существует несколько общих правил работы на лекции:

- лекции по каждому предмету записывать удобнее в отдельных тетрадях, оставляя широкие поля для пометок;

- к прослушиванию лекций следует готовиться, что позволит в процессе лекции отделить главное от второстепенного;

- лекции необходимо записывать с самого начала, так как оно часто бывает ключом ко всей теме;

- так как дословно записать лекцию невозможно, то необходимо в конспекте отражать: формулы, определения, схемы, трудные места, мысли, примеры, факты и положения от которых зависит понимание главного, новое и незнакомое, неопубликованные данные, материал отсутствующий в учебниках и т.п.;

- записывать надо сжато;

- во время лекции важно непрерывно сохранять рабочую установку, умственную активность.

Изучение теоретического материала в данном курсе не ограничивается подготовкой к лекциям и работой на данном виде занятий. Лекционная часть курса органически взаимосвязана с иными видами работ: написанием рефератов, участием в лабораторных работы, подготовкой и сдачей зачета по дисциплине, в структуре которых также большое значение имеет самостоятельная работа студента.

Самостоятельная работа обучающихся наряду с аудиторной представляет одну из форм учебного процесса и является существенной ее частью, что наиболее ярко представлено в процессе подготовки магистров. Последнее обусловлено тем, что самостоятельная работа предназначена для формирования навыков самостоятельной работы как вообще, так и в учебной, научной деятельности, формирование и развитие способности принимать на себя ответственность, самостоятельно решать проблему, находить конструктивные решения, выход из кризисной ситуации и т.д.

Самостоятельная работа формирует самостоятельность не только как совокупность умений и навыков, но и как черту характера, играющую существенную роль в структуре личности современного специалиста высшей квалификации. Она воспитывает самостоятельность как черту характера. Никакие знания, полученные на уровне пассивного восприятия, не ставшие объектом собственной умственной или лабораторной работы, не могут считаться подлинным достоянием человека.

Давая возможность расширять и обогащать знания, умения по индивидуальным направлениям, самостоятельная работа обучающегося позволяет создать разносторонних специалистов. В процессе самостоятельной работы развивают творческие возможности обучающегося, при этом самостоятельная работа завершает задачи всех видов учебной работы.

Самостоятельная работа - это планируемая работа обучающихся, выполняемая по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия. Преподаватель, ведущий занятия, организует, направляет самостоятельную работу обучающихся и оказывает им необходимую помощь. Однако самостоятельность обучающихся должна превышать объем работы, контролируемой преподавателем работы, и иметь в своей основе индивидуальную мотивацию обучающегося по получению знаний, необходимых и достаточных для будущей профессиональной деятельности в избранной сфере. Преподаватель при необходимости может оказывать содействие в выработке и коррекции данной мотивации, лежащей в основе построения самостоятельной деятельности обучающегося по изучению дисциплины, получению необходимых знаний и навыков.

Получение образования предполагает обучение решению задач определенной сферы деятельности. Однако как бы хорошо не обучались обучающиеся способам решения задач в аудитории, сформировать средства практической деятельности не удастся, так как каждый случай практики особый и для его решения следует выработать особый профессиональный стиль мышления.

Основой самостоятельной работы служит научно-теоретический курс, комплекс полученных обучающимся знаний. Основной, наиболее экономичной формой получения и усвоения информации, теоретических знаний в вузе является лекция, позволяющая воспринять значительную сумму основных знаний и потому способствующая повышению продуктивности всех других форм учебного труда.



Результат обучения и самостоятельной работы обучающегося предполагает наличие следующих составляющих:

- понимание методологических основ построения изучаемых знаний;
- выделение главных структур учебного курса;
- формирование средств выражения в данной области;
- построение методик решения задач и ориентации в проблемах (ситуациях).

Самостоятельная работа обучающихся при изучении дисциплины «Численные методы и математическое моделирование» включает в себя: изучение теоретической части курса, подготовку к выполнению лабораторных работ, написание отчетов по лабораторным работам.

Самостоятельная работа студента при изучении дисциплины «Численные методы и математическое моделирование» включает в себя:

изучение теоретической части курса	– 10 часов
подготовку к лабораторным занятиям	– 10 часов
написание отчетов по лабораторным работам	– 4 часа
итого	– 24 часа

Подготовка к экзамену – 36 часов

## 15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины

а) основная литература:

№ п/п	Источник
1.	Зенков А.В. Численные методы [Электронный ресурс] : учебное пособие / А.В. Зенков. — Электрон. текстовые данные. — Екатеринбург: Уральский федеральный университет, 2016. — 124 с. — 978-5-7996-1781-3. — Режим доступа: <a href="http://www.iprbookshop.ru/68315.html">http://www.iprbookshop.ru/68315.html</a>
2.	Крахоткина Е.В. Численные методы в научных расчетах [Электронный ресурс] : учебное пособие. Курс лекций / Е.В. Крахоткина. — Электрон. текстовые данные. — Ставрополь: Северо-Кавказский федеральный университет, 2015. — 162 с. — 2227-8397. — Режим доступа: <a href="http://www.iprbookshop.ru/62884.html">http://www.iprbookshop.ru/62884.html</a>
3.	Пименов В.Г. Численные методы. Часть 1 [Электронный ресурс] : учебное пособие / В.Г. Пименов. — Электрон. текстовые данные. — Екатеринбург: Уральский федеральный университет, 2013. — 112 с. — 978-5-7996-1032-6. — Режим доступа: <a href="http://www.iprbookshop.ru/68410.html">http://www.iprbookshop.ru/68410.html</a>
4.	Квасов, Б.И. Численные методы анализа и линейной алгебры. Использование Matlab и Scilab : [учебное пособие для студ. вузов, обучающихся по направлению "Математика"] / Б.И. Квасов. — Санкт-Петербург ; Москва ; Краснодар : Лань, 2016. — 323 с
5.	Зализняк, В.Е. Численные методы. Основы научных вычислений : учебное пособие для бакалавров / В.Е. Зализняк ; Сиб. федер. ун-т. — 2-е изд., перераб. и доп. — Москва : Юрайт, 2012. — 356 с.
6.	Бахвалов, Н.С. Численные методы : учебное пособие для студ. физ.-мат. специальностей вузов / Н. С. Бахвалов, Н. П. Жидков, Г. М. Кобельков ; Моск. гос. ун-т им. М.В. Ломоносова. — 6-е изд. — М. : БИНОМ. Лаб. знаний, 2008. — 636 с.
7.	Поршнева, С. В. Компьютерное моделирование физических процессов в пакете MATLAB [Текст] : .— Москва : Лань, 2011. — 736 с. // Электронно-библиотечная система. — URL : <a href="http://e.lanbook.com">http://e.lanbook.com</a>
8.	Срочко, В.А. Численные методы. Курс лекций : [учебное пособие для студ. вузов] / В.А. Срочко. — СПб. [и др.] : Лань, 2010. — 202 с.
9.	Демидович, Б. П. Численные методы анализа. Приближение функций, дифференциальные и интегральные уравнения : учебное пособие / Б. П. Демидович, И. А. Марон, Э. З. Шувалова ; под ред. Б. П. Демидовича. — Изд. 5-е, стер. — СПб. [и др.] : Лань, 2010. — 400 с.

б) дополнительная литература:

№ п/п	Источник
10.	Федоренко, Р.П.. Введение в вычислительную физику : [учебное пособие для вузов] / Р.П. Федоренко ; под ред. и с доп. А.И. Лобанова .— 2-е , испр. и доп. изд. — Долгопрудный : Интеллект, 2008 .— 503 с.
11.	Самарский, А.А. Введение в численные методы : учебное пособие для вузов / А. А. Самарский ; Моск. гос. ун-т им. М. В. Ломоносова .— Изд. 3-е, стер. — СПб. : Лань, 2005 .— 288 с.
12.	Волков, Е.А. Численные методы : учебное пособие / Е.А. Волков .— Изд. 5-е, стер. — СПб. [и др.] : Лань, 2008 .— 248 с.
13.	Уилкинсон Дж. Алгебраическая проблема собственных значений / Дж. Уилкинсон. – М.: Наука, 1970. – 564 с.
14.	Ращиков, В.И. Численные методы решения физических задач : учебное пособие / В.И. Ращиков, А.С. Рошаль .— СПб. [и др.] : Лань, 2005 .— 204 с.
15.	Шевцов, Г.С. Численные методы линейной алгебры : учебное пособие для мат. направлений и специальностей / Г.С. Шевцов, О.Г. Крюкова, Б.И. Мызникова .— М. : Финансы и статистика : ИНФРА-М, 2008 .— 478 с.
16.	Шевченко Г.И. Численные методы [Электронный ресурс] : лабораторный практикум / Г.И. Шевченко, Т.А. Куликова. — Электрон. текстовые данные. — Ставрополь: Северо-Кавказский федеральный университет, 2016. — 107 с. — 2227-8397. — Режим доступа: <a href="http://www.iprbookshop.ru/62885.html">http://www.iprbookshop.ru/62885.html</a>
17.	Численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений [Электронный ресурс] : учебно-методическое пособие / Воронеж. гос. ун-т ; сост.: Д.В. Костин, М.Н. Небольсина .— Электрон. текстовые дан. — Воронеж : Издательский дом ВГУ, 2018 . Режим доступа <a href="http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m18-66.pdf">http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m18-66.pdf</a>
18.	Уилкинсон Дж. Алгебраическая проблема собственных значений / Дж. Уилкинсон. – М.: Наука, 1970. – 564 с.
19.	Иванов В.Н. Применение компьютерных технологий при проектировании электрических схем / Иванов В.Н.. — Москва : СОЛОН-Пресс, 2019. — 226 с. — ISBN 978-5-91359-229-3. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <a href="http://www.iprbookshop.ru/90348.html">http://www.iprbookshop.ru/90348.html</a>

в) информационные электронно-образовательные ресурсы (официальные ресурсы интернет)\*:

№ п/п	Ресурс
20.	<a href="http://www.lib.vsu.ru">http://www.lib.vsu.ru</a> – Зональная научная библиотека ВГУ
21.	<a href="http://www.moodle.vsu.ru">http://www.moodle.vsu.ru</a>
22.	<a href="https://e.lanbook.com">https://e.lanbook.com</a> – ЭБС «Лань»
23.	<a href="https://biblioclub.ru">https://biblioclub.ru</a> – ЭБС «Университетская библиотека онлайн»
24.	<a href="http://www.iprbookshop.ru">www.iprbookshop.ru</a> – ЭБС «IPRbooks»
25.	<a href="https://elibrary.ru">https://elibrary.ru</a> – Научная электронная библиотека

## 16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы

№ п/п	Источник
26.	Курганский, С.И. Задачи по численным методам. Учебно-методическое пособие для вузов / С.И. Курганский, О.И. Дубровский, Е.Р. Лихачев // Воронежский государственный университет. – Воронеж. – 2013. - 33 с. – URL : <a href="https://lib.vsu.ru/zgate?present+5585+default+61+1+F+1.2.840.10003.5.102+rus">https://lib.vsu.ru/zgate?present+5585+default+61+1+F+1.2.840.10003.5.102+rus</a>
27.	Курганский, С.И.,. Вычислительные методы для физиков. Часть 1. Аппроксимация функций, численное дифференцирование / С.И Курганский, О.И. Дубровский, Л.И. Куркина. – Воронежский государственный университет. - 1998. - 24 с.
28.	Курганский, С.И. Вычислительные методы для физиков. Часть 2. Численное интегрирование, численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений / С.И Курганский, О.И. Дубровский, Л.И. Куркина. – Воронежский государственный университет. - 1999. - 32 с.
29.	Курганский С.И. Вычислительные методы для физиков. Часть 3. Численные методы линейной алгебры, методы решения нелинейных уравнений / С.И Курганский, О.И. Дубровский, Л.И. Куркина. – Воронежский государственный университет. - 1999. - 16 с.
30.	Основы моделирования в пакете MATLAB : учебное пособие для вузов] / Воронеж. гос. ун-т ; сост.: Ю.К. Николаенков, В.И. Ключин, Е.Н. Бормонтов .— Воронеж : Издательский дом ВГУ, 2015 .— 56 с. Режим доступа <a href="http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m15-151.pdf">http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m15-151.pdf</a>

31.	Моделирование задач радиофизики и электроники в системе MATHCAD : Учебное пособие / Ю.С. Радченко, А.Д. Коробова ; Воронеж. гос. ун-т .— Воронеж, 2004 .— 47 с. Режим доступа <a href="http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/jun04003.pdf">http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/jun04003.pdf</a>
-----	---

### 17. Образовательные технологии, используемые при реализации учебной дисциплины, включая дистанционные образовательные технологии (ДОТ), электронное обучение (ЭО), смешанное обучение):

В учебном процессе используются следующие образовательные технологии. По образовательным формам: лекции; лабораторные работы, групповые консультации, индивидуальные занятия. По преобладающим методам и приемам обучения: объяснительно-иллюстративные (объяснение, показ–демонстрация учебного материала и др.); активные (анализ учебной и научной литературы, составление схем и др.) и интерактивные, в том числе и групповые (взаимное обучение в форме подготовки и обсуждения докладов); информационные; компьютерные; мультимедийные (работа с сайтами академических структур, научно-исследовательских организаций, электронных библиотек и др., разработка презентаций, сообщений и докладов, работа с электронными обучающими программами и т.п.).

### 18. Материально-техническое обеспечение дисциплины:

Лабораторные работы выполняются в лаборатории компьютерных технологий, САПР и математического моделирования кафедры физики твердого тела и наноструктур: компьютеры AMD Ryzen 5 3500/GIGABYTE B450M - 7 шт., компьютеры Pentium Intel Core Duo - 3 шт., с лицензионным программным обеспечением:

Microsoft Windows 10 (договор 3010-15/207-19 от 30.04.2019);

Microsoft Windows 7 (договор 3010-15/207-19 от 30.04.2019);

Lazarus (GNU Lesser General Public License (LGPL), бесплатное и/или свободное ПО, лицензия: <https://www.lazarus-ide.org/index.php>);

Free Pascal (GNU General Public License (GPL), бесплатное и/или свободное ПО, лицензия: <https://www.freepascal.org/faq.html>);

LibreOffice (GNU Lesser General Public License (LGPL), бесплатное и/или свободное ПО, лицензия: <https://ru.libreoffice.org/about-us/license/>);

Программные пакеты собственной разработки (свидетельства о гос. рег. программ для ЭВМ № 2011614890 от 22.06.2011; № 2011615201 от 01.07.2011).

Реализация дисциплины с применением электронного обучения и дистанционных образовательных технологий осуществляется через образовательный портал "Электронный университет ВГУ".

### 19. Оценочные средства для проведения текущей и промежуточной аттестаций

Порядок оценки освоения обучающимися учебного материала определяется содержанием следующих разделов дисциплины:

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Компетенция(и)	Индикатор(ы) достижения компетенции	Оценочные средства
1.	Аппроксимация функциональных зависимостей. Интерполяция. Обработка экспериментальных данных.	ПК-3	ПК-3.1	Лабораторные работы 1 – 4
			ПК-3.2	
			ПК-3.3	
2.	Численное дифференцирование.	ПК-3	ПК-3.1	Лабораторная работа 5
			ПК-3.2	

			ПК-3.3	
3.	Численное интегрирование.	ПК-3	ПК-3.1	Лабораторные работы 6 – 9
			ПК-3.2	
			ПК-3.3	
4.	Методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений.	ПК-3	ПК-3.1	Лабораторные работы 10 – 13
			ПК-3.2	
			ПК-3.3	
5.	Вычислительные методы линейной алгебры.	ПК-3	ПК-3.1	Лабораторные работы 14 – 16
			ПК-3.2	
			ПК-3.3	
6.	Решение нелинейных уравнений.	ПК-3	ПК-3.1	Лабораторные работы 17 – 20
			ПК-3.2	
			ПК-3.3	
Промежуточная аттестация форма контроля – экзамен				Комплект КИМ

## 20 Типовые оценочные средства и методические материалы, определяющие процедуры оценивания

### 20.1 Текущий контроль успеваемости

Текущий контроль успеваемости по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств: отчеты о выполнении лабораторных работ.

#### Перечень тем лабораторных работ

- Лабораторная работа 1. Интерполирование функций с помощью многочлена Лагранжа  
Лабораторная работа 2. Интерполирование функций с помощью многочлена Ньютона  
Лабораторная работа 3. Интерполирование функций с помощью схемы Эйткена  
Лабораторная работа 4. Обработка экспериментальных данных. Построение эмпирических формул.  
Лабораторная работа 5. Формулы численного дифференцирования для неравноотстоящих узлов на основе интерполяционного многочлена Ньютона  
Лабораторная работа 6. Вычисление определенных интегралов по формуле трапеций  
Лабораторная работа 7. Вычисление определенных интегралов по формуле Симпсона  
Лабораторная работа 8. Вычисление определенных интегралов по формулам Ньютона-Котеса пятого порядка  
Лабораторная работа 9. Вычисление определенных интегралов по формулам Гаусса  
Лабораторная работа 10. Решение обыкновенных дифференциальных уравнений по методу Эйлера  
Лабораторная работа 11. Решение обыкновенных дифференциальных уравнений по методу Рунге-Кутты  
Лабораторная работа 12. Решение обыкновенных дифференциальных уравнений по методу Адамса  
Лабораторная работа 13. Решение обыкновенных дифференциальных уравнений по методу прогноза и коррекции  
Лабораторная работа 14. Решение систем линейных алгебраических уравнений по методу Гаусса  
Лабораторная работа 15. Решение систем линейных алгебраических уравнений по методу простой итерации  
Лабораторная работа 16. Решение систем линейных алгебраических уравнений по методу Зейделя.  
Лабораторная работа 17. Решение нелинейных уравнений по методу бисекций

Лабораторная работа 18. Решение нелинейных уравнений по методу простой итерации  
 Лабораторная работа 19. Решение нелинейных уравнений по методу хорд  
 Лабораторная работа 20. Решение нелинейных уравнений по методу касательных

Для текущего контроля успеваемости используется устный опрос, отчеты о ходе выполнения лабораторных работ, на основе которых выставляется предварительная оценка *отлично/хорошо/удовлетворительно/неудовлетворительно*.

Критерии оценивания компетенций	Уровень сформированности компетенций	Шкала предварительных оценок
Обучающийся в полной мере владеет понятийным аппаратом данной области науки (теоретическими основами дисциплины), способен иллюстрировать ответ примерами, фактами, данными научных исследований, применять теоретические знания для выполнения лабораторных работ	Повышенный уровень	<i>Отлично</i>
Обучающийся владеет понятийным аппаратом данной области науки (теоретическими основами дисциплины), допускает незначительные ошибки при выполнении лабораторных работ	Базовый уровень	<i>Хорошо</i>
Обучающийся владеет частично теоретическими основами дисциплины, фрагментарно способен выполнять лабораторные работы	Пороговый уровень	<i>Удовлетворительно</i>
Неудовлетворительное выполнение тестовых заданий. Обучающийся демонстрирует отрывочные, фрагментарные знания, допускает грубые ошибки при выполнении лабораторных работ	–	<i>Неудовлетворительно</i>

## 20.2 Промежуточная аттестация

Промежуточная аттестация по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств:

### **Комплект КИМ**

#### **Контрольно-измерительный материал № 1**

1. Линейная и полиномиальная интерполяция. Единственность интерполяционного полинома.
2. Задача Коши. Методы разложения в ряд Тейлора. Метод Эйлера.

#### **Контрольно-измерительный материал № 2**

1. Интерполяционный многочлен Лагранжа. Остаточный член формулы Лагранжа.
2. Экстраполяция метод Адамса.

#### **Контрольно-измерительный материал № 3**

1. Разделенные разности и их свойства. Интерполяционный многочлен Ньютона.
2. Формулы трапеций, Симпсона.

#### **Контрольно-измерительный материал № 4**

1. Интерполяционная схема Эйткена.
2. Метод Рунге-Кутты.

#### **Контрольно-измерительный материал № 5**

1. Кусочно-полиномиальная (сплайн) интерполяция.
2. Метод простой итерации решения систем линейных алгебраических уравнений. Сходимость итерационных методов.

#### **Контрольно-измерительный материал № 6**

1. Численное дифференцирование. Погрешность численного дифференцирования.
2. Метод Зейделя решения систем линейных алгебраических уравнений.

#### **Контрольно-измерительный материал № 7**

1. Формулы численного дифференцирования для неравноотстоящих узлов
2. Прямые и итерационные методы линейной алгебры. Решение систем линейных алгебраических уравнений методом Гаусса.

#### **Контрольно-измерительный материал № 8**

1. Численное интегрирование. Квадратурные формулы.
2. Алгоритм Гаусса с выбором главного элемента. Вычисление определителей.

#### **Контрольно-измерительный материал № 9**

1. Квадратурные формулы Ньютона-Котеса.
2. Итерационные методы решения систем линейных алгебраических уравнений. Нормы и обусловленность матриц.

#### **Контрольно-измерительный материал № 10**

1. Выбор узлов интерполирования. Многочлены Чебышева.
2. Интерполяционный метод Адамса.

#### **Контрольно-измерительный материал № 11**

1. Построение сплайна третьего порядка.
2. Вычисление кратных интегралов. Кубатурные формулы. Метод последовательного интегрирования.

#### **Контрольно-измерительный материал № 12**

1. Построение эмпирических формул.
2. Методы прогноза и коррекции.

#### **Контрольно-измерительный материал № 13**

1. Формулы численного дифференцирования для равноотстоящих узлов.
2. Квадратурные формулы Гаусса.

### **Контрольно-измерительный материал № 14**

1. Правило Рунге. Практическая реализация методов численного интегрирования: алгоритмы с автоматическим выбором шага и адаптивные алгоритмы.
2. Методы Монте-Карло.

### **Контрольно-измерительный материал № 15**

1. Интерполяционный многочлен Ньютона.
2. Решение нелинейных уравнений. Метод простых итераций (метод последовательных приближений).

### **Контрольно-измерительный материал № 16**

1. Метод наименьших квадратов.
2. Решение нелинейных уравнений. Метод деления отрезка пополам.

### **Контрольно-измерительный материал № 17**

1. Дифференциальные уравнения высших порядков. Метод Нумерова.
2. Решение нелинейных уравнений. Отделение корней нелинейных уравнений.

### **Контрольно-измерительный материал № 18**

1. Дифференциальные уравнения высших порядков. Разностная схема Нумерова.
2. Решение нелинейных уравнений. Метод хорд.

### **Контрольно-измерительный материал № 19**

1. Решение краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений. Метод прогонки.
2. Решение нелинейных уравнений. Метод касательных.

### **Описание технологии проведения промежуточной аттестации**

Промежуточная аттестация по дисциплине – экзамен. В приложение к диплому вносится оценка *отлично/хорошо/удовлетворительно*.

Оценка уровня освоения дисциплины «Численные методы и математическое моделирование» осуществляется по следующим показателям:

- качество и своевременность выполнения лабораторных работ;
- полнота ответов на вопросы контрольно-измерительного материала;
- полнота ответов на дополнительные вопросы.

Критерии оценки освоения дисциплины «Численные методы и математическое моделирование»:

– оценка *отлично* выставляется при полном соответствии работы студента всем вышеуказанным показателям. Соответствует высокому (углубленному) уровню сформированности компетенций: компетенции сформированы полностью, проявляются и используются систематически, в полном объеме. Данный уровень превосходит, по крайней мере, по одному из перечисленных выше показателей повышенный (продвинутый) уровень;

– оценка *хорошо* выставляется в случае, если работа студента при освоении дисциплины не соответствует одному из перечисленных показателей или в случае

предоставления курсовых работ и отчетов по лабораторным работам позже установленного срока. Соответствует повышенному (продвинутому) уровню сформированности компетенций: компетенции в целом сформированы, но проявляются и используются фрагментарно, не в полном объеме. Данный уровень превосходит, по крайней мере, по одному из перечисленных выше показателей пороговый (базовый) уровень;

– оценка *удовлетворительно* выставляется в случае, если работа студента при освоении дисциплины не соответствует любым двум из перечисленных показателей. Соответствует пороговому (базовому) уровню сформированности компетенций: компетенции сформированы в общих чертах, проявляются и используются ситуативно, частично. Данный уровень обязателен для всех осваивающих основную образовательную программу;

– оценка *неудовлетворительно* выставляется в случае несоответствия работы студента всем показателям, его неорганизованности, безответственности и низкого качества работы при выполнении лабораторных работ, предусмотренных программой дисциплины.

Факт невыполнения требований, предъявляемых к студенту при освоении дисциплины «Численные методы и математическое моделирование» и отраженных в вышеперечисленных критериях, фиксируется в ведомости оценкой *неудовлетворительно*.

Если студент не осваивает дисциплину в установленном программой объеме и в сроки, определенные графиком учебного процесса, он не допускается к промежуточной аттестации по данному виду учебной работы.

### **20.3 Фонд оценочных средств сформированности компетенций студентов, рекомендуемый для проведения диагностических работ:**

ОПК-3: Способен использовать современные информационные технологии и программные средства при решении задач профессиональной деятельности, соблюдая требования информационной безопасности

Индикатор: ОПК-3.1

Индикатор: ОПК-3.2

Индикатор: ОПК-3.3

#### **Перечень заданий для проверки сформированности компетенции:**

##### 1) Закрытые задания (тестовые, средний уровень сложности):

1. Сколько различных интерполяционных функций можно построить по  $n+1$  узлу интерполирования?
  - а)  $n$
  - б)  $n+1$
  - в) 1
  - г) **бесконечно много**
2. Сколько различных интерполяционных многочленов степени  $n$  можно построить по  $n+1$  узлу интерполирования?
  - а)  $n$
  - б)  $n+1$
  - в) **1**
  - г) бесконечно много
3. Чему в общем случае равна степень интерполяционного многочлена Лагранжа, построенного по  $n+1$  узлу интерполирования?
  - а)  **$n$**



- б)  $n+1$   
в) 1
4. Чему в общем случае равна степень интерполяционного многочлена Ньютона для интерполирования вперед, построенного по  $n+1$  узлу интерполирования?  
а) 1  
б)  $n$   
в)  $n+1$
5. Чему в общем случае равна степень интерполяционного многочлена Ньютона для интерполирования назад, построенного по  $n+1$  узлу интерполирования?  
а)  **$n$**   
б)  $n+1$   
в) 1
6. Сколько непрерывных производных имеет сплайн порядка  $k$ , построенный по  $n+1$  узлу интерполирования?  
а)  $n$   
б)  $n-1$   
в)  $k$   
г)  **$k-1$**
7. Чему равен дефект сплайна порядка  $k$ , построенного по  $n+1$  узлу интерполирования?  
а)  $k$   
б)  **$k-1$**   
в)  $n$   
г)  $n-1$
8. Что такое эмпирическая формула?  
а) **Приближенная функциональная зависимость, построенная на основе экспериментальных данных.**  
б) Функциональная зависимость, значения которой совпадают с экспериментальными данными.
9. Сколько узлов содержит квадратурная формула трапеций?  
а) 1  
б) **2**  
в) 3  
г) 4
10. Сколько узлов содержит квадратурная формула Симпсона?  
а) 1  
б) 2  
в) **3**  
г) 4
11. Частным случаем какой квадратурной формулы является квадратурная формула трапеций?  
а) **Квадратурная формула Ньютона-Котеса замкнутого типа**  
б) Квадратурная формула Ньютона-Котеса открытого типа  
в) Квадратурная формула Гаусса
12. Частным случаем какой квадратурной формулы является квадратурная формула Симпсона?  
а) Квадратурная формула Гаусса  
б) **Квадратурная формула Ньютона-Котеса замкнутого типа**  
в) Квадратурная формула Ньютона-Котеса открытого типа
13. Чему равна максимальная степень произвольного многочлена, интегрируемого с помощью квадратурной формулы Гаусса, содержащей  $n$  узлов, с нулевым остаточным членом?  
а)  $n$   
б)  $n+1$

- в)  $2n$   
 г)  $2n-1$

14. Укажите порядок точности решения задачи Коши для обыкновенного дифференциального уравнения первого порядка с помощью р-этапной схемы метода Рунге-Кутты ( $h$  – шаг сетки).

- а)  $O(h^p)$   
 б)  $O(h^{p-1})$   
 в)  $O(h^{p+1})$

15. Укажите порядок обыкновенного дифференциального уравнения, для решения которого применяется метод Нумерова.

- а) 1  
 б) 2  
 в) 3  
 г) 4

2) Открытые задания (повышенный уровень сложности):

1. Построить интерполяционный многочлен Лагранжа для функции, заданной таблично:

x	-1	0	2
y	1	-1	7

Ответ:

Многочлен Лагранжа для трёх узлов интерполяции запишется следующим образом:

$$P(x) = y_0 \frac{(x-x_1)(x-x_2)}{(x_0-x_1)(x_0-x_2)} + y_1 \frac{(x-x_0)(x-x_2)}{(x_1-x_0)(x_1-x_2)} + y_2 \frac{(x-x_0)(x-x_1)}{(x_2-x_0)(x_2-x_1)}$$

или

$$P(x) = 1 \cdot \frac{(x-0)(x-2)}{(-1-0)(-1-2)} + (-1) \cdot \frac{(x-(-1))(x-2)}{(0-(-1))(0-2)} + 7 \cdot \frac{(x-(-1))(x-0)}{(2-(-1))(2-0)}$$

Окончательно:

$$P(x) = 2x^2 - 1$$

2. Построить интерполяционный многочлен Ньютона для интерполирования вперед для функции, заданной таблично:

x	-2	1	2
y	11	5	7

Ответ:

Найдем значения разделенных разностей:

$$f(x_0; x_1) = \frac{f(x_1) - f(x_0)}{x_1 - x_0} = \frac{5 - 11}{1 - (-2)} = -2$$

$$f(x_1; x_2) = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} = \frac{7 - 5}{2 - 1} = 2$$

$$f(x_0; x_1; x_2) = \frac{f(x_1; x_2) - f(x_0; x_1)}{x_2 - x_0} = \frac{2 - (-2)}{2 - (-2)} = 1$$

Интерполяционный многочлен Ньютона для интерполирования вперед будет иметь вид

$$P(x) = f(x_0) + (x - x_0)f(x_0; x_1) + (x - x_0)(x - x_1)f(x_0; x_1; x_2)$$

Таким образом:

$$P(x) = 11 + (x - (-2))(-2) + (x - (-2))(x - 1) \cdot 1$$

Окончательно:

$$P(x) = x^2 - x + 5$$

3. Построить интерполяционный многочлен Ньютона для интерполирования назад для функции, заданной таблично:

x	-2	0	1
y	0	-10	-6

*Ответ:*

Найдем значения разделенных разностей:

$$f(x_0; x_1) = \frac{f(x_1) - f(x_0)}{x_1 - x_0} = \frac{-10 - 0}{0 - (-2)} = -5$$

$$f(x_1; x_2) = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} = \frac{-6 - (-10)}{1 - 0} = 4$$

$$f(x_0; x_1; x_2) = \frac{f(x_1; x_2) - f(x_0; x_1)}{x_2 - x_0} = \frac{4 - (-5)}{1 - (-2)} = 3$$

Интерполяционный многочлен Ньютона для интерполирования назад будет иметь вид

$$P(x) = f(x_2) + (x - x_2)f(x_1; x_2) + (x - x_2)(x - x_1)f(x_0; x_1; x_2)$$

Таким образом:

$$P(x) = -6 + (x - 1) \cdot 4 + (x - 1)(x - 0) \cdot 3$$

Окончательно:

$$P(x) = 3x^2 + x - 10$$

4. Построить интерполяционный многочлен по схеме Эйткена, заданной таблично:

$x$	-1	1	2
$y$	4	-2	-2

*Ответ:*

Найдем сначала значения выражения:

$$p_{01}(x) = \frac{\begin{vmatrix} y_0 & x_0 - x \\ y_1 & x_1 - x \end{vmatrix}}{x_1 - x_0} = \frac{\begin{vmatrix} 4 & -1 - x \\ -2 & 1 - x \end{vmatrix}}{1 - (-1)} = -3x + 1,$$

затем

$$p_{12}(x) = \frac{\begin{vmatrix} y_1 & x_1 - x \\ y_2 & x_2 - x \end{vmatrix}}{x_2 - x_1} = \frac{\begin{vmatrix} -2 & 1 - x \\ -2 & 2 - x \end{vmatrix}}{2 - 1} = -2$$

Окончательно

$$P(x) = P_{012}(x) = \frac{\begin{vmatrix} P_{01}(x) & x_0 - x \\ P_{12}(x) & x_2 - x \end{vmatrix}}{x_2 - x_0} = \frac{\begin{vmatrix} -3x + 1 & -1 - x \\ -2 & 2 - x \end{vmatrix}}{2 - (-1)} = x^2 - 3x$$

5. Приведите пример функции, интеграл от которой, вычисленный методом Ньютона-Котеса с числом узлов  $n = 4$ , даст абсолютно точный результат.

*Ответ:*

В методе Ньютона-Котеса подынтегральная функция заменяется интерполяционным многочленом, построенным по  $n$  равноотстоящим узлам. В случае, если подынтегральная функция сама является многочленом степени не выше  $n - 1$ , интерполяционный многочлен, построенный для нее, будет совпадать с ней, и следовательно, формула Ньютона-Котеса даст абсолютно точный результат. Таким образом, для  $n = 4$  это будет иметь место, например, для функции

$$f(x) = 2x^3 + 4x^2 - 10x + 1$$

6. Приведите пример функции, интеграл от которой, вычисленный методом Гаусса с числом узлов  $n = 4$ , даст абсолютно точный результат.

*Ответ:*

В методе Гаусса подынтегральная функция заменяется интерполяционным многочленом, построенным по  $n$  узлам, выбранным специальным образом. Узлы

выбираются таким образом, чтобы в случае, если подынтегральная функция сама является многочленом степени не выше  $2n - 1$ , формула Гаусса даст абсолютно точный результат. Таким образом, для  $n = 4$  это будет иметь место, например, для функции

$$f(x) = x^7 + 3x^6 - 10x^5 + x^4 - 5x + 9$$

7. Найдите значения узлов интерполяции в формуле Ньютона-Котеса замкнутого типа, если их количество равно 5, а интегрирование ведется от  $c = 0$  до  $d = 1,2$ .

*Ответ:*

В методе Ньютона-Котеса подынтегральная функция заменяется интерполяционным многочленом, построенным по  $n$  равноотстоящим узлам. В формулах замкнутого типа концы промежутка интегрирования  $c$  и  $d$  входят в число узлов. Поэтому расстояние между соседними узлами равно:

$$h = \frac{d - c}{n - 1}$$

8. Найдите значения узлов интерполяции в формуле Ньютона-Котеса открытого типа, если их количество равно 5, а интегрирование ведется от  $c = 0$  до  $d = 1,2$ .

*Ответ:*

В методе Ньютона-Котеса подынтегральная функция заменяется интерполяционным многочленом, построенным по  $n$  равноотстоящим узлам. В формулах открытого типа концы промежутка интегрирования  $c$  и  $d$  не входят в число узлов. Поэтому расстояние между соседними узлами равно:

$$h = \frac{d - c}{n + 1}$$

Таким образом, в данном случае узлы будут иметь следующие значения:

$$x_1 = 0,2; \quad x_2 = 0,4; \quad x_3 = 0,6; \quad x_4 = 0,8; \quad x_5 = 1,0.$$

9. Сформулируйте, в чем заключается сходство и отличие методов Рунге-Кутты и Адамса решения задачи Коши.

*Ответ:*

Оба метода применяются для численного решения дифференциального уравнения

$$y' = f(x, y), \quad x \in [a, b],$$

удовлетворяющего начальному условию  $y(a) = y_0$ .

Оба метода являются дискретными, так как значения искомой функции вычисляются на конечном множестве точек  $x_n \in [a, b]$ , т.е. решение получается в виде таблицы  $y_n = y(x_n)$ .

Недостатком метода Рунге-Кутты является то, что для получения решения уравнения в одной точке приходится вычислять правую часть уравнения в нескольких точках. Если правая часть сложна, это приводит к большой вычислительной работе.

Метод Адамса лишен этого недостатка: в нем на каждом шаге (кроме первого) требуется только однократное вычисление правой части. Однако, на первом шаге необходимо знать значения  $y$  в нескольких начальных точках. Обычно эти значения находят другим методом, например, методом Рунге-Кутты, для которого необходимо лишь значение  $y_0$ , известное по условию. Таким образом, метод Адамса не является самоначинающимся

10. Составить алгоритм численного решения дифференциального уравнения третьего порядка  $y''' - 4xy' + e^{-x} = 0$  на отрезке от 0 до 2 с начальными условиями  $y(0) = 1$ ;  $y'(0) = 1$ ;  $y''(0) = 1$  методом Эйлера.

*Ответ:*

Сведем данное уравнение третьего порядка к системе трех уравнений первого порядка с тремя неизвестными функциями  $y$ ,  $z$  и  $w$

$$\begin{cases} y' = z \\ z' = w \\ w' = 4xz - e^{-x} \end{cases}$$

и начальными условиями  $y(0) = 1$ ;  $z(0) = 1$ ;  $w(0) = 1$ .

Будем искать решение системы в равномерной сетке точек  $x_0, x_1, \dots, x_N$  с шагом  $h$  с помощью рекуррентных формул метода Эйлера:

$$\begin{cases} y_{n+1} = y_n + hz_n \\ z_{n+1} = z_n + hw_n \\ w_{n+1} = w_n + h(4x_n z_n - e^{-x_n}) \end{cases}$$

Искомым решением исходного уравнения будет таблица значений  $y_n = y(x_n)$  на заданном отрезке с выбранным шагом.

11. Привести систему линейных алгебраических уравнений

$$100x_1 + 6x_2 - 2x_3 = 200$$

$$6x_1 + 200x_2 - 10x_3 = 600$$

$$x_1 + 2x_2 + 100x_3 = 600$$

к виду, удобному для итерационного процесса, и проверить условие сходимости решения по методу простой итерации.

*Ответ:*

Сведем исходную систему уравнений к виду

$$\begin{cases} x_1 = -0,06x_2 + 0,02x_3 + 2 \\ x_2 = -0,03x_1 + 0,05x_3 + 3 \\ x_3 = -0,01x_1 - 0,02x_2 + 6 \end{cases}$$

т.е. к виду, удобному для итерационного процесса:

$$\mathbf{x} = \mathbf{D}\mathbf{x} + \mathbf{c},$$

где  $\mathbf{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dots \\ x_n \end{pmatrix}$  – вектор неизвестных,  $\mathbf{D}$  – матрица, которая в данном случае будет

иметь вид  $\mathbf{D} = \begin{pmatrix} 0 & -0,06 & 0,02 \\ -0,03 & 0 & 0,05 \\ -0,01 & -0,02 & 0 \end{pmatrix}$ ,  $\mathbf{c}$  – вектор, имеющий вид  $\mathbf{c} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix}$ .

Итерационный процесс

$$\mathbf{x}^k = \mathbf{D}\mathbf{x}^{k-1} + \mathbf{c}$$

при любом начальном векторе  $\mathbf{x}^0$  сходится к решению системы, если выполняется

условие  $\|\mathbf{D}\| < 1$ , где  $\|\mathbf{D}\| = \max_{1 \leq i \leq n} \sum_{j=1}^n |d_{ij}|$  – одна из форм нормы матрицы  $\mathbf{D}$ . В

данном случае она равна 0,08, следовательно, процесс будет сходиться.

### Критерии и шкалы оценивания заданий ФОС:

Для оценивания выполнения заданий используется балльная шкала:

1) закрытые задания (тестовые, средний уровень сложности):

- 1 балл – указан верный ответ;
- 0 баллов – указан неверный ответ (полностью или частично неверный)

2) открытые задания (повышенный уровень сложности):

- 5 баллов – задание выполнено верно (получен правильный ответ, обоснован (аргументирован) ход выполнения (при необходимости));
- 2 балла – выполнение задания содержит незначительные ошибки, но приведен правильный ход рассуждений, или получен верный ответ, но отсутствует обоснование хода его выполнения (если оно было необходимым), или задание выполнено не полностью, но получены промежуточные (частичные) результаты, отражающие правильность хода выполнения задания, или в случае, если задание состоит из нескольких подзаданий, верно выполнено 50% таких подзаданий;
- 0 баллов – задание не выполнено или выполнено неверно (получен неправильный ответ, ход выполнения ошибочен или содержит грубые ошибки).

Задания раздела 20.3 рекомендуются к использованию при проведении диагностических работ с целью оценки остаточных результатов освоения данной дисциплины (знаний, умений, навыков).

