


МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
(ФГБОУ ВПО «ВГУ»)

**УТВЕРЖДАЮ**

Заведующий кафедрой  
функционального анализа  
и операторных уравнений

 Каменский М.И.  
подпись, расшифровка подписи  
11.04.2024 г.

## **РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

**Б1.О.32** Механика деформируемого твердого тела

- 1. Код и наименование специальности:** 01.05.01 фундаментальные математика и механика
- 2. Специализация:** современные методы теории функций в математике и механике
- 3. Квалификация выпускника:** Математик. Механик. Преподаватель
- 4. Форма обучения:** очная
- 5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины:** функционального анализа и операторных уравнений
- 6. Составители программы:** Сапронова Татьяна Юрьевна, к.ф.-м.н., математический факультет, кафедра функционального анализа и операторных уравнений
- 7. Рекомендована:** НМС математического факультета, протокол № 0500–03 от 28.03.2024
- 8. Учебный год:** 2028–2029 **Семестр(ы):** девятый

## 9. Цели и задачи учебной дисциплины:

*Цели освоения учебной дисциплины:*

– изучение основных методов построения математических моделей механики деформируемого твердого тела.

*Задачи учебной дисциплины:*

– усвоение идей и методов механики деформируемого твердого тела, необходимых для решения теоретических и прикладных задач;

– формирование навыков построения математических моделей деформируемого твердого тела, выбора адекватного математического аппарата их исследования;

– формирование творческого подхода к моделированию различных механических процессов; привитие практических навыков использования методов механики деформируемого твердого тела при решении прикладных задач.

## 10. Место учебной дисциплины в структуре ОПОП: дисциплина «Механика деформируемого твердого тела» является обязательной дисциплиной блока Б1.

Основные дисциплины и их разделы, необходимые для усвоения курса «Механика деформируемого твердого тела»:

– математический анализ (производная и дифференциал функции, неопределенный и определенный интегралы, частные производные);

– аналитическая геометрия (действия с векторами);

– дифференциальные уравнения (дифференциальные уравнения первого порядка, линейные дифференциальные уравнения и системы);

– линейная алгебра (векторы, матрицы, тензоры).

## 11. Планируемые результаты обучения по дисциплине/модулю (знания, умения, навыки), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями) и индикаторами их достижения:

Код	Название компетенции	Коды	Индикаторы	Планируемые результаты обучения
ОПК-1	Способен находить, формулировать и решать актуальные и значимые проблемы фундаментальной математики и механики.	ОПК-1.1	Обладает базовыми знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук.	Знать: базовые знания, полученные в области математических и (или) естественных наук.
		ОПК-1.2	Умеет использовать их в профессиональной деятельности.	Уметь: использовать базовые знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, в профессиональной деятельности.
		ОПК-1.3	Имеет навыки выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний.	Владеть: навыками выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний.
ОПК-2	Способен создавать, анализировать и реализовывать новые математические модели в современном естествознании, технике, экономике и управлении	ОПК-2.1	Владеет основами планирования экспериментов с математическими моделями, знает численные и численно-аналитические методы построения решений.	Знать: основы планирования экспериментов с математическими моделями и численно-аналитические методы построения решений.
		ОПК-2.2	Умеет выбирать методы моделирования и анализировать моделируемую систему.	Уметь: анализировать моделируемую систему и выбирать методы моделирования.
		ОПК-2.3	Имеет практический опыт разработки математических моделей и их численной реализации.	Владеть: навыками разработки математических моделей и их численной реализации.

## 12. Структура и содержание учебной дисциплины

### 12.1. Объем дисциплины в зачетных единицах/часах в соответствии с учебным планом — 2/72.

Форма промежуточной аттестации — зачет.

### 13. Трудоемкость по видам учебной работы

Вид учебной работы		Трудоемкость		
		Всего	По семестрам	
			сем. 9	сем. 10
Аудиторные занятия		40	40	
в том числе:	лекции	16	16	
	практические	24	24	
	лабораторные			
Самостоятельная работа		32	32	
в том числе: курсовая работа (проект)				
Форма промежуточной аттестации		0	0	
Итого:		72	72	

### 13.1. Содержание дисциплины

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины	Реализация раздела дисциплины с помощью онлайн-курса, ЭУМК*
<b>1. Лекции</b>			
1.1	Общие законы механики	Абсолютное пространство и абсолютное время. Декартова система отсчета (ДСО). Закон движения материальной точки в ДСО. Скорость и ускорение материальной точки. Твердое тело. Законы Ньютона. Инерциальные системы отсчета. Силы, действующие на точки материальной системы. Теорема об изменении импульса системы. Теорема об изменении кинетического момента системы. Теорема о движении центра масс системы материальных точек. Момент инерции твердого тела относительно оси вращения.	<a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=12411">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=12411</a>
1.2	Основы механики деформируемого тела	Модель сплошной среды. Деформация и поворот. Поле скоростей. Объемное расширение и баланс массы. Напряжения и баланс импульсов. Баланс моментов и его следствия. Виртуальная работа. Законы термодинамики. Определяющие уравнения.	<a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=12411">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=12411</a>
1.3	Классическая линейная упругость	Полная система уравнений. Общие теоремы статики. Уравнения в перемещениях. Уравнения совместности. Вариационные принципы. Кручение стержней. Плоская задача. Контактные задачи. Температурные деформации.	<a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=12411">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=12411</a>
<b>2. Практические занятия</b>			
	Общие законы	Абсолютное пространство и абсолютное время. Декартова система отсчета (ДСО). Закон движения материальной точки в ДСО. Скорость и ускорение материальной точки. Твердое тело. Законы Ньютона.	<a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=12411">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=12411</a>

2.1	механики	Инерциальные системы отсчета. Силы, действующие на точки материальной системы. Теорема об изменении импульса системы. Теорема об изменении кинетического момента системы. Теорема о движении центра масс системы материальных точек. Момент инерции твердого тела относительно оси вращения.	<a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=12411">.ru/course/view.php?id=12411</a>
2.2	Основы механики деформируемого тела	Модель сплошной среды. Деформация и поворот. Поле скоростей. Объемное расширение и баланс массы. Напряжения и баланс импульсов. Баланс моментов и его следствия. Виртуальная работа. Законы термодинамики. Определяющие уравнения.	<a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=12411">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=12411</a>
2.3	Классическая линейная упругость	Полная система уравнений. Общие теоремы статики. Уравнения в перемещениях. Уравнения совместности. Вариационные принципы. Кручение стержней. Плоская задача. Контактные задачи. Температурные деформации.	<a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=12411">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=12411</a>

### 13.2. Темы (разделы) дисциплины и виды занятий

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Виды занятий (часов)				Всего
		Лекции	Практические	Лабораторные	Самостоятельная работа	
1.	Общие законы механики	6		8	10	24
2.	Основы механики деформируемого тела	6		8	12	26
3.	Классическая линейная упругость	4		8	10	22
Итого:		16		24	32	72

### 14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Освоение дисциплины предполагает не только обязательное посещение обучающимся аудиторных занятий и активную работу на них, но и самостоятельную учебную деятельность, на которую отводится 32 часа.

Самостоятельная учебная деятельность студентов по дисциплине «Механика деформируемого твердого тела» предполагает выполнение следующих заданий:

- 1) самостоятельное изучение учебных материалов по разделам 1–3 с использованием основной и дополнительной литературы, информационно-справочных и поисковых систем;
- 2) подготовку к текущим аттестациям: выполнение домашних заданий, самостоятельное освоение понятийного аппарата по каждой теме.

Вопросы лекционных и практических занятий обсуждаются на занятиях в виде устного опроса – индивидуального и фронтального. При подготовке к лекционным и практическим занятиям, обучающимся важно помнить, что их задача, отвечая на основные вопросы плана занятия и дополнительные вопросы преподавателя, показать свои знания и кругозор, умение логически построить ответ, владение математическим аппаратом и иные коммуникативные навыки, умение отстаивать свою профессиональную позицию. В ходе устного опроса выявляются детали, которые по каким-то причинам оказались недостаточно осмысленными студентами в ходе учебных занятий. Тем самым опрос выполняет важнейшие обучающую, развивающую и корректирующую функции, позволяет студентам учесть недоработки и избежать их при подготовке к промежуточным аттестациям.

Все выполняемые студентами самостоятельно задания (выполнение контрольной работы и практических заданий) подлежат последующей проверке преподавателем. Результаты текущих аттестаций учитываются преподавателем при проведении промежуточной аттестации (9 семестр – зачет).

В ходе изучения курса предусмотрено проведение коллоквиума (в форме индивидуального собеседования) и контрольной работы.

Учебные пособия по данному курсу размещены на сайте <https://vk.com/mehss>. На этом же сайте преподаватель публикует вспомогательные материалы и указания по изучаемым в данный момент вопросам, программы коллоквиумов и т.д.

При изучении материала курса по учебнику (конспекту) нужно, прежде всего, уяснить существо каждого излагаемого там вопроса. Главное – это понять изложенное в учебнике (конспекте), а не “заучить”.

Изучать материал рекомендуется по темам. Сначала следует прочитать весь материал темы (параграфа), особенно не задерживаясь на том, что показалось не совсем понятным; часто это становится понятным из последующего. Затем надо вернуться к местам, вызвавшим затруднения, и внимательно разобраться в том, что было неясно. Особое внимание при повторном чтении обратите на формулировки соответствующих определений, теорем и т. п.; в точных формулировках, как правило, существенно каждое слово, поэтому важно понять их смысл и уметь изложить их своими словами.

Доказательства надо уметь воспроизводить самостоятельно, поняв идею доказательства; пытаться просто их "заучивать" не следует, никакой пользы это не принесет.

Особое внимание следует уделить приобретению навыков решения задач; теоретические знания надо научиться применять на практике. Для этого, изучив материал данной темы, надо разобраться в решениях соответствующих задач, которые приводятся в учебнике или обсуждаются на занятиях. Разбирая и решая задачи, обращайтесь внимание на то, какие положения теории применяются.

## 15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины

а) основная литература:

№ п/п	Источник
1.	<b>Елисеев В.В.</b> Механика деформируемого твердого тела : учебник / В.В. Елисеев. – СПб.: изд-во Политех. ун-та, 2006. – 231 с.
2.	<b>Ватульян А.О.</b> Обратные задачи в механике деформируемого твердого тела: учебное пособие / А.О. Ватульян. – М.: Физматлит, 2007. – 224 с.

б) дополнительная литература:

№ п/п	Источник
3.	<b>Толоконников Л.А.</b> Механика деформируемого твердого тела : учебник / Л.А. Толоконников. – М.: Высшая школа, 1979. – 318 с.
4.	<b>Работнов Ю.Н.</b> Механика деформируемого твердого тела : учебник / Ю.Н. Работнов. – М.: Наука, 1988. – 712 с.

в) информационные электронно-образовательные ресурсы:

№ п/п	Ресурс
5.	<a href="https://vk.com/mehss">https://vk.com/mehss</a> – страница «В Контакте», посвященная данному курсу
6.	<a href="https://lib.vsu.ru/">https://lib.vsu.ru/</a> – электронный каталог ЗНБ ВГУ

## 16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы

№ п/п	Источник
1	<b>Толоконников Л.А.</b> Механика деформируемого твердого тела : учебник / Л.А. Толоконников. – М.: Высшая школа, 1979. – 318 с.
2	<b>Работнов Ю.Н.</b> Механика деформируемого твердого тела : учебник / Ю.Н. Работнов. – М.: Наука, 1988. – 712 с.
3	<b>Прядко И.Н.</b> Кинематика : учебно-метод. пособие / И.Н. Прядко, Т.Ю. Сапронова. — Воронеж : Издат. дом ВГУ, 2021 .— 48 с. ( <a href="https://vk.com/t_meh">https://vk.com/t_meh</a> )
4	Положение об организации самостоятельной работы обучающихся в Воронежском государственном университете

## 17. Информационные технологии, используемые для реализации учебной дисциплины, включая программное обеспечение и информационно-справочные системы (при необходимости)

Дисциплина может реализовываться с применением дистанционных образовательных технологий, например, на платформе «Электронный университет ВГУ».

Перечень необходимого программного обеспечения: операционная система Windows, Microsoft Office, браузер Mozilla Firefox, Opera или Internet Explorer, ноутбук.

### 18. Материально-техническое обеспечение дисциплины:

учебная аудитория: специализированная мебель

### 19. Оценочные средства для проведения текущей и промежуточной аттестаций

Порядок оценки освоения обучающимися учебного материала определяется содержанием следующих разделов дисциплины:

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Компетенция	Индикаторы достижения компетенции	Оценочные средства
1.	Общие законы механики	ОПК-1	ОПК-1.1, ОПК-1.2, ОПК-1.3	домашние задания, контрольная работа, комплект КИМ
2.	Основы механики деформируемого тела	ОПК-1, ОПК-2	ОПК-1.1, ОПК-1.2, ОПК-1.3, ОПК-2.1, ОПК-2.2, ОПК-2.3	домашние задания, контрольная работа, комплект КИМ
3.	Классическая линейная упругость	ОПК-1, ОПК-2	ОПК-1.1, ОПК-1.2, ОПК-1.3, ОПК-2.1, ОПК-2.2, ОПК-2.3	домашние задания, контрольная работа, комплект КИМ
Промежуточная аттестация форма контроля – зачет				Перечень вопросов к зачету, комплект КИМ

### 20. Типовые оценочные средства и методические материалы, определяющие процедуры оценивания

#### 20.1 Текущий контроль успеваемости

Контроль успеваемости по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств: домашние задания, контрольная работа.

##### 20.1.1. Перечень заданий для контрольной работы

1. Твердое тело сначала совершает поворот вокруг оси  $Oz$  на угол  $\varphi = \frac{3\pi}{4}$ , а затем поступательное перемещение на вектор  $a = (1, -1, 2)^T$ . Как при этом изменяются координаты точек  $B(1, 0, 3)$  и  $C(-2, 1, 0)$  ?
2. Найти центр масс однородного тела, ограниченного сверху поверхностью  $z = 3 - x^2$ , с боков – поверхностью цилиндра  $x^2 + y^2 = 1$ , снизу – плоскостью  $Oxy$ .
3. Найти моменты инерции круглого цилиндра, шара и тора (при условии их однородности).

4. Для стержня кругового сечения радиуса  $d$ , находящегося под действием крутящего момента  $M$ , найти зависимость угла закручивания на единицу длины стержня  $a$  от величины крутящего момента  $M$ .
5. Определить деформацию полого шара, имеющего наружный и внутренний радиусы  $d_1$  и  $d_2$ , внутри которого действует давление  $p_1$ , а снаружи —  $p_2$  (задача Ламе).

## 20.2. Промежуточная аттестация

Промежуточная аттестация по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств:


контрольная работа, собеседование по билетам.

### 20.2.1 Перечень основных вопросов к зачету (вопросы к коллоквиуму по теме «Общие законы механики»)

1. Абсолютное пространство и абсолютное время. Материальные точки. Декартова система отсчета (ДСО). Закон движения материальной точки в ДСО. Скорость и ускорение материальной точки. Твердое тело. Сила.
2. Законы Ньютона. Инерциальные системы отсчета. Принцип относительности Галилея.
3. Цилиндрическая система координат. Выражение скорости и ускорения через цилиндрические координаты.
4. Векторное и смешанное произведения векторов.
5. Силы, действующие на точки материальной системы. Импульс системы материальных точек. Теорема об изменении импульса системы.  
Закон сохранения импульса системы.
6. Кинетический момент системы материальных точек (определение). Теорема об изменении кинетического момента системы.
7. Центр масс системы материальных точек (определение). Теорема о движении центра масс системы материальных точек. Центр масс с точки зрения «механики сплошной среды».
8. Осевые кинетические моменты системы материальных точек (определение). Выражение момента  $M_z$  через цилиндрические координаты. Теорема об изменении момента  $M_z$ .
9. Вращение твердого тела вокруг неподвижной оси. Момент инерции твердого тела относительно оси вращения. Пример (фигурист). Момент инерции твердого тела с точки зрения «механики сплошной среды».
10. Теорема Гюйгенса–Штейнера.

## 20.2.2 Комплект КИМ

УТВЕРЖДАЮ  
Заведующий кафедрой функционального  
анализа и операторных уравнений

  
Каменский М.И.  
подпись, расшифровка подписи

11.04.2024 г.

Направление подготовки / специальность \_\_\_01.05.01\_\_\_ фундаментальные математика и механика

Дисциплина \_\_\_ Б1.О.32 Механика деформируемого твердого тела

Форма обучения \_\_\_ очная \_\_\_\_\_  
*очное, очно-заочное, заочное*

Вид контроля \_\_\_ зачет \_\_\_\_\_  
*экзамен, зачет*

Вид аттестации \_\_\_ промежуточная \_\_\_\_\_  
*текущая, промежуточная*

### Контрольно-измерительный материал № 1


1. Силы, действующие на точки материальной системы. Импульс системы материальных точек. Теорема об изменении импульса системы. Закон сохранения импульса системы.

2. Модель сплошной среды. Оператор Гамильтона. Деформация и поворот. Тензор деформации.



Преподаватель  Сапронова Т.Ю.  
подпись расшифровка подписи

УТВЕРЖДАЮ  
Заведующий кафедрой функционального  
анализа и операторных уравнений

 Каменский М.И.  
подпись, расшифровка подписи

11.04.2024 г.

Направление подготовки / специальность \_\_\_01.05.01\_\_\_ фундаментальные математика и механика

Дисциплина \_\_\_ Б1.О.32 Механика деформируемого твердого тела

Форма обучения \_\_\_ очная \_\_\_\_\_  
очное, очно-заочное, заочное

Вид контроля \_\_\_ зачет \_\_\_\_\_  
экзамен, зачет


Вид аттестации \_\_\_ промежуточная \_\_\_\_\_  
текущая, промежуточная

### Контрольно-измерительный материал № 2

1. Кинетический момент системы материальных точек (определение). Теорема об изменении кинетического момента системы.
2. Поле скоростей. Тензор скоростей деформаций. Объемное расширение и баланс массы.

Преподаватель  Сапронова Т.Ю.  
подпись расшифровка подписи

УТВЕРЖДАЮ  
Заведующий кафедрой функционального  
анализа и операторных уравнений

  
Каменский М.И.  
подпись, расшифровка подписи

11.04.2024 г.

Направление подготовки / специальность \_\_\_01.05.01\_\_\_ фундаментальные математика и механика

Дисциплина \_\_\_ Б1.О.32 Механика деформируемого твердого тела

Форма обучения \_\_\_ очная \_\_\_\_\_  
*очное, очно-заочное, заочное*

Вид контроля \_\_\_ зачет \_\_\_\_\_  
*экзамен, зачет*

Вид аттестации \_\_\_ промежуточная \_\_\_\_\_  
*текущая, промежуточная*


### Контрольно-измерительный материал № 3

1. Центр масс системы материальных точек (определение). Теорема о движении центра масс системы материальных точек. Центр масс с точки зрения «механики сплошной среды».

2. Напряжения и баланс импульсов. Формула Коши. Баланс моментов и его следствия.

Преподаватель   
Сапронова Т.Ю.,  
подпись расшифровка подписи

УТВЕРЖДАЮ  
Заведующий кафедрой функционального  
анализа и операторных уравнений

  
Каменский М.И.  
подпись, расшифровка подписи

11.04.2024 г.

Направление подготовки / специальность \_\_\_01.05.01\_\_\_ фундаментальные математика и механика

Дисциплина \_\_\_ Б1.О.32 Механика деформируемого твердого тела

Форма обучения \_\_\_ очная \_\_\_\_\_  
*очное, очно-заочное, заочное*

Вид контроля \_\_\_ зачет \_\_\_\_\_  
*экзамен, зачет*


Вид аттестации \_\_\_ промежуточная \_\_\_\_\_  
*текущая, промежуточная*

### Контрольно-измерительный материал № 4

1. Осевые кинетические моменты системы материальных точек (определение).  
Выражение момента  $M_z$  через цилиндрические координаты. Теорема об изменении момента  $M_z$ .
2. Полная система уравнений. Общие теоремы статики.

Преподаватель   
Сапронова Т.Ю.  
подпись расшифровка подписи

УТВЕРЖДАЮ  
Заведующий кафедрой функционального  
анализа и операторных уравнений

  
Каменский М.И.  
подпись, расшифровка подписи

11.04.2024 г.

Направление подготовки / специальность \_\_\_01.05.01\_\_\_ фундаментальные математика и механика

Дисциплина \_\_\_ Б1.О.32 Механика деформируемого твердого тела

Форма обучения \_\_\_ очная \_\_\_\_\_  
*очное, очно-заочное, заочное*

Вид контроля \_\_\_ зачет \_\_\_\_\_  
*экзамен, зачет*

Вид аттестации \_\_\_ промежуточная \_\_\_\_\_  
*текущая, промежуточная*

### Контрольно-измерительный материал № 5

1. Вращение твердого тела вокруг неподвижной оси. Момент инерции твердого тела относительно оси вращения. Пример (фигурист). Момент инерции твердого тела с точки зрения «механики сплошной среды».
2. Уравнения в перемещениях. Уравнения совместности.

Преподаватель  Сапронова Т.Ю.

### 20.3 Фонд оценочных средств сформированности компетенций студентов, рекомендуемый для проведения диагностических работ

#### Задания открытого типа

1. Найдите кинетический момент материальной точки массы 4 кг относительно центра  $O$  (начала координат) в момент времени  $t = 1$  (сек), если точка движется в инерциальной системе отсчета согласно закону  $x(t) = t^2 + 1$ ,  $y(t) = t - 1$ ,  $z(t) = 3$ .

Ответ:  $4(-3, 6, 2)^T$ .

Решение:  $r(1) = (2, 0, 3)^T$ ,  $v(t) = \dot{r}(t) = (\dot{x}(t), \dot{y}(t), \dot{z}(t))^T = (2t, 1, 0)^T$ ,

$$v(1) = (2, 1, 0)^T, \quad L(1) = m(r(1) \times v(1)) = 4 \begin{vmatrix} i & j & k \\ 2 & 0 & 3 \\ 2 & 1 & 0 \end{vmatrix} = 4 \begin{pmatrix} -3 \\ 6 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

2. Найдите импульс системы из двух материальных точек  $A$  и  $B$  в момент времени  $t = 1$  (сек), если известны массы и радиус-векторы этих точек:  $m_A = 2$  кг,  $m_B = 3$  кг,

$$r_{OA}(t) = (2t + 1, 0, -t)^T, \quad r_{OB}(t) = (t^2, t, 1)^T.$$

Ответ:  $p(1) = (10, 3, -2)^T$ .

Решение:  $v_A(t) = \dot{r}_{OA}(t) = (2, 0, -1)^T$ ,  $v_B(t) = \dot{r}_{OB}(t) = (2t, 1, 0)^T$ ,

$$p(1) = m_A \cdot v_A(1) + m_B \cdot v_B(1) = (10, 3, -2)^T.$$

3. Найдите момент силы  $F = (1, 0, 2)^T$  относительно центра  $O$  (начала координат), если сила приложена к точке  $A(2, 1, 3)$ .

Ответ:  $(2, -1, -1)^T$ .

Решение:  $M = r_{OA} \times F = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 2 & 1 & 3 \\ 1 & 0 & 2 \end{vmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}$ .

4. Однородная тонкая пластина лежит в плоскости  $Oxy$ ,  $I_x$ ,  $I_y$  и  $I_z$  – моменты инерции пластины относительно осей  $Ox$ ,  $Oy$  и  $Oz$  соответственно,  $I_x = a$ ,  $I_y = b$ . Найдите  $I_z$ .

Ответ:  $I_z = a + b$ .

Решение: в данном случае  $I_z = I_x + I_y$  (см. определение момента инерции твердого тела).

5. Пусть сумма всех внешних сил твердого тела равна нулю. В начальный момент импульс тела имеет значение  $p(0) = (1, 5, -2)^T$ . Найдите значение импульса данного тела через 5 секунд после начала движения.

Ответ:  $p(5) = (1, 5, -2)^T$ .

Решение: импульс сохраняет постоянное значение (см. теорему о скорости изменения импульса системы материальных точек).

### Задания закрытого типа

6. Твердое тело вращается вокруг оси  $Oz$ ,  $I_z$  – его момент инерции относительно оси  $Oz$ .

Верно ли, что  $I_z = const$  ?

Ответ: верно.

Решение: см. определение вращательного движения твердого тела и определение момента инерции твердого тела.

7. При вращении твердого тела вокруг неподвижной оси каждая точка тела движется:

а) по эллипсу, б) по окружности, в) по винтовой линии.

Ответ: б) по окружности.

Решение: см. определение вращательного движения твердого тела.

8. Однородный тонкий круглый диск с центром в начале координат лежит в плоскости  $Oxy$ ,  $I_x$  и  $I_z$  – его моменты инерции относительно осей  $Ox$  и  $Oz$  соответственно. Из трех приведенных ниже выражений выберите верное:

а)  $I_z < I_x$ , б)  $I_z > I_x$ , в)  $I_z = I_x$ .

Ответ: б)  $I_z > I_x$ .

Решение: расстояние от точки диска до оси  $Oz$  больше расстояния от этой же точки до оси  $Ox$ ; для точки на оси  $Oy$  эти расстояния равны (см. определение момента инерции твердого тела).

9. Сумма всех внутренних сил твердого тела:

а) равна нулю, б) постоянна, в) зависит от времени.

Ответ: а) равна нулю.

Решение: см. теорему о сумме всех внутренних сил системы материальных точек.

10. Пусть сумма всех внешних сил твердого тела равна нулю. Верно ли, что в этом случае импульс твердого тела сохраняет постоянное значение ?

Ответ: верно.

Решение: см. теорему о скорости изменения импульса системы материальных точек.

### **Критерии и шкалы оценивания заданий ФОС:**

1) Задания закрытого типа (выбор одного варианта ответа, верно/неверно):

- 1 балл – указан верный ответ;
- 0 баллов – указан неверный ответ.

2) Задания закрытого типа (множественный выбор):

- 2 балла – указаны все верные ответы;
- 0 баллов – указан хотя бы один неверный ответ.

3) Задания закрытого типа (на соответствие):

- 2 балла – все соответствия определены верно;
- 0 баллов – хотя бы одно сопоставление определено неверно.

4) Задания открытого типа (короткий текст):

- 2 балла – указан верный ответ;
- 0 баллов – указан неверный ответ.

5) Задания открытого типа (число):

- 2 балла – указан верный ответ;
- 0 баллов – указан неверный ответ.

**Задания раздела 20.3 рекомендуются к использованию при проведении диагностических работ с целью оценки остаточных результатов освоения данной дисциплины (знаний, умений, навыков).**