

МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
(ФГБОУ ВО «ВГУ»)

УТВЕРЖДАЮ  
Заведующий кафедрой  
математического анализа  
Шабров С.А.



17.04.2024 г.

## РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

### ФТД.03 Основы линейного программирования

*Код и наименование дисциплины в соответствии с учебным планом*

1. Код и наименование направления подготовки/специальности:

02.03.01 Математика и компьютерные науки

2. Профиль подготовки/специализация:

Математическое и компьютерное моделирование

3. Квалификация (степень) выпускника: Бакалавр

4. Форма обучения: Очная

5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины: Кафедра математического анализа

6. Составители программы:

Зверева Маргарита Борисовна, к.ф.-м-н., доцент кафедры математического анализа

7. Рекомендована: Научно-методическим советом математического факультета, протокол от 28.03.2024 №0500-03

8. Учебный год: 2027-2028

Семестр(ы): 7

## 9. Цели и задачи учебной дисциплины:

овладение конкретными математическими знаниями, классическими и современными методами исследования, необходимыми для применения в практической и научной деятельности, для изучения смежных дисциплин, для продолжения образования; интеллектуальное развитие студентов; совершенствование математического образования. Основная задача – обеспечить прочное и сознательное овладение студентами системой математических знаний, умение применить их при решении задач естествознания, формирование устойчивого интереса к предмету, выявление и развитие математических способностей, ориентации на профессию

## 10. Место учебной дисциплины в структуре ООП:

Курс является факультативной дисциплиной основной образовательной программы направления подготовки 02.03.01 – Математика и компьютерные науки – Бакалавриат. Для успешного освоения дисциплины студенты должны владеть теорией множеств, интеграла Лебега. Дисциплина относится к разделу «Математический анализ и его приложения».

## 11. Планируемые результаты обучения по дисциплине/модулю (знания, умения, навыки), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями выпускников):

Код	Название компетенции	Код(ы)	Индикатор(ы)	Планируемые результаты обучения
ОПК-5	Способен понимать принципы работы современных информационных технологий и использовать их для решения задач профессиональной деятельности	ОПК-5.1	Осуществляет поиск, сбор, хранение, обработку, представление информации при решении задач профессиональной деятельности	<p>Знать: современные языки программирования, базовые понятия ОС, архитектуры компьютеров и сетей; архитектуру, программное обеспечение и принципы работы персональных компьютеров и сетей на их основе; язык программирования C++</p> <p>Уметь: применять на практике знания, создание и эксплуатация программных продуктов; использовать программное обеспечение для решения профессиональных задач; создавать программные продукты на языке программирования C++</p> <p>Владеть: Установка ОС, работа с командами, владение основными положениями и концепциями прикладного и системного программирования; навыками работы с программным обеспечением персональных компьютеров и компьютерных сетей; навыками создания и эксплуатации программных продуктов</p>
		ОПК-5.2	Подбирает и использует информационные технологии при решении задач профессионально	<p>Знать: стандартные задачи профессиональной деятельности с применением информационно-коммуникационных технологий; область применения пакетов прикладных программ</p>

			й деятельности	<p>Уметь: решать стандартные задачи профессиональной деятельности; эффективно их использовать</p> <p>Владеть: навыками решения стандартных задач с применением информационно-коммуникационных технологий; всеми возможностями, предоставляемыми пакетами прикладных математических программ</p>
ОПК-6	Способен разрабатывать алгоритмы и компьютерные программы, пригодные для практического применения	ОПК-6.1	Использует основные принципы алгоритмизации задач в рамках профессиональной деятельности и разработки компьютерных программ	<p>Знать: основные алгоритмы в рамках профессиональной деятельности и принципы их работы.</p> <p>Уметь: использовать принципы алгоритмизации при решении профессиональных задач.</p> <p>Владеть: навыками анализа основных современных проблем профессиональной деятельности на основе информационных технологий и с учетом основных требований.</p>
		ОПК-6.2	Проводит тестирование и отладку компьютерных программ с целью апробации разработанных моделей и алгоритмов	<p>Знать: основные информационные технологии и методы работы с информационными технологиями в своей предметной области.</p> <p>Уметь: логически верно, аргументировано использовать изученные методы решения для анализа и расчета</p> <p>Владеть: механизмом создания программного продукта при выполнении конкретных задач в изучаемой области.</p>

**12. Объем дисциплины в зачетных единицах/час. м планом) — 1 / 36.**

**Форма промежуточной аттестации(зачет/экзамен) зачет.**

### 13. Виды учебной работы

Вид учебной работы	Трудоемкость			
	Всего	По семестрам		
		7 семестр		
Аудиторные занятия	32	32		
в том числе:	32	32		
лекции				
практические				
лабораторные				
Самостоятельная работа	4	4		
Форма промежуточной				

аттестации (зачет – 0 час. / экзамен – __ час.)				
Итого:	36	36		

### 13.1. Содержание дисциплины

п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины
<b>1. Лекции</b>		
1.1	Теорема об экстремуме линейного функционала	Выпуклые множества, крайние точки, достижение экстремума в крайней точке
1.2	Графический метод решения задач линейного программирования	Задача о максимизации прибыли, задача о диете, задача об эффективном использовании ресурсов. Градиент.
1.3	Симплексный метод решения задач линейного программирования	Базисные переменные, свободные переменные, оценочные отношения, симплексная таблица
1.4	Метод введения искусственного базиса	Вспомогательный базис, алгоритм сведения к стандартной задаче линейного программирования
1.5	Двойственные задачи линейного программирования	Теоремы двойственности и их применение
1.6	Задачи целочисленного программирования	Метод Гомори, графический метод
1.7	Задачи дробно-линейного программирования	Сведение к задаче линейного программирования.
1.8	Транспортные задачи и сводимые к ним	Открытая и закрытая транспортные задачи, метод минимального элемента, северо-западного угла. Проверка оптимальности методом потенциалов.

### 13.2. Темы (разделы) дисциплины и виды занятий

№ п/п	Наименование темы (раздела) дисциплины	Виды занятий (часов)				
		Лекции	Практические	Лабораторные	Самостоятельная работа	Всего
01	Теорема об экстремуме линейного функционала	4				4
02	Графический метод решения задач линейного программирования	4				4
03	Симплексный метод решения задач линейного программирования	4				4
04	Метод введения искусственного базиса	4				4
05	Двойственные задачи линейного программирования	4				4
06	Задачи целочисленного программирования	4			2	6
07	Задачи дробно-линейного программирования	4			2	6
08	Транспортные задачи и сводимые к ним	4				4
	Итого	32			4	36

### 14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины *работа с конспектами лекций*

Предполагается, что, прослушав лекцию, магистрант ознакомится с рекомендованной литературой из основного списка, затем обратится к источникам, указанным в библиографических списках изученных книг, осуществит поиск и критическую оценку материала в Интернете, соберет информацию об ученых, работавших в изучаемую эпоху.

Необходимо обращать внимание на культурно-исторический аспект, особенности рассматриваемой страны или эпохи, на общественную позицию и философские взгляды ученых.

Просмотрев контрольные вопросы к курсу, следует выбрать те из них, которые связаны с разбираемой лекцией, и подготовить (хотя бы в конспективной форме) ответ на них, опираясь на найденную литературу.

### 15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины (список литературы оформляется в соответствии с требованиями ГОСТ и используется общая сквозная нумерация для всех видов источников)

а) основная литература:

№ п/п	Источник
1	Красс М.С. Математика для экономистов / М.С. Красс, Б.П. Чупрынов. – СПб. : Питер, 2009. – 464 с.
2	Красс М.С. Основы математики и ее приложения в экономическом образовании / М.С. Красс, Б.П. Чупрынов. – М. : Дело, 2002. – 688 с.

б) дополнительная литература:

№ п/п	Источник
3	Исследование операций в экономике : учеб. пособие для вузов / Н.Ш. Кремер [и

	др.]. — М. : Банки и биржи, ЮНИТИ, 1997.
4	Акулич И.Л. Математическое программирование в примерах и задачах / И.Л. Акулич. — М. : Высш. шк., 1993.
5	Вентцель Е.С. Исследование операций. Задачи, принципы, методология / Е.С. Вентцель. — М. : Наука, 1980.
6	Исследование операций / под ред. М.А. Войтенко, Н.Ш. Кремера. — М. : Экономическое образование, 1992.
7	Минюк С.А. Математические методы и модели в экономике : учеб. пособие / С.А. Минюк, Е.А. Ровба, К.К. Кузьмич. — Мн. : ТетраСистемс, 2002.
8	Ашманов С.А. Линейное программирование / С.А. Ашманов. — М. : Наука, 1981.
9	Триус Е.Б. Задачи математического программирования транспортного типа / Е.Б. Триус. — М. : Советское Радио, 1967.

в) информационные электронно-образовательные ресурсы (официальные ресурсы интернет)\*:

№ п/п	Ресурс
10	Электронный каталог Научной библиотеки Воронежского государственного университета. – ( <a href="http://www.lib.vsu.ru/">http // www.lib.vsu.ru/</a> )
11	Google, Yandex, Rambler

\* Вначале указываются ЭБС, с которыми имеются договора у ВГУ, затем открытые электронно-образовательные ресурсы

**16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы** (учебно-методические рекомендации, пособия, задачки, методические указания по выполнению практических (контрольных) работ и др.)

№ п/п	Источник
1	<b>Колмогоров, Андрей Николаевич.</b> Элементы теории функций и функционального анализа : [учебник] / А.Н. Колмогоров, С.В. Фомин ; Моск. гос. ун-т им. М.В. Ломоносова .— Изд. 7-е .— М. : Физматлит, 2004 .— 570 с. : ил. — (Классический университетский учебник / редсов.: В.А. Садовничий (пред.) [и др.]) .— Предм. указ.: с. 548-567 .— Библиогр.: с. 568-570 .— ISBN 5-9221-0266-4 ((в пер.))

**17. Информационные технологии, используемые для реализации учебной дисциплины, включая программное обеспечение и информационно-справочные системы (при необходимости)**

Осуществляется интерактивная связь с преподавателем через сеть интернет, проводятся индивидуальные онлайн консультации.

Доклады осуществляются с использованием презентационного оборудования.

Дисциплина может реализовываться с применением дистанционных образовательных технологий, например, на платформе «Электронный университет ВГУ» (<https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=2459>).

**18. Материально-техническое обеспечение дисциплины:**

Специализированная мебель.

Для самостоятельной работы используется класс с компьютерной техникой, оснащенный необходимым программным обеспечением, электронными учебными пособиями и законодательно - правовой и нормативной поисковой системой, имеющий выход в глобальную сеть.

При реализации дисциплины с использованием дистанционного образования возможны дополнения материально-технического обеспечения дисциплины

## 19. Оценочные средства для проведения текущей и промежуточной аттестаций

Порядок оценки освоения обучающимися учебного материала определяется содержанием следующих разделов дисциплины:

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Компетенция(и)	Индикатор(ы) достижения компетенции	Оценочные средства
1	Теорема об экстремуме линейного функционала	ОПК-5 ОПК-6	ОПК-5.1, ОПК-5.2 ОПК-6.1, ОПК-6.2	контрольная работа
2	Графический метод решения задач линейного программирования	ОПК-5 ОПК-6	ОПК-5.1, ОПК-5.2 ОПК-6.1, ОПК-6.2	контрольная работа
3	Симплексный метод решения задач линейного программирования	ОПК-5 ОПК-6	ОПК-5.1, ОПК-5.2 ОПК-6.1, ОПК-6.2	контрольная работа
4	Метод введения искусственного базиса	ОПК-5 ОПК-6	ОПК-5.1, ОПК-5.2 ОПК-6.1, ОПК-6.2	контрольная работа
5	Двойственные задачи линейного программирования	ОПК-5 ОПК-6	ОПК-5.1, ОПК-5.2 ОПК-6.1, ОПК-6.2	контрольная работа
	Задачи целочисленного программирования	ОПК-5 ОПК-6	ОПК-5.1, ОПК-5.2 ОПК-6.1, ОПК-6.2	контрольная работа
	Задачи дробно-линейного программирования	ОПК-5 ОПК-6	ОПК-5.1, ОПК-5.2 ОПК-6.1, ОПК-6.2	контрольная работа
Промежуточная аттестация Форма контроля - зачет				Транспортные задачи и сводимые к ним

## 20. Типовые оценочные средства и методические материалы, определяющие процедуры оценивания

### 20.1. Текущий контроль успеваемости

Контроль успеваемости по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств:

Кондитерская фабрика производит продукцию двух видов: конфеты и шоколад. Для производства продукции каждого вида требуются ресурсы двух типов: сахар и какао-бобы. Для производства одной тонны продукции каждого вида требуется по одной тонне сахара. Для производства одной тонны шоколада требуется 5 тонн какао, а для производства одной тонны конфет – 2 тонны какао. Суточные запасы ресурсов равны 4 и 10 тонн соответственно. Прибыль от реализации одной тонны шоколада и конфет составляет 5 и 3 тысячи рублей соответственно. Написать математическую модель для нахождения оптимального (т. е. максимизирующего прибыль) суточного плана производства.

Фармацевтическая фабрика ежедневно производит не менее 800 фунтов пищевой добавки – смеси кукурузной и соевой муки, состав которой представлен в таблице (в фунтах на фунт муки):

Мука	Кукуруза	Соевая
Белок	0,09	0,6
Клетчатка	0,02	0,06
Стоимость (в долл. за фунт)	0,3	0,9

Диетологи требуют, чтобы в пищевой добавке было не менее 30 % белка и не более 5 % клетчатки. Фирма хочет определить рецептуру смеси минимальной стоимости с учетом требований диетологов.

Автомобильная компания производит легковые автомобили и грузовики. Каждое транспортное средство должно обрабатываться в покрасочном и сборочном цехах. Если бы в покрасочном цехе обрабатывались только грузовые автомобили, то можно было бы покрасить 40 машин в день. Если бы обрабатывались только легковые автомобили, то выпуск составил бы 60 единиц продукции. В сборочном цехе обрабатывается 50 транспортных средств в день. Прибыль от производства одного легкового автомобиля и грузовика составляет 200\$ и 300\$ соответственно. Определить оптимальный ежедневный выпуск продукции, обеспечивающий максимальную прибыль компании.

Банк, предоставляющий полный набор банковских услуг, находится в процессе формирования портфеля кредитов объемом 12 млн. дол. В таблице представлены возможные типы банковских кредитов.

Тип кредита	Ставка кредита	Вероятность безнадежных долгов
Нецелевые кредиты	0,14	0,1
На покупку автомобилей	0,13	0,07
На покупку жилья	0,12	0,03
Сельскохозяйственные	0,125	0,05
Коммерческие	0,1	0,02

Конкурентная борьба с другими финансовыми институтами вынуждает банк не менее 40 % капитала помещать в сельскохозяйственные и коммерческие кредиты. Для содействия строительной индустрии банк планирует вложить в кредиты на покупку жилья не менее 50 % от общей суммы нецелевых кредитов, кредитов на покупку автомобилей и жилья. Максимально возможная доля безнадежных долгов в кредитном портфеле составляет 4 %.

**Промежуточная аттестация** предназначена для определения уровня освоения всего объема учебной дисциплины. Промежуточная аттестация по дисциплине «Теория рисков» проводится в форме зачета.

При промежуточной аттестации уровень освоения учебной дисциплины и степень сформированности компетенции определяются оценками **«зачтено»** и **«не зачтено»**, которые формируются следующим образом:

Критерии оценивания компетенций	Уровень сформированности компетенций	Шкала оценок
---------------------------------	--------------------------------------	--------------



Обучающийся в полной мере владеет понятийным аппаратом данной области науки (теоретическими основами дисциплины), способен иллюстрировать ответ примерами, фактами, данными научных исследований, применять теоретические знания для решения практических задач в области...	<i>Повышенный уровень</i>	<i>зачет</i>
Обучающийся владеет понятийным аппаратом данной области науки (теоретическими основами дисциплины), допускает незначительные ошибки при ответе.	<i>Базовый уровень</i>	<i>зачет</i>
Обучающийся владеет частично теоретическими основами дисциплины, фрагментарно способен дать ответ.	<i>Пороговый уровень</i>	<i>зачет</i>
Обучающийся демонстрирует отрывочные, фрагментарные знания, допускает грубые ошибки,	–	<i>Незачет</i>

### 20.3 Фонд оценочных средств сформированности компетенций студентов, рекомендуемый для проведения диагностических работ

1. Если в прямой задаче, какое либо ограничение является неравенством, то в двойственной задаче соответствующая переменная

- а) неотрицательна
- б) положительна
- в) свободна от ограничений
- г) отрицательна

2. Транспортная задача является задачей .... Программирования

- а) динамического
- б) нелинейного
- в) линейного
- г) целочисленного
- д) параметрического

3. Если в транспортной задаче объем спроса равен объему предложения, то такая задача называется

- а) замкнутой
- б) закрытой
- в) сбалансированной
- г) открытой
- д) незамкнутой

4. Если в транспортной задаче объем запасов превышает объем потребностей, в рассмотрение вводят

- а) фиктивный пункт производства
- б) фиктивный пункт потребления
- в) изменения структуры не требуются

5. Методы теории игр предназначены для решения задач

- а) с конфликтными ситуациями в условиях неопределенности
- б) с полностью детерминированными условиями
- в) статистического моделирования

6. Стратегия игрока – это совокупность правил, определяющих выбор его действий при

- а) каждом ходе в зависимости от сложившейся ситуации в одном сеансе игры
- б) одном ходе игры
- в) всех сеансах игры

7. Нижняя цена игры – это

- а) максимин, т.е. максимальный выигрыш по всем стратегиям одного из игроков среди минимальных значений выигрышей каждой его стратегии
- б) гарантированный выигрыш одного из игроков при любой стратегии другого игрока
- в) минимакс, т.е. минимальный проигрыш по всем стратегиям одного из игроков среди максимальных значений проигрышей каждой его стратегии

8. Верхняя цена игры – это

- а) **минимакс, т.е. минимальный проигрыш по всем стратегиям одного из игроков среди максимальных значений проигрышей каждой его стратегии**
- б) гарантированный проигрыш одного из игроков при любой стратегии другого игрока
- в) максимин, т.е. максимальный выигрыш по всем стратегиям одного из игроков среди минимальных значений выигрышей каждой его стратегии

9. Решение игры в чистых стратегиях определяется

- а) ценой игры, равной нижней цене игры
- б) ценой игры, равной верхней цене игры
- в) наличием седловой точки
- г) **все перечисленным в ответах на это задание**

10. Решение игры в смешанных стратегиях определяется

- а) **вероятностью выбора каждой из активных (полезных) стратегий, совокупный выигрыш которых представляет случайную величину с математическим ожиданием равным цене игры**
- б) ценой игры, равной нижней цене игры
- в) ценой игры, равной верхней цене игры
- г) наличием седловой точки

11. Задача, процесс нахождения решения которой является многоэтапным, относится к задачам

- а) линейного программирования
- б) теории игр
- в) **динамического программирования**
- г) нелинейного программирования
- д) параметрического программирования

12. Определите, что включает симплексный метод решения задач линейного программирования:

- а) определение одного из допустимых базисных решений поставленной задачи (опорного плана)
- б) определение правила перехода к не худшему решению
- в) **определение одного из допустимых базисных решений поставленной задачи (опорного плана), определение правила перехода к не худшему решению, проверка оптимальности найденного решения**

13. Выберите правильный вариант. Задача линейного программирования не имеет конечного оптимума, если:

- а) в точке А области допустимых значений достигается максимум целевой функции F
- б) в точке А области допустимых значений достигается минимум целевой функции F
- в) система ограничений задачи несовместна
- г) **целевая функция не ограничена сверху на множестве допустимых решений**

14. Как называется модель задачи линейного программирования, в которой целевая функция исследуется на максимум и система ограничений задачи является системой уравнений?

- а) стандартной
- б) **канонической**
- в) общей
- г) основной
- д) нормальной

### Критерии и шкалы оценивания заданий ФОС:

1) Задания закрытого типа (выбор одного варианта ответа, верно/неверно):

- 1 балл – указан верный ответ;
- 0 баллов – указан неверный ответ.

2) Задания закрытого типа (множественный выбор):

- 2 балла – указаны все верные ответы;

- 0 баллов — указан хотя бы один неверный ответ.

3) Задания закрытого типа (на соответствие):

- 2 балла – все соответствия определены верно;
- 0 баллов – хотя бы одно сопоставление определено неверно.

4) Задания открытого типа (короткий текст):

- 2 балла – указан верный ответ;
- 0 баллов – указан неверный ответ.

5) Задания открытого типа (число):

- 2 балла – указан верный ответ;
- 0 баллов – указан неверный ответ.

**Задания раздела 20.3 рекомендуются к использованию при проведении диагностических работ с целью оценки остаточных результатов освоения данной дисциплины (знаний, умений, навыков).**