МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО «ВГУ»)

УТВЕРЖДАЮ

Заведующий кафедрой

Математического анализа

Шабров С.А.

17.04.2024

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Б1. О.15 Об одномерных вариационных задачах

1. Код и наименование направления подготовки/специальности: 01.04.01 Математика

2. Профиль подготовки: Математические модели гидродинамики

3. Квалификация выпускника: Магистр

4. Форма обучения: Очная

5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины: Кафедра математического анализа

6. Составители программы: Бахтина Жанна Игоревна, кандидат физико-математических наук, доцент

7. Рекомендована: Научно-методическим советом математического факультета протокол от 28.03.2024 № 0500-03

8. Учебный год: 2025/2026 Семестр(ы): 3

9.Цели и задачи учебной дисциплины:

Цели изучения дисциплины:

- освещение курса вариационного исчисления;
- получение знаний из теории функции Грина на отрезке и формирование основных навыков по вычислению функции Грина для различных задач;
- продолжение развития логического мышления;
- освещение методов получения дифференциальных уравнений, описывающих деформацию упругих континуумов, и различных условий сочленения упругих континуумов;
- сравнение понятий функции влияния и функции Грина.

Задачи дисциплины:

- демонстрация способов выведения уравнений Эйлера и условий в особых точках для различных задач на деформацию упругих континуумов;
- овладение студентами способами исследования задач на невырожденность и получение функции Грина;
- выработка умений анализировать свойства функции Грина;
- формирование умений использовать математический аппарат для описания деформаций различных упругих систем.

10. Место учебной дисциплины в структуре ООП:

Блок 1 (вариативная часть)

Дисциплина «Об одномерных вариационных задачах» относится к учебным дисциплинам базовой части блока Б1.В основной образовательной программы направления подготовки 01.04.01 Математика - Магистр.

11. Планируемые результаты обучения по дисциплине (знания, умения, навыки), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями выпускников):

Код	Название компетенции	Код(ы)	Индикатор(ы)	Планируемые результаты обучения
ОПК-1	Способен формулировать и решать актуальные и значимые проблемы математики	ОПК-1.1	Обладает обширным диапазоном знаний, полученным в области математических и (или) естественных наук	Обладает знаниями из области математических и (или) естественных наук
ОПК-1	Способен формулировать и решать актуальные и значимые проблемы математики	ОПК-1.2	Умеет осуществлять первичный сбор и анализ материала, интерпретировать различные математические объекты	Умеет осуществлять первичный сбор и анализ материала, интерпретировать различные математические объекты
ОПК-1	Способен формулировать и решать актуальные	ОПК-1.3	Применяет навыки выбора методов решения задач	Умеет применять навыки выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе имеющихся

	значимые проблемы математики		профессиональной деятельности на основе имеющихся теоретических знаний и опыта решения математических задач	теоретических знаний и опыта решения математических задач

12. Объем дисциплины в зачетных единицах/час — 3/108.

Форма промежуточной аттестации зачет.

13. Трудоемкость по видам учебной работы

Вид учебной работы	Трудоемкость (часы)				
	Всего	По семестрам			
		1 сем.	2 сем.	3 сем.	4 сем.
Аудиторные занятия	36			36	
в том числе лекции	22			22	
практические	22			22	
лабораторные					
Самостоятельная работа	64			64	
Форма промежуточной аттестации (*зачет – 0 час./экзамен – __36__ час.)*	0			0	
Итого:	108			108	

13.1. Содержание дисциплины

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины	Реализация раздела дисциплины с помощью онлайн-курса, ЭУМК*
1. Лекции			
1	Модели математического происхождения.	«Тканая мембрана». Диаграмма бифуркаций. Математическая формализация: скалярный подход, векторный подход, синтетический подход, интегральный подход.	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=11030
2	Упругие континуумы. Функционалы энергии соответствующих упругих континуумов	Обоснование вида функционалов потенциальной энергии струны, стержня, систем упругих континуумов. Уравнение Эйлера.	
3	Различные виды сочленения упругих	Вывод условий сочленения упругих континуумов и упругих опор.	

	континуумов.		
4	Невырожденность краевой задачи	Исследование задач на невырожденность.	
5	Функция Грина задачи на отрезке	Различные подходы к пониманию функции Грина. Вычисление функции Грина.	
6	Функция Грина как функция влияния	Подход к пониманию смысла функции Грина как к функции влияния.	
7	Неосцилляция уравнений второго порядка	Неосцилляция уравнений второго порядка. Критическая неосцилляция.	
8	Осцилляционные свойства спектра.	Осцилляционные свойства спектра.	
		2. Практические занятия	
1	Модели математического происхождения	«Тканая мембрана». Диаграмма бифуркаций. Математическая формализация: скалярный подход, векторный подход, синтетический подход, интегральный подход.	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=11030
2	Упругие континуумы. Функционалы энергии соответствующих упругих континуумов	Обоснование вида функционалов потенциальной энергии струны, стержня, систем упругих континуумов. Уравнение Эйлера.	
3	Различные виды сочленения упругих континуумов	Вывод условий сочленения упругих континуумов и упругих опор.	
4	Невырожденность краевой задачи	Исследование задач на невырожденность.	
5	Функция Грина задачи на отрезке	Различные подходы к пониманию функции Грина. Вычисление функции Грина.	
6	Функция Грина как функция влияния	Подход к пониманию смысла функции Грина как к функции влияния.	
7	Неосцилляция уравнений второго порядка	Неосцилляция уравнений второго порядка. Критическая неосцилляция.	

13.2. Темы (разделы) дисциплины и виды занятий

№ п/п	Наименование темы (раздела) дисциплины	Виды занятий (количество часов)				
		Лекции	Практические	Лабораторные	Самостоятельная работа	Всего
1	Модели математического происхождения	2	2		6	10
2	Упругие континуумы. Функционалы энергии соответствующих упругих континуумов	2	2		6	10
3	Различные виды сочленения упругих континуумов	6	6		10	22
4	Невырожденность краевой задачи	2	2		10	14
5	Функция Грина задачи на	4	4		10	18

	отрезке					
6	Функция Грина как функция влияния	2	2		8	12
7	Неосцилляция уравнений второго порядка	2	2		8	12
8	Осцилляционные свойства спектра	2	2		6	10
Итого		22	22		64	108

14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

В процессе преподавания дисциплины используются такие виды учебной работы, как лекции, практические занятия, а также различные виды самостоятельной работы обучающихся.

Методические указания к лекционным занятиям

В ходе лекционных занятий необходимо вести конспектирование учебного материала. Обращать внимание на категории, формулировки, раскрывающие содержание тех или иных явлений и процессов, научные выводы и практические рекомендации. Желательно оставить в рабочих конспектах поля, на которых делать пометки из рекомендованной литературы, дополняющие материал прослушанной лекции, а также подчеркивающие особую важность тех или иных теоретических положений. Задавать преподавателю уточняющие вопросы с целью уяснения теоретических положений, разрешения спорных ситуаций.

Методические рекомендации студентам к практическим занятиям

Важной составной частью учебного процесса в вузе являются практические занятия. Практические занятия требуют помимо знаний теоретического материала еще и навыков решения практических задач, и помогают студентам глубже усвоить учебный материал, приобрести практические навыки и навыки творческой работы над учебной и научной литературой.

В начале практического занятия происходит обсуждение задач, решенных студентами самостоятельно дома. Это возможность для студентов еще раз обратить внимание на не непонятные до сих пор моменты и окончательно разобрать их. Преподаватель может (выборочно) проверить записи с самостоятельно решенными задачами.

Затем начинается опрос по теме, обозначенной для данного практического занятия. В процессе этого опроса студенты под руководством преподавателя более глубоко осмысливают теоретические положения по теме занятия.

На практическом занятии каждый его участник должен быть готовым к ответам на все теоретические вопросы, поставленные в плане, проявлять максимальную активность при их рассмотрении. Ответы должны строиться свободно, убедительно и аргументировано. Преподаватель следит, чтобы ответы были точными, логично построенными и не сводилось к чтению конспекта. Необходимо, чтобы выступающий проявлял глубокое понимание того, о чем он говорит, сопоставлял теоретические знания (определений, теорем, утверждений и т.д.) с их практическим применением для решения задач, был способен привести конкретные примеры тех математических объектов и положений, о которых рассуждает теоретически.

В ходе обсуждения теоретического материала могут разгореться споры, дискуссии, к участию в которых должен стремиться каждый. Преподавателю необходимо внимательно и критически слушать, подмечать особенности в суждениях студентов, улавливать недостатки и ошибки, корректировать их знания, и, если нужно, выступить в роли рефери. При этом обратить внимание на то, что еще не было сказано, или поддержать и развить интересную мысль, высказанную выступающим студентом.

В заключение опроса преподаватель, еще раз кратко резюмирует теоретический материал, необходимый для решения задач. Также преподаватель может (выборочно)

проверить конспекты студентов и, если потребуется, внести в них исправления и дополнения,
Затем приступают к решению практических задач, используя изученные теоретические положения.
Планы практических занятий, их тематика, рекомендуемая литература, цель и задачи ее изучения сообщаются преподавателем на вводных занятиях или в методических указаниях по данной дисциплине.
Методические рекомендации студентам к самостоятельной работе
Среди основных видов самостоятельной работы студентов выделяют следующие: подготовка к лекциям, семинарским и практическим занятиям, зачетам и экзаменам, презентациям и докладам; написание рефератов, выполнение лабораторных и контрольных работ, участие в научной работе. Самостоятельная работа может осуществляться индивидуально или группами студентов в зависимости от цели, объема, конкретной тематики самостоятельной работы, уровня сложности и уровня умений студентов.
Студентам необходимо обратить особое внимание на самостоятельное изучение рекомендованной учебно-методической (а также научной) литературы. Самостоятельная работа с учебниками, учебными пособиями, научной, справочной литературой, материалами периодических изданий и Интернета, статистическими данными является наиболее эффективным методом получения знаний, позволяет значительно активизировать процесс овладения информацией, способствует более глубокому усвоению изучаемого материала, формирует у студентов свое отношение к конкретной проблеме.
Курс дисциплины построен таким образом, чтобы позволить студентам максимально проявить способность к самостоятельной работе. Для успешной самостоятельной работы предполагается тесный контакт с преподавателем.
Изучение дисциплины следует начинать с проработки настоящей рабочей программы, особое внимание, уделяя целям и задачам, структуре и содержанию курса.

15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины

а) основная литература:

№ п/п	Источник
1.	Об одномерных вариационных задачах [Электронный ресурс] : учебное пособие : [для направлений: 01.04.01 - Математика, 02.04.01 - Математика и компьютерные науки] / Воронеж. гос. ун-т ; сост.: Ж. И. Бахтина, М. Б. Зверева, С. А. Шабров .— Электрон. текстовые дан. — Воронеж : Издательский дом ВГУ, 2021 .— Загл. с титул. экрана .— Режим доступа: для зарегистрированных читателей ВГУ .— Текстовый файл .— <URL:http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m21-133.pdf>.

б) дополнительная литература:

№ п/п	Источник
2.	Найдюк, Филипп Олегович. Обыкновенные дифференциальные уравнения : учебное пособие / Ф.О. Найдюк ; Воронежский государственный университет .— Воронеж : Издательский дом ВГУ, 2019 .— 62 с. — Библиогр.: с. 62.
3.	Покорный Ю.В. Осцилляционный метод Штурма в спектральных задачах / Ю.В. Покорный, Ж.И. Бахтина, М.Б. Зверева, С.А. Шабров . – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2009. – 192 с.
4.	Кулиев, В.Д. Сингулярные краевые задачи [Электронный ресурс] : монография — Электрон. дан. — Москва : Физматлит, 2005. — 720 с. —

	Режим доступа: https://e.lanbook.com/book/2745.
5.	Покорный Ю.В. Дифференциальные уравнения на геометрических графах / Ю.В.Покорный и др. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2004. – 272 с.
6.	Вольперт А.И. Дифференциальные уравнения на графах / А.И.Вольперт. – Матем.сборник. – 1972. Т.88, № 4. – с. 578-588.
7.	Наймарк М.А. Линейные дифференциальные операторы / М.А. Наймарк. – М.: Наука, 1969. – 526 с.
8.	Тихонов А.Н. Уравнения математической физики / А.Н.Тихонов, А.А.Самарский. – М: Наука, 1977. – 735 с.
9.	Кучер, Н.А. Нелинейные краевые задачи на плоскости [Электронный ресурс] : учеб. пособие / Н.А. Кучер, О.В. Малышенко. — Электрон. дан. — Кемерово : КемГУ, 2012. — 116 с. — Режим доступа: https://e.lanbook.com/book/44355.

в) информационные электронно-образовательные ресурсы**:**

№ п/п	Источник
10.	http://www.lib.vsu.ru –официальный сайт библиотеки ВГУ
11.	http://www.math.vsu.ru – официальный сайт математического факультета ВГУ
12.	http://www.math.msu.ru – официальный сайт мехмата МГУ

16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы

№ п/п	Источник
1	Крутиков, В. Н. Методы оптимизации : учебное пособие : [16+] / В. Н. Крутиков, В. В. Мешечкин ; Кемеровский государственный университет. – 2-е изд., исправ. и доп. – Кемерово : Кемеровский государственный университет, 2019. – 106 с. : ил. – Режим доступа: по подписке. – URL: https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=600281
2	Владимиров, B.C. Уравнения математической физики [Электронный ресурс] : учеб. / B.C. Владимиров, В.В. Жаринов. — Электрон. дан. — Москва : Физматлит, 2000. — 400 с. — Режим доступа: https://e.lanbook.com/book/2363.
3	Бибиков, Ю.Н. Курс обыкновенных дифференциальных уравнений [Электронный ресурс] : учеб. пособие — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2011. — 304 с. — Режим доступа: https://e.lanbook.com/book/1542.
4	Математика. Обыкновенные дифференциальные уравнения и системы : учебно-методическое пособие / Д.В. Гоцев [и др.] ; Воен. учеб.-науч. центр воен.-воздуш.сил "Воен.-воздуш. акад. им. проф. Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина" (г. Воронеж) .— Воронеж : ВУНЦ ВВС "ВВА", 2016 .— 94 с.
5	Положение об организации самостоятельной работы обучающихся в Воронежском государственном университете

17. Образовательные технологии, используемые при реализации учебной дисциплины, включая дистанционные образовательные технологии (ДОТ, электронное обучение (ЭО), смешанное обучение):

Дисциплина может реализовываться с применением дистанционных образовательных технологий, например, на платформе «Электронный университет ВГУ» (https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=11030).

Учебная дисциплина реализуется с использованием электронного обучения и дистанционных образовательных технологий.

1. Чтение лекций с использованием слайд-презентаций.
2. Электронный каталог Научной библиотеки ВГУ URL:https://lib.vsu.ru/
3. Электронно-библиотечная система Лань URL:https://e.lanbook.com
4. Электронно-библиотечная система «Консультант студента». - Режим доступа: http://www.studentlibrary.ru/
5. Электронный образовательный портал Moodle.

18. Материально-техническое обеспечение дисциплины:

Специализированная мебель.

Для самостоятельной работы используется класс с компьютерной техникой, оснащенный необходимым программным обеспечением, электронными учебными пособиями и законодательно - правовой и нормативной поисковой системой, имеющий выход в глобальную сеть.

При реализации дисциплины с использованием дистанционного образования возможны дополнения материально-технического обеспечения дисциплины

Перечень необходимого программного обеспечения: Microsoft Windows 7 Enterprise, Microsoft Windows Server 2008, Microsoft Windows 10 Enterprise, LibreOffice 5 (*Writer (текстовый процессор), Calc (электронные таблицы)*, AnyLogic PLE, Maxima, Total Commander, WinDjView, Foxit Reader, 7-Zip, Mozilla Firefox

19. Оценочные средства для проведения текущей и промежуточной аттестаций

Порядок оценки освоения обучающимися учебного материала определяется содержанием следующих разделов дисциплины:

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Компетенция(и)	Индикатор(ы) достижения компетенции	Оценочные средства
1	Модели математического происхождения	ОПК-1	ОПК-1.1-ОПК-1.3	Контрольная работа
2	Упругие континуумы. Функционалы энергии соответствующих упругих континуумов.			
3	Различные виды сочленения упругих континуумов			
4	Невырожденность краевой задачи.			
5	Функция Грина задачи на отрезке			
6	Функция Грина как функция влияния			
7	Неосцилляция уравнений второго			

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Компетенция(и)	Индикатор(ы) достижения компетенции	Оценочные средства
	порядка			
8	Осцилляционные свойства спектра			
Промежуточная аттестация форма контроля – _зачет				Вопросы к зачету

20. Типовые оценочные средства и методические материалы, определяющие процедуры оценивания

20.1. Текущий контроль успеваемости

Контроль успеваемости по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств:

Вариант 1.

1. Опишите математическую модель стержня, жестко защемленного на левом конце (в точке *x=0*) и имеющего упругую опору (пружину жесткости γ) на правом конце (в точке *x=1*).

2. Опишите математическую модель стержня со свободным правым концом (в точке *x=1*), жестко защемленного на левом конце (в точке *x=0*).

3. Опишите математическую модель стержня, имеющего упругие опоры на обоих концах.

4. Опишите математическую модель системы, состоящей из двух шарнирно-сочлененных в точке $\xi \in (0,1)$ стержней при наличии в точке ξ упругой опоры. Концы конструкции предполагаются шарнирно закрепленными (в точках *x=0* и *x=1)*.

Указание. *В функционале энергии появится дополнительное слагаемое* $\frac{\gamma u^2(\xi)}{2}$*, где* γ *– коэффициент упругости опоры.*

Для оценивания результатов обучения на текущей аттестации используется шкала: «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».
Соотношение показателей, критериев и шкалы оценивания результатов обучения на текущей аттестации:

Критерии оценивания компетенций	Уровень сформированности компетенций	Шкала оценок
Полное соответствие ответа студента двум перечисленным показателям. Компетенции сформированы полностью, используются систематически. Обучающийся в полной мере владеет понятийным аппаратом данной области науки (теоретическими основами дисциплины), способен иллюстрировать ответ примерами, фактами, данными научных исследований, применять теоретические	**Повышенный уровень**	**Отлично**

знания для решения практических задач. Верно решена практическая задача, обозначенная в КИМе. Допускаются незначительные недочеты со стороны обучающегося, исправленные им же в процессе ответа.		
Ответ студента на контрольно-измерительный материал не соответствует одному из перечисленных показателей, но обучающийся дает правильные ответы на дополнительные вопросы. Компетенции в целом сформированы, но проявляются и используются фрагментарно, не в полном объеме, что выражается в отдельных неточностях при ответе. Ответ отличается меньшей обстоятельностью, глубиной, обоснованностью и полнотой, чем при повышенном уровне сформированности компетенций. Верно решена практическая задача, обозначенная в КИМе.	**Базовый уровень**	**Хорошо**
Ответ студента на контрольно-измерительный материал не соответствует одному из перечисленных показателей, обучающийся дает неполные ответы на дополнительные вопросы. Компетенции сформированы в общих чертах, проявляются и используются ситуативно, частично, что выражается в допускаемых неточностях и существенных ошибках при ответе, нарушении логики изложения, неумении аргументировать и обосновывать суждения. Данный уровень обязателен для всех осваивающих основную образовательную программу. Практическая задача решена не в полном объеме.	**Пороговый уровень**	**Удовлетворительно**
Ответ студента на контрольно-измерительный материал не соответствует всем из перечисленных показателей. Компетенции не сформированы, что выражается в бессистемных, отрывочных знаниях, допускаемых грубых ошибках, неумении связывать теорию с практикой, устанавливать междисциплинарные связи, формулировать выводы по ответу. Неверно выполнено более чем 50% практической задачи.	**–**	**Неудовлетворительно**

20.2. Промежуточная аттестация

Промежуточная аттестация по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств:

Перечень теоретических вопросов к зачету

1. «Тканая мембрана».
2. Диаграмма бифуркаций.
3. Математическая формализация: скалярный подход, векторный подход, синтетический подход, интегральный подход.
4. Лемма Лагранжа.
5. Лемма Дюбуа-Реймона.
6. Обоснование вида функционалов потенциальной энергии струны.
7. Обоснование вида функционалов потенциальной энергии стержня.
8. Обоснование вида функционалов потенциальной энергии систем упругих континуумов.
9. Уравнение Эйлера. Вывод для простейшей системы.
10. Вывод условий сочленения упругих континуумов и упругих опор.
11. Математическая модель системы, состоящей из двух шарнирно-сочлененных в точке $\xi\in(0,1)$ стержней. Концы конструкции предполагаются жестко зажатыми (в точках x=0 и x=1).
12. Исследование задач на невырожденность.
13. Различные подходы к пониманию функции Грина.
14. Вычисление функции Грина.
15. Подход к пониманию смысла функции Грина как к функции влияния.
16. Неосцилляция уравнений второго порядка.
17. Критическая неосцилляция.
18. Осцилляционные свойства спектра.

Перечень практических заданий к зачету

1. Найдите допустимые экстремали (т.е. решения уравнения Эйлера, удовлетворяющие указанным условиям) для заданных функционалов:

$$\Phi(u)=\int_{-1}^{0}(12xu-u'^2)\,dx \qquad u(-1)=1 \qquad u(0)=0$$

$$\Phi(u)=\int_{a}^{b}(u'^2+2xuu')\,dx \qquad u(a)=A \qquad u(b)=B$$

$$\Phi(u)=\int_{0}^{1}(x^2u'^2)\,dx \qquad u(0)=0 \qquad u(1)=1$$

2.Опишите условия для струны, упруго закрепленной на обоих концах.

3. Выведите дифференциальное уравнение, моделирующее деформации струны, помещенной в упругую среду.

4. Опишите математическую модель струны, жестко закрепленной в точках x=0 и x=l и подпертой пружиной жесткости k во внутренней точке $\xi\in(0,l)$.

5. Опишите математическую модель упруго-сочлененной в точке $x=\xi\in(0,l)$ (с помощью пружины жесткости k) цепочки из двух струн.

А) Концы цепочки предполагаются жестко закрепленными (в точках x=0 и x=l).

Б) Левый конец цепочки (в точке x=0) упруго закреплен с помощью пружины жесткости k_1, а правый (в точке x= l) свободен.

В) Опишите случай А), если к концам $u(\xi-0)$, $u(\xi+0)$ струн дополнительно прикреплены пружины жесткости k_1 и k_2 соответственно.

Указание. Заметьте, что в данной ситуации функция u(x) терпит разрыв в точке $x=\xi$. Наличие скрепляющей цепочку в точке ξ пружины ведет к появлению в функционале (5.2) слагаемого $k\frac{(u(\xi+0)-u(\xi-0))^2}{2}$. Следует разбить интеграл на два – левее и правее точки ξ.

6. Найдите допустимые экстремали (т.е. решения уравнения Эйлера – Пуассона, удовлетворяющие указанным условиям) для заданных функционалов:

$$\Phi(u)=\int_0^1 (u''^2)\,dx, \quad u(0)=u'(0)=0, \quad u(1)=u'(1)=0$$

$$\Phi(u)=\int_0^3 (3xu+u''^2)\,dx, \quad u(0)=0,\ u'(0)=1,\ u(3)=0,\ u'(3)=2.5$$

$$\Phi(u)=\int_0^{\frac{\pi}{2}} (4u^2-5u'^2+u''^2)\,dx, \quad u(0)=3,\ u'(0)=4,\ u(\frac{\pi}{2})=1,\ u'(\frac{\pi}{2})=-1.$$

КИМ (билет к зачету)

Вариант 1

Теория:

1. Обоснование вида функционалов потенциальной энергии струны.

2. Критическая неосцилляция.

Практика:

Найдите допустимые экстремали (т.е. решения уравнения Эйлера, удовлетворяющие указанным условиям) для заданных функционалов:

1. $\Phi(u)=\int_{-1}^{0} (12xu-u'^2)\,dx \quad u(-1)=1 \quad u(0)=0$

2. $\Phi(u)=\int_a^b (u'^2+2xuu')\,dx \quad u(a)=A \quad u(b)=B$

Промежуточная аттестация предназначена для определения уровня освоения всего объема учебной дисциплины. Промежуточная аттестация по дисциплине «Об одномерных вариационных задачах» проводится в форме зачета.

Промежуточная аттестация осуществляется в конце семестра.

Критерии оценивания компетенций	Уровень сформированности компетенций	Шкала оценок
Невладение теоретическим материалом, неумение применять теоретический материал для решения практических задач.	-	**Не зачтено**

Владение теоретическим материалом. Умение применять теоретический материал для решения практических задач.	Достаточный	**Зачтено**

20.3 Фонд оценочных средств сформированности компетенций студентов, рекомендуемый для проведения диагностических работ

1) закрытые задания (тестовые, средний уровень сложности):

1. Под струной понимается непрерывная нить, упруго реагирующая на растяжение и не реагирующая на изгиб. Считая струну натянутой вдоль отрезка *[0,l]*, обозначим через *u(x)* деформацию (смещение) точки *x*. Если прогиб струны вызван лишь внешней силой интенсивности *f(x)*, то потенциальная энергия струны равнялась бы

   a) $\Phi(u)=\int_0^l (p\frac{u'^2}{2}-uf)dx$ (прав)

   b) $\Phi(u)=\int_0^l (p\frac{u'^2}{2}+uf)dx$

   c) $\Phi(u)=\int_0^l (p\frac{u'^2}{2}-f)dx$

   d) $\Phi(u)=\int_0^l (p\frac{u'^2}{2}+f)dx$

2. Деформация струны с жестко закрепленными концами описывается задачей:

   a) $\begin{cases} -(pu')'=f \\ u(0)=u(l)=0 \end{cases}$ (прав)

   b) $\begin{cases} (pu')'=f \\ u(0)=u(l)=0 \end{cases}$

   c) $\begin{cases} -(pu')'=f \\ u'(0)=u'(l)=0 \end{cases}$

3. Деформация струны со свободным правым концом описывается задачей

   a) $\begin{cases} (pu')'=f \\ u(0)=p(l)u'(l)=0 \end{cases}$

   b) $\begin{cases} -(pu')'=f \\ u(0)=p(l)u(l)=0 \end{cases}$

   c) $\begin{cases} -(pu')'=f \\ u(l)=p(0)u'(0)=0 \end{cases}$

   d) $\begin{cases} -(pu')'=f \\ u(0)=p(l)u'(l)=0 \end{cases}$ (прав)

4. Функционал энергии струны с упруго закрепленным концом имеет вид

a) $\Phi(u)=\int\limits_0^l (p\frac{u'^2}{2}-uf)dx+k\frac{u^2(l)}{2}$ (прав)

b) $\Phi(u)=\int\limits_0^l (p\frac{u'^2}{2}-uf)dx$

c) $\Phi(u)=\int\limits_0^l (p\frac{u'^2}{2}+uf)dx+k\frac{u^2(l)}{2}$

5. Для полной энергии стержня, деформированного под влиянием внешней нагрузки, мы для виртуальной деформации *u(x)* имеем

a) $\Phi(u)=\int\limits_0^1 \frac{p(x)(u''(x))^2}{2}dx-\int\limits_0^1 ufdx$ (прав)

b) $\Phi(u)=\int\limits_0^1 \frac{p(x)(u''(x))^2}{2}dx+\int\limits_0^1 ufdx$

c) $\Phi(u)=\int\limits_0^1 \frac{p(x)(u'(x))^2}{2}dx-\int\limits_0^1 ufdx$

d) $\Phi(u)=\int\limits_0^1 \frac{p(x)u^2(x)}{2}dx-\int\limits_0^1 ufdx$

<u>2) открытые задания (тестовые, повышенный уровень сложности):</u>

1. К середине 19 века было обнаружено (в основном физиками), что большинство дифференциальных уравнений, возникающих в физических процессах и явлениях, имеют вариационную природу. Точнее – они подчиняются вариационным принципам, которые являются своего рода физической аксиомой и в наиболее простой форме звучат так:
среди всех возможных (виртуальных, т.е. теоретически мыслимых) состояний или проявлений реальным для физической системы является то, которое дает ________полной энергии.
Ответ:

2. Лемма Дю-Буа-Реймона: пусть функция *A(x)* непрерывна на отрезке *[0,l]*, и пусть для любой функции $h\in G_0$ выполняется равенство

$$\int\limits_0^l A(x)h'(x)dx=0$$

Тогда *A(x)* есть_______.
Ответ:

3. Лемма Лагранжа: пусть функция A(x) непрерывна на отрезке [0,l], и пусть для любой функции $h\in G_0$ выполняется равенство

$$\int_0^l A(x)h(x)dx=0$$

Тогда A(x) есть
Ответ:

4. Любую функцию *G(x,s)*, позволяющую получить решение задачи

$$\begin{cases} u^{(n)} + p_1(x)u^{(n-1)} + \ldots + p_n(x)u = f(x), \\ l_j(u) = \sum_{i=1}^{n} \alpha_i u^{(i-1)}(0) + \sum_{i=1}^{n} \beta_i u^{(i-1)}(l) = 0 \end{cases}$$

в виде $u(x) = \int_0^l G(x,s) f(s) ds$, называют функцией ___________________.

Ответ:

Критерии и шкалы оценивания заданий ФОС:

1) Задания закрытого типа (выбор одного варианта ответа, верно/неверно):

- 1 балл – указан верный ответ;
- 0 баллов – указан неверный ответ.

2) Задания закрытого типа (множественный выбор):

- 2 балла – указаны все верные ответы;
- 0 баллов — указан хотя бы один неверный ответ.

3) Задания закрытого типа (на соответствие):

- 2 балла – все соответствия определены верно;
- 0 баллов – хотя бы одно сопоставление определено неверно.

4) Задания открытого типа (короткий текст):

- 2 балла – указан верный ответ;
- 0 баллов – указан неверный ответ.

5) Задания открытого типа (число):

- 2 балла – указан верный ответ;
- 0 баллов – указан неверный ответ.

Задания раздела 20.3 рекомендуются к использованию при проведении диагностических работ с целью оценки остаточных результатов освоения данной дисциплины (знаний, умений, навыков).