

МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
(ФГБОУ ВО «ВГУ»)

УТВЕРЖДАЮ

Заведующий кафедрой  
математической физики и  
информационных технологий



С.А. Переселков

28.06.2024г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

**Б1.О.12 Математический анализ**

**1. Код и наименование направления подготовки/специальности:**

12.03.03 Фотоника и оптоинформатика

**2. Профиль подготовки/специализация:** Фотоника и оптоинформатика

**3. Квалификация выпускника:** Бакалавр

**4. Форма обучения:** очная

**5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины:** 0803 кафедра математической физики и информационных технологий

**6. Составители программы:** Туленко Елена Борисовна, кандидат физико-математических наук, доцент

**7. Рекомендована:** Научно-методическим советом физического факультета, протокол №6 от 27.06.2024г.

**8. Учебный год:** 2024/2025

**Семестр(ы):** 1, 2

## 9. Цели и задачи учебной дисциплины

Цель дисциплины — изучение дифференциального и интегрального исчисления функции одной вещественной переменной, лежащего в основе всех физических и математических курсов, определённого интеграла, который представляет собой важный вопрос курса математического анализа на физическом факультете и имеет приложения в большинстве математических и физических дисциплин, дифференциального исчисления нескольких переменных.

Задачи дисциплины:

- сформировать у студентов понимание роли математики в современном мире, науке и практической деятельности в избранной специальности;
- обучить студентов основным понятиям и методам решения типовых задач математического анализа в объёме, достаточном для изучения физических дисциплин на современном научном уровне, развитие навыков математического мышления;
- научить студентов эффективно использовать математический аппарат при изучении физических дисциплин;
- формулировать и решать профессиональные задачи с использованием аппарата математического анализа.

## 10. Место учебной дисциплины в структуре ООП:

Математический анализ входит в цикл профессиональных дисциплин в обязательной части блока Б1. Для успешного изучения данного курса необходимы знания и умения, приобретенные в результате освоения школьного курса математики. Математический анализ относится к числу фундаментальных разделов современной математики. Знание основ математического анализа является важной составляющей общей математической культуры выпускника.

## 11. Планируемые результаты обучения по дисциплине/модулю (знания, умения, навыки), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями) и индикаторами их достижения:

Код	Название компетенции	Код(ы)	Индикатор(ы)	Планируемые результаты обучения
ОПК-1	Способен применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования в инженерной деятельности, связанной с фотонными технологиями обработки информации, проектированием, конструированием и технологиями производства элементов, приборов и систем фотоники и оптоинформатики.	ОПК-1.1	Применяет знания математики в инженерной практике при моделировании и.	Демонстрирует знания фундаментальных законов природы и основных физических и математических законов; применяет физические законы и математические методы для решения задач теоретического и прикладного характера; использует положения, законы и методы естественных наук для решения инженерных задач в сфере профессиональной деятельности.

**12. Объем дисциплины в зачетных единицах/час.**(в соответствии с учебным планом) — 8/288.

**Форма промежуточной аттестации:** зачёт с оценкой, экзамен.

### 13. Трудоемкость по видам учебной работы

Вид учебной работы		Трудоемкость		
		Всего	По семестрам	
			№ семестра 1	№ семестра 2
Аудиторные занятия		136	68	68
в том числе:	лекции	68	34	34
	практические	68	34	34
	лабораторные	0	0	0
Самостоятельная работа		116	76	40
в том числе: курсовая работа (проект)				
Форма промежуточной аттестации (зачет – 0 час. / экзамен – ___ час.)		36	0	36
Итого:		288	144	144

#### 13.1. Содержание дисциплины

п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины	Реализация раздела дисциплины с помощью онлайн-курса, ЭУМК *
<b>1. Лекции</b>			
1.1.	Введение в математический анализ. Числовые множества.	Бином Ньютона. Метод математической индукции. Числовые множества. Точные верхняя и нижняя границы множеств. Принцип вложенных отрезков. Счётные и несчётные множества.	
1.2.	Предел последовательности.	Предел числовой последовательности. Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности. Арифметические свойства предела последовательности. Предельный переход в равенствах и неравенствах. Теорема Вейерштрасса о пределе монотонной последовательности. Число Эйлера «e». Теорема Больцано – Вейерштрасса. Критерий Коши для	

		последовательностей. Предельные точки последовательности. Верхний и нижний пределы.	
1.3.	Предел функции.	Предел функции. Критерий Коши для функций. Арифметические свойства предела функций. Замечательные пределы. Односторонние пределы. Классификация бесконечно малых. О-символика.	
1.4.	Непрерывность функции в точке. Теоремы о функциях непрерывных на отрезке.	Непрерывность функции в точке. Классификация точек разрыва функции. Непрерывность сложной функции. Непрерывность элементарных функций. Первая и вторая теоремы Вейерштрасса. Первая и вторая теоремы Коши. Теорема об обратной функции.	
1.5	Дифференциальное исчисление.	Определение производной. Геометрический и физический смысл производной. Дифференциал. Правила дифференцирования. Таблица производных. Инвариантность формы первого дифференциала. Производные обратных, параметрически заданных и неявных функций. Односторонние производные. Кусочно-гладкие функции. Старшие производные. Формула Лейбница. Неинвариантность второго дифференциала.	
1.6.	Теоремы о дифференцируемых функциях. Формула Тейлора. Графики функций.	Теоремы о дифференцируемых функциях. Правило Лопиталю. Формула Тейлора. Разложение по формуле Тейлора основных элементарных функций. Участки монотонности и локальные экстремумы функции. Выпуклость и точки перегиба функции. Асимптоты. Общая схема построения графиков функций.	
1.7.	Неопределённые интегралы.	Первообразная и неопределённый интеграл. Таблица первообразных. Замена переменной и интегрирование по частям для неопределённых интегралов. Интегрирование рациональных функций. Интегрирование тригонометрических функций. Интегрирование некоторых иррациональностей. Биномиальные дифференциалы.	
1.8.	Определённые интегралы.	Определённый интеграл. Необходимое условие интегрируемости. Суммы Дарбу. Критерий Дарбу. Классы интегрируемых	

		функций. Свойства определённых интегралов. Теоремы о среднем значении для определённого интеграла. Интеграл с переменным верхним пределом. Формула Ньютона – Лейбница. Несобственные интегралы I и II рода. Признаки сравнения.	
1.9	Геометрические приложения определённого интеграла.	Площадь плоской фигуры. Площадь криволинейной трапеции. Формула для площади в полярной системе координат. Длина кривой. Объём и площадь поверхности тел вращения.	
1.10.	Функции многих переменных.	Непрерывность и дифференцируемость функции многих переменных. Геометрический смысл частных производных. Градиент, производная по направлению. Первый и второй дифференциалы. Замена переменных в частных производных первого и второго порядка. Якобиан. Формулировка теорем об обратной и неявной функциях. Дифференцирование функций многих переменных, заданных неявно и параметрически.	
1.11.	Экстремумы функций многих переменных.	Необходимое условие экстремума. Достаточное условие абсолютного экстремума для функции двух и многих переменных. Условный экстремум. Функция Лагранжа.	
<b>2. Практические занятия</b>			
2.1.	Введение в математический анализ. Числовые множества.	Бином Ньютона. Метод математической индукции. Числовые множества. Точные верхняя и нижняя границы множеств.	
2.2.	Предел последовательности.	Предел числовой последовательности. Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности. Арифметические свойства предела последовательности. Предельный переход в равенствах и неравенствах. Число Эйлера «e». Теорема Больцано – Вейерштрасса. Критерий Коши для последовательностей. Предельные точки последовательности. Верхний и нижний пределы.	
2.3.	Предел функции.	Предел функции. Критерий Коши для функций. Арифметические свойства предела функций. Замечательные пределы.	

		Односторонние пределы. Классификация бесконечно малых. О-символика.	
2.4.	Непрерывность функции в точке. Теоремы о функциях непрерывных на отрезке.	Непрерывность функции в точке. Классификация точек разрыва функции. Непрерывность сложной функции. Непрерывность элементарных функций. Первая и вторая теоремы Вейерштрасса. Первая и вторая теоремы Коши. Теорема об обратной функции.	
2.5	Дифференциальное исчисление.	Определение производной. Геометрический и физический смысл производной. Дифференциал. Правила дифференцирования. Таблица производных. Инвариантность формы первого дифференциала. Производные обратных, параметрически заданных и неявных функций. Односторонние производные. Кусочно-гладкие функции. Старшие производные. Формула Лейбница. Неинвариантность второго дифференциала.	
2.6.	Теоремы о дифференцируемых функциях. Формула Тейлора. Графики функций.	Теоремы о дифференцируемых функциях. Правило Лопиталю. Формула Тейлора. Разложение по формуле Тейлора основных элементарных функций. Участки монотонности и локальные экстремумы функции. Выпуклость и точки перегиба функции. Асимптоты. Общая схема построения графиков функций.	
2.7.	Неопределённые интегралы.	Первообразная и неопределённый интеграл. Таблица первообразных. Замена переменной и интегрирование по частям для неопределённых интегралов. Интегрирование рациональных функций. Интегрирование тригонометрических функций. Интегрирование некоторых иррациональностей. Биномиальные дифференциалы.	
2.8.	Определённые интегралы.	Определённый интеграл. Свойства определённых интегралов. Формула Ньютона – Лейбница. Интеграл с переменным верхним пределом. Несобственные интегралы I и II рода.	
2.9	Геометрические приложения определённого интеграла.	Площадь плоской фигуры. Площадь криволинейной трапеции. Формула для площади в полярной системе координат. Длина кривой. Объём и площадь	

		поверхности тел вращения.	
2.10.	Функции многих переменных.	Непрерывность и дифференцируемость функции многих переменных. Геометрический смысл частных производных. Градиент, производная по направлению. Первый и второй дифференциалы. Замена переменных в частных производных первого и второго порядка. Якобиан. Формулировка теорем об обратной и неявной функциях. Дифференцирование функций многих переменных, заданных неявно и параметрически.	
2.11.	Экстремумы функций многих переменных.	Необходимое условие экстремума. Достаточное условие абсолютного экстремума для функции двух и многих переменных. Условный экстремум. Функция Лагранжа.	

### 13.2. Темы (разделы) дисциплины и виды занятий

№ п/п	Наименование темы (раздела) дисциплины	Виды занятий (количество часов)				Всего
		Лекции	Практические	Лабораторные	Самостоятельная работа	
1.	Введение в математический анализ. Числовые множества.	4	4	0	6	14
2.	Предел последовательности.	6	6	0	6	18
3.	Предел функции.	6	6	0	8	20
4.	Непрерывность функции в точке. Теоремы о функциях непрерывных на отрезке.	6	4	0	6	16
5.	Дифференциальное исчисление.	8	8	0	14	30
6.	Теоремы о дифференцируемых функциях. Формула Тейлора. Графики функций.	6	6	0	12	24
7.	Неопределённые интегралы.	8	10	0	22	40
8.	Определённые интегралы.	6	6	0	12	24
9.	Геометрические приложения определённого интеграла.	4	4	0	8	16
10.	Функции многих переменных.	10	10	0	14	34
11.	Экстремумы функций многих переменных.	4	4	0	8	16
	Итого:	68	68	0	116	252

#### 14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины.

Освоение дисциплины складывается из аудиторной работы (учебной деятельности, выполняемой под руководством преподавателя) и внеаудиторной работы (учебной деятельности, реализуемой обучающимся самостоятельно). Аудиторная работа состоит из выполнения практических и лабораторных заданий в объёме, предусмотренном учебным планом. Самостоятельная работа предполагает углублённое изучение отдельных разделов дисциплины с использованием литературы, рекомендованной преподавателем, а также конспектов лекций и практических занятий. Успешность освоения дисциплины определяется систематичностью и глубиной аудиторной и внеаудиторной работы обучающегося. При использовании дистанционных образовательных технологий и электронного обучения выполнять все указания преподавателей, вовремя подключаться к online занятиям, ответственно подходить к заданиям для самостоятельной работы.

#### 15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины

а) основная литература:

№ п/п	Источник
1	Фихтенгольц Г.М. Основы математического анализа: учебник. Ч. 1 / Г.М. Фихтенгольц .— 13-е изд, стер. — Санкт-Петербург: Лань, 2021 .— 444 с. — ISBN 978-5-8114-7583-4 .— <URL: <a href="https://e.lanbook.com/book/162390">https://e.lanbook.com/book/162390</a> >
2	Фихтенгольц Г.М. Основы математического анализа: учебник. Ч. 2 / Г.М. Фихтенгольц .— 11-е изд, стер. — Санкт-Петербург: Лань, 2020 .— 464 с. — ISBN 978-5-8114-5339-9 .— <URL: <a href="https://e.lanbook.com/book/139262">https://e.lanbook.com/book/139262</a> >

б) дополнительная литература:

№ п/п	Источник
1	Демидович Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу: учебное пособие для вузов / Б.П. Демидович .— М.: АСТ: Астрель, 2002 .— 558 с.: ил.
2	Сборник задач по высшей математике. С контрольными работами: 1 курс: [учебное пособие для студ. вузов, обуч. по направлениям и специальностям в области техники и технологии] / К.Н. Лунгу [и др.] .— 7-е изд. — М.: Айрис пресс, 2008 .— 574, [1] с.: ил.
3	Кудрявцев Л.Д. Курс математического анализа. Т. 1 : Дифференциальное и интегральное исчисление функции одной переменной / Л.Д. Кудрявцев. — М.: Дрофа, 2006. — 702 с.
4	Кудрявцев Л.Д. Курс математического анализа. Т. 2 : Ряды. Дифференциальное и интегральное исчисление функций многих переменных / Л.Д. Кудрявцев. — М.: Дрофа, 2006. — 702 с.

в) информационные электронно-образовательные ресурсы (официальные ресурсы интернет)\*:

№ п/п	Ресурс
1	ЭБС «Лань» <a href="https://e.lanbook.com/">https://e.lanbook.com/</a>
2	Электронная библиотека ВГУ <a href="https://lib.vsu.ru">https://lib.vsu.ru</a>
3	Электронный университет ВГУ <a href="https://edu.vsu.ru">https://edu.vsu.ru</a>

## 16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы

№ п/п	Источник
1	Беломытцева Е.Г. Первые понятия математического анализа : учебно-методическое пособие для вузов : [для спец.: 010801 - Радиофизика и электроника, 010803 - Микроэлектроника и полупроводниковые приборы, 010701 - Физика] / Е.Г. Беломытцева, Н.М. Ратинер, Е.Б. Туленко ; Воронеж. гос. ун-т .— Воронеж: ИПЦ ВГУ, 2008 .— 55 с. : ил. — <URL: <a href="http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m08-181.pdf">http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m08-181.pdf</a> >
2	Давыдкин В.А. Вычисление пределов функций: учебно-методическое пособие для вузов / В.А. Давыдкин, Е.Б. Туленко; Воронеж. гос. ун-т .— Воронеж: ИПЦ ВГУ, 2008 .— 25 с. : ил. — Библиогр.: с. 24 .— <URL: <a href="http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m08-103.pdf">http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m08-103.pdf</a> >.
3	Беломытцева Е.Г. Определенный интеграл и его свойства. Несобственные интегралы. Приложение к геометрии и физике: учебно-методическое пособие для вузов / Е.Г. Беломытцева, Н.М. Ратинер, Е.Б. Туленко; Воронеж. гос. ун-т .— Воронеж: ИПЦ ВГУ, 2007 .— 53 с. — ксерокопия .— Библиогр.: с.52 .— <URL: <a href="http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m07-28.pdf">http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m07-28.pdf</a> >.

## 17. Образовательные технологии, используемые при реализации учебной дисциплины, включая дистанционные образовательные технологии (ДОТ), электронное обучение (ЭО), смешанное обучение):

При реализации дисциплины могут использоваться технологии электронного обучения и дистанционные образовательные технологии на базе портала [edu.vsu.ru](http://edu.vsu.ru).

## 18. Материально-техническое обеспечение дисциплины:

Аудитория, доска меловая или маркерная, столы, стулья в необходимом количестве.

## 19. Оценочные средства для проведения текущей и промежуточной аттестаций

Порядок оценки освоения обучающимися учебного материала определяется содержанием следующих разделов дисциплины:

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Компетенция(и)	Индикатор(ы) достижения компетенции	Оценочные средства
1.	Разделы 1-11	ОПК-1 Способен применять базовые знания в области физико-математических и (или) естественных наук в сфере своей профессиональной деятельности	ОПК-1.1. Применяет знания математики в инженерной практике при моделировании.	КИМы
Промежуточная аттестация форма контроля – зачёт с оценкой, экзамен				Перечень вопросов

## 20. Типовые оценочные средства и методические материалы, определяющие процедуры оценивания

### 20.1 Описание критериев и шкалы оценивания компетенций (результатов обучения) при промежуточной аттестации

Для оценивания результатов обучения на зачёте с оценкой и экзамене используются следующие показатели:

- 1) знание дифференциального и интегрального исчислений функций одной и многих переменных;
- 2) знание постановки классических задач математического анализа;
- 3) знание методов формулировки и доказательства математических утверждений;
- 4) умение применять методы математического анализа для решения задач профессиональной деятельности;
- 5) умение применять полученные знания для математически корректной постановки новых задач в различных областях;
- 6) умение применять аппарат математического анализа для доказательства утверждений и теорем;
- 7) владение навыками самостоятельного выбора методов математического анализа для решения различных задач;
- 8) владение навыками использования методов решения классических задач математического анализа для решения различных естественнонаучных задач;
- 9) владение навыками анализа и интерпретации результатов решения задач.

Критерии оценивания компетенций	Уровень сформированности компетенций	Шкала оценок
Полное соответствие ответа обучающегося всем перечисленным критериям. Обучающийся демонстрирует высокий уровень владения материалом, хорошо ориентируется в предметной области, верно	Повышенный	Отлично

отвечает на все дополнительные вопросы. Сданы все контрольные работы.		
Ответ на контрольно-измерительный материал не соответствует одному или двум из перечисленных показателей, но обучающийся дает правильные ответы на дополнительные вопросы. Допускаются ошибки при воспроизведении части теоретических положений. Сданы все контрольные работы	Базовый	Хорошо
Ответ на контрольно-измерительный материал не соответствует любым трем из перечисленных показателей. Обучающийся дает неполные ответы на дополнительные вопросы, демонстрирует сформированные знания основных понятий, определений и теорем, изучаемых в курсе, но не всегда полное их понимание с затруднениями при воспроизведении. Сданы все контрольные работы.	Пороговый	Удовлетворительн о
Ответ на контрольно-измерительный материал не соответствует любым четырем из перечисленных показателей. Обучающийся демонстрирует отрывочные знания (либо их отсутствие) основных понятий, определений и теорем, используемых в курсе, или не сдана хотя бы одна контрольная работа.	-	Неудовлетворител ьно

## 20.2 Текущий контроль успеваемости

Примеры заданий из контрольных работ:

### Контрольно-измерительный материал № 1.

1. Решить неравенство  $|2x - 1| < |3x + 1|$ .
2. Доказать с помощью метода математической индукции равенство

$$\sum_{k=1}^n (2k - 1)^2 = \frac{1}{3} n(4n^2 - 1).$$

3. Найти функции  $f(g(x))$  и  $g(f(x))$ , если  $f(x) = (x+1)^2$ ,  $g(x) = \frac{1}{x+2}$ .

4. Построить график функции  $y = 2\cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right) + 3$ .

5. Найти коэффициент при  $x^{-5}$  в выражении  $\left(\sqrt{x} - \frac{2}{x}\right)^8$ .

## Контрольно-измерительный материал № 2.

1. Вычислить  $df, d^2f$ , если  $f(x,y) = \frac{1}{y} e^{xy}$ .
2. Доказать, что  $y^2 \frac{\partial \phi}{\partial x} + xy \frac{\partial \phi}{\partial y} = x\phi$ , если  $\phi(x,y) = y \cdot f(x^2 - y^2)$ .
3. Сделать замену переменных в уравнении  $(x+y) \frac{\partial z}{\partial x} - (x-y) \frac{\partial z}{\partial y} = 0$ , если  $u = \ln \sqrt{x^2 + y^2}$ ,  
 $v = \operatorname{arctg} \frac{y}{x}$
4. Найти  $\frac{\partial f}{\partial \vec{q}}$  в точке  $M$ , если  $f(x,y) = x \cdot \sin(x+2y)$ ,  $M(1; -1)$ ,  $\vec{q} = (-1; 2)$ .
5. Найти первые частные производные неявно заданной функции  
 $z = z(x,y) \ln(x-y-z) = 2x - y - z$
6. Вычислить интеграл  $\int x^2 \sin x dx$
7. Вычислить интеграл  $\int_0^{\pi/4} \sin x \sin 2x \sin 3x dx$

### 20.3 Промежуточная аттестация

Промежуточная аттестация по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств:

#### Список теоретических вопросов к экзамену:

1. Множества. Операции над множествами.
2. Отображение. Обратное отображение.
3. Метод математической индукции. Бином Ньютона. Треугольник Паскаля.
4. Ограниченные множества. Точные верхняя и нижняя грани.
5. Лемма об отделимости множеств.
6. Леммы о системе вложенных отрезков.
7. Числовые последовательности. Арифметические операции над последовательностями.
8. Предел последовательности. Критерий Коши сходимости последовательности.
9. Бесконечно большие и бесконечно малые последовательности и их свойства. Примеры.
10. Свойства, сходящихся последовательностей (теорема о единственности предела, необходимое условие существования предела).
11. Арифметические свойства предела.
12. Предельный переход в неравенствах (4 теоремы).
13. Ограниченные последовательности. Монотонные последовательности. Теорема Вейерштрасса.
14. Число "е".
15. Подпоследовательности. Частичные пределы. Верхний и нижний пределы последовательности. Теорема Больцано-Вейерштрасса.
16. Функции. Предел функции. Определения по Коши и по Гейне.
17. Односторонние пределы.

18. Свойства пределов (арифметические операции и предельный переход в неравенствах).
19. Классификация бесконечно малых и бесконечно больших величин. О-символика.
20. I-й замечательный предел. Свойства функций, имеющих предел.
21. Монотонные функции. Предел монотонной функции.
22. Критерий Коши существования предела функции.
23. Непрерывность функции в точке. Точки разрыва функции. Классификация точек разрыва.
24. Свойства непрерывных функций. Сложная функция. Непрерывность сложной функции.
25. Использование непрерывности функции для вычисления пределов. 2 –й замечательный предел. Следствия из 2 замечательного предела.
26. 1 и 2-я теоремы Коши о функциях, непрерывных на отрезке.
27. 1 и 2-я теоремы Вейерштрасса о функциях, непрерывных на отрезке.
28. Приращение функции. Производная функции. Геометрический и физический смысл.
29. Дифференциал функции. Геометрический смысл дифференциала.
30. Связь дифференцируемости и непрерывности.
31. Правила дифференцирования (с доказательством).
32. Производная обратной функции. Дифференцирование сложной функции.
33. Инвариантность формы первого дифференциала.
34. Производные элементарных функций. Таблица производных (вывести 5-6 формул).
35. Функция, заданная параметрически. Производная функции, заданной параметрически.
36. Производные высших порядков. Основные формулы для производных высших порядков. Формула Лейбница.
37. Дифференциалы высших порядков.
38. Нарушение инвариантности формы высших дифференциалов на примере 2-го дифференциала.
39. Раскрытие неопределенностей. Правило Лопиталя.
40. График функции. Асимптоты графика функции (исходя из предела функции).
41. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Пеано и в форме Ланранжа.
42. Разложение элементарных функций по формуле Тейлора в окрестности нуля.
43. Первообразная и неопределенный интеграл. Свойства неопределенного интеграла. Табличные интегралы.
44. Замена переменных. Интегрирование по частям.
45. Интегрирование простейших дробей первого, второго и третьего типов.
46. Интегрирование простейших дробей четвертого типа. Интегрирование рациональных функций.
47. Интегрирование некоторых иррациональностей. Биноминальные дифференциалы.
48. Интегрирование тригонометрических функций.
49. Определенный интеграл. Необходимое условие интегрируемости.
50. Верхние и нижние суммы Дарбу. Их свойства.
51. Необходимое и достаточное условия интегрируемости. Классы интегрируемых функций.
52. Основные свойства интегрируемых функций и определенного интеграла.

53. Свойства определенного интеграла, выражаемые неравенствами. Интегральная теорема о среднем.
54. Определенный интеграл как функция верхнего предела. Свойства.
55. Формула Ньютона-Лейбница. Замена переменных и интегрирование по частям в определенном интеграле.
56. Метрическое пространство  $R^n$ . Открытый и замкнутый шар, сфера. Окрестность точки в  $R^n$ . Предел последовательности точек в  $R^n$ . Связь между пределом последовательности точек и по координатной сходимостью.
57. Ограниченные множества в  $R^n$ . Теорема Больцано-Вейерштрасса.
58. Функции нескольких переменных. Предел функции нескольких переменных.
59. Непрерывность функции нескольких переменных. Свойства непрерывных функций.
60. Частные производные. Дифференциал. Необходимое и достаточное условие дифференцируемости функции.
61. Теорема о дифференцируемости сложной функции. Формула для вычисления частных производных сложной функции.
62. Инвариантность формы первого дифференциала.
63. Частные производные старших порядков. Теорема о равенстве смешанных производных. Дифференциалы старших порядков.
64. Нарушение инвариантности формы старших дифференциалов.
65. неявные функции одной и двух переменных. Теорема о неявной функции одной и двух переменных.
66. Экстремум функции нескольких переменных. Необходимое и достаточное условие существования экстремума.
67. Матрица Якоби. Якобиан. Системы неявных функций нескольких переменных.

Оценка знаний, умений и навыков, характеризующая этапы формирования компетенций в рамках изучения дисциплины осуществляется в ходе текущей и промежуточной аттестаций. Текущая аттестация проводится в соответствии с Положением о текущей аттестации обучающихся по программам высшего образования Воронежского государственного университета. Текущая аттестация проводится в формах: контрольных работ. Критерии оценивания приведены выше. Промежуточная аттестация проводится в соответствии с Положением о промежуточной аттестации обучающихся по программам высшего образования. Контрольно-измерительные материалы промежуточной аттестации включают в себя теоретические вопросы, позволяющие оценить уровень полученных знаний. При оценивании используются качественные шкалы оценок. Критерии оценивания приведены выше.

## ЛИСТ СОГЛАСОВАНИЙ

### РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Направление/специальность: 12.03.03 Фотоника и оптоинформатика

Дисциплина: Б1.О.12 Математический анализ

Профиль подготовки: Фотоника и оптоинформатика

Форма обучения: очная

Учебный год: 2024/2025

---

Ответственный исполнитель

Заведующий кафедрой математической  
физики и информационных технологий



С.А. Переселков 28.06.2024

Исполнители

Доцент кафедры математической

физики и информационных технологий \_\_\_\_\_

Е.Б. Туленко 28.06.2024

СОГЛАСОВАНО

Куратор ООП

по направлению/специальности \_\_\_\_\_

*подпись*

*расшифровка подписи*

\_\_\_\_\_.\_\_\_\_. 2024

Начальник отдела обслуживания ЗНБ \_\_\_\_\_

*подпись*

*расшифровка подписи*

\_\_\_\_\_.\_\_\_\_. 2024

---

Программа рекомендована Научно-методическим советом физического факультета,  
протокол №6 от 27.06.2024г.