

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО «ВГУ»)

УТВЕРЖДАЮ

Заведующий кафедрой
Информационных технологий
и математических методов в экономике



И.Н. Щепина
16.05.2023г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Б1.О.08 Теория вероятностей и математическая статистика

- 1. Код и наименование направления подготовки:** 38.03.01 Экономика
- 2. Профиль подготовки:** Финансы и кредит, модели и методы анализа цифровой экономики, экономика рынков, учет и отчетность организаций, экономический анализ и аудит, экономика предприятий и организаций, экономика социально-трудовых отношений, коммерческая деятельность и бизнес-риски
- 3. Квалификация выпускника:** бакалавр
- 4. Форма обучения:** очная
- 5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины:** Информационных технологий и математических методов в экономике
- 6. Составители программы:** к. ф.- м. н., доц. Щекунских С.С.
- 7. Рекомендована:** НМС экономического факультета протокол №4 от 20.04.23 г.
- 8. Учебный год:** 2024–2025 **Семестр:** 3

9. Цели и задачи учебной дисциплины

Целью освоения учебной дисциплины является:

- формирование у обучающихся знаний и умений по применению аппарата теории вероятностей и математической статистики при решении прикладных задач,
- формирование знаний, умений и навыков по осуществлению сбора, обработки и анализу статистических данных необходимых для решения поставленных экономических задач.

Задачи учебной дисциплины:

- овладение основными методами решения задач теории вероятностей и математической статистики;
- овладение умениями и навыками сбора, обработки статистических результатов наблюдений, проверки правдоподобия статистических гипотез;
- развитие умений и навыков применения аппарата теории вероятностей и основных статистических критериев проверки правдоподобия гипотез для решения прикладных и экономических задач.

10. Место учебной дисциплины в структуре ООП: обязательная часть. Требования к входным знаниям, умениям и навыкам: знания в области математического анализа, линейной алгебры. Дисциплины, для которых данная дисциплина является предшествующей – математические методы оптимизации экономических решений, эконометрика

11. Планируемые результаты обучения по дисциплине/модулю (знания, умения, навыки), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями) и индикаторами их достижения:

Код	Название компетенции	Код(ы)	Индикатор(ы)	Планируемые результаты обучения
ОПК -1	<i>способен применять знания (на промежуточном уровне) экономической теории при решении прикладных задач</i>	ОПК - 1.2	<i>применяет аппарат фундаментальной математики при решении теоретических и практических задач экономической теории;</i>	Знать: <ul style="list-style-type: none">- теоретические положения всех разделов дисциплины- основы теории вероятностей и математической статистики, необходимые для решения теоретических и практических задач экономической теории. Уметь: <ul style="list-style-type: none">- осуществлять выбор соответствующего математического инструментария, необходимого для обработки экономических данных в соответствии с поставленной задачей;- анализировать результаты расчетов, обосновывать полученные выводы;- формулировать выводы математических решений в экономических понятиях и терминах. Владеть: <ul style="list-style-type: none">- навыками применения современного математического инструментария для анализа полученных данных;- навыками практического применения основных математических методов, приемов математического моделирования, методов создания и анализа математических моделей экономических задач.
ОПК -2	<i>способен осуществлять сбор,</i>	ОПК - 2.1	<i>осуществляет сбор и первичную</i>	Знать: <ul style="list-style-type: none">- основные понятия, теоремы и методы

	<p><i>обработку и статистический анализ данных, необходимых для решения поставленных экономических задач</i></p>		<p><i>статистическую обработку данных, применяет методы количественного анализа явлений и процессов</i></p>	<p>теории вероятностей и математической статистики необходимые для решения экономических задач; - современные программные продукты, необходимые для решения экономических задач; - о возможностях использования теоретико-вероятностных и статистических методов в профессиональной деятельности</p> <p>Уметь:</p> <ul style="list-style-type: none"> - применять математические методы для решению различных практических задач. - осуществлять поиск, сбор и анализ информации, необходимый для решения поставленной экономической задачи. - вычислять вероятностные характеристики, применять стандартные процедуры построения статистических оценок, проверки гипотез. <p>Владеть:</p> <ul style="list-style-type: none"> - понятийно-категориальным аппаратом теории вероятностей и математической статистики; - навыками применения современного математического инструментария для решения экономических задач;
--	--	--	---	---

12. Объем дисциплины в зачетных единицах/час. — 4 / 144
Форма промежуточной аттестации — экзамен.

13. Трудоемкость по видам учебной работы

Вид учебной работы		Трудоемкость			
		Всего	По семестрам		
			3 семестр		
Аудиторные занятия		72	72		
в том числе:	лекции	36	36		
	практические	36	36		
	лабораторные	-	-	-	-
Самостоятельная работа		36	36		
в том числе: курсовая работа (проект)		-	-	-	-
Форма промежуточной аттестации – экзамен 36 ч		36	36	-	
Итого:		144	144		

13.1. Содержание дисциплины

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины	Реализация раздела дисциплины с помощью онлайн-курса, ЭУМК
		1. Лекции	

1.1	Введение. Основные понятия теории вероятностей.	Предмет теории вероятностей. Необходимость и условия применения вероятностных методов в экономике. Предмет математическая статистика. Связь математической статистики с теорией вероятностей. Понятие испытания. Определение события. Виды событий. Действия над событиями. Классическое определение вероятности. Геометрическая вероятность. Относительная частота. Устойчивость относительной частоты. Статистическое определение вероятности. Вычисление вероятностей с использованием комбинаторных схем.	Б1.О.08 Теория вероятностей и математическая статистика для направления 38.03.01 Экономика 2 курс https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=10611
1.2	Вероятностное пространство. Основные теоремы теории вероятностей.	Множество элементарных событий. Множество событий. Понятие об алгебре множеств и о σ -алгебре. Аксиомы Колмогорова. Понятие вероятностного пространства. Теорема сложения вероятностей для совместных и несовместных событий. Принцип практической невозможности маловероятных событий. Условная вероятность. Теоремы умножения для зависимых и независимых событий. Формула полной вероятности. Формула Байеса. Повторные независимые испытания. Формула Бернулли. Наивероятнейшее число появления события в последовательности независимых испытаний. Функция Лапласа, интегральная функция Лапласа и их применение для решения задач в условиях повторения испытаний.	Б1.О.08 Теория вероятностей и математическая статистика для направления 38.03.01 Экономика 2 курс https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=10611
1.3	Случайные величины и способы их задания.	Понятие случайной величины. Функция распределения случайной величины и ее свойства. Дискретные и непрерывные случайные величины. Понятие закона распределения случайной величины. Ряд распределения дискретной случайной величины. Плотность распределения вероятностей непрерывной случайной величины. Вероятность попадания непрерывной случайной величины в заданный интервал.	Б1.О.08 Теория вероятностей и математическая статистика для направления 38.03.01 Экономика 2 курс https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=10611

1.4	Числовые характеристики случайных величин.	Математическое ожидание дискретных и непрерывных случайных величин. Мода. Медиана. Дисперсия дискретных и непрерывных случайных величин. Начальные и центральные моменты случайных величин. Асимметрия. Эксцесс. Вычисление числовых характеристик с использованием Excel.	Б1.О.08 Теория вероятностей и математическая статистика для направления 38.03.01 Экономика 2 курс https://edu.vsu.ru/https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=10611
1.5	Основные законы распределения.	Биномиальный закон. Гипергеометрическое распределение. Закон Пуассона. Равномерный закон. Нормальный закон. Вычисление вероятности попадания случайной величины, подчиненной нормальному закону, в заданный интервал. Правило "трех сигм". Показательное распределение. Примеры использования законов распределения для моделирования экономических процессов. Генерирование псевдослучайных чисел с заданным законом распределения в Excel.	Б1.О.08 Теория вероятностей и математическая статистика для направления 38.03.01 Экономика 2 курс https://edu.vsu.ru/https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=10611
1.6	Законы распределения вероятностей для функции от известных случайных величин.	Закон распределения монотонной функции одного случайного аргумента. Закон распределения линейной функции от случайного аргумента, подчиненного нормальному закону. Закон распределения функции двух случайных величин	Б1.О.08 Теория вероятностей и математическая статистика для направления 38.03.01 Экономика 2 курс https://edu.vsu.ru/https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=10611
1.7	Закон больших чисел и центральная предельная теорема.	Понятие закона больших чисел. Роль закона больших чисел в изучении статистических закономерностей в экономике. Примеры действия закона больших чисел. Неравенство Чебышева. Теорема Чебышева. Понятие центральной предельной теоремы. Понятие о теореме Ляпунова.	Б1.О.08 Теория вероятностей и математическая ста-

			<p>Статистика для направления 38.03.01 Экономика 2 курс</p> <p>https://edu.vsu.ru/ https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=10611</p>
1.8	Статистическое описание результатов наблюдений.	<p>Генеральная совокупность и выборка (выборочная совокупность). Выборка из одномерного и многомерного распределения. Способы отбора. Выборочное распределение. Вариационный ряд, его характеристики и графическое изображение. Гистограмма. Полигон. Выборочный аналог функции распределения – эмпирическая функция распределения и ее свойства. Числовые характеристики выборочного распределения: выборочное среднее, выборочная дисперсия, медиана, асимметрия, эксцесс, выборочные моменты. Обработка результатов наблюдений с использованием Excel.</p>	<p>Б1.О.08 Теория вероятностей и математическая статистика для направления 38.03.01 Экономика 2 курс</p> <p>https://edu.vsu.ru/ https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=10611</p>
1.9	Статистические методы оценки параметров	<p>Понятие оценки параметров. Свойства оценок: состоятельность, несмещенность, эффективность. Точечные оценки параметров распределения. Интервальные оценки параметров распределения. Доверительный интервал. Примеры построения доверительных интервалов. Оценки для выборочного среднего и выборочной дисперсии. Статистическое оценивание в Excel.</p>	<p>Б1.О.08 Теория вероятностей и математическая статистика для направления 38.03.01 Экономика 2 курс</p> <p>https://edu.vsu.ru/ https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=10611</p>
1.10	. Проверка статистических гипотез.	<p>Описание гипотез. Простые и сложные гипотезы. Нулевая и конкурирующие гипотезы. Критерии проверки статистических гипотез. Уровень значимости и мощность критерия. Ошибки первого и второго рода. Проверка гипотез о законах распределения. Критерий согласия. Проверка гипотез о равенстве средних и дисперсий. Распределения вероятностей, используемые для проверки статистических гипотез (распределение Пирсона, распределение Стьюдента, распределение Фишера). Проверка гипотез с использованием Excel.</p>	<p>Б1.О.08 Теория вероятностей и математическая статистика для направления 38.03.01 Экономика</p>

			2 курс https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=10611
2. Практические занятия			
2.1	Основные понятия теории вероятностей.	Действия над событиями. Решение задач с использованием комбинаторных схем. Классическое определение вероятности. Вычисление вероятностей с использованием комбинаторных схем и классической формулы вероятности.	Б1.О.08 Теория вероятностей и математическая статистика для направления 38.03.01 Экономика 2 курс https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=10611
2.2	Основные теоремы теории вероятностей.	Решение задач с использованием теорема сложения вероятностей для совместных и несовместных событий; теоремы умножения для зависимых и независимых событий; формулы полной вероятности, формул Байеса Решение задач с использованием формулы Бернулли. Нахождение наивероятнейшего числа появления события в последовательности независимых испытаний. Решение задач с использованием теоремы Пуассона, локальной и интегральной теорем Муавра – Лапласа.	Б1.О.08 Теория вероятностей и математическая статистика для направления 38.03.01 Экономика 2 курс https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=10611
2.3	Случайные величины и способы их задания.	Решение задач на построение ряда распределения дискретной случайной величины. Построение функции распределения дискретных и непрерывных случайных величин. Нахождение функции плотности распределения вероятностей непрерывной случайной величины. Нахождение вероятности попадания непрерывной случайной величины в заданный интервал.	Б1.О.08 Теория вероятностей и математическая статистика для направления 38.03.01 Экономика 2 курс https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=10611

			vsu.ru/ https://edu. vsu.ru/cour se/view.php ?id=10611
2.4	Числовые характеристики случайных величин.	Решение задач на вычисление математического ожидания дискретных и непрерывных случайных величин, моды, медианы, дисперсии дискретных и непрерывных случайных величин. Проверка основных свойств числовых характеристик. Начальные и центральные моменты случайных величин. Асимметрия. Экссесс. Вычисление числовых характеристик с использованием Excel.	Б1.О.08 Теория вероятностей и математическая статистика для направления 38.03.01 Экономика 2 курс https://edu. vsu.ru/ https://edu. vsu.ru/cour se/view.php ?id=10611
2.5	Основные законы распределения.	Решение задач на использование биномиального, геометрического, гипергеометрического законов распределения, закон Пуассона. Равномерный закон. Показательное распределение. Нормальный закон. Вычисление вероятности попадания случайной величины, подчиненной нормальному закону, в заданный интервал. Правило "трех сигм".	Б1.О.08 Теория вероятностей и математическая статистика для направления 38.03.01 Экономика 2 курс https://edu. vsu.ru/ https://edu. vsu.ru/cour se/view.php ?id=10611
2.6	Законы распределения вероятностей для функции от известных случайных величин.	Закон распределения монотонной функции одного случайного аргумента. Закон распределения линейной функции от случайного аргумента, подчиненного нормальному закону. Закон распределения функции двух случайных величин.	Б1.О.08 Теория вероятностей и математическая статистика для направления 38.03.01 Экономика 2 курс https://edu. vsu.ru/ https://edu. vsu.ru/cour se/view.php ?id=10611

2.7	Закон больших чисел и центральная предельная теорема.	Понятие закона больших чисел. Примеры действия закона больших чисел. Неравенство Чебышева. Теорема Чебышева.	Б1.О.08 Теория вероятностей и математическая статистика для направления 38.03.01 Экономика 2 курс https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=10611
2.8	Статистическое описание результатов наблюдений.	Выборка из одномерного и многомерного распределения. Построение вариационного ряда, нахождение его характеристик и графическое изображение. Построение гистограммы, полигона.. Выборочный аналог функции распределения – эмпирическая функция распределения. Вычисление числовых характеристик выборочного распределения: выборочное среднее, выборочная дисперсия, медиана, асимметрия, эксцесс, выборочные моменты.	Б1.О.08 Теория вероятностей и математическая статистика для направления 38.03.01 Экономика 2 курс https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=10611
2.9	Статистические методы оценки параметров.	Понятие оценки параметров. Проверка свойства оценок: состоятельность, несмещенность, эффективность. Нахождение точечных и интервальных оценок параметров распределения. Построение доверительных интервалов. Нахождение оценок для выборочного среднего и выборочной дисперсии.	Б1.О.08 Теория вероятностей и математическая статистика для направления 38.03.01 Экономика 2 курс https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=10611

2.10	Проверка статистических гипотез.	Простые и сложные гипотезы. Нулевая и конкурирующие гипотезы. Критерии проверки статистических гипотез. Уровень значимости и мощность критерия. Ошибки первого и второго рода. Проверка гипотез о законах распределения. Критерий согласия. Проверка гипотез о равенстве средних и дисперсий.	Б1.О.08 Теория вероятностей и математическая статистика для направления 38.03.01 Экономика 2 курс https://edu.vsu.ru/https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=10611
------	----------------------------------	---	--

13.2. Темы (разделы) дисциплины и виды занятий

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Виды занятий (часов)				
		Лекции	Практические	Лабораторные	Самостоятельная работа	Всего
1.	Введение. Основные понятия теории вероятностей.	3	4	-	3	10
2.	Вероятностное пространство. Основные теоремы теории вероятностей.	6	6	-	6	18
3.	Случайные величины и способы их задания.	4	6	-	4	14
4.	Числовые характеристики случайных величин.	3	4	-	3	10
5.	Основные законы распределения.	4	4	-	4	12
6.	Законы распределения вероятностей для функции от известных случайных величин.	4	2	-	3	9
7.	Закон больших чисел и центральная предельная теорема.	2	2	-	3	7
8.	Статистическое описание результатов наблюдений.	2	2	-	2	6
9.	Статистические методы оценки параметров	4	2	-	3	9
10.	Проверка статистических гипотез.	4	4	-	5	13
	Экзамен					36
	Итого	36	36	-	36	144

14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины:

В процессе преподавания дисциплины используются такие виды учебной работы, как лекции, практические занятия, контрольные работы, а также различные виды самостоятельной работы обучающихся.

В ходе лекционных занятий необходимо вести конспектирование учебного материала, обращать внимание на категории, формулировки, раскрывающие содержание тех или иных явлений и процессов, научные выводы и практические рекомендации.

Это позволит впоследствии вспомнить изученный материал, дополнить содержание при самостоятельной работе с литературой, подготовиться к экзамену. Необходимо задавать преподавателю уточняющие вопросы с целью уяснения теоретических положений, разрешения спорных ситуаций. Целесообразно дорабатывать свой конспект лекции, делая в нем соответствующие записи из литературы, рекомендованной преподавателем и предусмотренной учебной программой.

Практические занятия реализуются в соответствии с рабочим учебным планом при последовательном изучении тем дисциплины.

Практические занятия позволяют развивать у обучающихся творческое теоретическое мышление, умение самостоятельно изучать литературу, анализировать практику; учат четко формулировать мысль, вести дискуссию, то есть имеют исключительно важное значение в развитии самостоятельного мышления.

В ходе подготовки к практическим занятиям обучающимся рекомендуется изучить основную литературу, ознакомиться с дополнительной литературой. При этом следует учесть рекомендации преподавателя и требования учебной программы. Рекомендуется также дорабатывать свой конспект лекции, делая в нем соответствующие записи из литературы, рекомендованной преподавателем и предусмотренной рабочей программой.

В связи с тем, что активность обучающегося на практических занятиях является предметом контроля его продвижения в освоении курса, то подготовка к таким занятиям требует ответственного отношения.

Решение задач – выполнение обучающимися набора практических предметной области с целью выработки навыков их решения.

Прежде чем приступить к решению задач, обучающемуся необходимо ознакомиться с соответствующими разделами программы дисциплины по учебной литературе, рекомендованной программой курса; получить от преподавателя информацию о порядке проведения занятия, критериях оценки результатов работы; получить от преподавателя конкретное задание и информацию о сроках выполнения, о требованиях к оформлению и форме представления результатов.

При выполнении задания необходимо привести развернутые пояснения хода решения и проанализировать полученные результаты. При необходимости обучающиеся имеют возможность задать вопросы преподавателю по трудностям, возникшим при решении задач.

Самостоятельная работа обучающегося является основным средством овладения учебным материалом во время, свободное от обязательных учебных занятий. Самостоятельная работа обучающегося над усвоением учебного материала по учебной дисциплине может выполняться в библиотеке университета, учебных кабинетах, компьютерных классах, а также в домашних условиях. Содержание самостоятельной работы обучающегося определяется учебной программой дисциплины, методическими материалами, заданиями и указаниями преподавателя.

15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины

а) основная литература:

№ п/п	Источник
1.	Хамидуллин, Р. Я. Теория вероятностей и математическая статистика : учебное пособие : [16+] / Р. Я. Хамидуллин. – Москва : Университет Синергия, 2020. – 276 с. : табл., граф., ил. – (Университетская серия). – Режим доступа: по подписке. – URL: https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=571503 – Библиогр.: с. 250-251. – ISBN 978-5-4257-0398-9. – Текст : электронный.
2.	Трофимова, Е. А. Теория вероятностей и математическая статистика : учебное пособие / Е. А. Трофимова, Н. В. Кисляк, Д. В. Гилёв. — 2-е изд., стер. — Москва : ФЛИНТА, 2019. — 160 с. — ISBN 978-5-9765-4176-4. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/143775

3.	Балдин, К. В. Теория вероятностей и математическая статистика : учебник / К. В. Балдин, В. Н. Башлыков, А. В. Рукоусев. – 3-е изд., стер. – Москва : Дашков и К°, 2020. – 472 с. : ил. – Режим доступа: по подписке. – URL: https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=573173 – Библиогр.: с. 433-434. – ISBN 978-5-394-03595-1. – Текст : электронный.
4.	Методические указания для самостоятельной работы студентов по курсу "Теория вероятностей и математическая статистика" [Электронный ресурс] : для студ. 2 к. экон. фак. по направлениям "Экономика" и "Экон. безопасность" / Воронеж. гос. ун-т ; [сост. : В.В. Давнис , О.С. Воищева, Л.А. Шишкина, С.С. Щекунских] .— Электрон. текстовые дан. — Воронеж, 2015 .— 50 с.

б) дополнительная литература:

№ п/п	Источник
1.	Кремер Н.Ш. Теория вероятностей и математическая статистика:[учебник для студ. вузов, обуч. по экон. спец.]/ Н.Ш. Кремер – Москва: ЮНИТИ, 2010 – 550 с.- ISBN 978-5- 238-01270-4.
2.	Гмурман В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика : учебное пособие для студ. вузов / В.Е. Гмурман .— Изд. 11-е, стер. — М. : Высш. шк., 2005 .— 478, [1] с. : ил., табл. — Предм. указ.: с.474-479 .— ISBN 5-06-004214-6.
3.	Гмурман В. Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике : учебное пособие для студ. вузов / В. Е. Гмурман .— Изд. 10-е, стер. — М. : Высшая школа, 2005 .— 403, [1] с. : ил., табл. — ISBN 5-06-004212-Х.
4.	Калинина В. Н. Математическая статистика : [Учебник для сред. спец. учеб. заведений] / В.Н. Калинина, В.Ф. Панкин .— 2-е изд., стер. — М. : Высш. шк., 1998 .— 335, [1] с. : ил. — ISBN 5-06-003496-8 : 17.60.

в) информационные электронно-образовательные ресурсы:

№ п/п	Источник
1.	Зональная научная библиотека ВГУ https://www.lib.vsu.ru/
2.	https://edu.vsu.ru/ – образовательный портал «Электронный университет ВГУ»/LMC Moodle
3.	ЭБС Лань, http://e.lanbook.com/
4.	ЭБС Университетская библиотека online https://biblioclub.ru/

16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы (учебно-методические рекомендации, пособия, задачки, методические указания по выполнению практических (контрольных) работ и др.)

№ п/п	Источник
1.	Методические указания для самостоятельной работы студентов по курсу "Теория вероятностей и математическая статистика" [Электронный ресурс] : для студ. 2 к. экон. фак. по направлениям "Экономика" и "Экон. безопасность" / Воронеж. гос. ун-т ; [сост. : В.В. Давнис , О.С. Воищева, Л.А. Шишкина, С.С. Щекунских] .— Электрон. текстовые дан. — Воронеж, 2015 .— 50 с.

17. Образовательные технологии, используемые при реализации учебной дисциплины, включая дистанционные образовательные технологии (ДОТ, электронное обучение (ЭО), смешанное обучение):

Дисциплина реализуется с элементами электронного обучения и дистанционных технологий в рамках электронного курса: ((ЭК) Б1.О.08 Теория вероятностей и математическая статистика для направления 38.03.01 Экономика 2 курс размещенного на портале «Электронный университет ВГУ» <https://edu.vsu.ru/> <https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=10611> включает учебные материалы для самостоятельной работы обучающихся, а также обеспечивает возможность проведения контактных часов/аудиторных занятий в режиме онлайн.

18. Материально-техническое обеспечение дисциплины:

Специализированная мебель столы, стулья, доска, ноутбук, проектор, экран для проектора настенный, WHDMI-приемник, г. Воронеж, ул. Хользунова, 42в

Помещение для самостоятельной работы, оснащенное компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа к электронной информационно-образовательной среде ВГУ: Специализированная мебель, компьютер с возможностью подключения к сети "Интернет"

19. Оценочные средства для проведения текущей и промежуточной аттестаций

Порядок оценки освоения обучающимися учебного материала определяется содержанием следующих разделов дисциплины:

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Компетенция	Индикатор достижения компетенции	Оценочные средства
1.	. Основные понятия теории вероятностей.	ОПК-1	ОПК-1.2	Контрольная работа № 1 Тестовые задания
2.	Вероятностное пространство. Основные теоремы теории вероятностей.			
3.	Случайные величины и способы их задания.	ОПК-1	ОПК -1.2	Контрольная работа № 2 Тестовые задания
4.	Числовые характеристики случайных величин.			
5..	Основные законы распределения.			
6.	Законы распределения вероятностей для функции от известных случайных величин	ОПК – 2	ОПК – 2.1	Контрольная работа № 3
7.	Закон больших чисел и центральная предельная теорема.			
8.	Статистическое описание результатов наблюдений.			
9.	Статистические методы оценки параметров			
10.	Проверка статистических гипотез.			
Промежуточная аттестация форма контроля – экзамен				Перечень вопросов к экзамену Практическое задание

20. Типовые оценочные средства и методические материалы, определяющие процедуры оценивания

20.1. Текущий контроль успеваемости

Контроль успеваемости по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств: контрольных работы №1 – 2, тестовые задания.

Пример варианта контрольной работы №1

Вариант 1.

- 20 человек рассаживаются на 5 скамейках по 4 человека на каждой. Найти вероятность того, что два данных лица окажутся сидящими рядом.
- Вероятность того, что студент сдаст первый экзамен, равна 0,9, второй – 0,9, третий – 0,8. Найти вероятность того, что хотя бы два экзамена будут сданы.

- По самолету производится три одиночных выстрела. Вероятность попадания при первом выстреле равна 0,5, при втором – 0,6, при третьем – 0,8. Для вывода самолета из строя достаточно трех попаданий. При одном попадании самолет выходит из строя с вероятностью 0,3; при двух – 0,6. Найти вероятность того, что в результате трех выстрелов самолет будет сбит.
- Вероятность пройти через заболоченный участок, не промочив ноги, равна 0,6. Какова вероятность того, что из 220 человек не промочат ноги от 120 до 133 человек. (Предполагается, что прохожие не используют опыт друг друга).

Пример варианта контрольной работы №2

Вариант 1

1. Каждый из двух стрелков делает по два выстрела по мишени. Вероятность попадания в мишень для первого стрелка равна 0,8, а для второго 0,9. Составить закон распределения общего числа попаданий.

2. Непрерывная случайная величина X задана дифференциальной функцией распределения $f(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x \leq 1 \\ \frac{3x^2 - 2x}{c}, & \text{при } 1 < x \leq 4 \\ 0, & \text{при } x > 4 \end{cases}$. Требуется найти значение параметра c ; интегральную функцию распределения $F(x)$; математическое ожидание и дисперсию случайной величины X .

3. Случайная величина X задана интегральной функцией:

$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x \leq -2 \\ \frac{x}{4} + \frac{1}{2}, & \text{при } -2 < x \leq 2 \\ 1, & \text{при } x > 2 \end{cases}$. Найти вероятность того, что в результате испытания случайная величина X примет значение меньше 1.

4. Автомат штампует детали. Контролируется длина детали, которая распределена нормально с математическим ожиданием (проектная длина), равным 50 мм, среднее квадратическое отклонение равно 3,6 мм. Найти вероятность того, что отклонение длины изготовленной детали от проектной, по абсолютной величине, не превысит 5 мм.

Пример варианта контрольной работы № 3

Задача 1. В аварийной службе ЖКХ крупного города по схеме бесповторной собственно-случайной выборки отобрано 60 дней прошедшего года. При этом получены следующие данные о количестве вызовов в день:

Число вызовов в день	менее 20	20-30	30-40	40-50	более 50	Всего
Количество дней	8	17	20	10	5	60

- Найти: а) границы, в которых с вероятностью 0,95 заключено среднее число вызовов в день; б) вероятность того, что доля дней в предыдущем году, в которых число вызовов было более 30, отличается от выборочной доли таких вызовов не более чем на 0,1 (по абсолютной величине); в) объем бесповторной выборки, при котором те же границы для среднего числа вызовов в день можно гарантировать с вероятностью 0,9901.

Задача 2. По данным задачи 1, используя критерий χ^2 - Пирсона, при уровне значимости $\alpha = 0,05$ проверить гипотезу о том, что случайная величина X - число вызовов в день – распределена по нормальному закону. Построить на одном чертеже гистограмму эмпирического распределения и соответствующую нормальную кривую.

Описание технологии проведения

Контрольная работа №1, 2, 3 Обучающиеся выполняют выданные задания контрольной работы по вариантам в течение 80 минут.

Требования к выполнению заданий (или шкалы и критерии оценивания)

Контрольная работа №1, 2

Критерием оценивания ответов на контрольную работу является оценка. Шкала оценивания контрольной работы:

оценка «отлично» выставляется обучающемуся, если верно решены все предложенные задачи, возможно допущена одна вычислительная ошибка;

оценка «хорошо» выставляется обучающемуся, если верно решены три из четырех предложенных задач, или решены все задачи, но допущены ошибки в ходе решения;

оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся, если верно решены две из четырех предложенных задач, а решение остальных задач не приведено или они решены с грубыми ошибками;

оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся, если решено меньше двух задач или в целом все задачи решены неверно.

Контрольная работа № 3. Критерием оценивания ответов на контрольную работу является оценка. Шкала оценивания контрольной работы:

оценка «отлично» выставляется обучающемуся, если верно решены все предложенные задачи, возможно допущена одна вычислительная ошибка;

оценка «хорошо» выставляется обучающемуся, если решены все предложенные задачи, но допущены ошибки в ходе решения;

оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся, если верно решена одна из предложенных задач, а решение остальных задач не приведено или они решены с грубыми ошибками;

оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся, если решено меньше одной задачи или в целом все задачи решены неверно.

Тестовые задания

Вариант 1

1. Событие A – появление пяти очков при бросании игральной кости является:

1) достоверным; 2) случайным; 3) невозможным; 4) несовместным

2. Суммой событий A и B называется событие, состоящее:

- 1) в появлении хотя бы одного из этих событий;
- 2) в появлении события B и не появлении события A ;
- 3) в одновременном появлении этих событий;
- 4) в одновременном не появлении этих событий.

3. Формула классического определения вероятности события имеет вид:

$$1) P(A) \geq 1 - P(\bar{A}); \quad 2) P(A) = \frac{m}{n}; \quad 3) P(A) = m \cdot n \quad 4)$$

$$P(A) = m + n;$$

4. Случайная величина называется непрерывной, если

- 1) она может принимать определенные, фиксированные значения;
- 2) в результате опыта она может принимать любые заранее неизвестные значения;
- 3) она может принимать значения, сколь угодно мало отличающиеся друг от друга
- 4) она принимает постоянное значение.

5. Функцией распределения случайной величины X называется:

$$1) F(x) = C; \quad 2) F(x) = P(X < x); \quad 3) F(x) = P(X > x^2); \quad 4) F(x) = 1 - P(X > x).$$

6. Страхуется 1200 автомобилей; считается, что каждый из них может попасть в аварию с вероятностью 0,08. Для вычисления вероятности того, что количество аварий среди всех застрахованных автомобилей не превзойдет 100, следует использовать формулу
1) Пуассона; 2) полной вероятности; 3) Бернулли; 4) Байеса.
7. Непрерывная случайная величина равномерно распределена на отрезке [-14; 26]. Ее математическое ожидание равно:
1) 6 2) 29/12 3) 7 4) 30/37
8. Непрерывная случайная величина распределена по нормальному закону с плотностью распределения вероятностей $f(x) = \frac{1}{5\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-10)^2}{50}}$. Сформулировать «правило трех сигм» для данной случайной величины.
9. Какие из следующих утверждений являются верными:
А) центральный момент первого порядка есть дисперсия св;
Б) центральные моменты могут быть выражены через начальные моменты;
В) начальный момент первого порядка есть математическое ожидание св;
Г) центральный момент второго порядка есть дисперсия св.
1) А, Г 2) Б, Г 3) А, Б, Г 4) Г 5) Б, В, Г
10. Свойством испытаний Бернулли является следующее:
1) все исходы испытаний равновероятны;
2) испытания заканчиваются одним из двух исходов;
3) вероятность успеха определяется результатом одного произвольного испытания;
4) все приведенные выше ответы верны.
11. Для любой случайной величины X , имеющей математическое ожидание $M(X)$, дисперсию $D(X)$, и любого $\varepsilon > 0$ справедливо неравенство:

$$1) P(|X - M(X)| \geq \varepsilon) \geq \frac{M(X)}{\varepsilon}; \quad 2) P(|X - M(X)| \geq \varepsilon) \geq \frac{D(X)}{\varepsilon^2};$$

$$3) P(|X - M(X)| \leq \varepsilon) \geq 1 - \frac{D(X)}{\varepsilon^2}; \quad 4) P(|X - M(X)| \leq \varepsilon) \geq \frac{D(X)}{\varepsilon^2}.$$

Вариант 2

1. Бросают две монеты. События А - «герб на первой монете» и В - «цифра на второй монете» являются
1) совместными; 2) зависимыми; 3) несовместными; 4) независимыми
2. Произведением нескольких событий называется событие, состоящее
1) в совместном наступлении всех этих событий;
2) в наступлении одного из этих событий;
3) в наступлении хотя бы одного из этих событий;
4) в наступлении противоположного события.
3. Формула Байеса имеет вид:
1) $P(A) = 1 - P(\bar{A})$;
2) $P_A(H_i) = \frac{P(H_i)P_{H_i}(A)}{P(H_1)P_{H_1}(A) + P(H_2)P_{H_2}(A) + \dots + P(H_n)P_{H_n}(A)}$, 3)
 $P(A) = P(H_1)P_{H_1}(A) + P(H_2)P_{H_2}(A) + \dots + P(H_n)P_{H_n}(A)$,
4) $P(A) = \frac{n!}{m!(n-m)!} p^n q^{n-m}$.
4. $F(x)$ является функцией распределения некоторой случайной величины. Сколько утверждений из числа перечисленных являются справедливыми в любом случае?
1) $F(x) \geq 1$; 2) $F(-\infty) = 0$; $F(+\infty) = 1$; 3) $0 \leq F(x) \leq 1$; 4) $F(x) = -5$;
1) 0; 2) 1; 3) 2; 4) 3; 5) 4.

5. Непрерывная случайная величина распределена по нормальному закону с плотностью распределения вероятностей $f(x) = \frac{1}{4\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-5)^2}{32}}$. Математическое ожидание случайной величины равно:

- 1) 4 2) 16 3) 5 4) 32

6. Непрерывная случайная величина распределена равномерно на интервале [5, 12]. Ее функция распределения имеет вид:

$$1) F(x) = \begin{cases} 0, & x < 5 \\ \frac{x-3}{5}, & 5 \leq x \leq 12 \\ 1, & x > 12 \end{cases}$$

$$2) F(x) = \begin{cases} 0, & x < 5 \\ 1/7, & 5 \leq x \leq 12 \\ 1, & x > 12 \end{cases}$$

$$3) F(x) = \begin{cases} 0, & x < 5 \\ \frac{1}{5}, & 5 \leq x \leq 12 \\ 0, & x > 12 \end{cases}$$

$$4) F(x) = \begin{cases} 0, & x < 5 \\ \frac{x-8}{3}, & 5 \leq x \leq 12 \\ 1, & x > 12 \end{cases}$$

7. Пусть X непрерывная случайная величина с плотностью $f(x)$ и функцией распределения $F(x)$. Какое из следующих свойств верно:

- 1) $P(a < X < b) = F(b) - F(a)$; 2) $P(a < X < b) = f(b) - f(a)$
 3) $P(a < X < b) = f(a) - f(b)$; 4) $P(a < X < b) = (F(b) + F(a)) / 2$.

8. Пусть событие A может произойти совместно с некоторыми событиями (гипотезами) H_i . Какое условие нужно для применения формулы полной вероятности?

- 1) события H_i образуют полную группу событий;
 2) события H_i независимы;
 3) события H_i содержат в себе один из двух исходов;
 4) все приведенные ответы верны.

9. Из 400 студентов контрольную работу с первого раза успешно выполняют 60% студентов. Вероятность того, что 180 студентов успешно выполняют контрольную работу может быть найдена с использованием

- 1) формулы Пуассона; 2) локальной теоремы Муавра – Лапласа;
 3) формулы Бернулли; 4) формулы полной вероятности.

10. Если св X принимает только неотрицательные значения и имеет математическое ожидание, то для любого положительного числа A верно неравенство:

- 1) $P(X \geq A) \leq 1 - \frac{M(X)}{A^2}$ 2) $P(X \leq A) \geq \frac{M(X)}{A^2}$
 3) $P(X \leq A) < \frac{M(X)}{A}$ 4) $P(X \geq A) \leq \frac{M(X)}{A}$.

11. Какое свойство НЕ выполняется для независимых случайных величин X, Y :

- 1) $\text{cov}(X, Y) = 0$ 2) $D(X+Y) = D(X) + D(Y)$ 3) $M(XY) = M(X)M(Y)$ 4) $D(XY) = D(X)D(Y)$

Описание технологии проведения

Тестовые задания Обучающиеся выполняют выданные тестовые задания по вариантам в течение 20 минут.

Критерии оценки

Критерием оценивания тестов является оценка. Общая сумма баллов, которая может быть получена за аттестационный тест, соответствует количеству тестовых заданий. За каждое правильно решенное тестовое задание присваивается по 1 баллу.

Шкала оценивания тестовых заданий:

Оценка «отлично» выставляется обучающемуся, если даны правильные ответы на 86-100% тестовых заданий;

Оценка «хорошо» выставляется обучающемуся, если даны правильные ответы на 70-85% тестовых заданий;

Оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся, если даны правильные ответы на 54-69% тестовых заданий;

Оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся, если даны правильные ответы менее чем на 54% тестовых заданий.

20.2. Промежуточная аттестация

Промежуточная аттестация по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств:

– перечень вопросов к экзамену.

– результаты прохождения текущих аттестаций – выполнение контрольных работ; тестовых заданий.

- результаты выполнения самостоятельной работы.

Промежуточная аттестация проводится в соответствии с Положением о промежуточной аттестации обучающихся по программам высшего образования.

Перечень вопросов к экзамену:

1. Понятие испытания. Пространство элементарных событий.
2. Определение событий. Виды событий. Действия над событиями.
3. Классическое определение вероятности.
4. Относительная частота. Устойчивость относительной частоты.
5. Статистическая вероятность.
6. Геометрическая вероятность.
7. Вычисление вероятностей с использованием комбинаторных схем.
8. Пространство элементарных исходов. Событие и его вероятность.
9. Понятие об алгебре множеств и σ -алгебре. Аксиомы Колмогорова.
10. Понятие вероятностного пространства.
11. Теорема сложения вероятностей для несовместных событий.
12. Теорема сложения вероятностей для совместных событий.
13. Условная вероятность. Теорема умножения вероятностей.
14. Независимые события. Теорема умножения для независимых событий.
15. Вероятность появления хотя бы одного события.
16. Формула полной вероятности.
17. Формула Байеса.
18. Независимые испытания Бернулли. Теорема Бернулли.
19. Наивероятнейшее число появления события в последовательности независимых испытаний.
20. Формула Пуассона.
21. Приближенные формулы Муавра-Лапласа (локальная и интегральная теоремы Муавра-Лапласа). Следствие интегральной теоремы Муавра-Лапласа.
22. Понятие случайной величины. Дискретные и непрерывные случайные величины.
23. Ряд распределения дискретной случайной величины.
24. Функция распределения случайной величины и ее свойства.
25. Плотность распределения вероятностей непрерывной случайной величины и ее свойства.
26. Математическое ожидание дсв и нсв. Свойства математического ожидания.
27. Дисперсия дсв и нсв. Свойства дисперсии.
28. Мода, медиана, асимметрия, эксцесс.
29. Квантили. Понятие процентной точки.
30. Начальные и центральные моменты случайных величин, связь между ними.
31. Биномиальный закон распределения.
32. Геометрическое распределение.
33. Гипергеометрическое распределение.
34. Закон Пуассона.
35. Равномерный закон.
36. Показательное распределение.

37. Нормальный закон.
38. Вычисление вероятности попадания случайной величины, подчиненной нормальному закону, в заданный интервал. Правило «трех сигм».
39. Понятие закона больших чисел.
40. Неравенство Чебышева.
41. Теорема Чебышева.
42. Обобщенная теорема Чебышева.
43. Центральная предельная теорема.
44. Генеральная совокупность и выборка. Выборочное распределение.
45. Вариационный ряд, его характеристики. Гистограмма. Полигон.
46. Эмпирическая функция распределения и ее свойства.
47. Числовые характеристики выборочного распределения: выборочное среднее, выборочная дисперсия, медиана, асимметрия, эксцесс, выборочные моменты.
48. Понятие оценки параметра. Свойства оценок: состоятельность, несмещенность, эффективность.
49. Интервальные оценки параметров распределения. Доверительный интервал.
50. Оценки для выборочного среднего и выборочной дисперсии.
51. Описание гипотез. Простые и сложные гипотезы. Нулевая и конкурирующая гипотезы.
52. Критерии проверки статистических гипотез.
53. Уровень значимости и мощность критерия. Ошибки первого и второго рода.
54. Проверка гипотез о законах распределения.
55. Критерий согласия.
56. Проверка гипотез о равенстве средних и дисперсий.

Перечень практических заданий

1. Бросают игральную кость с шестью гранями и запускают волчок, имеющий восемь граней. Сколькими способами они могут упасть?
2. На вершину горы ведут пять дорог. Сколькими способами турист может подняться на гору и спуститься с нее? То же самое при условии, что спуск и подъем происходят по разным дорогам?
3. На ферме 20 овец и 24 свиньи. Сколькими способами можно выбрать одну овцу и одну свинью? Если такой выбор уже сделан, сколькими способами его можно сделать еще раз?
4. Имеется 6 пар перчаток разных размеров. Сколькими способами можно выбрать из них одну перчатку на правую руку и одну на левую, так чтобы они были разных размеров.
5. На собрании должны выступить 5 человек: А, Б, В, Г, Д. Сколькими способами можно расположить их в списке ораторов, при условии, что Б не должен до того, как выступит А?
6. На собрании должны выступить 5 человек: А, Б, В, Г, Д. Сколькими способами можно расположить их в списке ораторов, при условии, что Б должен выступить сразу же после А?
7. Найти сумму четырехзначных чисел, получаемых при всевозможных перестановках цифр 1; 2; 3; 4.
8. Сколько чисел меньших чем миллион, можно составить с помощью цифр 8 и 9?
9. Сколько нечетных четырехзначных чисел можно составить из цифр числа 3694, если каждую цифру можно использовать не более одного раза?
10. Из пяти букв разрезной азбуки составлено слово «книга». Карточки перемешали, а затем наугад собрали их. Какова вероятность того, что опять собрали слово «книга»?
11. Среди изготовленных 15 деталей имеется 5 нестандартных. Определить вероятность того, что взятые наугад три детали окажутся стандартными.
12. На отдельных одинаковых карточках написаны цифры: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Все девять карточек перемешивают, после чего наугад берут четыре карточки и раскладывают в порядке появления. Какова вероятность получить при этом а) число 1234; б) любое четырехзначное четное число.
13. Восемь различных книг расставлены случайным образом на полке. Найти вероятность того, что две определенные книги окажутся поставленными рядом.

14. В 25 экзаменационных билетах содержится по два вопроса, которые не повторяются. Студент знает ответы на 45 вопросов. Какова вероятность того, что доставшийся ему билет состоит из подготовленных вопросов?
15. В двух ящиках находятся детали: в первом 10, из них 3 стандартные, во втором – 15, из них 6 стандартных. Из каждого ящика наугад вынимают по одной детали. Найти вероятность того, что обе детали окажутся стандартными.
16. В студии телевидения три телевизионные камеры. Для каждой камеры вероятность того, что она включена в данный момент, равна 0,6. Найти вероятность того, что в данный момент включена хотя бы одна камера.
17. На базу поступило 50 ящиков овощей, из них 40 – первого сорта. Наудачу для проверки берут два ящика. Какова вероятность, что: а) оба содержат овощи первого сорта; б) разного сорта; в) одного сорта.
18. В магазин вошли три покупателя. Вероятность того, что каждый покупатель совершит покупку, равна 0,4. Найти вероятность того, что: а) два из них совершат покупки; б) ни один не совершит покупок; в) все три совершат покупки; г) по крайней мере два совершат покупку; д) хотя бы один купит товар.
19. На сборку поступают детали с трех станков, производительности которых соотносятся как 3:4:5. Брак продукции этих станков составляет 3%, 1% и 2% соответственно. Найти вероятность того, что наудачу взятая деталь из общей продукции станков – стандартная.
20. Страховая компания разделяет застрахованных по классам риска: I класс – малый риск, II класс – средний, III класс – большой риск. Среди этих клиентов 40% - первого класса риска, 35% - второго и 20% - третьего. Вероятность выплачивать вознаграждение для первого класса риска равна 0,01, второго – 0,04, третьего – 0,09. Какова вероятность того, что застрахованный получит денежное вознаграждение за период страхования.
21. В магазин товар поставляется тремя фирмами в соотношении 5:8:7. Среди продукции первой фирмы брак составляет 10%, второй - 5%, третьей – 15%. Найти вероятность того, что: а) приобретенный товар окажется не бракованным; б) приобретенный товар оказался бракованным. Какой фирмой вероятнее всего он произведен?
22. Из 20 стрелков 7 попадают в цель с вероятностью 0,5; 8 – с вероятностью 0,7; и 5 – с вероятностью 0,5. Наудачу выбранный стрелок произвел выстрел, поразив цель. К какой из групп вероятнее всего принадлежит этот стрелок?
23. Проводится 16 независимых испытаний с вероятностью успеха, равной 0,4. Найти наиболее вероятное число успешных испытаний.
24. Всхожесть семян некоторого растения составляет 80%. Найти вероятность того, что из пяти посеянных семян взойдут: а) пять семян; б) не менее четырех; в) не более одного.
25. Сколько раз нужно подбросить игральную кость, чтобы наивероятнейшее число выпадения 6 очков было равно 50?
26. В автопарке 70 машин. Вероятность поломки машины равна 0,3. Найти наивероятнейшее число исправных автомобилей и вероятность этого числа.
27. Отдел контроля проверяет на стандартность 900 деталей. Вероятность того, что деталь стандартна, равна 0,9. С вероятностью 0,9544 найти границы, в которых будет заключено число стандартных деталей.
28. Вероятность появления события в каждом из 400 независимых испытаний равна 0,8. Найти такое положительное число ε , чтобы с вероятностью 0,9876 абсолютная величина отклонения относительной частоты появления события от вероятности 0,8, не превысила ε .
29. В автопарке имеется 400 автомобилей. Вероятность безотказной работы каждого из них равна 0,9. С вероятностью 0,95 определить границы, в которых будет находиться доля безотказно работавших машин в определенный момент времени.
30. Вероятность того, что покупатель совершит покупку в магазине, 0,4. Составить закон распределения случайной величины X - числа покупателей, совершивших покупку, если магазин посетил 3 покупателя. Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение случайной величины X .
31. Клиенты банка, не связанные друг с другом, не возвращают кредиты в срок с вероятностью 0,1. Составить закон распределения числа возвращенных в срок кредитов из 5 вы-

данных. Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение случайной величины X .

32. Контрольная работа состоит из трех вопросов. На каждый вопрос приведено 4 ответа, один из которых правильный. Составить закон распределения числа правильных ответов при простом угадывании. Найти математическое ожидание и дисперсию этой случайной величины.

33. Покупатель посещает магазины для приобретения нужного товара. Вероятность того, что товар имеется в определенном магазине, составляет 0,4. Составить закон распределения случайной величины X - числа магазинов, которые посетит покупатель из четырех возможных. Построить график распределения. Найти наиболее вероятное число магазинов, которые посетит покупатель.

34. Дан закон распределения дискретной случайной величины:

x_i	1	4	6	8
p_i	0,1	0,3	0,4	0,2

Найти интегральную функцию распределения случайной величины X и построить ее график.

Для оценки практических заданий используется 4- балльная шкала: «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

Описание технологии проведения

Контрольно-измерительные материалы промежуточной аттестации включают в себя теоретические вопросы, позволяющие оценить уровень полученных знаний и практические задания, позволяющие оценить степень сформированности умений и навыков.

Обучающемуся выдается КИМ, содержащий теоретические вопросы и практические задания. Обучающийся излагает письменно свой ответ на бланках документов для проведения аттестации. Обучающиеся выполняют выданные задания КИМа в течение 90 минут на экзамене.

Пример контрольно– измерительного материала для промежуточной аттестации (экзамен)

УТВЕРЖДАЮ
заведующий кафедрой ИТ и ММЭ

Направление подготовки / специальность 38.03.01 экономика
Дисциплина Теория вероятностей и математическая статистика
Курс 2
Форма обучения очная
Вид аттестации промежуточная
Вид контроля экзамен

Контрольно-измерительный материал (тест) №1.

Теоретическая часть

- События называются равновероятными, если
 - в результате испытания они обязательно происходят;
 - наступление одного из них исключает наступление любого другого;
 - в результате испытания ни одно из этих событий не является объективно более возможным;
 - в результате испытания события могут произойти или не произойти.
- Дискретная случайная величина X имеет закон распределения Пуассона с параметром $\lambda > 0$, если она принимает значения $0, 1, 2, \dots, m, \dots$ (бесконечное, но счетное множество значений) с вероятностями**
- Формула сочетаний с повторениями имеет вид:**
- Сумма вероятностей противоположных событий равна:**
- При изменении параметра σ нормальная кривая
 - вырождается в стандартную кривую;
 - смещается вдоль оси абсцисс, не меняя формы;
 - вытягивается вверх, сжимаясь с боков;
 - становится более плоской, растягиваясь вдоль оси абсцисс.
- Условная вероятность это:**
- Медианой случайной величины называют такое значение случайной величины:**
- Пусть $F(x)$ функция распределения вероятностей. Вероятность того, что случайная величина X примет значение из интервала (α, β) равна:**
- μ_3 является центральным моментом третьего порядка. Сколько из указанных ниже утверждений являются справедливыми? 1) μ_3 служит для характеристики крутости распределения; 2) μ_3 используют для вычисления коэффициента эксцесса; 3) μ_3 служит для характеристики асимметрии; 4) μ_3 - дисперсия случайной величины.
 - 0
 - 1
 - 2
 - 3
 - 4
- Если независимые случайные величины X_1, X_2, \dots, X_n имеют математические ожидания $M(X_i)$ и дисперсии $D(X_i)$, то для любого $\varepsilon > 0$ верно:

$$1) \lim_{n \rightarrow \infty} P\left(\left|\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n M(X_i)\right| < \varepsilon\right) = 1 - \frac{1}{n^2 \varepsilon^2} \sum_{i=1}^n D(X_i); \quad 2) \lim_{n \rightarrow \infty} P\left(\left|\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n M(X_i)\right| < \varepsilon\right) = \frac{1}{n^2 \varepsilon^2} \sum_{i=1}^n D(X_i);$$

$$3) \lim_{n \rightarrow \infty} P\left(\left|\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n M(X_i)\right| < \varepsilon\right) = 1; \quad 4) \lim_{n \rightarrow \infty} P\left(\left|\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n M(X_i)\right| < \varepsilon\right) = M(X_i).$$

11. Формула перестановки без повторов имеет вид:

$$1) P_n = \frac{n!}{m!} \quad 2) P_n = n! \quad 3) P_n = \frac{n!}{n_1! n_2! \dots n_k!} \quad 4) P_n = \frac{n!}{m!(n-m)!}.$$

12. Теорема сложения вероятностей для произвольных событий (с доказательством).

ЗАДАЧИ

13. Случайная величина X имеет показательное распределение параметром $2/3$. Дисперсия X равна:

$$1) 2/3 \quad 2) 9/4 \quad 3) 3/2 \quad 4) 4/9.$$

Ответ обосновать.

14. Из цифр 0; 1; 9 можно составить пятизначных чисел:

$$1) 54 \quad 2) 81 \quad 3) 32 \quad 4) 162.$$

Ответ обосновать.

15. Произведено три выстрела по цели из орудия. Вероятность попадания при первом выстреле равна 0,75; при втором – 0,8; при третьем – 0,9. Определить вероятность того, что будет по крайней мере два попадания. **Ответ обосновать решением.**

16. Вероятность быть изделию бракованным равна 0,05. Найти вероятность того, что среди 1000 изделий 40 бракованных. **Ответ обосновать решением.**

17. Дан закон распределения дискретной случайной величины X

X	1	4	6	8
P	0,1	0,3	0,4	0,2

Найти интегральную функцию случайной величины X .

18. Рабочий обслуживает 3 станка, вероятности выхода из строя каждого из которых в течение часа соответственно равны 0,2, 0,15 и 0,1. Составить закон распределения числа станков, не требующих ремонта в течение часа. Найти математическое ожидание этой случайной величины. **Ответ обосновать решением.**

19. Математическое ожидание и дисперсия случайной величины $Z = 4X - 3Y$, если $M(X) = 6$, $M(Y) = 5$, $D(X) = 5$, $D(Y) = 4$, а случайные величины X и Y независимы равны:

$$1) 19; 136 \quad 2) 9; 8 \quad 3) 39; 32 \quad 4) 39; 136 \quad 5) 9; 136$$

Ответ обосновать.

20. Вероятность попадания в цель при стрельбе первого и второго орудий соответственно равны: $p_1 = 0,8$; $p_2 = 0,9$. Вероятность попадания при одном залпе (из обоих орудий) только одним из орудий равна

$$1) 0,72 \quad 2) 0,44 \quad 3) 0,26 \quad 4) 0,98$$

Ответ обосновать.

21. Случайная величина задана дифференциальной функцией $f(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x \leq 1 \\ 1/16, & \text{при } 1 < x \leq 17 \\ 0, & \text{при } x > 17. \end{cases}$ Веро-

ятность попадания случайной величины в интервал (9;12) равна:

$$1) 9/16 \quad 2) 3/16 \quad 3) 12/16 \quad 4) 12/17$$

Ответ обосновать.

22. Дискретная случайная величина X задана рядом распределения

X	2	4	6
P	0,3	0,2	0,5

Математическое ожидание $M(X^2 + 6)$ равно:

$$1) 24,1 \quad 2) 1,59 \quad 3) 16,4 \quad 4) 28,4$$

Ответ обосновать.

23. Непрерывная случайная величина равномерно распределена на отрезке $[-12; 26]$. Ее математическое ожидание равно:

$$1) 5 \quad 2) 29/12 \quad 3) 7 \quad 4) 30/37$$

Ответ обосновать.

24. Если гроссмейстер А. играет белыми, то он выигрывает у гроссмейстера Н. с вероятностью 0,45. Если А играет черными, то А выигрывает с вероятностью 0,4. Гроссмейстеры А и Н, иг-

рают две шахматные партии, причем во второй партии меняют цвет фигур. Вероятность того, что А выиграет оба раза равна:

- 1) 0,85 2) 0,9 3) 0,18 4) 0,82

Ответ обосновать.

Требования к ответу на экзамене, описание критериев и шкалы оценивания компетенций (результатов обучения) при промежуточной аттестации

Для оценивания результатов обучения на экзамене используется 4-балльная шкала: «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

Соотношение показателей, критериев и шкалы оценивания результатов обучения.

Критерий оценивания компетенций	Уровень сформированности компетенций	Шкала оценок	
<p>Обучающийся в полной мере владеет понятийным аппаратом теории вероятностей и математической статистики, способен применять теоретические знания для решения практических задач; умеет решать типовые задачи теории вероятностей и математической статистики, проводить их анализ, получать количественные соотношения; умеет использовать математический аппарат при решении теоретических и практических задач; демонстрирует умения по выполнению постановки типовых задач теории вероятностей и математической статистики и исследование методов их решения, владеет математическими, статистическими и количественными методами решения типовых задач.</p>	<p><i>Повышенный уровень</i></p>	<p><i>Отлично</i></p>	
<p>Обучающийся владеет понятийным аппаратом теории вероятностей и математической статистики, при применении теоретических знаний для решения практических задач допускает незначительные ошибки; при решении типовых задач теории вероятностей и математической статистики допускает незначительные вычислительные ошибки; умеет проводить анализ типовых задач теории вероятностей и математической статистики, получать количественные соотношения; умеет использовать математический аппарат при решении теоретических и практических задач; демонстрирует умения по выполнению постановки типовых задач теории вероятностей и математической статистики и исследование методов их решения владеет математическими, статистическими и количественными методами решения типовых задач.</p>	<p><i>Базовый уровень</i></p>	<p><i>Хорошо</i></p>	
<p>Обучающийся частично владеет теоретическими основами теории вероятностей и математической статистики, не умеет применять теоретические знания для решения практических задач, допускает ошибки при решении типовых задач теории вероятностей и математической статистики; способен фрагментарно проводить анализ типовых задач теории вероятностей и математической статистики, получать количественные соотношения; умеет фрагментарно использовать математический аппарат при решении теоретических и практических задач; владеет частично математическими, статистическими и количественными методами решения типовых задач.</p>	<p><i>Пороговый уровень</i></p>	<p><i>Удовлетворительно</i></p>	

Обучающийся демонстрирует отрывочные, фрагментарные знания теоретических основ теории вероятностей и математической статистики, допускает грубые ошибки при решении задач теории вероятностей и математической статистики, не умеет использовать математический аппарат при решении теоретических и практических задач.		<i>Неудовлетворительно</i>	
---	--	----------------------------	--

Для оценивания уровня сформированности компетенций используется приведенная выше шкала, где оценки определяются по результатам R использования ФОС из следующих условий. $R = RЭ + RC$, $RЭ$ – экзаменационный балл (max 80), RC - аттестационные баллы семестра (max 20)., аттестационные баллы семестра складываются из баллов текущей аттестации (max 10) и выполнения самостоятельных заданий и заданий по лекциям (max 10).

- $R \geq 85$ (повышенный уровень): «отлично»
- $70 \leq R < 85$ (базовый уровень): «хорошо»;
- $50 \leq R < 70$ (пороговый уровень): «удовлетворительно»
- $R < 50$ (низкий уровень): «неудовлетворительно».

Промежуточная аттестация с применением ДОТ

1. Промежуточная аттестация с применением электронного обучения, дистанционных образовательных технологий (далее – ЭО, ДОТ) проводится в рамках электронного курса, размещенного в ЭИОС (образовательный портал «Электронный университет ВГУ» (LMS Moodle, <https://edu.vsu.ru/>)).

2. Промежуточная аттестация обучающихся осуществляется в форме экзамена.

3. Обучающиеся, проходящие промежуточную аттестацию с применением ДОТ, должны располагать техническими средствами и программным обеспечением, позволяющим обеспечить процедуры аттестации. Обучающийся самостоятельно обеспечивает выполнение необходимых технических требований для проведения промежуточной аттестации с применением дистанционных образовательных технологий.

4. Идентификация личности обучающегося при прохождении промежуточной аттестации обеспечивается посредством использования каждым обучающимся индивидуального логина и пароля при входе в личный кабинет, размещенный в ЭИОС ВГУ.