

МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
(ФГБОУ ВО «ВГУ»)

УТВЕРЖДАЮ

Заведующий кафедрой  
математической физики  
и информационных технологий



С.А. Переселков

28.06.2024г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

**Б1.О.11.03 Линейная алгебра**

**1. Код и наименование направления подготовки/специальности:**

14.03.02 Ядерные физика и технологии.

**2. Профиль подготовки/специализация:** Физика атомного ядра и частиц.

**3. Квалификация выпускника:** бакалавр

**4. Форма обучения:** очная

**5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины:** 0803 кафедра математической физики и информационных технологий.

**6. Составители программы:** Деревягина Елена Ивановна, кандидат физико-математических наук, доцент.

**7. Рекомендована:** Научно-методическим советом физического факультета, протокол №6 от 27.06.2024г.

**8. Учебный год:** 2024/2025

**Семестр(ы):** 2

## 9. Цели и задачи учебной дисциплины:

Целями освоения учебной дисциплины являются:

- овладение начальными знаниями по линейной алгебре, необходимыми для изучения других дисциплин специальности,
- знакомство студентов с основными понятиями и методами линейной алгебры;
- формирование у студентов научного математического мышления, умения применять математический аппарат для исследования физических процессов;
- формирование у обучающихся определенного состава компетенций (результатов освоения) для подготовки к профессиональной деятельности.

Основная задача учебной дисциплины: формирование всесторонних знаний об основах линейной алгебры. В курсе данной дисциплины студенты овладевают знаниями по таким разделам линейной алгебры, как линейные пространства и операторы, алгебра матриц, системы линейных уравнений.

## 10. Место учебной дисциплины в структуре ООП:

Дисциплина (модуль) «Линейная алгебра» относится к базовой части модуля общепрофессиональных дисциплин учебного плана ООП.

Предшествующие дисциплины:

1. «Аналитическая геометрия» (Б1.О.11.02);

Дисциплины, которым предшествует данная дисциплина:

1. «Векторный и тензорный анализ» (Б1.О.11.04);
2. «Дифференциальные уравнения» (Б1.О.11.05).

## 11. Планируемые результаты обучения по дисциплине/модулю (знания, умения, навыки), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями выпускников):

| Код   | Название компетенции  | Код(ы)  | Индикатор(ы)   | Планируемые результаты обучения  |
|-------|---|---------|--|--|
| ОПК-1 | Способен применять базовые знания в области физико-математических и (или) естественных наук в сфере своей профессиональной деятельности | ОПК-1.1 | Владеет знаниями фундаментальных разделов математики.                        | Знает математический язык для выражения одной из самых общих естественнонаучных идей - идеи линейности в совокупности целостной системы научных знаний об окружающем мире.   |
|       |   | ОПК-1.2 | Создает и применяет математические модели в своей практической деятельности. | Умеет использовать аппарат линейной алгебры при изучении последующих математических, физических курсов и в программировании, для научного познания и творчества;<br>- оценивать численные значения величин, характерных для различных разделов естествознания. |
|       |   | ОПК-1.3 | Умеет оценивать границы  | Использует положения, законы и методы естественных наук  |

|  |  |  |  |   |
|--|--|--|--|---|
|  |  |  | применимости используемых математических моделей при решении типовых профессиональных задач. | для решения инженерных задач в сфере профессиональной деятельности. |
|--|--|--|--|---|

**12. Объем дисциплины в зачетных единицах/час. — 4/144.**

**Форма промежуточной аттестации**(зачет/экзамен) ЭКЗАМЕН.

**13. Виды учебной работы:**

| Вид учебной работы   | Трудоемкость |              |
|--|--------------|--------------|
|  | Всего        | По семестрам |
|  |              | 2 семестр    |
| Аудиторные занятия   | 64           | 64           |
| в том числе: лекции  | 32           | 32           |
| практические   | 32           | 32           |
| Самостоятельная работа   | 44           | 44           |
| Форма промежуточной аттестации (зачет – 0 час. / экзамен 0 час.) | 36           | 36           |
| Итого:   | 144          | 144          |

**13.1. Содержание дисциплины:**

| п/п              | Наименование раздела дисциплины                | Содержание раздела дисциплины   | Реализация раздела дисциплины с помощью онлайн-курса, ЭУМК * |
|------------------|--|---|--|
| <b>1. Лекции</b> |  |   |  |
| 1.1              | Матричная алгебра. Системы линейных уравнений. | Арифметическое n-мерное пространство. Матрицы. Операции над матрицами. Определители n-го порядка. Системы, решаемые по правилу Крамера. Ранг матрицы. Теорема о базисном миноре. Методы вычисления ранга матрицы. Теорема Кронекера-Капелли. Фундаментальная система решений для однородной системы линейных уравнений. Структура общего решения для неоднородной системы линейных уравнений. Метод Гаусса. |  |
| 1.2              | Линейные пространства.                         | Линейные пространства. Линейно зависимые и независимые системы векторов. Базис в линейном   |  |

|                                |  |  |  |
|--------------------------------|--|--|--|
|                                |  | пространстве. Матричная форма разложения по базису. Матрица перехода к новому базису. Формулы преобразования координат при изменении базиса. Подпространства линейного пространства, линейные многообразия. Линейная оболочка системы векторов. Сумма и пересечение подпространств. Прямая сумма подпространств. Евклидовы пространства. Неравенство Коши-Буняковского. Ортонормированный базис. Процесс ортогонализации Грама-Шмидта. |  |
| 1.3                            | Линейные операторы.  | Линейные операторы. Матрица линейного оператора. Изменение матрицы линейного оператора при переходе к новому базису. Произведение линейных операторов. Алгебра операторов. Матрица суммы, произведения на число и произведения линейных операторов. Обратный оператор. Ядро и образ линейного оператора. Собственные числа и собственные векторы линейного оператора. Характеристическое уравнение.                                    |  |
| 1.4                            | Линейные операторы в пространствах со скалярным произведением. | Сопряженный оператор, его свойства. Матрица сопряженного оператора в ортонормированном базисе. Самосопряженные операторы, унитарные операторы. Приведение матрицы самосопряженного оператора к диагональному виду.   |  |
| 1.5                            | Билинейные и квадратичные формы.                               | Линейные формы. Сопряженное пространство. Двойственный базис. Билинейные формы. Вид билинейной формы в фиксированном базисе. Переход к новому базису. невырожденные, симметричные и положительно определенные билинейные формы. Квадратичные формы. Приведение квадратичной формы к каноническому виду методом Лагранжа и методом собственных векторов.  |  |
| <b>2. Практические занятия</b> |  |  |  |
| 2.1                            | Матричная алгебра. Решение систем линейных уравнений.          | Операции над матрицами. Определители $n$ -го порядка. Обратная матрица. Ранг матрицы. Решение однородных и неоднородных систем по методу Гаусса.   |  |
| 2.2                            | Линейные пространства.   | Примеры линейных пространств. Базис в линейном пространстве. Матрица перехода. Формулы изменения координат вектора при изменении базиса.   |  |
| 2.3                            | Линейные операторы.  | Примеры линейных операторов. Матрица линейного оператора в базисе. Изменение матрицы линейного оператора при переходе к новому базису. Нахождение собственных чисел и собственных векторов линейных операторов. Приведение матрицы линейного оператора к диагональному виду.   |  |

|     |                     |   |  |
|-----|---------------------|---|--|
| 2.4 | Квадратичные формы. | Приведение квадратичной формы к каноническому виду методом Лагранжа и методом собственных векторов. |  |
|-----|---------------------|---|--|

### 13.2. Темы (разделы) дисциплины и виды занятий:

| № п/п | Наименование темы (раздела) дисциплины                         | Виды занятий (часов) |              |                        |       |
|-------|--|----------------------|--------------|------------------------|-------|
|       |  | Лекции               | Практическое | Самостоятельная работа | Всего |
| 1     | Матричная алгебра. Системы линейных уравнений.                 | 8                    | 12           | 14                     | 34    |
| 2     | Линейные пространства.   | 8                    | 8            | 10                     | 26    |
| 3     | Линейные операторы.  | 8                    | 6            | 8                      | 22    |
| 4     | Линейные операторы в пространствах со скалярным произведением. | 4                    | 2            | 4                      | 10    |
| 5     | Билинейные и квадратичные формы.                               | 4                    | 4            | 8                      | 16    |
|       | Итого:   | 32                   | 32           | 44                     | 108   |

### 14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Работа с конспектами лекций, чтение литературы по предмету; решение задач по курсу в течение семестра.

Самостоятельная работа студентов в течение семестра включает следующие формы работы и виды контроля:

- подготовка к практическим занятиям;

при подготовке к практическим занятиям необходимо проработать теоретические вопросы занятия с использованием материала лекций и рекомендуемой литературы, подробно разобрать примеры решения задач, разобранных на лекциях, выполнить домашние задания по данной теме;

- подготовка к коллоквиуму по лекционному курсу;

при подготовке к коллоквиуму по лекционному курсу необходимо проработать теоретические вопросы данного модуля с использованием материала лекций и рекомендуемой литературы, подробно разобрать примеры, разобранные на лекциях, выполнить домашние задания по данному модулю;

Показателем успешной текущей работы студента является еженедельное выполнение заданий на практических занятиях. Методическое обеспечение самостоятельной работы студентов по курсу включает:

- Конспект лекций;
- Основную литературу;
- Дополнительную литературу.

### 15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины (список литературы оформляется в соответствии с требованиями ГОСТ и используется общая сквозная нумерация для всех видов источников)

а) основная литература:

| № п/п | Источник   |
|-------|--|
| 1     | Проскуряков И.В. Сборник задач по линейной алгебре: Учебное пособие. – 14-е изд., стер./ И.В. Проскуряков. – СПб: Лань. 2019. – 476 с. |
| 2     | А.Н. Канатников, А.П. Крищенко. Линейная алгебра. – 5-е изд. – М.: МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2015. -336 с.                                |
| 3     | Попов В.С. Линейная алгебра. – М.: МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2016. -256 с.  |
| 4     | Ильин В.А., Позняк Э.Г. Линейная алгебра и аналитическая геометрия - 6-е изд., сер. Университетский учебник. - М: МГУ, 2014. - 280 с.  |

б) дополнительная литература:

| № п/п | Источник  |
|-------|---|
| 1     | Шмидт Р.А. Алгебра. 4: Задачник-практикум - СПб: Изд. Санкт-Петербургского Гос. Ун-та, 2016. - 184 с.                     |
| 2     | Ильин В.А., Ким Г.Д. Линейная алгебра и аналитическая геометрия - 3-е изд., перераб. и доп. - М: Проспект, 2014. - 400 с. |

в) информационные электронно-образовательные ресурсы (официальные ресурсы интернет)\*:

| № п/п | Ресурс   |
|-------|--|
| 1.    | <a href="http://www.lib.vsu.ru">www.lib.vsu.ru</a> – ЗНБ ВГУ           |
| 2.    | <a href="http://e.lanbook.com/">http://e.lanbook.com/</a> - ЭБС «Лань» |
| 3.    | <a href="http://www.book.ru/">http://www.book.ru/</a> - ЭБС «Book.ru»  |

\* Вначале указываются ЭБС, с которыми имеются договора у ВГУ, затем открытые электронно-образовательные ресурсы

## 16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы.

Курс дисциплины построен таким образом, чтобы позволить студентам максимально проявить способность к самостоятельной работе. Для успешной самостоятельной работы предполагается тесный контакт с преподавателем.

Изучение дисциплины следует начинать с проработки настоящей рабочей программы, особое внимание уделяя целям и задачам, структуре и содержанию курса.

Студентам рекомендуется получить в библиотеке учебную литературу по дисциплине, необходимую для эффективной работы на всех видах аудиторных занятий, а также для самостоятельной работы по изучению дисциплины.

Своевременное и качественное выполнение самостоятельной работы базируется на соблюдении настоящих рекомендаций и изучении рекомендованной литературы. Студент может дополнить список использованной литературы современными источниками, не представленными в списке рекомендованной литературы, и в дальнейшем использовать собственные подготовленные учебные материалы.

Успешное освоение курса предполагает активное, творческое участие студента путем планомерной, повседневной работы.

### **17. Информационные технологии, используемые для реализации учебной дисциплины, включая программное обеспечение и информационно-справочные системы (при необходимости)**

### **18. Материально-техническое обеспечение дисциплины:**

*(при использовании лабораторного оборудования указывать полный перечень, при большом количестве оборудования можно вынести данный раздел в приложение к рабочей программе)*

Лекционная аудитория.

---

### **19. Фонд оценочных средств:**

| № п/п  | Наименование раздела дисциплины (модуля) | Компетенция(и) | Индикатор(ы) достижения компетенции | Оценочные средства                        |
|--|--|----------------|-------------------------------------|---|
| 1.   | Разделы 1-5<br>Разделы 1-4               | ОПК-1          | ОПК-1.1                             | Контрольные работы                        |
|  |  |                | ОПК-1.2                             | Контрольные работы                        |
|  |  |                | ОПК-1.3                             | Контрольные работы                        |
| Промежуточная аттестация<br>форма контроля — экзамен |  |                |                                     | Перечень вопросов<br>Практическое задание |

### **20. Типовые оценочные средства и методические материалы, определяющие процедуры оценивания**

#### **20.1 Текущий контроль успеваемости**

Оценка знаний, умений и навыков, характеризующая этапы формирования компетенций в рамках изучения дисциплины осуществляется в ходе текущей и промежуточной аттестаций.

Текущая аттестация проводится в соответствии с Положением о текущей аттестации обучающихся по программам высшего образования Воронежского государственного университета. Текущая аттестация проводится в форме письменных контрольных работ. Критерии оценивания приведены выше.

Промежуточная аттестация проводится в соответствии с Положением о промежуточной аттестации обучающихся по программам высшего образования.

Контрольно-измерительные материалы промежуточной аттестации включают в себя теоретические вопросы, позволяющие оценить уровень полученных знаний и

практические задания, позволяющие оценить степень сформированности умений и навыков, и опыт деятельности.

## 20.2 Перечень вопросов к экзамену.

1. Арифметическое пространство  $\mathbb{R}^n$ .
2. Матрицы. Операции над матрицами. Ассоциативность умножения матриц. Квадратные матрицы.
3. Определители  $n$ -го порядка. Алгебраические дополнения и миноры. Свойства определителей. Определитель Вандермонда.
4. Обратная матрица. Необходимое и достаточное условие существования, единственность, формула для вычисления обратной матрицы.
5. Различные формы записи систем линейных уравнений. Системы, решаемые по правилу Крамера.
6. Ранг матрицы. Теорема о базисном миноре.
7. Методы вычисления ранга матрицы. Теорема Кронекера-Капелли.
8. Фундаментальная система решений для однородной системы линейных уравнений. Структура общего решения для неоднородной системы линейных уравнений.
9. Метод Гаусса решения систем линейных уравнений.
10. Линейные пространства. Определение, примеры. Линейная зависимость и независимость векторов. Базис в линейном пространстве.
11. Теоремы о базисе. Размерность пространства. Примеры конечномерных и бесконечномерных пространств.
12. Матричная форма разложения по базису. Матрица перехода к новому базису. Формулы преобразования координат при изменении базиса.
13. Подпространства линейного пространства, линейные многообразия. Примеры. Линейная оболочка системы векторов. Сумма и пересечение подпространств. Прямая сумма подпространств.
14. Евклидовы пространства. Примеры. Неравенство Коши-Буняковского. Норма вектора, угол между векторами, ортогональные векторы.
15. Ортонормированный базис в евклидовом пространстве. Проекция вектора. Процесс ортогонализации Грама-Шмидта.
16. Линейные операторы. Примеры. Матрица линейного оператора. Изменение матрицы линейного оператора при переходе к новому базису.
17. Ядро и образ линейного оператора. Дефект и ранг линейного оператора.



18. Сумма линейных операторов, произведение линейного оператора на число, произведение линейных операторов. Обратный оператор и условия его существования.
19. Собственные числа и собственные векторы линейного оператора. Характеристическое уравнение. Приведение матрицы линейного оператора к диагональному виду.
20. Сопряженный оператор, его свойства. Самосопряженные операторы. Унитарные операторы. Приведение матрицы самосопряженного оператора к диагональному виду.
21. Билинейные формы. Вид билинейной формы в фиксированном базисе. Переход к новому базису.
22. Квадратичные формы. Приведение квадратичной формы к каноническому виду методом Лагранжа. Положительно определенные квадратичные формы. Критерий Сильвестра положительной определенности квадратичной формы.

### 20.3 Перечень практических заданий.

1. Решить систему методом Гаусса, указать общее решение и одно частное:

$$\begin{array}{rclclcl}
 2x_1 & +x_2 & -x_3 & -x_4 & +x_5 & = & 1 \\
 x_1 & -x_2 & +x_3 & +x_4 & -2x_5 & = & 0 \\
 3x_1 & +3x_2 & -3x_3 & -3x_4 & +4x_5 & = & 2 \\
 4x_1 & +5x_2 & -5x_3 & -5x_4 & +7x_5 & = & 3
 \end{array}$$

2. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix}
 1 & -3 & 0 & -2 \\
 -4 & 3 & 3 & -2 \\
 -1 & 1 & -2 & -3 \\
 3 & -2 & 2 & 8
 \end{vmatrix}$$

3. Найти фундаментальную систему решений. Указать общее решение:

$$\begin{array}{rclclcl}
 x_1 & +2x_2 & +4x_3 & -3x_4 & = & 0 \\
 3x_1 & +5x_2 & +6x_3 & -4x_4 & = & 0 \\
 4x_1 & +5x_2 & -2x_3 & +3x_4 & = & 0 \\
 3x_1 & +8x_2 & +24x_3 & -19x_4 & = & 0
 \end{array}$$

4. Найти ранг матрицы:

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 & -1 & -1 & -2 \\ 2 & -1 & 1 & 0 & -2 & -2 \\ -2 & -5 & 8 & -4 & 3 & -1 \\ 6 & 0 & -1 & 2 & -7 & -5 \\ -1 & -1 & 1 & -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}.$$

5. Решить матричное уравнение:

$$X \cdot \begin{pmatrix} 1 & 3 & 4 \\ -2 & -3 & 1 \\ 2 & 5 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 \\ -2 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

6. Найти значение матричного многочлена

$$f(A) = 2x^5 - x^2 - 3x + 4,$$

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ 0 & 5 \end{pmatrix}.$$

7. Найти обратную матрицу

$$\begin{pmatrix} 9 & 7 & 6 \\ 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

8. Применяя процесс ортогонализации, постройте ортонормированный базис:

$$\bar{e}_1 = (1, 2, 2, -1)^T, \quad \bar{e}_2 = (1, 1, -5, 3)^T, \quad \bar{e}_3 = (3, 2, 8, -7)^T.$$

9. Проверить, образуют ли многочлены

$$f_1 = 1 + t + t^2, \quad f_2 = 1 + t + 2t^2, \quad f_3 = 1 + 2t + 3t^2.$$

базис в пространстве многочленов степени не выше двух. Найти координаты многочлена

$$f = -2 + 2t + 6t^2$$

в этом базисе.

10. Проверить, образуют ли следующие матрицы базис в пространстве квадратных матриц второго порядка:

$$\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -4 & 2 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -2 & -2 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} -4 & 6 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

11.

Написать матрицу оператора  $A: V^3 \rightarrow V^3$ ,  $A\bar{x} = (\bar{e}, \bar{x})\bar{e}$ , где

$$\bar{e} = \frac{1}{\sqrt{3}}\bar{i} + \frac{1}{\sqrt{3}}\bar{j} - \frac{1}{\sqrt{3}}\bar{k},$$

в базисе  $(\bar{i}, \bar{j}, \bar{k})$ .

12.

Проверить, что оператор  $A: V^3 \rightarrow V^3$ , заданный формулой  $A\bar{x} = [\bar{a}, \bar{x}]$ , является линейным. В случае  $\bar{a} = 3\bar{i} - \bar{j} + \bar{k}$  написать матрицу оператора  $A$  в базисе  $\mathcal{B} = (\bar{i}, \bar{j}, \bar{k})$ . (Квадратные скобки означают векторное произведение.)

13.

Найти собственные числа и собственные векторы линейного оператора, заданного матрицей:

$$\begin{pmatrix} 2 & -2 & 0 \\ -2 & 1 & -2 \\ 0 & -2 & 0 \end{pmatrix}.$$

14.

Показать, что каждая из двух систем векторов образует базис в  $R^3$  и найти матрицу перехода:

$$\begin{aligned} \bar{e}_1 &= (1, 2, -1), & \bar{e}_2 &= (-2, 1, 2), & \bar{e}_3 &= (4, 1, -3); \\ \bar{e}'_1 &= (2, 1, -1), & \bar{e}'_2 &= (0, 2, -3), & \bar{e}'_3 &= (1, 1, -5). \end{aligned}$$

15.

Дана матрица линейного оператора  $A$  в базисе  $B = (\bar{e}_1, \bar{e}_2)$ :

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Найти ее матрицу в базисе  $B$ :  $\bar{e}'_1 = -\bar{e}_1 + \bar{e}_2$ ,  $\bar{e}'_2 = \bar{e}_1 - 2\bar{e}_2$ .

При оценивании используются количественные и качественные шкалы оценок.

| Критерии оценивания компетенций   | Уровень сформированности компетенций | Шкала оценок        |
|---|--------------------------------------|---------------------|
| Обучающийся в полной мере владеет понятийным аппаратом и теоретическими основами дисциплины, способен иллюстрировать ответ примерами, фактами, данными научных исследований, применять теоретические знания для решения практических задач данной дисциплины.   | Повышенный уровень                   | Отлично             |
| Обучающийся в полной мере владеет понятийным аппаратом и теоретическими основами дисциплины, способен иллюстрировать ответ примерами, фактами, данными научных исследований, применять теоретические знания для решения практических задач данной дисциплины.<br>Допускает ошибки при решении этих задач. | Базовый уровень                      | Хорошо              |
| Обучающийся частично владеет понятийным аппаратом и теоретическими основами дисциплины, способен иллюстрировать ответ примерами, фактами, данными научных исследований, применять теоретические знания для решения практических задач данной дисциплины.<br>Допускает ошибки при решении этих задач.      | Пороговый уровень                    | Удовлетворительно   |
| Ответ на контрольно-измерительный материал не соответствует любым трем (четырем) из перечисленных показателей. Обучающийся демонстрирует отрывочные, фрагментарные знания, допускает грубые ошибки.   | –                                    | Неудовлетворительно |

## ЛИСТ СОГЛАСОВАНИЙ

### РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Направление/специальность 14.03.02 Ядерные физика и технологии

Дисциплина Б1.О.11.03 Линейная алгебра.

Профиль подготовки Физика атомного ядра и частиц

Форма обучения очная

Учебный год 2024/2025

Ответственный исполнитель

Заведующий кафедрой математической физики и информационных технологий  Переселков С.А. 28.06.2024

Исполнители

Доцент кафедры математической физики и информационных технологий \_\_\_\_\_ Деревягина Е.И. 28.06.2024

СОГЛАСОВАНО

Куратор ООП  
по направлению/специальности \_\_\_\_\_ .\_\_\_.\_\_ 2024  
*подпись* *расшифровка подписи*

Начальник отдела обслуживания ЗНБ \_\_\_\_\_ .\_\_\_.\_\_ 2024  
*подпись* *расшифровка подписи*

Программа рекомендована Научно-методическим советом физического факультета, протокол №6 от 27.06.2024г.