

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО «ВГУ»)

УТВЕРЖДАЮ

Заведующий кафедрой
математической физики и
информационных технологий



С.А. Переселков

28.06.2024г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Б1.О.11.04 Векторный и тензорный анализ

1. Код и наименование направления подготовки/специальности:

14.03.02 Ядерные физика и технологии.

2. Профиль подготовки/специализация: Физика атомного ядра и частиц.

3. Квалификация (степень) выпускника: Бакалавр

4. Форма обучения: очная

5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины: 0803 кафедра математической физики и информационных технологий.

6. Составители программы: Чернов Владислав Евгеньевич, доктор физико-математических наук, профессор

7. Рекомендована: Научно-методическим советом физического факультета, протокол №6 от 27.06.2024г.

8. Учебный год: 2025/2026

Семестр(ы): 3

9. Цели и задачи учебной дисциплины:

изучение взаимосвязи криволинейных, поверхностных и кратных интегралов, особенно формул Остроградского-Гаусса и Стокса, необходимо для изучения математической физики, электродинамики, квантовой механики и других физических курсов. Преобразование дифференциальных выражений с помощью набла – исчисления и замена переменных в дифференциальных операторах для криволинейных систем координат с помощью коэффициентов Ламэ являются основными техническими приемами при работе с уравнениями в частных производных. Методы тензорного исчисления применяются при изучении релятивистских теорий и для анализа сплошных сред.

10. Место учебной дисциплины в структуре ООП:

дисциплина «Векторный и тензорный анализ» относится к дисциплинам базовой части цикла Б1 основной образовательной программы подготовки бакалавров по направлению 14.03.02 «Ядерная физика и технологии». Векторный и тензорный анализ относится к числу фундаментальных разделов современной математики. Знание основ теории интегральных уравнений и вариационного исчисления является важной составляющей общей математической культуры выпускника.

11. Планируемые результаты обучения по дисциплине/модулю (знания, умения, навыки), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями выпускников):

Код	Название компетенции	Код(ы)	Индикатор(ы)	Планируемые результаты обучения
ОПК-1	Способен применять базовые знания в области физико-математических и (или) естественных наук в сфере своей профессиональной деятельности	ОПК-1.1	Владеет знаниями фундаментальных разделов математики.	Знает основные понятия векторного и тензорного анализа, которые используются для построения моделей и конструирования алгоритмов решения практических задач.
		ОПК-1.2	Создает и применяет математические модели в своей практической деятельности.	Умеет применять методы векторного и тензорного анализа для решения практических задач.
		ОПК-1.3	Умеет оценивать границы применимости используемых математических моделей при решении типовых профессиональных задач.	Владеет навыками квалифицированного выбора и адаптации существующих методов векторного и тензорного анализа для решения практических задач в сфере профессиональной деятельности.

12. Объем дисциплины в зачетных единицах/час. (в соответствии с учебным планом) — 2/72.

Форма промежуточной аттестации: зачёт.

13. Виды учебной работы:

Вид учебной работы		Трудоемкость	
		Всего	По семестрам
			3 семестр
Аудиторные занятия		50	50
в том числе:	лекции	34	34
	практические	16	16
	лабораторные	0	0
Самостоятельная работа		22	22
в том числе: курсовая работа (проект)		0	0
Форма промежуточной аттестации		0	0
Итого:		72	72

13.1. Содержание дисциплины:

п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины	Реализация раздела дисциплины с помощью онлайн-курса, ЭУМК *
1. Лекции			
1.1	Скалярные поля.	Скалярные поля: Основные понятия и определения. Полный дифференциал, полная производная. Производная скалярного поля по направлению. Градиент скалярного поля.	
1.2	Векторные поля.	Векторные поля: Основные понятия и определения. Дивергенция векторного поля. Ротор векторного поля.	
1.3	Набл-исчисление.	Операции первого порядка по набл. Операции над скалярными и векторными функциями от радиус-вектора. Оператор Лапласа. Операции второго порядка.	
1.4	Криволинейные и поверхностные интегралы.	Векторный элемент линии и длина дуги. Криволинейные интегралы. Векторный элемент поверхности. Элемент площади поверхности. Поверхностные интегралы.	
1.5	Элементы теории поля.	Формулы Грина. Формула Гаусса-Остроградского. Формула Стокса. Безвихревое и соленоидальное векторное поле.	
1.6	Тензоры.	Системы координат и допустимые преобразования. Индексные обозначения, немой индекс. Ранг тензора. Контравариантный и ковариантный вектор и тензор. Умножение	

		тензора на скаляр. Свертывание смешанного тензора. Произведение тензоров. Симметричные и антисимметричные тензоры. Символы Кронекера, Леви-Чивита.	
2. Практические занятия			
2.1	Скалярные поля.	Вычисление полного дифференциала и полной производной. Вычисление производной скалярного поля по направлению. Вычисление градиента скалярного поля.	
2.2	Векторные поля.	Вычисление дивергенции векторного поля. Вычисление ротора векторного поля.	
2.3	Набла-исчисление.	Набла-исчисление с различными операциями первого порядка. Операции над скалярными и векторными функциями от радиус-вектора. Оператор Лапласа. Операции второго порядка.	
2.4	Криволинейные и поверхностные интегралы.	Вычисление криволинейных интегралов. Элемент площади поверхности в различных координатах. Вычисление поверхностных интегралов.	
2.5	Элементы теории поля.	Применение формулы Грина. Применение формулы Гаусса-Остроградского. Применение формулы Стокса. Безвихревое и соленоидальное векторное поле.	
2.6	Тензоры.	Системы координат и допустимые преобразования. Индексные обозначения, немой индекс. Нахождение ранга тензора, контравариантные и ковариантные координаты. Умножение тензора на скаляр. Свертывание смешанного тензора. Произведение тензоров. Симметричные и антисимметричные тензоры. Работа с символами Кронекера и Леви-Чивита.	

13.2. Темы (разделы) дисциплины и виды занятий:

№ п/п	Наименование темы (раздела) дисциплины	Виды занятий (часов)				Всего
		Лекции	Практическое	Лабораторные	Самостоятельная работа	
1.1	Скалярные поля.	5	2		3	10
1.2	Векторные поля.	5	2		3	10
1.3	Набла-исчисление.	6	3		4	13
1.4	Криволинейные и поверхностные интегралы.	6	3		4	13
1.5	Элементы теории поля.	6	3		4	13
1.6	Тензоры.	6	3		4	13
	Итого:	34	16		22	72

14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

При изучении дисциплины рекомендуется использовать следующие средства:

- рекомендуемую основную и дополнительную литературу;
- методические указания и пособия;
- электронные версии учебников и методических указаний для выполнения практических работ.

Форма организации самостоятельной работы: подготовка к аудиторным занятиям; выполнение домашних заданий; выполнение контрольных работ.

При использовании дистанционных образовательных технологий и электронного обучения выполнять все указания преподавателей, вовремя подключаться к online занятиям, ответственно подходить к заданиям для самостоятельной работы.

15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины (список литературы оформляется в соответствии с требованиями ГОСТ и используется общая сквозная нумерация для всех видов источников)

а) основная литература:

№ п/п	Источник
1	Будак Б.М., Фомин С.В. Кратные интегралы и ряды. Учебник. — М.: ФИЗМАТЛИТ 2002. - 132 с.
2	Краснов М.Л., Киселев А.И., Макаренко Г.И., Шикин Е.В., Заляпин В.И., Соболев С.К. Вся высшая математика: Учебник. Т. 4. -- М.: Эдиториал УРСС, 2001. 352 с.
3	Гаврилов В.Р., Иванова Б.Б., Морозова В.Д. Кратные и криволинейные интегралы. Элементы теории поля: Учеб. для вузов / Под ред. В.С. Зарубина, А.П. Крищенко. - 2-е изд., стереотип. - М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2003. -496 с. (Сер. Математика в техническом университете; Вып. VII).

б) дополнительная литература:

№ п/п	Источник
1	Ю.М. Белоусов, В.П. Кузнецов, В.П. Смилга. Практическая математика. Руководство для начинающих изучать теоретическую физику: Учебное пособие / Ю.М. Белоусов, В.П. Кузнецов, В.П. Смилга — Долгопрудный: Издательский Дом «Интеллект», 2009. — 176 с.
2	Краснов М.Л., Киселев А.И., Макаренко Г.И. Векторный анализ. Задачи и упражнения с подробными решениями -- М.: Эдиториал УРСС, 2002. 144 с.

в) информационные электронно-образовательные ресурсы (официальные ресурсы интернет)*:

№ п/п	Ресурс
1	www.lib.vsu.ru – ЗНБ ВГУ
2	Gen.lib.rus.ec – Библиотека Генезис

16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы

№ п/п	Источник
1	Письменный Д.Т. Конспект лекций по высшей математике: [в 2 ч.]. Ч. 2 / Д.Т. Письменный. — 7-е изд. — М.: Айрис-пресс, 2011. — 256 с.

17. Образовательные технологии, используемые при реализации учебной дисциплины, включая дистанционные образовательные технологии (ДОТ), электронное обучение (ЭО), смешанное обучение):

При реализации дисциплины могут использоваться технологии электронного обучения и дистанционные образовательные технологии на базе портала edu.vsu.ru, а также другие доступные ресурсы сети Интернет.

18. Материально-техническое обеспечение дисциплины:

Лекционная аудитория.

19. Фонд оценочных средств:

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Компетенция(и)	Индикатор(ы) достижения компетенции	Оценочные средства
1.	Разделы 1-6	ОПК-1	ОПК-1.1	Контрольные работы
2.	Разделы 1-6		ОПК-1.2	Контрольные работы
3.	Разделы 1-6		ОПК-1.3	Контрольные работы
Промежуточная аттестация форма контроля — зачёт				Перечень вопросов Практическое задание

20. Типовые оценочные средства и методические материалы, определяющие процедуры оценивания

20.1 Текущий контроль успеваемости

Контроль успеваемости по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств:

Перечень вопросов к зачету:

1. Скалярные поля: Основные понятия и определения.
2. Полный дифференциал, полная производная.
3. Производная скалярного поля по направлению.
4. Градиент скалярного поля.
5. Векторные поля: Основные понятия и определения.
6. Дивергенция векторного поля.
7. Ротор векторного поля.
8. Операции первого порядка по набла.
9. Операции над скалярными и векторными функциями от радиус-вектора.
10. Оператор Лапласа. Операции второго порядка.
11. Векторный элемент линии и длина дуги.
12. Криволинейные интегралы.
13. Векторный элемент поверхности. Элемент площади поверхности.
14. Поверхностные интегралы.
15. Формулы Грина.
16. Формула Гаусса-Остроградского.
17. Формула Стокса.
18. Безвихревое и соленоидальное векторное поле.
19. Системы координат и допустимые преобразования. Индексные обозначения, немой индекс.
20. Ранг тензора. Контравариантный и ковариантный вектор и тензор.
21. Умножение тензора на скаляр. Свертывание смешанного тензора.
22. Произведение тензоров. Симметричные и антисимметричные тензоры.
23. Символы Кронекера, Леви-Чивита.

Перечень практических заданий:

1. Вычисление полного дифференциала и полной производной.
2. Вычисление производной скалярного поля по направлению.
3. Вычисление градиента скалярного поля.
4. Вычисление дивергенции векторного поля.
5. Вычисление ротора векторного поля.
6. Набла-исчисление с различными операциями первого порядка.
7. Операции над скалярными и векторными функциями от радиус-вектора.
8. Оператор Лапласа. Операции второго порядка.
9. Вычисление криволинейных интегралов.

10. Элемент площади поверхности в различных координатах.
11. Вычисление поверхностных интегралы.
12. Применение формулы Грина.
13. Применение формулы Гаусса-Остроградского.
14. Применение формулы Стокса.
15. Безвихревое и соленоидальное векторное поле.
16. Системы координат и допустимые преобразования. Индексные обозначения, немой индекс.
17. Нахождение ранга тензора, контравариантные и ковариантные координаты.
18. Умножение тензора на скаляр. Свертывание смешанного тензора.
19. Произведение тензоров. Симметричные и антисимметричные тензоры.
20. Работа с символами Кронекера и Леви-Чивита.

Тестовые задания

Контрольно-измерительный материал № 1.

1. Найти производную функции $z = 2x^2 - 3xy + 3y^2 + 5y$ в точке $A(1; 2)$ в направлении, составляющем с осью Ox угол 30° . Определить направление максимального роста данной функции в данной точке.
2. Найти векторные линии поля: $z \mathbf{i} + y \mathbf{j} + x \mathbf{k}$
3. Вычислить $\int_L yz dx + xz dy + xy dz$ по дуге винтовой линии $x = a \cos t$, $y = a \sin t$, $z = b t$ при изменении t от 0 до 2π
4. Найти поток векторного поля $\mathbf{F}(x, y, z) = z \mathbf{i} + y \mathbf{j} + x \mathbf{k}$ через часть поверхности эллипсоида $(x/a)^2 + (y/b)^2 + (z/c)^2 = 1$, лежащую в первом октанте (в направлении внешней нормали).
5. Вычислить дивергенцию и ротор векторного поля $\mathbf{F} \left(\frac{1}{2}(y^2 + z^2), \frac{1}{2}(z^2 + x^2), \frac{1}{2}(x^2 + y^2) \right)$

Контрольно-измерительный материал № 2.

1. Найти направление максимального роста функции $z = 3x^2 + xy - 2y^2$ в точке $A(2; 1)$. Найти также наибольшее из значений производных по разным направлениям в точке A .
2. Найти векторные линии поля: $(x-y) \mathbf{i} + (z-x) \mathbf{j} + (z-y) \mathbf{k}$

3. Вычислить $\int_L (x^2 - 2xy^2 + 3) dx + (y^2 - 2x^2y + 3) dy$, где L-дуга параболы $y=ax^2$, соединяющей точки $O(0,0)$ и $A(2,8)$
4. Найти поток векторного поля $\mathbf{F}(x,y,z) = 2x \mathbf{i} - y \mathbf{j}$ через часть поверхности эллипсоида $x^2 + y^2 + z^2 = 1$, $x > 0$, $y > 0$, $0 < z < H$; в направлении внешней нормали.
5. Вычислить дивергенцию и ротор векторного поля $\mathbf{F} = x^2y \cdot \mathbf{i} + y^2z \cdot \mathbf{j} + z^2x \cdot \mathbf{k}$

Перечень заданий для контрольных работ:

Текущая аттестация № 1

1. Скалярные и векторные поля.
2. Набла-исчисление.

Текущая аттестация № 2

1. Криволинейные и поверхностные интегралы. Элементы теории поля.
2. Тензоры.

Описание критериев и шкалы оценивания компетенций (результатов обучения) при промежуточной аттестации:

Для оценивания результатов обучения на экзамене/зачете используются следующие показатели:

- 1) знание основных понятий векторного и тензорного анализа и их методов, которые используются для построения моделей и конструирования алгоритмов решения практических задач;
- 2) знание постановки классических задач;
- 3) знание методов формулировки и доказательства математических утверждений;
- 4) умение применять методы векторного и тензорного анализа для решения задач профессиональной деятельности;
- 5) умение применять аппарат векторного и тензорного анализа для доказательства утверждений и теорем;
- 6) владение навыками квалифицированного выбора и адаптации существующих методов векторного и тензорного анализа для решения практических задач решения различных задач;
- 7) владение навыками использования методов решения классических задач векторного и тензорного анализа для решения различных естественнонаучных задач.

Для оценивания результатов обучения на экзамене (зачете с оценкой) используется 4-балльная шкала: «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

Для оценивания результатов обучения на зачете используется – зачтено, не зачтено. Соотношение показателей, критериев и шкалы оценивания результатов обучения.

Критерии оценивания компетенций	Уровень сформированности компетенций	Шкала оценок
Обучающийся в полной мере владеет понятийным аппаратом и теоретическими основами дисциплины, способен иллюстрировать ответ примерами, фактами, данными научных исследований, применять теоретические знания для решения практических задач данной дисциплины.	Повышенный уровень	Отлично
Обучающийся в полной мере владеет понятийным аппаратом и теоретическими основами дисциплины, способен иллюстрировать ответ примерами, фактами, данными научных исследований, применять теоретические знания для решения практических задач данной дисциплины. Допускает ошибки при решении этих задач.	Базовый уровень	Хорошо
Обучающийся частично владеет понятийным аппаратом и теоретическими основами дисциплины, способен иллюстрировать ответ примерами, фактами, данными научных исследований, применять теоретические знания для решения практических задач данной дисциплины. Допускает ошибки при решении этих задач.	Пороговый уровень	Удовлетворительно
Ответ на контрольно-измерительный материал не соответствует любым трем (четырем) из перечисленных показателей. Обучающийся демонстрирует отрывочные, фрагментарные знания, допускает грубые ошибки.	–	Неудовлетворительно

ЛИСТ СОГЛАСОВАНИЙ

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Направление/специальность 14.03.02 Ядерные физика и технологии

Дисциплина Б1.О.11.04 Векторный и тензорный анализ.

Профиль подготовки Физика атомного ядра и частиц

Форма обучения очная

Учебный год 2025/2026

Ответственный исполнитель

Заведующий кафедрой математической физики и информационных технологий  Переселков С.А. 28.06.2024

Исполнители

Профессор кафедры математической физики и информационных технологий _____ Чернов В.Е. 28.06.2024

СОГЛАСОВАНО

Куратор ООП
по направлению/специальности _____ .___.__ 2024
подпись *расшифровка подписи*

Начальник отдела обслуживания ЗНБ _____ .___.__ 2024
подпись *расшифровка подписи*

Программа рекомендована Научно-методическим советом физического факультета, протокол №6 от 27.06.2024г.