МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО «ВГУ»)

УТВЕРЖДАЮ

Заведующий кафедрой
Математического и прикладного анализа
А.И. Шашкин
подпись, расшифровка подписи
23.03.2024 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ
Б1.О.10 Математический анализ

Код и наименование дисциплины в соответствии с учебным планом

1. Код и наименование направления подготовки/специальности:

09.03.03 Прикладная информатика

2. Профиль подготовки/специализация: прикладная информатика в информационном обществе

3. Квалификация выпускника: Бакалавр

4. Форма обучения: очная

5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины: математического и прикладного анализа

6. Составители программы:

Доктор физико-математических наук	***Шашкин Александр Иванович*** *Профессор*
Доктор физико-математических наук	***Ляхов Лев Николаевич*** *Профессор*
Доктор физико-математических наук	***Половинкин Игорь Петрович*** *Доцент*
Кандидат физико-математических наук	***Виноградова Галина Анатольевна*** *Доцент*
Кандидат физико-математических наук	***Быкова Мария Игоревна*** *Доцент*
	Украинский Павел Сергеевич

7. Рекомендована: НМС 22 марта 2024 года, протокол №5

отметки о продлении вносятся вручную)

8. Учебный год: *2024/2025* **Семестр(ы): 1-2**

9.Цели и задачи учебной дисциплины

Целью освоения дисциплины математического анализа является изучение основных математических понятий, их взаимосвязи и развития, а также отвечающих им методов, используемых для анализа, моделирования и решения прикладных задач.В задачи курса математического анализа входят: развитие алгоритмического и логического мышления студентов, овладение методами исследования и решения математических задач, выработка у студентов умения самостоятельно расширять свои математические знания и проводить математический анализ прикладных задач.

Дисциплина Б1.О.10 Математический анализ обеспечивает приобретение знаний и умений в соответствии с государственным образовательным стандартом, содействует фундаментализации образования, формированию мировоззрения и развитию системного мышления. Она знакомит студентов с основными понятиями и методами теории пределов, дифференциального и интегрального исчисления функций одного и нескольких действительных переменных. Дисциплина является базовой для изучения всех математических и специальных дисциплин. Знания и практические навыки, полученные по дисциплине Б1.О.10 Математический анализ, используются студентами при изучении общепрофессиональных дисциплин, а также при выполнении курсовых и домашних работ.

Требования к результатам освоения содержания дисциплины:

Дисциплина Б1.О.10 Математический анализ относится к базовой части Математического и естественнонаучного цикла. Она обеспечивает фундаментальные знания и формирует умения и навыки, необходимые для изучения всех математических дисциплин.

В результате изучения дисциплины студент должен:

Знать :

основные положения теории пределов и непрерывных функций, теории числовых и функциональных рядов, теории интегралов, зависящих от параметра, теории неявных функций и ее приложение к задачам на условный экстремум, теории поля; основные теоремы дифференциального и интегрального исчисления функций одного и нескольких переменных.

Уметь:

определять возможности применения теоретических положений и методов математического анализа для постановки и решения конкретных прикладных задач; решать основные задачи на вычисление пределов функций, их дифференцирование и интегрирование, на вычисление интегралов, на разложение функций в ряды; производить оценку качества полученных решений прикладных задач; использовать алгоритмические приемы решения стандартных задач и выработать способность геометрического видения формального аппарата дисциплины с одной стороны и умение формализовать в терминах дисциплины задачи геометрического и аналитического характера с другой.

Владеть:

стандартными методами и моделями математического анализа и их применением к решению прикладных задач

10. Место учебной дисциплины в структуре ООП: Дисциплина относится к обязательной части математического и естественнонаучного цикла. Для освоения дисциплины студент должен владеть входными знаниями в объеме курса математики (дисциплины «Алгебра и начала анализа» и «Геометрия») средней школы. Изучение дисциплины Б1.О.10 Математический анализ осуществляется в тесном взаимодействии с дисциплинами «Алгебра», «Дискретная математика», «Информатика и программирование»,. Дисциплина *«Математический анализ»* является предшествующей и необходимой для изучения всех математических дисциплин и дисциплин компьютерного цикла учебного плана

11. Планируемые результаты обучения по дисциплине/модулю (знания, умения, навыки), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями) и индикаторами их достижения:

Код	Название компетенции	Код(ы)	Индикатор(ы)	Планируемые результаты обучения
УК-1;	Способен осуществлять поиск,	ИУК - 1.1.	Анализирует проблемную ситуацию как систему, выявляя	**Знать:** основные положения, законы и методы фундаментальной математики и естественно-математических дисциплин

	критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач		ее составляющие и связи между ними.	для понимания сущности проблемы: основные положения теории пределов и непрерывных функций, теории числовых и функциональных рядов, теории интегралов, зависящих от параметра, теории неявных функций и ее приложение к задачам на условный экстремум, теории поля, основные теоремы дифференциального и интегрального исчисления функций одного и нескольких переменных. **Уметь:** приводить научные положения и факты для обоснования сущности проблемы определять возможности применения теоретических положений и методов математического анализа для постановки и решения конкретных прикладных задач; решать основные задачи на вычисление пределов функций, их дифференцирование и интегрирование, на вычисление интегралов, на разложение функций в ряды; производить оценку качества полученных решений прикладных задач; использовать алгоритмические приемы решения стандартных задач и выработать способность геометрического видения формального аппарата дисциплины с одной стороны и умение формализовать в терминах дисциплины задачи геометрического и аналитического характера с другой. **Владеть**: современными проблемами естественных наук и математики, стандартными методами и моделями математического анализа и их применением к решению прикладных задач
		ИУК - 1.2.	Используя логико-методологический инструментарий, критически оценивает надежность источников информации, современных концепций философского и социального характера в своей предметной области.	
ОПК-1	Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	ИОПК - 1.1.	Демонстрирует знания основ фундаментальной математики и естественно-математических дисциплин. Собирает, анализирует и систематизирует отечественную и зарубежную научно-техническую информацию по профессиональной тематике	Знает: основные положения, законы и методы фундаментальной математики и естественно-математических дисциплин для понимания сущности проблемы. Умеет: приводить научные положения и факты для обоснования сущности проблемы. Владеет: современными проблемами естественных наук и математики.
		ИОПК - 1.2.	Использует для решения проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности	Знает: основные математические приложения и физические законы, явления и процессы, на которых основаны принципы действия объектов профессиональной деятельности.

			соответствующий физико-математический аппарат. Анализирует и систематизирует результаты собственных исследований, представляет материалы в виде научных отчетов, публикаций, презентаций	Умеет: отбирать эффективные методы решения проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности. Владеет: методами физико-математического моделирования для решения естественнонаучных заданий, типовых задач в рамках профессиональной деятельности и методами анализа результатов моделирования и принятия решения на основе полученных результатов.
		ИОПК - 1.3.	Критически оценивает и пополняет знания в области естественнонаучных и математических дисциплин. Применяет физико-математический аппарат для моделирования (формализации) объектов или процессов реального мира	Знает: концепции непрерывного образования в области естественно-математических дисциплин. Умеет: использовать способы формализации проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности. Владеет: базовыми технологиями поиска, хранения и преобразования информации.
		ИОПК - 1.4.	Понимает сущность и значения информации в развитии современного информационного общества, соблюдает основные требования информационной безопасности	знает: сущность и значение информации в развитии современного информационного общества; основы работы в локальных и глобальных сетях; основные требования информационной безопасности; правовые основы защиты и меры ответственности за нарушения государственной тайны. умеет: пользоваться программными методами защиты информации при работе с компьютерными системами и организационными мерами и приемами антивирусной защиты. владеет: методами поиска и обмена информацией в глобальных и локальных компьютерных сетях; техническими и программными средствами защиты информации при работе с компьютерными системами.

12. Объем дисциплины в зачетных единицах/час. *(в соответствии с учебным планом)* —

9 / 324.

Форма промежуточной аттестации *(зачет/экзамен) 2 экзамена*

13. Трудоемкость по видам учебной работы

Вид учебной работы	Трудоемкость

		Всего	По семестрам	
			1 семестр	2 семестр
Контактная работа		160	80	80
в том числе:	лекции	64	32	32
	практические	96	48	48
	лабораторные			
	курсовая работа			
Самостоятельная работа		92	46	46
Промежуточная аттестация *(для экзамена)*		72	36	36
Итого:		324	162	162

13.1. Содержание дисциплины

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины
1. Лекции		
	Общие математические понятия, необходимые для изучения математического анализа	1. Высказывания. Операции над высказываниями. Свойства операций над высказываниями (одно из свойств доказать). 2. Элементы теории множеств. Операции над множествами. Свойства операций над множествами (одно из свойств доказать). Сокращенные обозначения для сумм, произведений, объединений, пересечений. 3. Отображения. Функции. Сюръекция. Инъекция. Биекция. Образ множества при отображении. Множество значений отображения. Обратное отображение. Сужение отображения. Композиция отображений. График отображения. 4. Неопределенные высказывания. Кванторы существования и всеобщности. Правило отрицания высказывания, записанного с помощью кванторов. Логическое следование. Отрицание логического следования. Необходимое условие. Достаточное условие. Обратная теорема. Необходимое и достаточное условие. 5. Множество вещественных чисел. Аксиома полноты (непрерывности) множества всех вещественных чисел. Модуль вещественного числа и его геометрический смысл. Свойства модуля. Изображение вещественных чисел допустимыми десятичными дробями. Промежутки. 6. Ограниченные и неограниченные множества числовой прямой. Точные грани числовых множеств. Корректность определения. Переход к точным граням в неравенствах. 7. Метод математической индукции. Формула бинома Ньютона. 8. Эквивалентные множества. Счетные множества. Счетность множества рациональных чисел. Теорема Кантора о несчетности множества вещественных чисел. Множества мощности континуум. 9. Принцип вложенных отрезков. Теорема о существовании общей точки стягивающейся системы отрезков. 10. Принцип вложенных отрезков. Теорема о единственности общей точки стягивающейся системы отрезков.

		11. Арифметическое пространство R^n . Основные операции над элементами арифметического пространства R^n и их свойства. Скалярное произведение векторов в R^n и его свойства. Случаи n=1, 2,3. Отображения $R^n \to R^m$. Координатные функции. 12. Скалярное произведение векторов в R^n и его свойства. Норма вектора в R^n и ее свойства: неравенство Коши-Буняковского-Шварца, основные неравенства для норм. Расстояние между точками в R^n и его свойства. Метрическое пространство R^n . Отображения $R^n \to R^m$. Координатные функции. 13. Символы “**+**∞”, ”**-**∞”, ”∞”. Расширенная числовая прямая. Расширение пространства R^n. Окрестности точек в пространстве R^n и на числовой прямой. Окрестности бесконечных элементов. <u>Теорема о вложении окрестностей</u>. <u>Свойство отделимости по Хаусдорфу</u>. 14. **Виды точек и множеств в пространстве R^n.** Внутренняя точка множества. Открытые множества. Предельная точка множества. Замкнутое множество. Изолированная точка множества.
	Предел и непрерывность функций и отображений. Предел последовательности точек.	15. Предел отображения, определенного на множестве метрического пространства со значениями в метрическом пространстве (определение по Коши). Непрерывные отображения в точке. Предел отображений $R^n \to R^m$. Конечные и бесконечные пределы. Предел по множеству. **Ограниченность отображения $R^n \to R^m$, имеющего конечный предел в точке, в окрестности этой точки**. 16. Предел отображения, определенного на множестве метрического пространства со значениями в метрическом пространстве (определение по Коши и его геометрическая трактовка). Непрерывные отображения в точке. Предел отображений $R^n \to R^m$. Конечные и бесконечные пределы. Предел по множеству. **Единственность предела**. 17. Предел отображения, определенного на множестве метрического пространства со значениями в метрическом пространстве (определение по Коши и его геометрическая трактовка). Непрерывные отображения в точке. Предел отображений $R^n \to R^m$. Конечные и бесконечные пределы. Предел по множеству. **Критерии предела и непрерывности отображений в терминах координатных функций**. 18. **Бесконечно малые в точке функции** $R^n \to R$. Связь понятия бесконечно малой в точке функции с понятием предела функции в этой точке. Арифметические свойства бесконечно малых в точке функций $R^n \to R$. Бесконечно малые отображения $R^n \to R^m$. 19. Предел отображения, определенного на множестве метрического пространства со значениями в метрическом пространстве (определение по Коши и его геометрическая трактовка). Непрерывные отображения в точке. Предел отображений $R^n \to R^m$. Конечные и бесконечные пределы. Предел по множеству. **Арифметические свойства пределов отображений $R^n \to R^m$ и функций $R^n \to R$.** Понятие неопределенностей и раскрытия неопределенностей. 20. Непрерывность постоянной функции и функции $y = x$. Непрерывность степенной функции с натуральным показателем. Многочлен. Непрерывность многочленов. Рациональная функция. Непрерывность рациональных функций в точках области

		определения. Вычисление пределов рациональных функций одной вещественной переменной.
		21. Теорема о переходе к пределу в неравенствах.
		22. Теорема о промежуточной функции (о двух милиционерах).
		23. Последовательности точек в метрическом пространстве. Понятие предела последовательности. Геометрический смысл определения предела последовательности. Последовательности точек в R^n как отображения $N \to R^n$. Числовая последовательность. Бесконечные пределы. Координатные последовательности. Свойства последовательностей, вытекающие из общих свойств отображений (арифметические свойства пределов, переход к пределу в неравенствах, единственность предела, ограниченность сходящейся последовательности, связь понятия бесконечно малой последовательности с понятием предела последовательности). Критерий предела последовательности точек в R^n в терминах координатных последовательностей. Предельная точка множества (определение и критерий с доказательством).
		24. Существование конечного предела ограниченной монотонной числовой последовательности.
		25. Существование бесконечного предела неограниченной монотонной числовой последовательности.
		26. Число **e**. Определение и корректность определения.
		27. Подпоследовательность. Теорема Больцано-Вейерштрасса для ограниченных числовых последовательностей.
		28. Подпоследовательность. Теорема Больцано-Вейерштрасса для ограниченных последовательностей точек в пространстве R^n. Теорема Больцано-Вейерштрасса в терминах предельных точек.
		29. Подпоследовательность. Теорема Больцано-Вейерштрасса для последовательностей в расширенной формулировке.
		30. Фундаментальные последовательности. Критерий Коши сходимости числовой последовательности.
		31. Фундаментальные последовательности. Критерий Коши сходимости последовательностей точек в пространстве R^n.
		32. Частичные пределы последовательности. Теорема Больцано-Вейерштрасса в терминах частичных пределов. Первое определение верхнего и нижнего пределов числовой последовательности. Теорема о корректности первого определения. Эквивалентность первого и второго определений (без доказательства).
		33. Первое, второе определения верхнего и нижнего пределов числовой последовательности. Эквивалентность первого и второго определений.
		34. Первое, второе определения верхнего и нижнего пределов числовой последовательности. Эквивалентность первого и второго определений (без доказательства). Необходимое и достаточное условие сходимости числовой последовательности в терминах верхнего и нижнего пределов.
		35. Определение Гейне предела функции в точке. Эквивалентность определений Коши и Гейне предела функции в точке.
		36. Пределы функции в точке по подмножествам, по направлениям.

		Пример функции, имеющей пределы в точке по всем направлениям, но не имеющей предела в этой точке. 37. Односторонние пределы функции одной вещественной переменной. Определения Коши и Гейне односторонних пределов функции одной переменной в точке. Необходимое и достаточное условие существования предела функции одной переменной в точке в терминах односторонних пределов. 38. Определения Коши и Гейне непрерывности отображения и функции в точке. Случаи изолированной точки и предельной точки области определения функции. Односторонняя непрерывность функции одной переменной. Ограниченность непрерывной функции. Непрерывная кривая в пространстве R^n. 39. Теорема о сохранении знака непрерывной в точке функции в окрестности этой точки. 40. Предел и непрерывность суперпозиции функций. 41. Непрерывность тригонометрических функций. 42. Первый замечательный предел. Следствия. 43. Первая теорема Вейерштрасса о непрерывной на ограниченном замкнутом множестве функции. 44. Вторая теорема Вейерштрасса о непрерывной на ограниченном замкнутом множестве функции. 45. Обобщение теорем Вейерштрасса на случай отображений $R^n \to R^m$. 46. Теорема Больцано-Коши о промежуточном значении непрерывной на отрезке функции одной переменной. 47. Теорема Больцано-Коши о промежуточном значении непрерывной функции нескольких переменных. 48. Следствия из теоремы Больцано-Коши о промежуточном значении непрерывной на отрезке функции одной переменной. 49. Монотонные функции одной переменной. Теорема о пределах монотонной функции. 50. Точки разрыва функции одной переменной. Классификация точек разрыва. Характер разрывов монотонной функции (следствие из теоремы о пределах монотонной функции). 51. Теорема о непрерывности монотонной функции одной переменной . 52. Теорема о существовании и монотонности обратной функции у монотонной непрерывной на промежутке функции одной переменной . 53. Степенная функция одной переменной с рациональным показателем. Непрерывность при различных показателях. 54. Показательная функция одной переменной с рациональным показателем. Теорема о непрерывности показательной функции с рациональным показателем в точке *x=0*. 55. Определение показательной функции одной переменной с вещественным показателем. Корректность определения (формулировка теоремы и доказательство существования предела последовательности

		$\{a^{x_n}\},\ x_n \in Q,\quad когда\quad \lim\limits_{n\to\infty} x_n = x,\quad x \in R$). 56. Определение показательной функции одной переменной с вещественным показателем. Корректность определения (формулировка теоремы и доказательство независимости предела $\{a^{x_n}\},\ x_n \in Q,\quad когда\quad \lim\limits_{n\to\infty} x_n = x$, от вида последовательности $\{x_n\}$). 57. Свойства показательной функции одной переменной (перечислить все, доказать формулу $a^{x_1}a^{x_2} = a^{x_1+x_2},\quad x_1, x_2 \in R$). 58. Свойства показательной функции одной переменной (перечислить все, доказать свойство монотонности на числовой прямой). 59. Свойства показательной функции одной переменной (перечислить все, доказать непрерывность на числовой прямой). 60. Свойства показательной функции одной переменной (перечислить все, доказать формулу $(a^{x_1})^{x_2} = a^{x_1 x_2},\quad x_1, x_2 \in R$). 61. Свойства показательной функции одной переменной. Перечислить все, доказать формулы $\lim\limits_{x\to+\infty} a^x = +\infty\ (a>1),\quad \lim\limits_{x\to-\infty} a^x = 0\ (a>1),$ $\lim\limits_{x\to+\infty} a^x = 0\ (0<a<1),\quad \lim\limits_{x\to-\infty} a^x = +\infty\ (0<a<1).$ 62. Логарифмическая функция одной переменной. Гиперболические функции. Степенная функция с вещественным показателем. Показательно-степенная функция. Основные элементарные функции. Элементарные функции. Теорема о непрерывности элементарных функций. 63. Второй замечательный предел. 64. Следствия из формулы второго замечательного предела. Асимптотические формулы для показательной, логарифмической, степенной и гиперболических функций одной переменной. 65. Критерий Коши существования конечного предела функции в точке. 66. Равномерная непрерывность функции на множестве. Теорема Кантора о равномерной непрерывности. 67. Сравнение функций. Символ <u>O</u>. Функции одного порядка при $x \to x_o$. 68. Символ ō в сравнении поведения функций. Два определения соотношения $\alpha(x) = \bar{o}(\beta(x))$ при $x \to x_o$. Их эквивалентность при $\beta(x) \neq 0$ $x \neq x_o$. 69. Эквивалентные в точке функции. Критерий соотношения $\alpha(x) \sim \beta(x)$ при $x \to x_o$, $\beta(x) \neq 0$ при $x \neq x_o$. Главная часть функции. Понятие асимптотической формулы.
	Дифференциальное исчисление функции одной вещественной переменной	70. Дифференцируемость функции одной вещественной переменной в точке. Непрерывность дифференцируемой функции. Дифференциал функции в точке. 71. Производная функции одной вещественной переменной в точке. Необходимое и достаточное условия дифференцируемости функции одной вещественной переменной в точке. Формула,

		выражающая дифференциал функции одной вещественной переменной в точке через ее производную. Дифференциал независимой переменной. Односторонние производные. Критерий существования производной функции одной вещественной переменной в точке в терминах односторонних производных. 72. Геометрический смысл дифференциала и производной функции одной вещественной переменной в точке. Касательная к графику функции в точке. Односторонние касательные. Вертикальные касательные. 73. Производные и дифференциалы суммы, произведения, частного дифференцируемых в точке функций (доказать только утверждение о производной суммы и произведения). 74. Производные и дифференциалы суммы, произведения, частного дифференцируемых в точке функций одной вещественной переменной (доказать только утверждение о производной частного). 75. Производная обратной функции одной вещественной переменной. 76. Производная сложной функции одной вещественной переменной. Инвариантность формы первого дифференциала. 77. Таблица производных функций одной вещественной переменной (перечислить все формулы, доказать формулы для производных показательной, логарифмической функций). 78. Таблица производных функций одной вещественной переменной (перечислить все формулы, доказать формулы для производных тригонометрических функций). 79. Таблица производных функций одной вещественной переменной (перечислить все формулы, доказать формулы для производных обратных тригонометрических функций). 80. Логарифмическая производная функции одной вещественной переменной. Таблица производных (перечислить все формулы, доказать формулу для производной степенной функции). Производная показательно-степенной функции. 81. Производные высших порядков функций одной вещественной переменной. Таблица производных высших порядков (перечислить все формулы, доказать формулу для производных высших порядков функций $y = a^x, \quad y = x^\alpha$). 82. Производные высших порядков функций одной вещественной переменной. Таблица производных высших порядков (перечислить все формулы, доказать формулу для производных высших порядков функции $y = \sin x$). 83. Производные высших порядков функций одной вещественной переменной. Таблица производных высших порядков (перечислить все формулы, доказать формулу для производных высших порядков функции $y = \cos x$). 84. Производные высших порядков функций одной вещественной переменной. Таблица производных высших порядков (перечислить все формулы, доказать формулу для производных высших порядков функции $y = \ln x$). 85. Производные высших порядков суммы функций одной вещественной переменной.

		86. Производные высших порядков произведения функций одной вещественной переменной. Формула Лейбница. 87. Дифференциалы высших порядков функций одной вещественной переменной. Формула для вычисления. Отсутствие инвариантности формы у дифференциалов высших порядков. Дифференциалы высших порядков суммы и произведения функций одной вещественной переменной. 88. Локальные экстремумы функций одной вещественной переменной. Теорема Ферма о необходимом условии локального экстремума. Критические точки. 89. Теорема Ролля. 90. Теорема Лагранжа о конечных приращениях. 91. Следствия из теоремы Лагранжа о конечных приращениях. 92. Теорема Коши о конечных приращениях. 93. Раскрытие неопределенностей по правилу Лопиталя. 94. Многочлен Тейлора для функции одной вещественной переменной. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Пеано. 95. Единственность представления Тейлора для функций одной вещественной переменной. Различные способы представления функции по формуле Тейлора. Выделение главной части и вычисление пределов. 96. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Лагранжа и Коши для функций одной вещественной переменной. 97. Критерий нестрогой монотонности дифференцируемой на промежутке функции одной вещественной переменной. Достаточное условие строгой монотонности. 98. Достаточное условие экстремума функции одной вещественной переменной в точке в терминах смены знака производной. 99. Достаточное условие экстремума функции одной вещественной переменной, имеющей производные высших порядков. 100. Выпуклость функции одной вещественной переменной на промежутке. Необходимое и достаточное условие нестрогой выпуклости дифференцируемой на промежутке функции в терминах монотонности производной. Следствие об условии выпуклости в терминах второй производной. Достаточное условие строгой выпуклости. 101. Выпуклость функции одной вещественной переменной на промежутке. Необходимое и достаточное условие нестрогой выпуклости дифференцируемой на промежутке функции в терминах касательной к графику функции. 102. Точки перегиба функции (графика функции) одной вещественной переменной. Необходимое условие перегиба. Достаточное условие перегиба. 103. Асимптоты функции одной вещественной переменной. 104. Функции одной вещественной переменной, заданные параметрически. Вычисление производных первого и высших порядков. Особенности исследования.
	Неопределенный	105. Понятие первообразной на промежутке функции и

	интеграл функции одной вещественной переменной	неопределенного интеграла. 106. Основные методы интегрирования (интегрирование подстановкой и по частям).
	Интегрируемость по Риману функции одной вещественной переменной на отрезке. Определенный интеграл Римана	107. Интегрируемость функций по Риману. Определение определенного интеграла Римана в терминах интегральных сумм Римана. Геометрический смысл интегральной суммы Римана. Интегрируемость функции, постоянной на отрезке. 108. Ограниченность интегрируемой на отрезке функции. Пример ограниченной функции, неинтегрируемой по Риману. 109. Верхние и нижние суммы Дарбу. Геометрический смысл сумм Дарбу. Свойства сумм Дарбу: оценки интегральных сумм Римана, приближение сумм Дарбу суммами Римана. 110. Монотонность сумм Дарбу, оценка разностей сумм Дарбу при измельчении разбиения. Неравенства для верхних и нижних сумм Дарбу различных разбиений. Ограниченность сумм Дарбу. 111. Верхний и нижний интегралы Дарбу. Определение. Лемма о неравенстве для верхнего и нижнего интегралов Дарбу. 112. Понятие предела суммы Дарбу. Основная лемма Дарбу. 113. Необходимое и достаточное условие интегрируемости по Риману ограниченной функции в терминах верхнего и нижнего интегралов Дарбу (вспомогательная теорема). 114. Основная теорема о необходимом и достаточном условии интегрируемости по Риману ограниченной на отрезке функции (в терминах сумм Дарбу). 115. Интегрируемость непрерывных и монотонных на отрезке функций. 116. Достаточное условие интегрируемости разрывной функции. Следствия. Пример интегрируемой функции, имеющей бесконечно много точек разрыва. 117. Интегрируемость сложной функции. Следствие. 118. Простейшие свойства определенного интеграла Римана (линейность, интегрируемость произведения, интегрируемость на подмножествах, аддитивность определенного интеграла). 119. Свойства интеграла Римана, связанные с неравенствами. 120. Теорема о среднем значении для определенного интеграла Римана. 121. Интеграл с переменным верхним пределом. Непрерывность интеграла с переменным верхним пределом. 122. Интеграл с переменным верхним пределом. Дифференцируемость интеграла с переменным верхним пределом. Существование первообразной у непрерывной на промежутке функции. Дифференцирование интеграла с переменным пределом. 123. Формула Ньютона-Лейбница. Методы вычисления определенного интеграла (интегрирование подстановкой и по частям).
	Несобственный интеграл от функции одной	124. Несобственные интегралы первого и второго рода. Определение, примеры. Главное значение несобственного интеграла. Критерий Коши сходимости несобственного интеграла.

	вещественной переменной	Абсолютная и условная сходимость. 125. Общий признак сравнения для несобственных интегралов в форме неравенств и в предельной форме. 126. Частные признаки сравнения для несобственных интегралов первого и второго рода в форме неравенств, предельной форме. 127. Признак Дирихле-Абеля сходимости несобственного интеграла. 128. Замена переменной и интегрирование по частям в несобственных интегралах.
	Дифференциальное исчисление функций многих вещественных переменных	129. Определение N-мерного евклидова пространства Е. Основные понятия и определения. Свойства расстояния в Е. Последовательности точек в Е. Сходящиеся последовательности и их свойства. Критерий Коши сходимости последовательности точек в Е. Теорема Больцано-Вейерштрасса. Предельные точки множества. Открытые и замкнутые множества. Операция замыкания. Компакты в Е. 130. Функции нескольких действительных переменных. Определение предела функции в точке. Арифметические свойства пределов функций. Критерий Коши существования конечного предела функции n переменных. Повторные пределы. Непрерывность функции n переменных. Арифметические операции над непрерывными функциями. Свойства непрерывных функций (теорема об устойчивости знака, теорема о прохождении непрерывной функции через любое промежуточное значение, теорема Вейерштрасса). Равномерная непрерывность функции. Теорема Кантора. 131. Частные производные функции нескольких переменных. Дифференцируемость в точке. Связь дифференцируемости с существованием частных производных. Геометрический смысл условия дифференцируемости в случае функции двух переменных. Достаточные условия дифференцируемости. Понятие дифференциала. Дифференцируемость сложной функции и инвариантность формы первого дифференциала. Производная по направлению. Градиент. 132. Частные производные и дифференциалы высших порядков. Теорема о равенстве смешанных производных. Формула Тейлора для функций нескольких переменных с дополнительным членом в форме Лагранжа и Пеано. Формула конечных приращений и следствия из нее. 133. Экстремум функции нескольких переменных. Необходимое условие экстремума в терминах первого дифференциала. Достаточные условия строгого экстремума. Условие, достаточное для отсутствия экстремума в точке. 134. Неявные функции. Теорема о неявных функциях, определяемых одним уравнением (без доказательства). Вычисление производных неявных функций, определяемых системой уравнений. Якобиан системы функций. Вычисление производных неявных функций, определяемых из системы уравнений. 135. Отображения из Е в Е. предел отображения, непрерывность отображения. Отображения, дифференцируемые в точке. Дифференциал отображения. Матрица производной отображения. Непрерывно дифференцируемое отображение. Непрерывная дифференцируемость композиции отображений. Теорема об открытости образа открытого множества в случае непрерывно

		дифференцируемого отображения с неравным нулю якобианом. Теорема об обратном отображении. Формулы замены переменных. Полярная замена. 136. Условный экстремум. Метод неопределенных множителей Лагранжа.
	Числовые ряды	137. Числовой ряд. Сходимость. Сумма бесконечно убывающей геометрической прогрессии. Критерий Коши сходимости числового ряда. 138. Следствия из критерия Коши сходимости числового ряда. Необходимое условие сходимости. Гармонический ряд. Остаток числового ряда. 139. Сходимость любого фиксированного остатка сходящегося ряда. Необходимое и достаточное условие сходимости в терминах остатка. 140. Числовые ряды с неотрицательными членами. Необходимое и достаточное условие сходимости. Интегральный признак Коши-Маклорена сходимости числового ряда с неотрицательными членами. Обобщенный гармонический ряд. 141. Признаки сравнения сходимости числового ряда с неотрицательными членами в форме неравенств и в предельной форме. Частные признаки сравнения (сравнение с обобщенным гармоническим рядом). 142. Числовые ряды с неотрицательными членами. Необходимое и достаточное условие сходимости. Признак Даламбера сходимости числового ряда с положительными членами в форме неравенств и в предельной форме. Признаки Раабе и Гаусса (без доказательства). 143. Числовые ряды с неотрицательными членами. Необходимое и достаточное условие сходимости. Признак Коши сходимости числового ряда с неотрицательными членами в форме неравенств и в предельной форме. Признаки Раабе и Гаусса (без доказательства). 144. Преобразование Абеля. Признаки Дирихле и Абеля сходимости знакопеременных рядов. Признак Лейбница сходимости знакочередующегося ряда. 145. Линейное свойство сходящихся рядов. Сочетательное свойство сходящегося ряда (суммирование пачками). 146. Абсолютно сходящиеся числовые ряды. Теорема о перестановке членов абсолютно сходящегося ряда. 147. Теорема о перемножении абсолютно сходящихся рядов. 148. Теорема Римана о перестановке членов условно сходящегося ряда.
	Функциональные последовательности и функциональные ряды	149. Поточечная и равномерная сходимость функциональных последовательностей и рядов. Критерий Коши равномерной сходимости. Необходимое условие равномерной сходимости функционального ряда. Критерий равномерной сходимости функционального ряда в терминах остатка. Мажорантный признак Вейерштрасса равномерной сходимости функциональных последовательностей и рядов. 150. Признак Дирихле равномерной сходимости функционального

		ряда. Признак Абеля. 151. Почленный переход к пределу функциональной последовательности и функционального ряда. Непрерывность суммы равномерно сходящегося функционального ряда, состоящего из непрерывных функций. Теорема Дини. 152. Почленное интегрирование функциональных последовательностей и рядов. 153. Почленное дифференцирование функциональных последовательностей и рядов.
	Степенные ряды	154. Определение степенного ряда. Теорема Коши-Адамара. 155. Теорема о радиусе сходимости степенных рядов, полученных почленным дифференцированием и интегрированием степенного ряда. Следствие. 156. Вещественно аналитические функции. Единственность разложения в степенной ряд. Ряд Тейлора. Пример бесконечно дифференцируемой неаналитической функции. 157. Необходимое и достаточное условие разложимости функции в степенной ряд в терминах остаточного члена формулы Тейлора. Достаточное условие разложимости функции в степенной ряд. 158. Разложение в ряд Тейлора показательной, тригонометрических функций. 159. Различные формы остаточного члена (интегральная форма, форма Лагранжа, форма Коши). 160. Биномиальный ряд. 161. Разложение функций в степенные ряды методами подстановки, почленного дифференцирования и интегрирования. Разложение в ряд Тейлора логарифмической функции. Разложение в степенной ряд гиперболических функций, функции *arctg x*.
	Криволинейные интегралы	162. Непрерывная кривая в евклидовом пространстве, параметр кривой. Непрерывно дифференцируемая кривая. Кратные и простые точки кривой. Простая кривая. Допустимые преобразования параметра. Ориентация кривой. Сумма кривых. 163. Касательная к кривой. Особые точки дифференцируемой кривой. Гладкая кривая. 164. Аналог теоремы Лагранжа о конечных приращениях для вектор-функции. 165. Понятие длины дуги кривой. Теорема о спрямляемости непрерывно дифференцируемой кривой и оценках длины кривой. 166. Теорема о переменной длине дуги кривой непрерывно дифференцируемой кривой. Следствия. 167. Теорема о спрямляемости и вычислении длины гладкой кривой. Вычисление длины кусочно-гладкой кривой. 168. Криволинейные интегралы 1-го рода. Определение и формула для вычисления. Свойства интегралов 1-го рода. 169. Криволинейные интегралы 2-го рода. Определение и формула для вычисления. Свойства интегралов 2-го рода. 170. Связь между криволинейными интегралами 1-го и 2-го рода.

	Мера Жордана.	171. Квадрируемые множества на плоскости. Множества площади нуль. Критерий квадрируемости. Квадрируемость фигуры, граница которой состоит из одной или нескольких спрямляемых кривых 172. Параллелепипед. Мера параллелепипеда. Верхняя и нижняя меры Жордана множества в R^n . Измеримость множества. Мера Жордана. Свойства меры Жордана. Множества меры нуль.
	Кратные интегралы	173. Определение кратного интеграла Римана по параллелепипеду и на измеримом множестве. Признаки интегрируемости функций и свойства кратного интеграла. 174. Сведение кратного интеграла к повторному (с доказательством для двойного интеграла). 175. Формула Грина. 176. Условия независимости криволинейного интеграла от пути интегрирования (формулировка теоремы и доказательство эквивалентности первых трех условий). 177. Условия независимости криволинейного интеграла от пути интегрирования (формулировка теоремы и доказательство эквивалентности условия 4 первым трем). 178. Свойства биективных непрерывно дифференцируемых отображений с необращающимся в нуль якобианом. Преобразование гладких кривых и контуров. Криволинейные координаты. Формула для площади образа области. 179. Замена переменных в кратном интеграле (доказательство для двойного интеграла). 180. Замена переменных в кратном интеграле (формулировки теорем без доказательства и обоснование геометрического смысла модуля и знака якобиана преобразования). 181. Полярные, сферические, цилиндрические координаты. Примеры замены переменных.
	Поверхностные интегралы	182. Элементы теории поверхностей. Носитель поверхности, точка поверхности. Координатные линии на поверхности. Понятие кратной точки поверхности. Касательная к координатным линиям. Особые точки поверхности. Гладкие поверхности. Касательная плоскость к поверхности, нормальный вектор, нормальная прямая. 183. Поверхности, задаваемые неявно. Уравнение касательной плоскости и нормального вектора. 184. Понятие площади поверхности. Формула для вычисления площади поверхности. 185. Ориентация поверхности, односторонние и двусторонние поверхности. Кусочно-гладкие поверхности и их ориентация. 186. Определение и существование поверхностных интегралов 1-го и 2-го родов. Свойства поверхностных интегралов, примеры их вычисления. Поверхностные интегралы как пределы интегральных сумм. Интегралы по кусочно-гладким поверхностям.
	Элементы теории поля	187. Понятие векторного поля. Дифференцируемые векторные поля. Дивергенция и ротор векторного поля. Понятие о поверхности уровня функции. Ортогональность градиента к поверхности

		уровня.
		188. Формула Гаусса-Остроградского: формулировка основной теоремы, доказательство формулы для специального класса областей. Выражение объема области через поверхностный интеграл. Многомерная формула интегрирования по частям. Интерпретация формулы Гаусса-Остроградского в терминах теории поля.
		189. Формула Стокса.
	Интегралы, зависящие от параметра	190. Понятие интеграла, зависящего от параметра. Собственные интегралы, зависящие от параметра. Дифференцирование по параметру.
		191. Понятие интеграла, зависящего от параметра. Собственные интегралы, зависящие от параметра. Интегрирование по параметру.
		192. Понятие интеграла, зависящего от параметра. Собственные интегралы, зависящие от параметра. Непрерывность по параметру.
		193. Равномерное стремление функции к предельной функции. Критерий равномерной сходимости в терминах функциональных последовательностей.
		194. Несобственные интегралы, зависящие от параметра. Равномерная сходимость. Критерий Коши равномерной сходимости.
		195. Признаки равномерной сходимости несобственных интегралов, зависящих от параметра.
		196. Непрерывность несобственного интеграла по параметру.
		197. Теорема о собственном интегрировании несобственного интеграла, зависящего от параметра.
		198. Теорема о несобственном интегрировании несобственного интеграла, зависящего от параметра.
		199. Теорема о дифференцируемости несобственного интеграла по параметру.
		200. Несобственные параметрические интегралы от неограниченных функций.
		201. Несобственные интегралы от неограниченных функций и их основные свойства.
		202. Вычисление интеграла $\int\limits_0^{+\infty} \frac{\sin x}{x} dx$.
		203. Вычисление интеграла $\int\limits_0^{+\infty} e^{-x^2} dx$.
		204. Интегралы Эйлера. Гамма-функция и ее основные свойства.
		205. Интегралы Эйлера. Бета-функция и ее основные свойства. Соотношение между гамма- и бета- функциями Эйлера.
	Ряды Фурье.	206. Определение ряда Фурье для абсолютно интегрируемой функции. Предложение о стремлении к нулю при

		$\gamma \to \infty$ интегралов вида 207. $\int\limits_a^b f(x)\cos\gamma x dx$, $\int\limits_a^b f(x)\sin\gamma\chi dx$ 208. от абсолютно интегрируемой функции f(x). 209. Лемма об аппроксимации. 210. Лемма Римана. 211. Ядро Дирихле и его свойства. Интеграл Дирихле. Принцип локализации. Сходимость рядов Фурье для кусочно-дифференцируемых функций. 212. Суммирование рядов Фурье методом средних арифметических. 213. Свойства ядер Фейера. Теорема о сходимости сумм Фейера. Теорема Вейерштрасса-Стоуна о приближении непрерывной на отрезке функции алгебраическими многочленами. 214. Полнота систем функций в смысле равномерного приближения. Теорема о полноте тригонометрической системы и системы целых неотрицательных степеней x. Полнота в смысле среднего квадратичного приближения. Полнота тригонометрической системы функций и системы целых неотрицательных степеней x для множества непрерывных функций. 215. Минимальное свойство коэффициентов Фурье. Неравенство Бесселя. Равенство Парсеваля и следствия из него (случай непрерывной функции). 216. Почленное дифференцирование рядов Фурье. Предложение о порядке убывания коэффициентов Фурье при $N \to \infty$.Достаточное условие равномерной сходимости ряда Фурье.
Практические занятия		
	Общие математические понятия, необходимые для изучения математического анализа	1. Высказывания. Операции над высказываниями. Свойства операций над высказываниями (одно из свойств доказать). 2. Элементы теории множеств. Операции над множествами. Свойства операций над множествами (одно из свойств доказать). Сокращенные обозначения для сумм, произведений, объединений, пересечений. 3. Отображения. Функции. Сюръекция. Инъекция. Биекция. Образ множества при отображении. Множество значений отображения. Обратное отображение. Сужение отображения. Композиция отображений. График отображения. 4. Неопределенные высказывания. Кванторы существования и всеобщности. Правило отрицания высказывания, записанного с помощью кванторов. Логическое следование. Отрицание логического следования. Необходимое условие. Достаточное условие. Обратная теорема. Необходимое и достаточное условие. 5. Множество вещественных чисел. Аксиома полноты (непрерывности) множества всех вещественных чисел. Модуль

		вещественного числа и его геометрический смысл. Свойства модуля. Изображение вещественных чисел допустимыми десятичными дробями. Промежутки. 6. Ограниченные и неограниченные множества числовой прямой. Точные грани числовых множеств. Корректность определения. Переход к точным граням в неравенствах. 7. Метод математической индукции. Формула бинома Ньютона. 8. Эквивалентные множества. Счетные множества. Счетность множества рациональных чисел. Теорема Кантора о несчетности множества вещественных чисел. Множества мощности континуум. 9. Принцип вложенных отрезков. Теорема о существовании общей точки стягивающейся системы отрезков. 10. Принцип вложенных отрезков. Теорема о единственности общей точки стягивающейся системы отрезков. 11. Арифметическое пространство R^n . Основные операции над элементами арифметического пространства R^n и их свойства. Скалярное произведение векторов в R^n и его свойства. Случаи n=1, 2,3. Отображения $R^n \to R^m$. Координатные функции. 12. Скалярное произведение векторов в R^n и его свойства. Норма вектора в R^n и ее свойства: неравенство Коши-Буняковского-Шварца, основные неравенства для норм. Расстояние между точками в R^n и его свойства. Метрическое пространство R^n . Отображения $R^n \to R^m$. Координатные функции. 13. Символы “**+**∞”, ”**-**∞”, ”∞”. Расширенная числовая прямая. Расширение пространства R^n. Окрестности точек в пространстве R^n и на числовой прямой. Окрестности бесконечных элементов. <u>Теорема о вложении окрестностей</u>. <u>Свойство отделимости по Хаусдорфу</u>. 14. **Виды точек и множеств в пространстве R^n.** Внутренняя точка множества. Открытые множества. Предельная точка множества. Замкнутое множество. Изолированная точка множества.
	Предел и непрерывность функций и отображений. Предел последовательности точек.	15. Предел отображения, определенного на множестве метрического пространства со значениями в метрическом пространстве (определение по Коши). Непрерывные отображения в точке. Предел отображений $R^n \to R^m$. Конечные и бесконечные пределы. Предел по множеству. **Ограниченность отображения $R^n \to R^m$, имеющего конечный предел в точке, в окрестности этой точки**. 16. Предел отображения, определенного на множестве метрического пространства со значениями в метрическом пространстве (определение по Коши и его геометрическая трактовка). Непрерывные отображения в точке. Предел отображений $R^n \to R^m$. Конечные и бесконечные пределы. Предел по множеству. **Единственность предела**. 17. Предел отображения, определенного на множестве метрического пространства со значениями в метрическом пространстве (определение по Коши и его геометрическая трактовка). Непрерывные отображения в точке. Предел отображений $R^n \to R^m$. Конечные и бесконечные пределы. Предел по множеству. **Критерии предела и непрерывности отображений в терминах координатных функций**.

		18. **Бесконечно малые в точке функции** $R^n \to R$. Связь понятия бесконечно малой в точке функции с понятием предела функции в этой точке. Арифметические свойства бесконечно малых в точке функций $R^n \to R$. Бесконечно малые отображения $R^n \to R^m$. 19. Предел отображения, определенного на множестве метрического пространства со значениями в метрическом пространстве (определение по Коши и его геометрическая трактовка). Непрерывные отображения в точке. Предел отображений $R^n \to R^m$. Конечные и бесконечные пределы. Предел по множеству. **Арифметические свойства пределов отображений $R^n \to R^m$ и функций $R^n \to R$.** Понятие неопределенностей и раскрытия неопределенностей. 20. Непрерывность постоянной функции и функции $y = x$. Непрерывность степенной функции с натуральным показателем. Многочлен. Непрерывность многочленов. Рациональная функция. Непрерывность рациональных функций в точках области определения. Вычисление пределов рациональных функций <u>одной вещественной переменной</u>. 21. Теорема о переходе к пределу в неравенствах. 22. Теорема о промежуточной функции (о двух милиционерах). *23.* Последовательности точек в метрическом пространстве. Понятие предела последовательности. Геометрический смысл определения предела последовательности. Последовательности точек в R^n как отображения $N \to R^n$. Числовая последовательность. Бесконечные пределы. Координатные последовательности. Свойства последовательностей, вытекающие из общих свойств отображений (арифметические свойства пределов, переход к пределу в неравенствах, единственность предела, ограниченность сходящейся последовательности, связь понятия бесконечно малой последовательности с понятием предела последовательности). Критерий предела последовательности точек в R^n в терминах координатных последовательностей. Предельная точка множества (определение и <u>критерий с доказательством).</u> 24. Существование конечного предела ограниченной монотонной числовой последовательности. 25. Существование бесконечного предела неограниченной монотонной числовой последовательности. 26. Число **е**. Определение и корректность определения. 27. Подпоследовательность. Теорема Больцано-Вейерштрасса для ограниченных числовых последовательностей. 28. Подпоследовательность. Теорема Больцано-Вейерштрасса для ограниченных последовательностей точек в пространстве R^n. Теорема Больцано-Вейерштрасса в терминах предельных точек. 29. Подпоследовательность. Теорема Больцано-Вейерштрасса для последовательностей в расширенной формулировке. 30. Фундаментальные последовательности. Критерий Коши сходимости числовой последовательности.

		31. Фундаментальные последовательности. Критерий Коши сходимости последовательностей точек в пространстве R^n. 32. Частичные пределы последовательности. Теорема Больцано-Вейерштрасса в терминах частичных пределов. Первое определение верхнего и нижнего пределов числовой последовательности. Теорема о корректности первого определения. Эквивалентность первого и второго определений (без доказательства). 33. Первое, второе определения верхнего и нижнего пределов числовой последовательности. Эквивалентность первого и второго определений. 34. Первое, второе определения верхнего и нижнего пределов числовой последовательности. Эквивалентность первого и второго определений (без доказательства). Необходимое и достаточное условие сходимости числовой последовательности в терминах верхнего и нижнего пределов. 35. Определение Гейне предела функции в точке. Эквивалентность определений Коши и Гейне предела функции в точке. 36. Пределы функции в точке по подмножествам, по направлениям. Пример функции, имеющей пределы в точке по всем направлениям, но не имеющей предела в этой точке. 37. Односторонние пределы функции одной вещественной переменной. Определения Коши и Гейне односторонних пределов функции одной переменной в точке. Необходимое и достаточное условие существования предела функции одной переменной в точке в терминах односторонних пределов. 38. Определения Коши и Гейне непрерывности отображения и функции в точке. Случаи изолированной точки и предельной точки области определения функции. Односторонняя непрерывность функции одной переменной. Ограниченность непрерывной функции. Непрерывная кривая в пространстве R^n. 39. Теорема о сохранении знака непрерывной в точке функции в окрестности этой точки. 40. Предел и непрерывность суперпозиции функций. 41. Непрерывность тригонометрических функций. 42. Первый замечательный предел. Следствия. 43. Первая теорема Вейерштрасса о непрерывной на ограниченном замкнутом множестве функции. 44. Вторая теорема Вейерштрасса о непрерывной на ограниченном замкнутом множестве функции. 45. Обобщение теорем Вейерштрасса на случай отображений $R^n \rightarrow R^m$. 46. Теорема Больцано-Коши о промежуточном значении непрерывной на отрезке функции одной переменной. 47. Теорема Больцано-Коши о промежуточном значении непрерывной функции нескольких переменных. 48. Следствия из теоремы Больцано-Коши о промежуточном значении непрерывной на отрезке функции одной переменной. 49. Монотонные функции одной переменной. Теорема о пределах

		монотонной функции. 50. Точки разрыва функции одной переменной. Классификация точек разрыва. Характер разрывов монотонной функции (следствие из теоремы о пределах монотонной функции). 51. Теорема о непрерывности монотонной функции одной переменной . 52. Теорема о существовании и монотонности обратной функции у монотонной непрерывной на промежутке функции одной переменной . 53. Степенная функция одной переменной с рациональным показателем. Непрерывность при различных показателях. 54. Показательная функция одной переменной с рациональным показателем. Теорема о непрерывности показательной функции с рациональным показателем в точке *x=0*. 55. Определение показательной функции одной переменной с вещественным показателем. Корректность определения (формулировка теоремы и доказательство существования предела последовательности $\{a^{x_n}\},\ x_n \in Q,\quad когда\quad \lim\limits_{n\to\infty} x_n = x,\quad x \in R$). 56. Определение показательной функции одной переменной с вещественным показателем. Корректность определения (формулировка теоремы и доказательство независимости предела $\{a^{x_n}\},\ x_n \in Q,\quad когда\quad \lim\limits_{n\to\infty} x_n = x$, от вида последовательности $\{x_n\}$). 57. Свойства показательной функции одной переменной (перечислить все, доказать формулу $a^{x_1}a^{x_2} = a^{x_1+x_2},\quad x_1, x_2 \in R$). 58. Свойства показательной функции одной переменной (перечислить все, доказать свойство монотонности на числовой прямой). 59. Свойства показательной функции одной переменной (перечислить все, доказать непрерывность на числовой прямой). 60. Свойства показательной функции одной переменной (перечислить все, доказать формулу $(a^{x_1})^{x_2} = a^{x_1 x_2},\quad x_1, x_2 \in R$). 61. Свойства показательной функции одной переменной. Перечислить все, доказать формулы $\lim\limits_{x\to+\infty} a^x = +\infty\ (a>1),\quad \lim\limits_{x\to-\infty} a^x = 0\ (a>1),$ $\lim\limits_{x\to+\infty} a^x = 0\ (0<a<1),\quad \lim\limits_{x\to-\infty} a^x = +\infty\ (0<a<1).$ 62. Логарифмическая функция одной переменной. Гиперболические функции. Степенная функция с вещественным показателем. Показательно-степенная функция. Основные элементарные функции. Элементарные функции. Теорема о непрерывности элементарных функций. 63. Второй замечательный предел.

		64. Следствия из формулы второго замечательного предела. Асимптотические формулы для показательной, логарифмической, степенной и гиперболических функций одной переменной. 65. Критерий Коши существования конечного предела функции в точке. 66. Равномерная непрерывность функции на множестве. Теорема Кантора о равномерной непрерывности. 67. Сравнение функций. Символ <u>O</u>. Функции одного порядка при $x \to x_o$. 68. Символ ō в сравнении поведения функций. Два определения соотношения $\alpha(x)=\bar{o}(\beta(x))$ при $x \to x_o$. Их эквивалентность при $\beta(x) \neq 0$ $x \neq x_o$. 69. Эквивалентные в точке функции. Критерий соотношения $\alpha(x) \sim \beta(x)$ при $x \to x_o$, $\beta(x) \neq 0$ при $x \neq x_o$. Главная часть функции. Понятие асимптотической формулы.
	Дифференциальное исчисление функции одной вещественной переменной	70. Дифференцируемость функции одной вещественной переменной в точке. Непрерывность дифференцируемой функции. Дифференциал функции в точке. 71. Производная функции одной вещественной переменной в точке. Необходимое и достаточное условия дифференцируемости функции одной вещественной переменной в точке. Формула, выражающая дифференциал функции одной вещественной переменной в точке через ее производную. Дифференциал независимой переменной. Односторонние производные. Критерий существования производной функции одной вещественной переменной в точке в терминах односторонних производных. 72. Геометрический смысл дифференциала и производной функции одной вещественной переменной в точке. Касательная к графику функции в точке. Односторонние касательные. Вертикальные касательные. 73. Производные и дифференциалы суммы, произведения, частного дифференцируемых в точке функций (доказать только утверждение о производной суммы и произведения). 74. Производные и дифференциалы суммы, произведения, частного дифференцируемых в точке функций одной вещественной переменной (доказать только утверждение о производной частного). 75. Производная обратной функции одной вещественной переменной. 76. Производная сложной функции одной вещественной переменной. Инвариантность формы первого дифференциала. 77. Таблица производных функций одной вещественной переменной (перечислить все формулы, доказать формулы для производных показательной, логарифмической функций). 78. Таблица производных функций одной вещественной переменной (перечислить все формулы, доказать формулы для производных тригонометрических функций). 79. Таблица производных функций одной вещественной переменной (перечислить все формулы, доказать формулы для

		производных обратных тригонометрических функций). 80. Логарифмическая производная функции одной вещественной переменной. Таблица производных (перечислить все формулы, доказать формулу для производной степенной функции). Производная показательно-степенной функции. 81. Производные высших порядков функций одной вещественной переменной. Таблица производных высших порядков (перечислить все формулы, доказать формулу для производных высших порядков функций $y = a^x$, $y = x^\alpha$). 82. Производные высших порядков функций одной вещественной переменной. Таблица производных высших порядков (перечислить все формулы, доказать формулу для производных высших порядков функции $y = \sin x$). 83. Производные высших порядков функций одной вещественной переменной. Таблица производных высших порядков (перечислить все формулы, доказать формулу для производных высших порядков функции $y = \cos x$). 84. Производные высших порядков функций одной вещественной переменной. Таблица производных высших порядков (перечислить все формулы, доказать формулу для производных высших порядков функции $y = \ln x$). 85. Производные высших порядков суммы функций одной вещественной переменной. 86. Производные высших порядков произведения функций одной вещественной переменной. Формула Лейбница. 87. Дифференциалы высших порядков функций одной вещественной переменной. Формула для вычисления. Отсутствие инвариантности формы у дифференциалов высших порядков. Дифференциалы высших порядков суммы и произведения функций одной вещественной переменной. 88. Локальные экстремумы функций одной вещественной переменной. Теорема Ферма о необходимом условии локального экстремума. Критические точки. 89. Теорема Ролля. 90. Теорема Лагранжа о конечных приращениях. 91. Следствия из теоремы Лагранжа о конечных приращениях. 92. Теорема Коши о конечных приращениях. 93. Раскрытие неопределенностей по правилу Лопиталя. 94. Многочлен Тейлора для функции одной вещественной переменной. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Пеано. 95. Единственность представления Тейлора для функций одной вещественной переменной. Различные способы представления функции по формуле Тейлора. Выделение главной части и вычисление пределов. 96. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Лагранжа и Коши для функций одной вещественной переменной. 97. Критерий нестрогой монотонности дифференцируемой на

		промежутке функции одной вещественной переменной. Достаточное условие строгой монотонности. 98. Достаточное условие экстремума функции одной вещественной переменной в точке в терминах смены знака производной. 99. Достаточное условие экстремума функции одной вещественной переменной, имеющей производные высших порядков. 100. Выпуклость функции одной вещественной переменной на промежутке. Необходимое и достаточное условие нестрогой выпуклости дифференцируемой на промежутке функции в терминах монотонности производной. Следствие об условии выпуклости в терминах второй производной. Достаточное условие строгой выпуклости. 101. Выпуклость функции одной вещественной переменной на промежутке. Необходимое и достаточное условие нестрогой выпуклости дифференцируемой на промежутке функции в терминах касательной к графику функции. 102. Точки перегиба функции (графика функции) одной вещественной переменной. Необходимое условие перегиба. Достаточное условие перегиба. 103. Асимптоты функции одной вещественной переменной. 104. Функции одной вещественной переменной, заданные параметрически. Вычисление производных первого и высших порядков. Особенности исследования.
	Неопределенный интеграл функции одной вещественной переменной	105. Понятие первообразной на промежутке функции и неопределенного интеграла. 106. Основные методы интегрирования (интегрирование подстановкой и по частям).
	Интегрируемость по Риману функции одной вещественной переменной на отрезке. Определенный интеграл Римана	107. Интегрируемость функций по Риману. Определение определенного интеграла Римана в терминах интегральных сумм Римана. Геометрический смысл интегральной суммы Римана. Интегрируемость функции, постоянной на отрезке. 108. Ограниченность интегрируемой на отрезке функции. Пример ограниченной функции, неинтегрируемой по Риману. 109. Верхние и нижние суммы Дарбу. Геометрический смысл сумм Дарбу. Свойства сумм Дарбу: оценки интегральных сумм Римана, приближение сумм Дарбу суммами Римана. 110. Монотонность сумм Дарбу, оценка разностей сумм Дарбу при измельчении разбиения. Неравенства для верхних и нижних сумм Дарбу различных разбиений. Ограниченность сумм Дарбу. 111. Верхний и нижний интегралы Дарбу. Определение. Лемма о неравенстве для верхнего и нижнего интегралов Дарбу. 112. Понятие предела суммы Дарбу. Основная лемма Дарбу. 113. Необходимое и достаточное условие интегрируемости по Риману ограниченной функции в терминах верхнего и нижнего интегралов Дарбу (вспомогательная теорема). 114. Основная теорема о необходимом и достаточном условии интегрируемости по Риману ограниченной на отрезке функции (в терминах сумм Дарбу).

		115. Интегрируемость непрерывных и монотонных на отрезке функций. 116. Достаточное условие интегрируемости разрывной функции. Следствия. Пример интегрируемой функции, имеющей бесконечно много точек разрыва. 117. Интегрируемость сложной функции. Следствие. 118. Простейшие свойства определенного интеграла Римана (линейность, интегрируемость произведения, интегрируемость на подмножествах, аддитивность определенного интеграла). 119. Свойства интеграла Римана, связанные с неравенствами. 120. Теорема о среднем значении для определенного интеграла Римана. 121. Интеграл с переменным верхним пределом. Непрерывность интеграла с переменным верхним пределом. 122. Интеграл с переменным верхним пределом. Дифференцируемость интеграла с переменным верхним пределом. Существование первообразной у непрерывной на промежутке функции. Дифференцирование интеграла с переменным пределом. 123. Формула Ньютона-Лейбница. Методы вычисления определенного интеграла (интегрирование подстановкой и по частям).
	Несобственный интеграл от функции одной вещественной переменной	124. Несобственные интегралы первого и второго рода. Определение, примеры. Главное значение несобственного интеграла. Критерий Коши сходимости несобственного интеграла. Абсолютная и условная сходимость. 125. Общий признак сравнения для несобственных интегралов в форме неравенств и в предельной форме. 126. Частные признаки сравнения для несобственных интегралов первого и второго рода в форме неравенств, предельной форме. 127. Признак Дирихле-Абеля сходимости несобственного интеграла. 128. Замена переменной и интегрирование по частям в несобственных интегралах.
	Дифференциальное исчисление функций многих вещественных переменных	129. Определение N-мерного евклидова пространства E. Основные понятия и определения. Свойства расстояния в E. Последовательности точек в E. Сходящиеся последовательности и их свойства. Критерий Коши сходимости последовательности точек в E. Теорема Больцано-Вейерштрасса. Предельные точки множества. Открытые и замкнутые множества. Операция замыкания. Компакты в E. 130. Функции нескольких действительных переменных. Определение предела функции в точке. Арифметические свойства пределов функций. Критерий Коши существования конечного предела функции n переменных. Повторные пределы. Непрерывность функции n переменных. Арифметические операции над непрерывными функциями. Свойства непрерывных функций (теорема об устойчивости знака, теорема о прохождении непрерывной функции через любое

		промежуточное значение, теорема Вейерштрасса). Равномерная непрерывность функции. Теорема Кантора. 131. Частные производные функции нескольких переменных. Дифференцируемость в точке. Связь дифференцируемости с существованием частных производных. Геометрический смысл условия дифференцируемости в случае функции двух переменных. Достаточные условия дифференцируемости. Понятие дифференциала. Дифференцируемость сложной функции и инвариантность формы первого дифференциала. Производная по направлению. Градиент. 132. Частные производные и дифференциалы высших порядков. Теорема о равенстве смешанных производных. Формула Тейлора для функций нескольких переменных с дополнительным членом в форме Лагранжа и Пеано. Формула конечных приращений и следствия из нее. 133. Экстремум функции нескольких переменных. Необходимое условие экстремума в терминах первого дифференциала. Достаточные условия строгого экстремума. Условие, достаточное для отсутствия экстремума в точке. 134. Неявные функции. Теорема о неявных функциях, определяемых одним уравнением (без доказательства). Вычисление производных неявных функций, определяемых системой уравнений. Якобиан системы функций. Вычисление производных неявных функций, определяемых из системы уравнений. 135. Отображения из Е в Е. предел отображения, непрерывность отображения. Отображения, дифференцируемые в точке. Дифференциал отображения. Матрица производной отображения. Непрерывно дифференцируемое отображение. Непрерывная дифференцируемость композиции отображений. Теорема об открытости образа открытого множества в случае непрерывно дифференцируемого отображения с неравным нулю якобианом. Теорема об обратном отображении. Формулы замены переменных. Полярная замена. 136. Условный экстремум. Метод неопределенных множителей Лагранжа.
	Числовые ряды	137. Числовой ряд. Сходимость. Сумма бесконечно убывающей геометрической прогрессии. Критерий Коши сходимости числового ряда. 138. Следствия из критерия Коши сходимости числового ряда. Необходимое условие сходимости. Гармонический ряд. Остаток числового ряда. 139. Сходимость любого фиксированного остатка сходящегося ряда. Необходимое и достаточное условие сходимости в терминах остатка. 140. Числовые ряды с неотрицательными членами. Необходимое и достаточное условие сходимости. Интегральный признак Коши-Маклорена сходимости числового ряда с неотрицательными членами. Обобщенный гармонический ряд. 141. Признаки сравнения сходимости числового ряда с неотрицательными членами в форме неравенств и в предельной форме. Частные признаки сравнения (сравнение с

		обобщенным гармоническим рядом). 142. Числовые ряды с неотрицательными членами. Необходимое и достаточное условие сходимости. Признак Даламбера сходимости числового ряда с положительными членами в форме неравенств и в предельной форме. Признаки Раабе и Гаусса (без доказательства). 143. Числовые ряды с неотрицательными членами. Необходимое и достаточное условие сходимости. Признак Коши сходимости числового ряда с неотрицательными членами в форме неравенств и в предельной форме. Признаки Раабе и Гаусса (без доказательства). 144. Преобразование Абеля. Признаки Дирихле и Абеля сходимости знакопеременных рядов. Признак Лейбница сходимости знакочередующегося ряда. 145. Линейное свойство сходящихся рядов. Сочетательное свойство сходящегося ряда (суммирование пачками). 146. Абсолютно сходящиеся числовые ряды. Теорема о перестановке членов абсолютно сходящегося ряда. 147. Теорема о перемножении абсолютно сходящихся рядов. 148. Теорема Римана о перестановке членов условно сходящегося ряда.
	Функциональные последовательности и функциональные ряды	149. Поточечная и равномерная сходимость функциональных последовательностей и рядов. Критерий Коши равномерной сходимости. Необходимое условие равномерной сходимости функционального ряда. Критерий равномерной сходимости функционального ряда в терминах остатка. Мажорантный признак Вейерштрасса равномерной сходимости функциональных последовательностей и рядов. 150. Признак Дирихле равномерной сходимости функционального ряда. Признак Абеля. 151. Почленный переход к пределу функциональной последовательности и функционального ряда. Непрерывность суммы равномерно сходящегося функционального ряда, состоящего из непрерывных функций. Теорема Дини. 152. Почленное интегрирование функциональных последовательностей и рядов. 153. Почленное дифференцирование функциональных последовательностей и рядов.
	Степенные ряды	154. Определение степенного ряда. Теорема Коши-Адамара. 155. Теорема о радиусе сходимости степенных рядов, полученных почленным дифференцированием и интегрированием степенного ряда. Следствие. 156. Вещественно аналитические функции. Единственность разложения в степенной ряд. Ряд Тейлора. Пример бесконечно дифференцируемой неаналитической функции. 157. Необходимое и достаточное условие разложимости функции в степенной ряд в терминах остаточного члена формулы Тейлора. Достаточное условие разложимости

		функции в степенной ряд. 158. Разложение в ряд Тейлора показательной, тригонометрических функций. 159. Различные формы остаточного члена (интегральная форма, форма Лагранжа, форма Коши). 160. Биномиальный ряд. 161. Разложение функций в степенные ряды методами подстановки, почленного дифференцирования и интегрирования. Разложение в ряд Тейлора логарифмической функции. Разложение в степенной ряд гиперболических функций, функции *arctg x*.
	Криволинейные интегралы	162. Непрерывная кривая в евклидовом пространстве, параметр кривой. Непрерывно дифференцируемая кривая. Кратные и простые точки кривой. Простая кривая. Допустимые преобразования параметра. Ориентация кривой. Сумма кривых. 163. Касательная к кривой. Особые точки дифференцируемой кривой. Гладкая кривая. 164. Аналог теоремы Лагранжа о конечных приращениях для вектор-функции. 165. Понятие длины дуги кривой. Теорема о спрямляемости непрерывно дифференцируемой кривой и оценках длины кривой. 166. Теорема о переменной длине дуги кривой непрерывно дифференцируемой кривой. Следствия. 167. Теорема о спрямляемости и вычислении длины гладкой кривой. Вычисление длины кусочно-гладкой кривой. 168. Криволинейные интегралы 1-го рода. Определение и формула для вычисления. Свойства интегралов 1-го рода. 169. Криволинейные интегралы 2-го рода. Определение и формула для вычисления. Свойства интегралов 2-го рода. 170. Связь между криволинейными интегралами 1-го и 2-го рода.
	Мера Жордана.	171. Квадрируемые множества на плоскости. Множества площади нуль. Критерий квадрируемости. Квадрируемость фигуры, граница которой состоит из одной или нескольких спрямляемых кривых 172. Параллелепипед. Мера параллелепипеда. Верхняя и нижняя меры Жордана множества в R^n . Измеримость множества. Мера Жордана. Свойства меры Жордана. Множества меры нуль.
	Кратные интегралы	173. Определение кратного интеграла Римана по параллелепипеду и на измеримом множестве. Признаки интегрируемости функций и свойства кратного интеграла. 174. Сведение кратного интеграла к повторному (с доказательством для двойного интеграла). 175. Формула Грина. 176. Условия независимости криволинейного интеграла от

		пути интегрирования (формулировка теоремы и доказательство эквивалентности первых трех условий). 177. Условия независимости криволинейного интеграла от пути интегрирования (формулировка теоремы и доказательство эквивалентности условия 4 первым трем). 178. Свойства биективных непрерывно дифференцируемых отображений с необращающимся в нуль якобианом. Преобразование гладких кривых и контуров. Криволинейные координаты. Формула для площади образа области. 179. Замена переменных в кратном интеграле (доказательство для двойного интеграла). 180. Замена переменных в кратном интеграле (формулировки теорем без доказательства и обоснование геометрического смысла модуля и знака якобиана преобразования). 181. Полярные, сферические, цилиндрические координаты. Примеры замены переменных.
	Поверхностные интегралы	182. Элементы теории поверхностей. Носитель поверхности, точка поверхности. Координатные линии на поверхности. Понятие кратной точки поверхности. Касательная к координатным линиям. Особые точки поверхности. Гладкие поверхности. Касательная плоскость к поверхности, нормальный вектор, нормальная прямая. 183. Поверхности, задаваемые неявно. Уравнение касательной плоскости и нормального вектора. 184. Понятие площади поверхности. Формула для вычисления площади поверхности. 185. Ориентация поверхности, односторонние и двусторонние поверхности. Кусочно-гладкие поверхности и их ориентация. 186. Определение и существование поверхностных интегралов 1-го и 2-го родов. Свойства поверхностных интегралов, примеры их вычисления. Поверхностные интегралы как пределы интегральных сумм. Интегралы по кусочно-гладким поверхностям.
	Элементы теории поля	187. Понятие векторного поля. Дифференцируемые векторные поля. Дивергенция и ротор векторного поля. Понятие о поверхности уровня функции. Ортогональность градиента к поверхности уровня. 188. Формула Гаусса-Остроградского: формулировка основной теоремы, доказательство формулы для специального класса областей. Выражение объема области через поверхностный интеграл. Многомерная формула интегрирования по частям. Интерпретация формулы Гаусса-Остроградского в терминах теории поля. 189. Формула Стокса.
	Интегралы, зависящие от параметра	190. Понятие интеграла, зависящего от параметра. Собственные интегралы, зависящие от параметра. Дифференцирование по параметру. 191. Понятие интеграла, зависящего от параметра. Собственные интегралы, зависящие от параметра. Интегрирование по параметру.

		192. Понятие интеграла, зависящего от параметра. Собственные интегралы, зависящие от параметра. Непрерывность по параметру. 193. Равномерное стремление функции к предельной функции. Критерий равномерной сходимости в терминах функциональных последовательностей. 194. Несобственные интегралы, зависящие от параметра. Равномерная сходимость. Критерий Коши равномерной сходимости. 195. Признаки равномерной сходимости несобственных интегралов, зависящих от параметра. 196. Непрерывность несобственного интеграла по параметру. 197. Теорема о собственном интегрировании несобственного интеграла, зависящего от параметра. 198. Теорема о несобственном интегрировании несобственного интеграла, зависящего от параметра. 199. Теорема о дифференцируемости несобственного интеграла по параметру. 200. Несобственные параметрические интегралы от неограниченных функций. 201. Несобственные интегралы от неограниченных функций и их основные свойства. 202. Вычисление интеграла $\int_0^{+\infty} \frac{\sin x}{x} dx$. 203. Вычисление интеграла $\int_0^{+\infty} e^{-x^2} dx$. 204. Интегралы Эйлера. Гамма-функция и ее основные свойства. 205. Интегралы Эйлера. Бета-функция и ее основные свойства. Соотношение между гамма- и бета- функциями Эйлера.
	Ряды Фурье.	206. Определение ряда Фурье для абсолютно интегрируемой функции. Предложение о стремлении к нулю при $\gamma \to \infty$ интегралов вида 207. $\int_a^b f(x)\cos\gamma x dx$, $\int_a^b f(x)\sin\gamma\chi dx$ 208. от абсолютно интегрируемой функции f(x). 209. Лемма об аппроксимации. 210. Лемма Римана. 211. Ядро Дирихле и его свойства. Интеграл Дирихле. Принцип локализации. Сходимость рядов Фурье для кусочно-

		дифференцируемых функций. 212. Суммирование рядов Фурье методом средних арифметических. 213. Свойства ядер Фейера. Теорема о сходимости сумм Фейера. Теорема Вейерштрасса-Стоуна о приближении непрерывной на отрезке функции алгебраическими многочленами. 214. Полнота систем функций в смысле равномерного приближения. Теорема о полноте тригонометрической системы и системы целых неотрицательных степеней x. Полнота в смысле среднего квадратичного приближения. Полнота тригонометрической системы функций и системы целых неотрицательных степеней x для множества непрерывных функций. 215. Минимальное свойство коэффициентов Фурье. Неравенство Бесселя. Равенство Парсеваля и следствия из него (случай непрерывной функции). 216. Почленное дифференцирование рядов Фурье. Предложение о порядке убывания коэффициентов Фурье при $N \to \infty$.Достаточное условие равномерной сходимости ряда Фурье.

13.2. Темы (разделы) дисциплины и виды занятий

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Виды занятий (количество часов)					
		Семестр	Лекции	Практические	Лабораторные	Самостоятельная работа	Всего
	Общие математические понятия, необходимые для изучения математического анализа	1	6	10		10	
	Предел и непрерывность функций и отображений. Предел последовательности точек.	1	18	16		24	
	Дифференциальное исчисление функции одной вещественной переменной	1	18	24		24	
	Неопределенный интеграл функции одной вещественной переменной	1	4	4		10	
	Интегрируемость по Риману функции одной вещественной переменной на отрезке. Определенный интеграл Римана	2	18	16		24	
	Несобственный интеграл от функции одной вещественной переменной	2	6	6		10	
	Дифференциальное исчисление функций многих вещественных	2	18	18		12	

	переменных						
	Числовые ряды	2	6	8		2	
	Функциональные последовательности и функциональные ряды	3	6	6		8	
	Степенные ряды	3	6	8		8	
	Криволинейные интегралы	3	6	8		12	
	Мера Жордана.	3	4			4	
	Кратные интегралы	3	8	14		12	
	Поверхностные интегралы	3	6	10		12	
	Элементы теории поля	3	4	6		4	
	Интегралы, зависящие от параметра	3	4	6		4	
	Ряды Фурье.	3	4	6		4	

Итого:

14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

В ходе изучения дисциплины «Математический анализ» студент обязан посещать лекционные и семинарские занятия, осуществлять самостоятельную подготовку к занятиям, выполнять задания, данные педагогическим работниками в рамках дисциплины. Обучающемуся необходимо вести конспект, записывать предлагаемые для выполнения задания.

Для достижения хороших результатов в изучении дисциплин необходимо самостоятельно разбирать материалы лекций и соответствующие темы в рекомендованной педагогом литературе, а также выполнять практические задания.

Вопросы по материалам курса обучающийся может задавать преподавателям, реализующим дисциплину «Математический анализ», во время консультаций или в специально отведенное преподавателем на занятиях время.

При подготовке к прохождению текущих аттестаций (контрольных работ) обучающемуся следует изучить лекционные конспекты и практические задачи по проверяемым на аттестации темам.

К промежуточным аттестациям (зачетам и экзаменам) стоит готовиться по выданным преподавателями, реализующими дисциплину, теоретическим вопросам и практическим заданиям (примерам практических заданий) с учетом конспектов лекционных и практических занятий, а также предлагаемой в рабочей программе дисциплины литературы.

15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины

а) основная литература:

№ п/п	Источник
1.	Ильин, В. А. Математический анализ : учебник для студ. вузов, обуч. по специальностям "Математика", "Прикладная математика" и "Информатика" : в 2 ч. / В.А. Ильин, В.А. Садовничий, Б.Х. Сендов ; Моск. гос. ун-т им. М.В. Ломоносова; под ред. А.Н. Тихонова .— М. : Проспект : Изд-во Моск. ун-та, 2007- .— (Классический университетский учебник / редсов.: В.А.Садовничий (пред.) [и др.]) Ч. 1 .— 3-е изд., перераб. и доп. — 2007 .— 660 с. : ил. — Посвящается 250-летию Московского университета .— ISBN 978-5-482-01426-4.
2.	Ильин, В. А. Математический анализ : учебник : в 2 ч. / В.А. Ильин, В.А. Садовничий, Б.Х. Сендов ; Моск. гос. ун-т им. М.В. Ломоносова; под ред. А.Н. Тихонова .— М. : Проспект : Изд-во Моск. ун-та, 2006- .— (Классический университетский учебник / редсов. : В.А. Садовничий (пред.) [и др.]) . Ч.2 .— 3-е изд., перераб. и доп. — 2006 .— 353, [4] с. : ил. — На обл.: 2-е изд.

3.	Ильин, В. А. Математический анализ : учебник : в 2 ч. / В.А. Ильин, В.А. Садовничий, Б.Х. Сендов ; Моск. гос. ун-т им. М.В. Ломоносова; под ред. А.Н. Тихонова .— М. : Проспект : Изд-во Моск. ун-та, 2006- .— (Классический университетский учебник / редсов. : В.А. Садовничий (пред.) [и др.]) . Ч.2 .— 3-е изд., перераб. и доп. — 2006 .— 353, [4] с.
4.	Кудрявцев, Л.Д. Курс математического анализа : учебник для студ. вузов, обуч. по естественно-научным и техническим направлениям и специальностям : в 3 т. / Л.Д. Кудрявцев .— М. : Дрофа, 2006- .— (Высшее образование: Современный учебник) .— ISBN 5-358-00355-Х. – *http://biblioclub.ru/index.php?page=book_view_red&book_id=82814* Т. 1: Дифференциальное и интегральное исчисления функций одной переменной .— Изд. 6-е, стер. — 2008 .— 702, [1] с. : ил. — Указ.: с.685-697 .— ISBN 5-358-00354-1.
5.	Кудрявцев, Л.Д. Курс математического анализа : учебник для бакалавров : [для студ. вузов, обуч по естественнонауч. и техн. направлениям и специальностям] / Л.Д. Кудрявцев ; Моск. физ.-техн. ин-т (Гос. ун-т) .— Москва : Юрайт, 2012-. Т. 2 .— 6-е изд. — 2012 .— 720 с. : ил. — (Бакалавр. Базовый курс) .— Указ.: с.706-714 .— ISBN 978-5-9916-1893-9. – *http://biblioclub.ru/index.php?page=book_view_red&book_id=82818*
6.	Кудрявцев, Л.Д. Курс математического анализа : учебник для бакалавров : [для студ. вузов, обуч. по естественнонауч. и техн. направлениям и специальностям] / Л.Д. Кудрявцев ; Моск. физ.-техн. ин-т (Гос. ун-т) .— Москва : Юрайт, 2012-. Т. 3 .— 6-е изд. — 2012 .— 350, [1] с. : ил. — (Бакалавр. Базовый курс) .— Указ.: с.340-348 .— ISBN 978-5-9916-1892-2.
7.	Кудрявцев, Л.Д. Курс математического анализа : учебник для бакалавров : [для студ. вузов, обуч. по естественнонауч. и техн. направлениям и специальностям] / Л.Д. Кудрявцев ; Моск. физ.-техн. ин-т (Гос. ун-т) .— Москва : Юрайт, 2012-. Т. 1 .— 6-е изд. — 2012 .— 702, [1] с. : ил. — (Бакалавр. Базовый курс) .— Указ.: с.685-697 .— ISBN 978-5-9916-1807-6.
8.	Тер-Крикоров, А. М. Курс математического анализа : учебное пособие для вузов / А. М. Тер-Крикоров, М. И. Шабунин .— 2-е изд. — М. : Физматлит : Лаб. базовых знаний, 2007 .— 672 с. Тер-Крикоров, А. М. Курс математического анализа : [учебное пособие для вузов] / А.М. Тер-Крикоров, М.И. Шабунин .— 4-е изд., испр. — М. : Бином. Лаборатория знаний, 2011 .— 672 с.
9.	Демидович, Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу : учебное пособие для вузов / Б.П. Демидович .— М. : АСТ : Астрель, 2010 .— 558 с. https://e.lanbook.com/reader/book/113942/#1 http://biblioclub.ru/index.php?page=book_view_red&book_id=459722

б) дополнительная литература:

№ п/п	Источник
1.	Виноградова, И. А. Задачи и упражнения по математическому анализу : Учебное пособие для студ. вузов, обуч. по направлениям и специальностям физ.-мат. профиля : В 2 ч. / И.А. Виноградова, С.Н. Олехник, В.А. Садовничий ; Под ред. В.А. Садовничего .— М. : Дрофа, 2001
2.	Сборник задач по математическому анализу (в 3-х т.) / Л.Д. Кудрявцев [и др.] .— М. : Физматлит, 2003. Т.1 - http://biblioclub.ru/index.php?page=book_view_red&book_id=83187 Т.2. - http://biblioclub.ru/index.php?page=book_view_red&book_id=8282 Т.3. - http://biblioclub.ru/index.php?page=book_view_red&book_id=83191
3.	Виноградова, Г.А. Исследование сходимости несобственных интегралов : учебно-методическое пособие по специальностям 010501 (010200) - Прикладная математика и информатика, 010901 (010500) - Механика, 010203 (351500) - Математическое обеспечение и администрирование информационных систем / Воронеж. гос. ун-т; сост.: Г.А. Виноградова, Н.В. Рогова .— Воронеж : ЛОП ВГУ, 2005 .— 19 с.
4.	Ларин, А.А. Задачи и упражнения по математическому анализу : учебно-методическое пособие по специальностям 010501(010200) - Прикладная математика и информатика, 010901(010500) - Механика, 010203(351500) - Математическое обеспечение и администрирование информационных систем / Воронеж. гос. ун-т; сост.: А.А. Ларин, Г.А. Виноградова .— Воронеж : ЛОП ВГУ, 2005 .— 23 с. — Библиогр.: с.22 .— <URL:http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/nov05112.pdf>.

5.	Украинский, П.С. Исследование на экстремум, задачи на максимум и минимум для функций нескольких переменных : учебно-методическое пособие : специальности: 010501 (010200) - Прикладная математика и информатика, 010901 (010500) - Механика, 010203 (351500) - Математическое обеспечение и администрирование информационных систем / Воронеж. гос. ун-т; сост.: П. С. Украинский, Г. А. Виноградова .— Воронеж : ЛОП ВГУ, 2006 .— 23 с.
6.	Виноградова, Г.А. Задания для курсовой работы по математическому анализу (интегральное исчисление функций многих переменных) : учебно-методическое пособие для вузов / Воронеж. гос. ун-т; сост. Г.А. Виноградова [и др.] .— Воронеж : ИПЦ ВГУ, 2008 .— 44 с. — Библиогр.: с.44 .— <URL:<u>http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m08-15.pdf</u>>.
7.	Виноградова, Г.А. Методы вычисления двойных интегралов. Приложения двойных интегралов : учебно-методическое пособие для вузов / Воронеж. гос. ун-т; сост.: Г.А. Виноградова, П.С. Украинский .— Воронеж : ИПЦ ВГУ, 2009 .— 22 с.
8.	Виноградова, Г.А. Ряды Фурье (построение и сходимость) : учебно-методическое пособие для вузов : [для студ. фак. приклад. математики, информатики и механики Воронеж. гос. ун0та всех форм обучения, изучающих курс мат. анализа, для специальностей : 010501 - Прикладная математика и информатика, 010503 - Мат. обеспечение и администрирование информ. систем, 0100901 - Механика] / Воронеж. гос. ун-т; сост.: Г.А. Виноградова, П.С. Украинский .— Воронеж : ИПЦ ВГУ, 2009 .— 21 с. — Библиогр.: с. 21. Издание на др. носителе: <u>Ряды Фурье (построение и сходимость) [Электронный ресурс] : учебно-методическое пособие для вузов : [для студ. фак. приклад. математики и механики Влронеж. гос. ун-та всех форм обучения, изучающих курс мат. анализа, для специальностей: 010501 - Прикладная математика и информатика, 010503 - Мат. обеспечение и администрирование, 010901 - Механика] / Воронеж. гос. ун-т; сост.: Г.А. Виноградова, П.С. Украинский .— Воронеж : Издательско-полиграфический центр Воронежского государственного университета, 2009.</u>
9.	Украинский, П.С. Методы вычисления тройных и поверхностных интегралов. Приложения к задачам геометрии и механики : учебно-методическое пособие для вузов : [для специальностей: 010501 - Прикладная математика и информатика, 010901 - Механика] / Воронеж. гос. ун-т ; сост.: П.С. Украинский, Г.А. Виноградова .— Воронеж : ИПЦ ВГУ, 2011 .— 24 с. : ил. — Библиогр.: с. 24. Издание на др. носителе: Методы вычисления тройных и поверхностных интегралов. Приложения к задачам геометрии и механики [Электронный ресурс] : учебно-методическое пособие для вузов : [для специальностей: 010501 - Прикладная математика и информатика, 010901 - Механика] / Воронеж. гос. ун-т ; сост.: П.С. Украинский, Г.А. Виноградова .— Воронеж : ИПЦ ВГУ, 2011.
10.	Виноградова, Г.А. Определенный интеграл Римана : учебно-методическое пособие для вузов : [для студ. 1 к. очной и очно-заоч. форм. обучения, для направлений: 010400 - Приклад. математика и информатика, 010900 - Механика, 010500 - Мат. обеспечение и администрирование информ. систем, 110300 - Фундамент. информатика и информ. технологии, 010800 - Механика и мат. моделирование, 230700 - Приклад. информатика, 080500 - Бизнес-информатика] / Воронеж. гос. ун-т ; [сост.: Г.А. Виноградова и др.] .— Воронеж : Издательско-полиграфический центр Воронежского государственного университета, 2013 .— 32 с. : ил. — Библиогр.: с.31. Издание на др. носителе: Определенный интеграл Римана [Электронный ресурс] : учебно-методическое пособие для вузов : [для студ. 1 к. очной и очно-заоч. форм. обучения, для направлений: 010400 - Приклад. математика и информатика, 010900 - Механика, 010500 - Мат. обеспечение и администрирование информ. систем, 110300 - Фундамент. информатика и информ. технологии, 010800 - Механика и мат. моделирование, 230700 - Приклад. информатика, 080500 - Бизнес-информатика] / Воронеж. гос. ун-т ; [сост.: Г.А. Виноградова и др.] .— Воронеж : Издательско-полиграфический центр Воронежского государственного университета, 2013.
11.	Украинский, П.С. Методы вычисления тройных и поверхностных интегралов. Приложения к задачам геометрии и механики [Электронный ресурс] : учебно-методическое пособие для вузов : [для специальностей: 010501 - Прикладная математика и информатика, 010901 - Механика] / Воронеж. гос. ун-т ; сост.: П.С.

	Украинский, Г.А. Виноградова .— Электрон. текстовые дан. — Воронеж : ИПЦ ВГУ, 2011 .— Загл. с титул. экрана .— Электрон. версия печ. публикации .— Свободный доступ из интрасети ВГУ .— Текстовый файл .— Windows 2000; Adobe Acrobat Reader. Издание на др. носителе: Методы вычисления тройных и поверхностных интегралов. Приложения к задачам геометрии и механики : учебно-методическое пособие для вузов : [для специальностей: 010501 - Прикладная математика и информатика, 010901 - Механика] / Воронеж. гос. ун-т ; сост.: П.С. Украинский, Г.А. Виноградова .— Воронеж : ИПЦ ВГУ, 2011 .— 24 с. : ил. <URL:http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m11-15.pdf>.

в) информационные электронно-образовательные ресурсы**:**

№ п/п	Ресурс
1	ЭБС «Консультант студента» (http://biblioclub.ru)
2	ЭБС «Лань» (https://e.lanbook.com)
3	Зональная научная библиотека ВГУ (https://lib.vsu.ru/)

16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы *(учебно-методические рекомендации, пособия, задачники, методические указания по выполнению практических (контрольных), курсовых работ и др.)*

№ п/п	Источник
1.	Положение об организации самостоятельной работы обучающихся в Воронежском государственном университете
2.	Инструкция. Общие рекомендации по оформлению курсовых и выпускных квалификационных работ
3.	Ларин, А.А. Задачи и упражнения по математическому анализу : учебно-методическое пособие по специальностям 010501(010200) - Прикладная математика и информатика, 010901(010500) - Механика, 010203(351500) - Математическое обеспечение и администрирование информационных систем / Воронеж. гос. ун-т; сост.: А.А. Ларин, Г.А. Виноградова .— Воронеж : ЛОП ВГУ, 2005 .— 23 с. — Библиогр.: с.22 .— <URL:http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/nov05112.pdf>.
4.	Виноградова, Г.А. Задания для курсовой работы по математическому анализу (интегральное исчисление функций многих переменных) : учебно-методическое пособие для вузов / Воронеж. гос. ун-т; сост. Г.А. Виноградова [и др.] .— Воронеж : ИПЦ ВГУ, 2008 .— 44 с. — Библиогр.: с.44 .— <URL:http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m08-15.pdf>.
5.	Виноградова, Г.А. Методы вычисления двойных интегралов. Приложения двойных интегралов : учебно-методическое пособие для вузов / Воронеж. гос. ун-т; сост.: Г.А. Виноградова, П.С. Украинский .— Воронеж : ИПЦ ВГУ, 2009 .— 22 с.
6.	Виноградова, Г.А. Ряды Фурье (построение и сходимость) : учебно-методическое пособие для вузов : [для студ. фак. приклад. математики, информатики и механики Воронеж. гос. ун0та всех форм обучения, изучающих курс мат. анализа, для специальностей : 010501 - Прикладная математика и информатика, 010503 - Мат. обеспечение и администрирование информ. систем, 0100901 - Механика] / Воронеж. гос. ун-т; сост.: Г.А. Виноградова, П.С. Украинский .— Воронеж : ИПЦ ВГУ, 2009 .— 21 с. — Библиогр.: с. 21. Издание на др. носителе: Ряды Фурье (построение и сходимость) [Электронный ресурс] : учебно-методическое пособие для вузов : [для студ. фак. приклад. математики и механики Влронеж. гос. ун-та всех форм обучения, изучающих курс мат. анализа, для специальностей: 010501 - Прикладная математика и информатика, 010503 - Мат. обеспечение и администрирование, 010901 - Механика] / Воронеж. гос. ун-т; сост.: Г.А. Виноградова, П.С. Украинский .— Воронеж : Издательско-полиграфический центр Воронежского государственного университета, 2009.
7.	Украинский, П.С. Методы вычисления тройных и поверхностных интегралов. Приложения к задачам геометрии и механики : учебно-методическое пособие для вузов : [для специальностей: 010501 - Прикладная математика и информатика, 010901 - Механика] / Воронеж. гос. ун-т ; сост.: П.С. Украинский, Г.А. Виноградова .— Воронеж : ИПЦ ВГУ, 2011 .— 24 с. : ил. — Библиогр.: с. 24. Издание на др. носителе: Методы вычисления тройных и поверхностных интегралов.

	Приложения к задачам геометрии и механики [Электронный ресурс] : учебно-методическое пособие для вузов : [для специальностей: 010501 - Прикладная математика и информатика, 010901 - Механика] / Воронеж. гос. ун-т ; сост.: П.С. Украинский, Г.А. Виноградова .— Воронеж : ИПЦ ВГУ, 2011.
8.	Виноградова, Г.А. Определенный интеграл Римана : учебно-методическое пособие для вузов : [для студ. 1 к. очной и очно-заоч. форм. обучения, для направлений: 010400 - Приклад. математика и информатика, 010900 - Механика, 010500 - Мат. обеспечение и администрирование информ. систем, 110300 - Фундамент. информатика и информ. технологии, 010800 - Механика и мат. моделирование, 230700 - Приклад. информатика, 080500 - Бизнес-информатика] / Воронеж. гос. ун-т ; [сост.: Г.А. Виноградова и др.] .— Воронеж : Издательско-полиграфический центр Воронежского государственного университета, 2013 .— 32 с. : ил. — Библиогр.: с.31. Издание на др. носителе: Определенный интеграл Римана [Электронный ресурс] : учебно-методическое пособие для вузов : [для студ. 1 к. очной и очно-заоч. форм. обучения, для направлений: 010400 - Приклад. математика и информатика, 010900 - Механика, 010500 - Мат. обеспечение и администрирование информ. систем, 110300 - Фундамент. информатика и информ. технологии, 010800 - Механика и мат. моделирование, 230700 - Приклад. информатика, 080500 - Бизнес-информатика] / Воронеж. гос. ун-т ; [сост.: Г.А. Виноградова и др.] .— Воронеж : Издательско-полиграфический центр Воронежского государственного университета, 2013.
9.	Украинский, П.С. Методы вычисления тройных и поверхностных интегралов. Приложения к задачам геометрии и механики [Электронный ресурс] : учебно-методическое пособие для вузов : [для специальностей: 010501 - Прикладная математика и информатика, 010901 - Механика] / Воронеж. гос. ун-т ; сост.: П.С. Украинский, Г.А. Виноградова .— Электрон. текстовые дан. — Воронеж : ИПЦ ВГУ, 2011 .— Загл. с титул. экрана .— Электрон. версия печ. публикации .— Свободный доступ из интрасети ВГУ .— Текстовый файл .— Windows 2000; Adobe Acrobat Reader. Издание на др. носителе: Методы вычисления тройных и поверхностных интегралов. Приложения к задачам геометрии и механики : учебно-методическое пособие для вузов : [для специальностей: 010501 - Прикладная математика и информатика, 010901 - Механика] / Воронеж. гос. ун-т ; сост.: П.С. Украинский, Г.А. Виноградова .— Воронеж : ИПЦ ВГУ, 2011 .— 24 с. : ил. <URL:http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m11-15.pdf>.
10.	Берман, Г.Н. Сборник задач по курсу математического анализа : учебное пособие / Г.Н. Берман. — 8-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2019. — 492 с. — ISBN 978-5-8114-0657-9. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система «Лань» : [сайт]. — URL: https://e.lanbook.com/book/111199 (дата обращения: 07.10.2019). — Режим доступа: для авториз. пользователей.
11.	Украинский, П.С. Основные методы вычисления неопределенных интегралов [Электронный ресурс] : учебно-методическое пособие для вузов : [для студ. 1 к. очной и очно-заочной форм обучения фак. приклад. математики, информатики и механики ; для направлений : 010500 - Мат. обеспечение и администрирование информ. систем, 010300 - Фундаментальные информатика и информ. технологии; 01400 - Прикладная математика и информатика, 010800 - Механика и мат. моделирование, 230700 - Приклад. информатика, 010900 - Механика, 080500 - Бизнес-информатика] / Воронеж. гос. ун-т ; сост.: П.С. Украинский, Э.Л. Шишкина , Г.А. Виноградова .— Электрон. текстовые дан. — Воронеж : Издательско-полиграфический центр Воронежского государственного университета, 2013 .— Загл. с титул. экрана .— Свободный доступ из интрасети ВГУ .— Текстовый файл .— Windows 2000 ; Adobe Acrobat Reader .— <URL:http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m13-173.pdf>.
12.	*Ларин, А.А. Задачи и упражнения по математическому анализу : учебно-методическое пособие по специальностям 010501(010200) - Прикладная математика и информатика, 010901(010500) - Механика, 010203(351500) - Математическое обеспечение и администрирование информационных систем / Воронеж. гос. ун-т; сост.: А.А. Ларин, Г.А. Виноградова .— Воронеж : ЛОП ВГУ, 2005 .— 23 с. — Библиогр.: с.22 .—* http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/nov05112.pdf

13.	*Виноградова, Г.А. Задания для курсовой работы по математическому анализу (интегральное исчисление функций многих переменных) : учебно-методическое пособие для вузов / Воронеж. гос. ун-т; сост. Г.А. Виноградова [и др.] .— Воронеж : ИПЦ ВГУ, 2008 .— 44 с. — Библиогр.: с.44*:http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m08-15.pdf
14.	Виноградова, Г.А. Ряды Фурье (построение и сходимость) [Электронный ресурс] : учебно-методическое пособие для вузов : [для студ. фак. приклад. математики и механики Влронеж. гос. ун-та всех форм обучения, изучающих курс мат. анализа, для специальностей: 010501 - Прикладная математика и информатика, 010503 - Мат. обеспечение и администрирование, 010901 - Механика] / Воронеж. гос. ун-т; сост.: Г.А. Виноградова, П.С. Украинский .— Воронеж : Издательско-полиграфический центр Воронежского государственного университета, 2009.
15.	Виноградова, Г.А. Определенный интеграл Римана [Электронный ресурс] : учебно-методическое пособие для вузов : [для студ. 1 к. очной и очно-заоч. форм. обучения, для направлений: 010400 - Приклад. математика и информатика, 010900 - Механика, 010500 - Мат. обеспечение и администрирование информ. систем, 110300 - Фундамент. информатика и информ. технологии, 010800 - Механика и мат. моделирование, 230700 - Приклад. информатика, 080500 - Бизнес-информатика] / Воронеж. гос. ун-т ; [сост.: Г.А. Виноградова и др.] .— Воронеж : Издательско-полиграфический центр Воронежского государственного университета, 2013.
16.	Украинский, П.С. Методы вычисления тройных и поверхностных интегралов. Приложения к задачам геометрии и механики : учебно-методическое пособие для вузов : [для специальностей: 010501 - Прикладная математика и информатика, 010901 - Механика] / Воронеж. гос. ун-т ; сост.: П.С. Украинский, Г.А. Виноградова .— Воронеж : ИПЦ ВГУ, 2011 .— 24 с. : ил. <URL:http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m11-15.pdf>.
17.	Предел без секретов [Электронный ресурс] : учебно-методическое пособие : [для студ. 1 к. очной и очно-заочной форм обучения фак. приклад. математики, информатики и механики ; для направлений : 010400.62- Прикладная математика и информатика, 010300.62 - Фундаментальная информатика и информ. технологии, 010500 - Мат. обеспечение и администрирование информ. систем, , 010800.62 - Механика и мат. моделирование,080500.62 - Бизнес-информатика] / Воронеж. гос. ун-т ; [сост.: П.С. Украинский и др.] .— Электрон. текстовые дан. — Воронеж : Издательский дом ВГУ, 2015 .— Загл. с титул. экрана .— Свободный доступ из интрасети ВГУ .— Текстовый файл .— Windows 2000 ; Adobe Acrobat Reader .— <URL:http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m15-61.pdf>.

17. Образовательные технологии, используемые при реализации учебной дисциплины, включая дистанционные образовательные технологии (ДОТ), электронное обучение (ЭО), смешанное обучение):

При подготовке к лекционным и семинарским занятиям, текущей и промежуточной аттестациям студенту необходимо пользоваться компьютерной техникой, подключенной к сети "Интернет", со следующим программным обеспечением:

- операционная система (Windows или Linex);
- Microsoft Office или LibreOffice;
- браузер (Mozilla Firefox, или Internet Explorer, или Chrome и др.).

18. Материально-техническое обеспечение дисциплины:

Специализированная мебель (столы, стулья, доска).

Для выполнения самостоятельной работы обучающемуся предоставляется доступ к компьютерной технике с возможностью подключения к сети "Интернет".

Переносной проектор, документ-камера.

19. Оценочные средства для проведения текущей и промежуточной аттестаций

Порядок оценки освоения обучающимися учебного материала определяется содержанием следующих разделов дисциплины:

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Компетенц ия(и)	Индикатор(ы) достижения компетенции	Оценочные средства
1.	Общие математические понятия, необходимые для изучения математического анализа	УК-1 ОПК-1	ИУК-1.1. ИУК=1..2. ИОПК-1.1. ИОПК-1.2. ИОПК-1.3. ИОПК-1.4.	*Перечень вопросов Практическое задание*
2.	Предел и непрерывность функций и отображений. Предел последовательности точек.	УК-1 ОПК-1	ИУК-1.1. ИУК=1..2. ИОПК-1.1. ИОПК-1.2. ИОПК-1.3. ИОПК-1.4.	*Контрольная работа № 1 Перечень вопросов Практическое задание*
3.	Дифференциальное исчисление функции одной вещественной переменной	УК-1 ОПК-1	ИУК-1.1. ИУК=1.2. ИОПК-1.1. ИОПК-1.2. ИОПК-1.3. ИОПК-1.4.	*Контрольная работа № 2 Перечень вопросов Практическое задание*
Промежуточная аттестация форма контроля – зачет, экзамен				*КИМ Перечень вопросов Практическое задание*
4.	Неопределенный интеграл функции одной вещественной переменной	УК-1 ОПК-1	ИУК-1.1. ИУК=1..2. ИОПК-1.1. ИОПК-1.2. ИОПК-1.3. ИОПК-1.4.	*Контрольная работа № 3 Перечень вопросов Практическое задание*
5.	Интегрируемость по Риману функции одной вещественной переменной на отрезке. Определенный интеграл Римана	УК-1 ОПК-1	ИУК-1.1. ИУК=1..2. ИОПК-1.1. ИОПК-1.2. ИОПК-1.3. ИОПК-1.4.	*Контрольная работа № 4 Перечень вопросов Практическое задание*
6.	Несобственный интеграл от функции одной вещественной переменной	УК-1 ОПК-1	ИУК-1.1. ИУК=1..2. ИОПК-1.1. ИОПК-1.2. ИОПК-1.3. ИОПК-1.4.	*Контрольная работа № 4 Перечень вопросов Практическое задание*
7.	Дифференциальное исчисление функций многих вещественных переменных	УК-1 ОПК-1	ИУК-1.1. ИУК=1..2. ИОПК-1.1. ИОПК-1.2. ИОПК-1.3. ИОПК-1.4.	*Контрольная работа № 5 Перечень вопросов Практическое задание*
8.	Числовые ряды	УК-1 ОПК-1	ИУК-1.1. ИУК=1..2. ИОПК-1.1. ИОПК-1.2. ИОПК-1.3. ИОПК-1.4.	*Перечень вопросов Практическое задание*
Промежуточная аттестация форма контроля - зачет, экзамен				*КИМ Перечень вопросов Практическое задание*

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Компетенция(и)	Индикатор(ы) достижения компетенции	Оценочные средства
9.	Функциональные последовательности и функциональные ряды	УК-1 ОПК-1	ИУК-1.1. ИУК=1..2. ИОПК-1.1. ИОПК-1.2. ИОПК-1.3. ИОПК-1.4.	*Контрольная работа № 6 Перечень вопросов Практическое задание*
10.	Степенные ряды	УК-1 ОПК-1	ИУК-1.1. ИУК=1..2. ИОПК-1.1. ИОПК-1.2. ИОПК-1.3. ИОПК-1.4.	*Контрольная работа № 6 Перечень вопросов Практическое задание*
11.	Криволинейные интегралы	УК-1 ОПК-1	ИУК-1.1. ИУК=1..2. ИОПК-1.1. ИОПК-1.2. ИОПК-1.3. ИОПК-1.4.	*Контрольная работа № 7 Перечень вопросов Практическое задание*
12.	Мера Жордана.	УК-1 ОПК-1	ИУК-1.1. ИУК=1..2. ИОПК-1.1. ИОПК-1.2. ИОПК-1.3. ИОПК-1.4.	*Перечень вопросов Практическое задание*
13.	Кратные интегралы	УК-1 ОПК-1	ИУК-1.1. ИУК=1..2. ИОПК-1.1. ИОПК-1.2. ИОПК-1.3. ИОПК-1.4.	*Контрольная работа № 6 Перечень вопросов Практическое задание*
14.	Поверхностные интегралы	УК-1 ОПК-1	ИУК-1.1. ИУК=1..2. ИОПК-1.1. ИОПК-1.2. ИОПК-1.3. ИОПК-1.4.	*Контрольная работа № 7 Перечень вопросов Практическое задание*
15.	Элементы теории поля	УК-1 ОПК-1	ИУК-1.1. ИУК=1..2. ИОПК-1.1. ИОПК-1.2. ИОПК-1.3. ИОПК-1.4.	*Перечень вопросов Практическое задание*
16.	Интегралы, зависящие от параметра	УК-1 ОПК-1	ИУК-1.1. ИУК=1..2. ИОПК-1.1. ИОПК-1.2. ИОПК-1.3. ИОПК-1.4.	*Контрольная работа № 8 Перечень вопросов Практическое задание*
17.	Ряды Фурье.	УК-1 ОПК-1	ИУК-1.1. ИУК=1..2. ИОПК-1.1. ИОПК-1.2. ИОПК-1.3. ИОПК-1.4.	*Контрольная работа № 8 Перечень вопросов Практическое задание*

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Компетенция(и)	Индикатор(ы) достижения компетенции	Оценочные средства
Промежуточная аттестация форма контроля - зачет, экзамен				*КИМ Перечень вопросов* *Практическое задание*

20 Типовые оценочные средства и методические материалы, определяющие процедуры оценивания

20.1 Текущий контроль успеваемости

Контроль успеваемости по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств:

Контрольная работа. Перечень вопросов. Практические задания.

1 СЕМЕСТР

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО «ВГУ»)

Кафедра математического и прикладного анализа

(наименование кафедры)

Комплект заданий для контрольной работы № 1

по дисциплине Б1.О.10 Математический анализ

Тема Предел

Вариант 1

1. Дать определение в кванторах $a = \lim\limits_{n\to\infty} x_n$.
2. Доказать, используя определение, что $\lim\limits_{n\to\infty} \lg n = +\infty$
3. Найти предел последовательности $x_n = \dfrac{(2n+1)!+(2n+2)!}{(2n+3)!}$
4. Записать в терминах неравенств $\lim\limits_{x\to a} f(x) = -\infty$
5. Найти предел $\lim\limits_{x\to+\infty} x(\sqrt{x^2+1} - x)$.
6. Найти предел $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{x^2-5x+1}{3x+7}$

Вариант 2

1. Дать определение в кванторах $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = a - 0$.
2. Доказать, используя определение, что $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n^2}{n+1} = \infty$
3. Найти предел последовательности $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{1000n}{n^2+1}$
4. Записать в терминах неравенств $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = A$

5. $\lim\limits_{x\to 7}\dfrac{2-\sqrt{x-3}}{x^2-49}$.

6. $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^2-2x}{x^2-4x+4}$

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО «ВГУ»)

Кафедра математического и прикладного анализа

(наименование кафедры)

Комплект заданий для контрольной работы № 2

по дисциплине Б1.О.10 Математический анализ

Тема Исследование функций

Вариант 1

1. Найти производную функции $\sin\sqrt[3]{1-x^2}$
2. Найти производную функции $(\arcsin x)^{\ln x}$
3. Найти точки разрывов функции $y=\dfrac{\cos(\pi x)}{2x^3-x^2}$ и установить их род
4. Найти предел $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^x-1}{\ln x}$
5. Найти предел $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x\cos x-\sin x}{x^3}$

Вариант 2

1. Найти производную функции $\sin(arctgx)$
2. Найти производную функции $(\sqrt{1-x^2})^{\ln x}$
3. Найти точки разрывов функции $y=e^{\frac{\sin x}{|x|}}$ и установить их род
4. Найти предел $\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{\arcsin x}{x}\right)^{1/x^2}$
5. Найти предел $\lim\limits_{x\to \pi}\dfrac{tgx}{tg5x}$

Критерии оценки:

- оценка «отлично» выставляется, если решены все задачи;
- оценка «хорошо» выставляется, если не решена одна из задач
- оценка «удовлетворительно» выставляется, если решены три задачи;
- оценка «неудовлетворительно» если решено менее трех задач

2 СЕМЕСТР
МИНОБРНАУКИ РОССИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО «ВГУ»)

Кафедра математического и прикладного анализа

(наименование кафедры)

Комплект заданий для контрольной работы № 3

по дисциплине Б1.О.10 Математический анализ

Тема Неопределенный интеграл

Вариант 1

1. Вычислить $\int \frac{2-\sqrt{1-x}}{\sqrt{1-x}}dx$.
2. Найти $\int \frac{e^x}{\sqrt{16-e^x}}dx$.
3. Вычислить $\int e^{2x}xdx$.
4. Вычислить $\int \frac{dx}{x(1+x)}$.

Вариант 2

1. Вычислить $\int \frac{dx}{x\ln x}$.
2. Найти $\int \sqrt{x}\cdot\frac{dx}{1-x}$.
3. Вычислить $\int x\ln(x)dx$.
4. Найти $\int \sin x\cos^2 xdx$.

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО «ВГУ»)

Кафедра математического и прикладного анализа

(наименование кафедры)

Комплект заданий для контрольной работы № 4

по дисциплине Б1.О.10 Математический анализ

Тема Определенный интеграл

Вариант 1

1. Вычислить $\int\limits_0^a x\sqrt{a^2-x^2}\,dx$.

2. Вычислить $\int\limits_{-1}^{0}(x+2)^3\ln(x+2)dx$.

3. Вычислить $\int\limits_{-1}^{1}\frac{xdx}{x^2+x+1}$.

4. Найти площадь, ограниченную кривыми $y=\frac{2a}{3}\cos x,\ y=atgx,\ \ x=0.$

Вариант 2

1. Вычислить $\int\limits_0^1\frac{xdx}{x^4+1}$.

2. Вычислить $\int\limits_0^{\frac{3}{4}}\frac{(x-1)dx}{\sqrt{x^2+1}}$.

3. Вычислить $\int\limits_0^1 x\,arctgxdx$

4. Найти площадь, ограниченную кривыми $y=x^2e^{-x},\ \ y=0,\ \ x=2.$

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО «ВГУ»)

Кафедра математического и прикладного анализа

(наименование кафедры)

Комплект заданий для контрольной работы № 5

по дисциплине Б1.О.10 Математический анализ

Тема Дифференциальное исчисление функции многих вещественных переменных

Тема Дифференциальное исчисление функции многих вещественных переменных

Вариант 1

1. Найти частные производные первого и второго порядков функции $u = \frac{x}{y}$.
2. Найти дифференциалы первого и второго порядков функции $u = \ln\sqrt{x^2 + y^2}$.
3. Найти градиент функции $z = x^2 - y^2$ в точке $M(1;1)$.
4. Исследовать на экстремум функцию двух переменных $z = x^2 - (y-1)^2$.

Вариант 2

1. Найти частные производные первого и второго порядков функции $u = \sqrt{x^2 + y^2}$.
2. Найти дифференциалы первого и второго порядков функции $u = e^{xy}$.
3. Найти градиент функции $z = \ln\left(x^2 + y^2\right)$.
4. Исследовать на экстремум функцию двух переменных $z = x^3 + y^3 - 3xy$.

Критерии оценки:

- оценка «отлично» выставляется, если решены все задачи;
- оценка «хорошо» выставляется, если не решена одна из задач;
- оценка «удовлетворительно» выставляется, если решены две задачи;
- оценка «неудовлетворительно» если решено менее двух задач

3 СЕМЕСТР

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО «ВГУ»)

Кафедра математического и прикладного анализа

(наименование кафедры)

Комплект заданий для контрольной работы № 6

по дисциплине Б1.О.10 Математический анализ

Тема Степенные и функциональные ряды, кратные интегралы.

Вариант 1

1. Дан функциональный ряд $\frac{4-x}{7x+2} + \frac{1}{3}\left(\frac{4-x}{7x+2}\right)^2 + \frac{1}{5}\left(\frac{4-x}{7x+2}\right)^3 + \ldots + \frac{1}{2n-1}\left(\frac{4-x}{7x+2}\right)^n + \ldots$.

Исследовать сходимость ряда в точках $x = 0$ и $x = 1$.

2. Исследовать сходимость степенного рада

$$(x-2) + \frac{1}{2^2}(x-2)^2 + \frac{1}{3^2}(x-2)^3 + \ldots + \frac{1}{n^2}(x-2)^n + \ldots$$

3. Вычислить $\iint\limits_D x \ln y\,dxdy$, если область D - прямоугольник $0 \le x \le 4$, $1 \le y \le e$.

4. Изменить порядок интегрирования в интеграле $\int\limits_1^e dx \int\limits_0^{\ln x} f(x,y)\,dy$.

5. Перейдя к полярным координатам, вычислить двойной интеграл $\iint\limits_D \sqrt{x^2+y^2}\,dxdy$, если D - I четверть круга $x^2+y^2 \le a^2$.

Вариант 2

1. Найти область сходимости ряда $\dfrac{1}{1+x^2}+\dfrac{1}{1+x^4}+\dfrac{1}{1+x^6}+\ldots+\dfrac{1}{1+x^{2n}}+\ldots$.
2. Исследовать сходимость степенного ряда $1!(x-5)+2!(x-5)^2+3!(x-5)^3+\ldots+n!(x-5)^n+\ldots$
3. Вычислить $\iint\limits_D \left(\cos^2 x+\sin^2 y\right)dxdy$, если область D - квадрат $0 \le x \le \dfrac{\pi}{4}$, $0 \le y \le \dfrac{\pi}{4}$.
4. Изменить порядок интегрирования в интеграле $\int\limits_{-1}^{1} dx \int\limits_{-\sqrt{1-x^2}}^{1-x^2} f(x,y)\,dy$.
5. Перейдя к полярным координатам, вычислить двойной интеграл $\iint\limits_D \ln\left(x^2+y^2\right)dxdy$, если D - кольцо между окружностями $x^2+y^2=e^2$ и $x^2+y^2 \le e^4$.

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО «ВГУ»)

Кафедра математического и прикладного анализа

(наименование кафедры)

Комплект заданий для контрольной работы № 7

по дисциплине Б1.О.10 Математический анализ

Тема Криволинейные и поверхностные интегралы.

Вариант 1

1. Вычислить $\int\limits_K (x-y)\,ds$, где K - отрезок прямой от $A(0;0)$ до $B(4;3)$.
2. Вычислить криволинейный интеграл $\int\limits_K 2xdy-3ydx$, если K - контур треугольника с вершинами $A(1;2)$, $B(3;1)$, $C(2;5)$.
3. Применяя формулу Грина, вычислить $I=\oint\limits_C 2\left(x^2+y^2\right)dx+(x+y)^2\,dy$, если C - контур треугольника с вершинами $L(1;1)$, $M(2;2)$, $N(1;3)$, пробегаемый против хода часовой стрелки.
4. Вычислить $I=\iint\limits_S \left(x^2+y^2\right)dS$, где S - часть конической поверхности $z^2=x^2+y^2$, заключенной между плоскостями $z=0$ и $z=1$.

Вариант 2

1. Вычислить $\int\limits_K x^2ydy - y^2xdx$, если $x = \sqrt{\cos t}$, $y = \sqrt{\sin t}$, $0 \le t \le \dfrac{\pi}{2}$.
2. Вычислить криволинейный интеграл $\int\limits_K ydx - \left(y + x^2\right)dy$, если K - дуга параболы $y = 2x - x^2$, расположенная над осью Ox и пробегаемая по ходу часовой стрелки.
3. Применяя формулу Грина, вычислить $\int\limits_C -x^2ydx + xy^2dy$, где C - окружность $x^2 + y^2 = R^2$, пробегаемая против хода часовой стрелки.
4. Вычислить интеграл $I = \iint\limits_S x^2y^2zdxdy$ по верхней стороне верхней половины сферы $x^2 + y^2 + z^2 = R^2$.

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

(ФГБОУ ВО «ВГУ»)

Кафедра математического и прикладного анализа

(наименование кафедры)

Комплект заданий для контрольной работы № 8

по дисциплине Б1.О.10 Математический анализ

Тема Интегралы, зависящие от параметра; ряды Фурье.

Вариант 1

1. Пользуясь формулой $\dfrac{arctgx}{x} = \int\limits_0^1 \dfrac{dy}{1 + x^2y^2}, \quad x \ne 0$, вычислить интеграл $\int\limits_0^1 \dfrac{arctgx}{x} \cdot \dfrac{dx}{\sqrt{1 - x^2}}$.
2. Вычислить интеграл Эйлера- Пуассона $I = \int\limits_0^\infty e^{-x^2}dx$.
3. Вычислить $\Gamma\left(5/3\right) \cdot \Gamma\left(-5/3\right)$.
4. Разложить в ряд Фурье периодическую функцию $f\left(x\right)$ с периодом 2π , заданную в интервале $\left(-\pi; \pi\right)$ уравнением $f\left(x\right) = \pi + x$.
5. Разложить в ряд Фурье периодическую функцию, заданную на полупериоде $\left[0; 2\right]$ уравнением $f\left(x\right) = x - \dfrac{x^2}{2}$.

Вариант 2

1. Найти $I\left(k, \lambda\right) = \int\limits_0^\infty e^{-kx}\dfrac{\sin \lambda x}{x}dx$ и $I_1\left(\lambda\right) = \int\limits_0^\infty \dfrac{\sin \lambda x}{x}dx$.
2. Найти $I\left(\lambda\right) = \int\limits_0^\infty e^{-x^2 - \frac{\lambda^2}{x^2}}dx$ с помощью дифференцирования по параметру.

3. Показать, что $\Gamma\left(\frac{1}{2}+p\right)\cdot\Gamma\left(\frac{1}{2}-p\right)=\frac{\pi}{\cos p\pi}$.
4. Разложить в ряд Фурье периодическую функцию $f(x)$ с периодом 2 ,заданную на сегменте $[-1;1]$ уравнением $f(x)=x^2$.
5. Разложить в ряд Фурье периодическую функцию $f(x)$ с периодом 2π ,заданную на сегменте $[-\pi;\pi]$ уравнением $f(x)=e^x$.

Критерии оценки:

- оценка «отлично» выставляется, если решены все задачи;
- оценка «хорошо» выставляется, если не решена одна из задач;
- оценка «удовлетворительно» выставляется, если решены три задачи;
- оценка «неудовлетворительно» если решено менее трех задач.

20.2 Промежуточная аттестация

Промежуточная аттестация по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств:

контрольно-измерительный материал (КИМ)

(наименование оценочного средства промежуточной аттестации)

1 семестр

Форма контрольно-измерительного материала

УТВЕРЖДАЮ
Заведующий кафедрой

____________ ____________
подпись, расшифровка подписи

__.__.20__

Направление подготовки / специальность
09.03.03 Прикладная информатика

Дисциплина Б1.О.10 *Математический анализ*
Форма обучения очная
Вид контроля экзамен
Вид аттестации промежуточная № 1

Контрольно-измерительный материал №__

1. Вопрос из списка вопросов к экзамену с номером с 1 по 66
2. Вопрос из списка вопросов к экзамену с номером с 67 по 106
3. Задача из списка задач к экзамену.

Составитель ________________________ И.О. Фамилия
(подпись)

__.__.20__ г.

Вопросы к экзамену (КИМ №1)

по дисциплине Б1.О.10 *Математический анализ*

1. Высказывания. Операции над высказываниями. Свойства операций над высказываниями (одно из свойств доказать). 2. Элементы теории множеств. Операции над множествами. Свойства операций над множествами (одно из свойств доказать). Сокращенные обозначения для сумм, произведений, объединений, пересечений. 3. Отображения. Функции. Сюръекция. Инъекция. Биекция. Образ множества при отображении. Множество значений отображения. Обратное отображение. Сужение отображения. Композиция отображений. График отображения. 4. Неопределенные высказывания. Кванторы существования и всеобщности. Правило отрицания высказывания, записанного с помощью кванторов. Логическое следование. Отрицание логического следования. Необходимое условие. Достаточное условие. Обратная теорема. Необходимое и достаточное условие. 5. Множество вещественных чисел. Аксиома полноты (непрерывности) множества всех вещественных чисел. Модуль вещественного числа и его геометрический смысл. Свойства модуля. Изображение вещественных чисел допустимыми десятичными дробями. Промежутки. 6. Ограниченные и неограниченные множества числовой прямой. Точные грани числовых множеств. Корректность определения. Переход к точным граням в неравенствах. 7. Метод математической индукции. Формула бинома Ньютона. 8. Эквивалентные множества. Счетные множества. Счетность множества рациональных чисел. Теорема Кантора о несчетности множества вещественных чисел. Множества мощности континуум. 9. Принцип вложенных отрезков. Теорема о существовании общей точки стягивающейся системы отрезков. 10. Принцип вложенных отрезков. Теорема о единственности общей точки стягивающейся системы отрезков. 11. Арифметическое пространство R^n . Основные операции над элементами арифметического пространства R^n и их свойства. Скалярное произведение векторов в R^n и его свойства. Случаи n=1, 2,3. Отображения $R^n \to R^m$. Координатные функции. 12. Скалярное произведение векторов в R^n и его свойства. Норма вектора в R^n и ее свойства: неравенство Коши-Буняковского-Шварца, основные неравенства для норм. Расстояние между точками в R^n и его свойства. Метрическое пространство R^n . Отображения $R^n \to R^m$. Координатные функции. 13. Символы "**+∞**", "**-∞**", "∞". Расширенная числовая прямая. Расширение пространства R^n. Окрестности точек в пространстве R^n и на числовой прямой. Окрестности бесконечных элементов. Теорема о вложении окрестностей. Свойство отделимости по Хаусдорфу. 14. **Виды точек и множеств в пространстве R^n.** Внутренняя точка множества. Открытые множества. Предельная точка множества. Замкнутое множество. Изолированная точка множества.
15. Предел отображения, определенного на множестве метрического пространства со значениями в метрическом пространстве (определение по Коши). Непрерывные отображения в точке. Предел отображений $R^n \to R^m$. Конечные и бесконечные пределы. Предел по множеству. **Ограниченность отображения $R^n \to R^m$, имеющего конечный предел в точке, в окрестности этой точки**. 16. Предел отображения, определенного на множестве метрического пространства со значениями в метрическом пространстве (определение по Коши и его геометрическая трактовка). Непрерывные отображения в точке. Предел отображений $R^n \to R^m$. Конечные и бесконечные пределы. Предел по множеству. **Единственность предела**. 17. Предел отображения, определенного на множестве метрического пространства со значениями в метрическом пространстве (определение по Коши и его геометрическая трактовка). Непрерывные отображения в точке. Предел отображений $R^n \to R^m$. Конечные и бесконечные пределы. Предел по множеству. **Критерии предела и непрерывности отображений в терминах координатных функций**. 18. **Бесконечно малые в точке функции** $R^n \to R$. Связь понятия бесконечно малой в точке функции с понятием предела функции в этой точке. Арифметические свойства бесконечно малых в точке функций $R^n \to R$. Бесконечно малые отображения $R^n \to R^m$. 19. Предел отображения, определенного на множестве метрического пространства со

значениями в метрическом пространстве (определение по Коши и его геометрическая трактовка). Непрерывные отображения в точке. Предел отображений $R^n \to R^m$. Конечные и бесконечные пределы. Предел по множеству. **Арифметические свойства пределов отображений $R^n \to R^m$ и функций $R^n \to R$.** Понятие неопределенностей и раскрытия неопределенностей.

20. Непрерывность постоянной функции и функции $y = x$. Непрерывность степенной функции с натуральным показателем. Многочлен. Непрерывность многочленов. Рациональная функция. Непрерывность рациональных функций в точках области определения. Вычисление пределов рациональных функций одной вещественной переменной.

21. Теорема о переходе к пределу в неравенствах.

22. Теорема о промежуточной функции (о двух милиционерах).

23. Последовательности точек в метрическом пространстве. Понятие предела последовательности. Геометрический смысл определения предела последовательности. Последовательности точек в R^n как отображения $N \to R^n$. Числовая последовательность. Бесконечные пределы. Координатные последовательности. Свойства последовательностей, вытекающие из общих свойств отображений (арифметические свойства пределов, переход к пределу в неравенствах, единственность предела, ограниченность сходящейся последовательности, связь понятия бесконечно малой последовательности с понятием предела последовательности). Критерий предела последовательности точек в R^n в терминах координатных последовательностей. Предельная точка множества (определение и критерий с доказательством).

24. Существование конечного предела ограниченной монотонной числовой последовательности.

25. Существование бесконечного предела неограниченной монотонной числовой последовательности.

26. Число **е**. Определение и корректность определения.

27. Подпоследовательность. Теорема Больцано-Вейерштрасса для ограниченных числовых последовательностей.

28. Подпоследовательность. Теорема Больцано-Вейерштрасса для ограниченных последовательностей точек в пространстве R^n. Теорема Больцано-Вейерштрасса в терминах предельных точек.

29. Подпоследовательность. Теорема Больцано-Вейерштрасса для последовательностей в расширенной формулировке.

30. Фундаментальные последовательности. Критерий Коши сходимости числовой последовательности.

31. Фундаментальные последовательности. Критерий Коши сходимости последовательностей точек в пространстве R^n.

32. Частичные пределы последовательности. Теорема Больцано-Вейерштрасса в терминах частичных пределов. Первое определение верхнего и нижнего пределов числовой последовательности. Теорема о корректности первого определения. Эквивалентность первого и второго определений (без доказательства).

33. Первое, второе определения верхнего и нижнего пределов числовой последовательности. Эквивалентность первого и второго определений.

34. Первое, второе определения верхнего и нижнего пределов числовой последовательности. Эквивалентность первого и второго определений (без доказательства). Необходимое и достаточное условие сходимости числовой последовательности в терминах верхнего и нижнего пределов.

35. Определение Гейне предела функции в точке. Эквивалентность определений Коши и Гейне предела функции в точке.

36. Пределы функции в точке по подмножествам, по направлениям. Пример функции, имеющей пределы в точке по всем направлениям, но не имеющей предела в этой точке.

37. Односторонние пределы функции одной вещественной переменной. Определения Коши и Гейне односторонних пределов функции одной переменной в точке. Необходимое и достаточное условие существования предела функции одной переменной в точке в терминах односторонних пределов.

38. Определения Коши и Гейне непрерывности отображения и функции в точке. Случаи изолированной точки и предельной точки области определения функции. Односторонняя непрерывность функции одной переменной. Ограниченность непрерывной функции.

Непрерывная кривая в пространстве R^n.

39. Теорема о сохранении знака непрерывной в точке функции в окрестности этой точки.
40. Предел и непрерывность суперпозиции функций.
41. Непрерывность тригонометрических функций.
42. Первый замечательный предел. Следствия.
43. Первая теорема Вейерштрасса о непрерывной на ограниченном замкнутом множестве функции.
44. Вторая теорема Вейерштрасса о непрерывной на ограниченном замкнутом множестве функции.
45. Обобщение теорем Вейерштрасса на случай отображений $R^n \to R^m$.
46. Теорема Больцано-Коши о промежуточном значении непрерывной на отрезке функции одной переменной.
47. Теорема Больцано-Коши о промежуточном значении непрерывной функции нескольких переменных.
48. Следствия из теоремы Больцано-Коши о промежуточном значении непрерывной на отрезке функции одной переменной.
49. Монотонные функции одной переменной. Теорема о пределах монотонной функции.
50. Точки разрыва функции одной переменной. Классификация точек разрыва. Характер разрывов монотонной функции (следствие из теоремы о пределах монотонной функции).
51. Теорема о непрерывности монотонной функции одной переменной .
52. Теорема о существовании и монотонности обратной функции у монотонной непрерывной на промежутке функции одной переменной .
53. Степенная функция одной переменной с рациональным показателем. Непрерывность при различных показателях.
54. Показательная функция одной переменной с рациональным показателем. Теорема о непрерывности показательной функции с рациональным показателем в точке *x=0*.
55. Определение показательной функции одной переменной с вещественным показателем. Корректность определения (формулировка теоремы и доказательство существования предела последовательности $\{a^{x_n}\},\ x_n \in Q,\quad когда \quad \lim\limits_{n\to\infty} x_n = x,\quad x \in R$).
56. Определение показательной функции одной переменной с вещественным показателем. Корректность определения (формулировка теоремы и доказательство независимости предела $\{a^{x_n}\},\ x_n \in Q,\quad когда \quad \lim\limits_{n\to\infty} x_n = x$, от вида последовательности $\{x_n\}$).
57. Свойства показательной функции одной переменной (перечислить все, доказать формулу $a^{x_1}a^{x_2} = a^{x_1+x_2},\quad x_1, x_2 \in R$).
58. Свойства показательной функции одной переменной (перечислить все, доказать свойство монотонности на числовой прямой).
59. Свойства показательной функции одной переменной (перечислить все, доказать непрерывность на числовой прямой).
60. Свойства показательной функции одной переменной (перечислить все, доказать формулу $(a^{x_1})^{x_2} = a^{x_1 x_2},\quad x_1, x_2 \in R$).
61. Свойства показательной функции одной переменной. Перечислить все, доказать формулы
$$\lim_{x\to+\infty} a^x = +\infty\ (a>1),\quad \lim_{x\to-\infty} a^x = 0\ (a>1),$$
$$\lim_{x\to+\infty} a^x = 0\ (0<a<1),\quad \lim_{x\to-\infty} a^x = +\infty\ (0<a<1).$$
62. Логарифмическая функция одной переменной. Гиперболические функции. Степенная функция с вещественным показателем. Показательно-степенная функция. Основные элементарные функции. Элементарные функции. Теорема о непрерывности элементарных функций.
63. Второй замечательный предел.
64. Следствия из формулы второго замечательного предела. Асимптотические формулы для показательной, логарифмической, степенной и гиперболических функций одной переменной.

65. Критерий Коши существования конечного предела функции в точке. 66. Равномерная непрерывность функции на множестве. Теорема Кантора о равномерной непрерывности. 67. Сравнение функций. Символ <u>O</u>. Функции одного порядка при $x \to x_o$. 68. Символ ō в сравнении поведения функций. Два определения соотношения $\alpha(x)=\bar{o}(\beta(x))$ при $x \to x_o$. Их эквивалентность при $\beta(x)\neq 0$ $x\neq x_o$. 69. Эквивалентные в точке функции. Критерий соотношения $\alpha(x)\sim\beta(x)$ при $x \to x_o$, $\beta(x)\neq 0$ при $x\neq x_o$. Главная часть функции. Понятие асимптотической формулы.
70. Дифференцируемость функции одной вещественной переменной в точке. Непрерывность дифференцируемой функции. Дифференциал функции в точке. 71. Производная функции одной вещественной переменной в точке. Необходимое и достаточное условия дифференцируемости функции одной вещественной переменной в точке. Формула, выражающая дифференциал функции одной вещественной переменной в точке через ее производную. Дифференциал независимой переменной. Односторонние производные. Критерий существования производной функции одной вещественной переменной в точке в терминах односторонних производных. 72. Геометрический смысл дифференциала и производной функции одной вещественной переменной в точке. Касательная к графику функции в точке. Односторонние касательные. Вертикальные касательные. 73. Производные и дифференциалы суммы, произведения, частного дифференцируемых в точке функций (доказать только утверждение о производной суммы и произведения). 74. Производные и дифференциалы суммы, произведения, частного дифференцируемых в точке функций одной вещественной переменной (доказать только утверждение о производной частного). 75. Производная обратной функции одной вещественной переменной. 76. Производная сложной функции одной вещественной переменной. Инвариантность формы первого дифференциала. 77. Таблица производных функций одной вещественной переменной (перечислить все формулы, доказать формулы для производных показательной, логарифмической функций). 78. Таблица производных функций одной вещественной переменной (перечислить все формулы, доказать формулы для производных тригонометрических функций). 79. Таблица производных функций одной вещественной переменной (перечислить все формулы, доказать формулы для производных обратных тригонометрических функций). 80. Логарифмическая производная функции одной вещественной переменной. Таблица производных (перечислить все формулы, доказать формулу для производной степенной функции). Производная показательно-степенной функции. 81. Производные высших порядков функций одной вещественной переменной. Таблица производных высших порядков (перечислить все формулы, доказать формулу для производных высших порядков функций $y=a^x, \quad y=x^\alpha$). 82. Производные высших порядков функций одной вещественной переменной. Таблица производных высших порядков (перечислить все формулы, доказать формулу для производных высших порядков функции $y=\sin x$). 83. Производные высших порядков функций одной вещественной переменной. Таблица производных высших порядков (перечислить все формулы, доказать формулу для производных высших порядков функции $y=\cos x$). 84. Производные высших порядков функций одной вещественной переменной. Таблица производных высших порядков (перечислить все формулы, доказать формулу для производных высших порядков функции $y=\ln x$). 85. Производные высших порядков суммы функций одной вещественной переменной. 86. Производные высших порядков произведения функций одной вещественной переменной. Формула Лейбница. 87. Дифференциалы высших порядков функций одной вещественной переменной. Формула для вычисления. Отсутствие инвариантности формы у дифференциалов высших порядков. Дифференциалы высших порядков суммы и произведения функций одной вещественной переменной.

88.	Локальные экстремумы функций одной вещественной переменной. Теорема Ферма о необходимом условии локального экстремума. Критические точки.
89.	Теорема Ролля.
90.	Теорема Лагранжа о конечных приращениях.
91.	Следствия из теоремы Лагранжа о конечных приращениях.
92.	Теорема Коши о конечных приращениях.
93.	Раскрытие неопределенностей по правилу Лопиталя.
94.	Многочлен Тейлора для функции одной вещественной переменной. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Пеано.
95.	Единственность представления Тейлора для функций одной вещественной переменной. Различные способы представления функции по формуле Тейлора. Выделение главной части и вычисление пределов.
96.	Формула Тейлора с остаточным членом в форме Лагранжа и Коши для функций одной вещественной переменной.
97.	Критерий нестрогой монотонности дифференцируемой на промежутке функции одной вещественной переменной. Достаточное условие строгой монотонности.
98.	Достаточное условие экстремума функции одной вещественной переменной в точке в терминах смены знака производной.
99.	Достаточное условие экстремума функции одной вещественной переменной, имеющей производные высших порядков.
100.	Выпуклость функции одной вещественной переменной на промежутке. Необходимое и достаточное условие нестрогой выпуклости дифференцируемой на промежутке функции в терминах монотонности производной. Следствие об условии выпуклости в терминах второй производной. Достаточное условие строгой выпуклости.
101.	Выпуклость функции одной вещественной переменной на промежутке. Необходимое и достаточное условие нестрогой выпуклости дифференцируемой на промежутке функции в терминах касательной к графику функции.
102.	Точки перегиба функции (графика функции) одной вещественной переменной. Необходимое условие перегиба. Достаточное условие перегиба.
103.	Асимптоты функции одной вещественной переменной.
104.	Функции одной вещественной переменной, заданные параметрически. Вычисление производных первого и высших порядков. Особенности исследования.
105.	Понятие первообразной на промежутке функции и неопределенного интеграла.
106.	Основные методы интегрирования (интегрирование подстановкой и по частям).

Комплект задач (КИМ №1)

по дисциплине Б1.О.10 *Математический анализ*

(наименование дисциплины)

1. $y = e^x \arcsin\sqrt{\dfrac{e^x}{e^x+1}}$
2. $y = 2x^{\log_x e}\sin^{1+\ln x} x$
3. Найти дифференциал $d(\cos(2tgx))$
4. Найти производную второго порядка функции $y = \cos^2 x$
5. Указать множество точек, в которых непрерывна функция, найти ее точки разрыва, установить их род, нарисовать график функции $y = \begin{cases} \cos x, & -\pi/2 \le x < \pi/4 \\ 1, & x = \pi/4 \\ x^2 - \pi^2/6, & \pi/4 < x \le \pi \end{cases}$.
6. Найти точки разрыва функции, установить их род, доопределить функцию по непрерывности в точках устранимого разрыва $y = \dfrac{\dfrac{1}{x} - \dfrac{1}{x+1}}{\dfrac{1}{x-1} - \dfrac{1}{x}}$

7. Найти $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{3}{1-\sqrt[2n]{n}}-\dfrac{2}{1-\sqrt[3n]{n}}$

8. Найти $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^4-2x+1}{x^8-2x+1}$

9. Найти $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt[3]{27+x}-\sqrt[3]{27-x}}{x+2\sqrt[3]{x^4}}$

10. Найти $\lim\limits_{x\to \pi}\dfrac{\sin x}{\pi^2-x^2}$

11. Найти $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(1+xe^x)}{\ln(x+\sqrt{1+x^2})}$

12. Найти $\lim\limits_{x\to a}\dfrac{x^x-a^a}{x-a}$.

13. Найти дифференциал $d(\sqrt[3]{x^3+\arcsin 5x})$.

14. Найти предел, используя правило Лопиталя $\lim\limits_{x\to 0}\left(ctgx-\dfrac{1}{x}\right)$.

15. Написать разложение функции по формуле Тейлора по степеням $(x-x_0)$ до членов 3-го порядка: $y=\sqrt{x}$, $x_0=1$

16. Найти предел, используя разложения функций по формуле Тейлора $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\left(\sqrt[6]{x^6+x^5}\right)-\sqrt[6]{x^6-x^5}\right)$

Критерии оценки:

-Оценка «отлично» выставляется студенту, если он показывает высокий уровень знаний программного материала, умение использовать, полученные знания при решении задач. На вопросы отвечает аргументировано, уверенно, по существу. Даны исчерпывающие ответы на теоретические вопросы и решена задача.

-Оценка «хорошо» ставится в том случае, если студент показывает достаточный уровень знаний лекционного материала, учебной литературы, умеет использовать знания при решении задач. Но при ответе на экзамене допускает некоторые погрешности. Вопросы на экзамене не вызывают существенных затруднений.

-Оценка «удовлетворительно» ставится в том случае, если студент показывает достаточный уровень знаний, но на вопросы отвечает неуверенно или затрудняется с ответами. Ответ полностью раскрывает один из теоретических вопросов или частичное освящение двух вопросов. Умеет решать задачи, но при этом в некоторых случаях с наводящими вопросами и дополнительными указаниями преподавателя.

-Оценка «неудовлетворительно ставится в том случае, если студент не показывает достаточный уровень знаний, ответ не раскрывает ни один из теоретических вопросов или частично раскрыт только один вопрос. Не умеет решать задачи, даже при дополнительных указаниях преподавателя.

2 семестр

Форма контрольно-измерительного материала

УТВЕРЖДАЮ
Заведующий кафедрой

___________ ___________
подпись, расшифровка подписи
__.__.20__

Направление подготовки / специальность
01.03.02 Прикладная математика и информатика

Дисциплина Б1.О.10 *Математический анализ*
Форма обучения очная
Вид контроля экзамен
Вид аттестации промежуточная № 2

Контрольно-измерительный материал №__

4. Вопрос из списка вопросов к экзамену с номером с 1 по 22
5. Вопрос из списка вопросов к экзамену с номером с 23 по 43
6. Задача из списка задач к экзамену.

Составитель __________________________ И.О. Фамилия
(подпись)

__.__.20__ г.

Вопросы к экзамену (КИМ № 2)

по дисциплине Б1.О.10 *Математический анализ*

1. Интегрируемость функций по Риману. Определение определенного интеграла Римана в терминах интегральных сумм Римана. Геометрический смысл интегральной суммы Римана. Интегрируемость функции, постоянной на отрезке.
2. Ограниченность интегрируемой на отрезке функции. Пример ограниченной функции, неинтегрируемой по Риману.
3. Верхние и нижние суммы Дарбу. Геометрический смысл сумм Дарбу. Свойства сумм Дарбу: оценки интегральных сумм Римана, приближение сумм Дарбу суммами Римана.
4. Монотонность сумм Дарбу, оценка разностей сумм Дарбу при измельчении разбиения. Неравенства для верхних и нижних сумм Дарбу различных разбиений. Ограниченность сумм Дарбу.
5. Верхний и нижний интегралы Дарбу. Определение. Лемма о неравенстве для верхнего и нижнего интегралов Дарбу.
6. Понятие предела суммы Дарбу. Основная лемма Дарбу.
7. Необходимое и достаточное условие интегрируемости по Риману ограниченной функции в терминах верхнего и нижнего интегралов Дарбу (вспомогательная теорема).
8. Основная теорема о необходимом и достаточном условии интегрируемости по Риману ограниченной на отрезке функции (в терминах сумм Дарбу).
9. Интегрируемость непрерывных и монотонных на отрезке функций.
10. Достаточное условие интегрируемости разрывной функции. Следствия. Пример интегрируемой функции, имеющей бесконечно много точек разрыва.
11. Интегрируемость сложной функции. Следствие.
12. Простейшие свойства определенного интеграла Римана (линейность, интегрируемость произведения, интегрируемость на подмножествах, аддитивность определенного интеграла).
13. Свойства интеграла Римана, связанные с неравенствами.
14. Теорема о среднем значении для определенного интеграла Римана.
15. Интеграл с переменным верхним пределом. Непрерывность интеграла с переменным верхним пределом.

16. Интеграл с переменным верхним пределом. Дифференцируемость интеграла с переменным верхним пределом. Существование первообразной у непрерывной на промежутке функции. Дифференцирование интеграла с переменным пределом.
17. Формула Ньютона-Лейбница. Методы вычисления определенного интеграла (интегрирование подстановкой и по частям).
18. Несобственные интегралы первого и второго рода. Определение, примеры. Главное значение несобственного интеграла. Критерий Коши сходимости несобственного интеграла. Абсолютная и условная сходимость.
19. Общий признак сравнения для несобственных интегралов в форме неравенств и в предельной форме.
20. Частные признаки сравнения для несобственных интегралов первого и второго рода в форме неравенств, предельной форме.
21. Признак Дирихле-Абеля сходимости несобственного интеграла.
22. Замена переменной и интегрирование по частям в несобственных интегралах.
23. Определение N-мерного евклидова пространства E. Основные понятия и определения. Свойства расстояния в E. Последовательности точек в E. Сходящиеся последовательности и их свойства. Критерий Коши сходимости последовательности точек в E. Теорема Больцано-Вейерштрасса. Предельные точки множества. Открытые и замкнутые множества. Операция замыкания. Компакты в E.
24. Функции нескольких действительных переменных. Определение предела функции в точке. Арифметические свойства пределов функций. Критерий Коши существования конечного предела функции n переменных. Повторные пределы. Непрерывность функции n переменных. Арифметические операции над непрерывными функциями. Свойства непрерывных функций (теорема об устойчивости знака, теорема о прохождении непрерывной функции через любое промежуточное значение, теорема Вейерштрасса). Равномерная непрерывность функции. Теорема Кантора.
25. Частные производные функции нескольких переменных. Дифференцируемость в точке. Связь дифференцируемости с существованием частных производных. Геометрический смысл условия дифференцируемости в случае функции двух переменных. Достаточные условия дифференцируемости. Понятие дифференциала. Дифференцируемость сложной функции и инвариантность формы первого дифференциала. Производная по направлению. Градиент.
26. Частные производные и дифференциалы высших порядков. Теорема о равенстве смешанных производных. Формула Тейлора для функций нескольких переменных с дополнительным членом в форме Лагранжа и Пеано. Формула конечных приращений и следствия из нее.
27. Экстремум функции нескольких переменных. Необходимое условие экстремума в терминах первого дифференциала. Достаточные условия строгого экстремума. Условие, достаточное для отсутствия экстремума в точке.
28. Неявные функции. Теорема о неявных функциях, определяемых одним уравнением (без доказательства). Вычисление производных неявных функций, определяемых системой уравнений. Якобиан системы функций. Вычисление производных неявных функций, определяемых из системы уравнений.
29. Отображения из E в E. предел отображения, непрерывность отображения. Отображения, дифференцируемые в точке. Дифференциал отображения. Матрица производной отображения. Непрерывно дифференцируемое отображение. Непрерывная дифференцируемость композиции отображений. Теорема об открытости образа открытого множества в случае непрерывно дифференцируемого отображения с неравным нулю якобианом. Теорема об обратном отображении. Формулы замены переменных. Полярная замена.
30. Условный экстремум. Метод неопределенных множителей Лагранжа.
31. Числовой ряд. Сходимость. Сумма бесконечно убывающей геометрической прогрессии. Критерий Коши сходимости числового ряда.
32. Следствия из критерия Коши сходимости числового ряда. Необходимое условие сходимости. Гармонический ряд. Остаток числового ряда.
33. Сходимость любого фиксированного остатка сходящегося ряда. Необходимое и достаточное условие сходимости в терминах остатка.
34. Числовые ряды с неотрицательными членами. Необходимое и достаточное условие

сходимости. Интегральный признак Коши-Маклорена сходимости числового ряда с неотрицательными членами. Обобщенный гармонический ряд.

35. Признаки сравнения сходимости числового ряда с неотрицательными членами в форме неравенств и в предельной форме. Частные признаки сравнения (сравнение с обобщенным гармоническим рядом).

36. Числовые ряды с неотрицательными членами. Необходимое и достаточное условие сходимости. Признак Даламбера сходимости числового ряда с положительными членами в форме неравенств и в предельной форме. Признаки Раабе и Гаусса (без доказательства).

37. Числовые ряды с неотрицательными членами. Необходимое и достаточное условие сходимости. Признак Коши сходимости числового ряда с неотрицательными членами в форме неравенств и в предельной форме. Признаки Раабе и Гаусса (без доказательства).

38. Преобразование Абеля. Признаки Дирихле и Абеля сходимости знакопеременных рядов. Признак Лейбница сходимости знакочередующегося ряда.

39. Линейное свойство сходящихся рядов. Сочетательное свойство сходящегося ряда (суммирование пачками).

40. Абсолютно сходящиеся числовые ряды. Теорема о перестановке членов абсолютно сходящегося ряда.

41. Теорема о перемножении абсолютно сходящихся рядов.

42. Теорема Римана о перестановке членов условно сходящегося ряда.

Комплект задач (КИМ №2)

по дисциплине *Б1.О.10 Математический анализ*
(наименование дисциплины)

1. Исследовать на абсолютную и условную сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{n\ln(n+1)}$
2. Вычислить $\int_0^{2\pi}\frac{dx}{4+\cos^2 x}$.
3. Разложить по формуле Тейлора функцию $f(x,y)=\sqrt{x+y}$ до членов третьего порядка включительно в окрестности точки (2,2).
4. Исследовать на абсолютную и условную сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}\ln^2 n}{2^n}$
5. Доказать, что функция $f=\sqrt{|xy|}$ не дифференцируема в точке (0,0)
6. Исследовать сходимость интеграла $\int_0^{+\infty}\frac{\ln(1+x)}{\sqrt[3]{x^4+3x^5}}dx$
7. Найти площадь, ограниченную кривой $y^2=x^3-x^4$.
8. Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\sqrt{n+1}-\sqrt{n-1}}{\sqrt{n+2}}$.
9. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями $y=x^2$ и $x+y=2$.
10. Найти частные производные функции $f=2y+x\cos\sqrt[3]{xy}$ в точке (0,0) и исследовать ее на дифференцируемость в этой точке
11. Найти в точке (1,1) дифференциал функции $u(x,y)$, заданной неявно уравнением $x-u=u\ln(u/y)$
12. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями $xy=6$ и $x+y-7=0$.
13. Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\sqrt{n+1}-\sqrt{n-1}}{\sqrt{n+2}}$.

14. Существуют ли двойной предел и повторные пределы в точке O(0,0) функции $f(x,y)=\dfrac{x^2-xy}{x^2+y^2}$ и, если существуют, то найти их.

15. Доказать, что функция $\varphi(x,y,z)=f(x/y,x^2+y-z^2)$, где $f(u,v)$ -- произвольная дифференцируемая функция, удовлетворяет уравнению
$$2xz\frac{\partial\varphi}{\partial x}+2yz\frac{\partial\varphi}{\partial y}+(2x^2+y)\frac{\partial\varphi}{\partial z}=0$$

16. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями $x=2y$, $y=4-x$, $y=0$.

17. Доказать, что функция $f=\begin{cases} x\sin\dfrac{y}{\sqrt{|x|}}, x\neq 0 \\ 0, x=0 \end{cases}$ дифференцируема в точке (0,0).

18. Исследовать абсолютную и условную сходимость $\int\limits_0^{+\infty}\dfrac{\sin 3x}{\sqrt{x^2+x}}dx$

Критерии оценки:

-Оценка «отлично» выставляется студенту, если он показывает высокий уровень знаний программного материала, умение использовать, полученные знания при решении задач. На вопросы отвечает аргументировано, уверенно, по существу. Даны исчерпывающие ответы на теоретические вопросы и решена задача.

-Оценка «хорошо» ставится в том случае, если студент показывает достаточный уровень знаний лекционного материала, учебной литературы, умеет использовать знания при решении задач. Но при ответе на экзамене допускает некоторые погрешности. Вопросы на экзамене не вызывают существенных затруднений.

-Оценка «удовлетворительно» ставится в том случае, если студент показывает достаточный уровень знаний, но на вопросы отвечает неуверенно или затрудняется с ответами. Ответ полностью раскрывает один из теоретических вопросов или частичное освящение двух вопросов. Умеет решать задачи, но при этом в некоторых случаях с наводящими вопросами и дополнительными указаниями преподавателя.

-Оценка «неудовлетворительно ставится в том случае, если студент не показывает достаточный уровень знаний, ответ не раскрывает ни один из теоретических вопросов или частично раскрыт только один вопрос. Не умеет решать задачи, даже при дополнительных указаниях преподавателя.

3 семестр

Форма контрольно-измерительного материала

УТВЕРЖДАЮ
Заведующий кафедрой

____________ ____________
подпись, расшифровка подписи

__.__.20__

Направление подготовки / специальность
09.03.03 Прикладная информатика

Дисциплина Б1.О.10 *Математический анализ*
Форма обучения очная
Вид контроля экзамен

Вид аттестации промежуточная № 1

Контрольно-измерительный материал №__

7. Вопрос из списка вопросов к экзамену с номером с 1 по 33.
8. Вопрос из списка вопросов к экзамену с номером с 34 по 68.
9. Задача из списка задач к экзамену.

Составитель ________________________ И.О. Фамилия
(подпись)

__.__.20__ г.

Вопросы к экзамену (КИМ № 3)

по дисциплине Б1.О.10 *Математический анализ*

1. Поточечная и равномерная сходимость функциональных последовательностей и рядов. Критерий Коши равномерной сходимости. Необходимое условие равномерной сходимости функционального ряда. Критерий равномерной сходимости функционального ряда в терминах остатка. Мажорантный признак Вейерштрасса равномерной сходимости функциональных последовательностей и рядов. 2. Признак Дирихле равномерной сходимости функционального ряда. Признак Абеля. 3. Почленный переход к пределу функциональной последовательности и функционального ряда. Непрерывность суммы равномерно сходящегося функционального ряда, состоящего из непрерывных функций. Теорема Дини. 4. Почленное интегрирование функциональных последовательностей и рядов. 5. Почленное дифференцирование функциональных последовательностей и рядов.
6. Определение степенного ряда. Теорема Коши-Адамара. 7. Теорема о радиусе сходимости степенных рядов, полученных почленным дифференцированием и интегрированием степенного ряда. Следствие. 8. Вещественно аналитические функции. Единственность разложения в степенной ряд. Ряд Тейлора. Пример бесконечно дифференцируемой неаналитической функции. 9. Необходимое и достаточное условие разложимости функции в степенной ряд в терминах остаточного члена формулы Тейлора. Достаточное условие разложимости функции в степенной ряд. 10. Разложение в ряд Тейлора показательной, тригонометрических функций. 11. Различные формы остаточного члена (интегральная форма, форма Лагранжа, форма Коши). 12. Биномиальный ряд. 13. Разложение функций в степенные ряды методами подстановки, почленного дифференцирования и интегрирования. Разложение в ряд Тейлора логарифмической функции. Разложение в степенной ряд гиперболических функций, функции *arctg x*.
14. Непрерывная кривая в евклидовом пространстве, параметр кривой. Непрерывно дифференцируемая кривая. Кратные и простые точки кривой. Простая кривая. Допустимые преобразования параметра. Ориентация кривой. Сумма кривых. 15. Касательная к кривой. Особые точки дифференцируемой кривой. Гладкая кривая. 16. Аналог теоремы Лагранжа о конечных приращениях для вектор-функции. 17. Понятие длины дуги кривой. Теорема о спрямляемости непрерывно дифференцируемой кривой и оценках длины кривой.

18. Теорема о переменной длине дуги кривой непрерывно дифференцируемой кривой. Следствия.
19. Теорема о спрямляемости и вычислении длины гладкой кривой. Вычисление длины кусочно-гладкой кривой.
20. Криволинейные интегралы 1-го рода. Определение и формула для вычисления. Свойства интегралов 1-го рода.
21. Криволинейные интегралы 2-го рода. Определение и формула для вычисления. Свойства интегралов 2-го рода.
22. Связь между криволинейными интегралами 1-го и 2-го рода.

23. Квадрируемые множества на плоскости. Множества площади нуль. Критерий квадрируемости. Квадрируемость фигуры, граница которой состоит из одной или нескольких спрямляемых кривых
24. Параллелепипед. Мера параллелепипеда. Верхняя и нижняя меры Жордана множества в R^n . Измеримость множества. Мера Жордана. Свойства меры Жордана. Множества меры нуль.

25. Определение кратного интеграла Римана по параллелепипеду и на измеримом множестве. Признаки интегрируемости функций и свойства кратного интеграла.
26. Сведение кратного интеграла к повторному (с доказательством для двойного интеграла).
27. Формула Грина.
28. Условия независимости криволинейного интеграла от пути интегрирования (формулировка теоремы и доказательство эквивалентности первых трех условий).
29. Условия независимости криволинейного интеграла от пути интегрирования (формулировка теоремы и доказательство эквивалентности условия 4 первым трем).
30. Свойства биективных непрерывно дифференцируемых отображений с необращающимся в нуль якобианом. Преобразование гладких кривых и контуров. Криволинейные координаты. Формула для площади образа области.
31. Замена переменных в кратном интеграле (доказательство для двойного интеграла).
32. Замена переменных в кратном интеграле (формулировки теорем без доказательства и обоснование геометрического смысла модуля и знака якобиана преобразования).
33. Полярные, сферические, цилиндрические координаты. Примеры замены переменных.

34. Элементы теории поверхностей. Носитель поверхности, точка поверхности. Координатные линии на поверхности. Понятие кратной точки поверхности. Касательная к координатным линиям. Особые точки поверхности. Гладкие поверхности. Касательная плоскость к поверхности, нормальный вектор, нормальная прямая.
35. Поверхности, задаваемые неявно. Уравнение касательной плоскости и нормального вектора.
36. Понятие площади поверхности. Формула для вычисления площади поверхности.
37. Ориентация поверхности, односторонние и двусторонние поверхности. Кусочно-гладкие поверхности и их ориентация.
38. Определение и существование поверхностных интегралов 1-го и 2-го родов. Свойства поверхностных интегралов, примеры их вычисления. Поверхностные интегралы как пределы интегральных сумм. Интегралы по кусочно-гладким поверхностям.

39. Понятие векторного поля. Дифференцируемые векторные поля. Дивергенция и ротор векторного поля. Понятие о поверхности уровня функции. Ортогональность градиента к поверхности уровня.
40. Формула Гаусса-Остроградского: формулировка основной теоремы, доказательство

формулы для специального класса областей. Выражение объема области через поверхностный интеграл. Многомерная формула интегрирования по частям. Интерпретация формулы Гаусса-Остроградского в терминах теории поля.

41. Формула Стокса.

42. Понятие интеграла, зависящего от параметра. Собственные интегралы, зависящие от параметра. Дифференцирование по параметру.
43. Понятие интеграла, зависящего от параметра. Собственные интегралы, зависящие от параметра. Интегрирование по параметру.
44. Понятие интеграла, зависящего от параметра. Собственные интегралы, зависящие от параметра. Непрерывность по параметру.
45. Равномерное стремление функции к предельной функции. Критерий равномерной сходимости в терминах функциональных последовательностей.
46. Несобственные интегралы, зависящие от параметра. Равномерная сходимость. Критерий Коши равномерной сходимости.
47. Признаки равномерной сходимости несобственных интегралов, зависящих от параметра.
48. Непрерывность несобственного интеграла по параметру.
49. Теорема о собственном интегрировании несобственного интеграла, зависящего от параметра.
50. Теорема о несобственном интегрировании несобственного интеграла, зависящего от параметра.
51. Теорема о дифференцируемости несобственного интеграла по параметру.
52. Несобственные параметрические интегралы от неограниченных функций.
53. Несобственные интегралы от неограниченных функций и их основные свойства.
54. Вычисление интеграла $\int\limits_0^{+\infty} \frac{\sin x}{x} dx$.
55. Вычисление интеграла $\int\limits_0^{+\infty} e^{-x^2} dx$.
56. Интегралы Эйлера. Гамма-функция и ее основные свойства.
57. Интегралы Эйлера. Бета-функция и ее основные свойства. Соотношение между гамма- и бета- функциями Эйлера.

58. Определение ряда Фурье для абсолютно интегрируемой функции. Предложение о стремлении к нулю при $\gamma \to \infty$ интегралов вида
59. $\int\limits_a^b f(x)\cos\gamma x dx$, $\int\limits_a^b f(x)\sin\gamma\chi dx$
60. от абсолютно интегрируемой функции f(x).
61. Лемма об аппроксимации.
62. Лемма Римана.
63. Ядро Дирихле и его свойства. Интеграл Дирихле. Принцип локализации. Сходимость

рядов Фурье для кусочно-дифференцируемых функций.

64. Суммирование рядов Фурье методом средних арифметических.

65. Свойства ядер Фейера. Теорема о сходимости сумм Фейера. Теорема Вейерштрасса-Стоуна о приближении непрерывной на отрезке функции алгебраическими многочленами.

66. Полнота систем функций в смысле равномерного приближения. Теорема о полноте тригонометрической системы и системы целых неотрицательных степеней x. Полнота в смысле среднего квадратичного приближения. Полнота тригонометрической системы функций и системы целых неотрицательных степеней x для множества непрерывных функций.

67. Минимальное свойство коэффициентов Фурье. Неравенство Бесселя. Равенство Парсеваля и следствия из него (случай непрерывной функции).

68. Почленное дифференцирование рядов Фурье. Предложение о порядке убывания коэффициентов Фурье при $\mathrm{N} \to \infty$.Достаточное условие равномерной сходимости ряда Фурье.

Комплект задач (к КИМ №3)

по дисциплине Б1.О.10 *Математический анализ*
(наименование дисциплины)

1. Дан функциональный ряд $\frac{4-x}{7x+2}+\frac{1}{3}\left(\frac{4-x}{7x+2}\right)^2+\frac{1}{5}\left(\frac{4-x}{7x+2}\right)^3+\ldots+\frac{1}{2n-1}\left(\frac{4-x}{7x+2}\right)^n+\ldots$.
2. Исследовать сходимость ряда в точках $x=0$ и $x=1$.
3. Исследовать сходимость степенного рада
$\left(x-2\right)+\frac{1}{2^2}\left(x-2\right)^2+\frac{1}{3^2}\left(x-2\right)^3+\ldots+\frac{1}{n^2}\left(x-2\right)^n+\ldots$.
4. Вычислить $\iint\limits_D x\ln y\,dxdy$, если область D - прямоугольник $0\le x\le 4$, $1\le y\le e$.
5. Изменить порядок интегрирования в интеграле $\int\limits_1^e dx\int\limits_0^{\ln x} f\left(x,y\right)dy$.
6. Перейдя к полярным координатам, вычислить двойной интеграл $\iint\limits_D \sqrt{x^2+y^2}\,dxdy$, если D - I четверть круга $x^2+y^2\le a^2$.
7. Найти область сходимости ряда $\frac{1}{1+x^2}+\frac{1}{1+x^4}+\frac{1}{1+x^6}+\ldots+\frac{1}{1+x^{2n}}+\ldots$.
8. Исследовать сходимость степенного рада $1!\left(x-5\right)+2!\left(x-5\right)^2+3!\left(x-5\right)^3+\ldots+n!\left(x-5\right)^n+\ldots$
9. Вычислить $\iint\limits_D\left(\cos^2 x+\sin^2 y\right)dxdy$, если область D - квадрат $0\le x\le\frac{\pi}{4}$, $0\le y\le\frac{\pi}{4}$.
10. Изменить порядок интегрирования в интеграле $\int\limits_{-1}^{1} dx\int\limits_{-\sqrt{1-x^2}}^{1-x^2} f\left(x,y\right)dy$.
11. Перейдя к полярным координатам, вычислить двойной интеграл $\iint\limits_D \ln\left(x^2+y^2\right)dxdy$, если D - кольцо между окружностями $x^2+y^2=e^2$ и $x^2+y^2\le e^4$.
12. Вычислить $\int\limits_K\left(x-y\right)ds$, где K - отрезок прямой от $A\left(0;0\right)$ до $B\left(4;3\right)$.

13. Вычислить криволинейный интеграл $\int\limits_K 2xdy-3ydx$, если K - контур треугольника с вершинами $A(1;2)$, $B(3;1)$, $C(2;5)$.
14. Применяя формулу Грина, вычислить $I=\oint\limits_C 2\left(x^2+y^2\right)dx+\left(x+y\right)^2 dy$, если C - контур треугольника с вершинами $L(1;1)$, $M(2;2)$, $N(1;3)$, пробегаемый против хода часовой стрелки.
15. Вычислить $I=\iint\limits_S\left(x^2+y^2\right)dS$, где S - часть конической поверхности $z^2=x^2+y^2$, заключенной между плоскостями $z=0$ и $z=1$.
16. Применяя формулу Стокса, найти $I=\oint\limits_C x^2y^3dx+dy+zdz$, если C - окружность $x^2+y^2=r^2$, $z=0$.
17. Вычислить $\int\limits_K x^2ydy-y^2xdx$, если $x=\sqrt{\cos t}$, $y=\sqrt{\sin t}$, $0\le t\le\dfrac{\pi}{2}$.
18. Вычислить криволинейный интеграл $\int\limits_K ydx-\left(y+x^2\right)dy$, если K - дуга параболы $y=2x-x^2$, расположенная над осью Ox и пробегаемая по ходу часовой стрелки.
19. Применяя формулу Грина, вычислить $\int\limits_C -x^2ydx+xy^2dy$, где C - окружность $x^2+y^2=R^2$, пробегаемая против хода часовой стрелки.
20. Вычислить интеграл $I=\iint\limits_S x^2y^2zdxdy$ по верхней стороне верхней половины сферы $x^2+y^2+z^2=R^2$.
21. Найти интеграл $\oiint\limits_S\left(x\cos\alpha+y\cos\beta+z\cos\gamma\right)dS$, распространенный по поверхности S тела, ограниченного этой поверхностью.
22. Пользуясь формулой $\dfrac{arctgx}{x}=\int\limits_0^1\dfrac{dy}{1+x^2y^2},\quad x\ne0$, вычислить интеграл $\int\limits_0^1\dfrac{arctgx}{x}\cdot\dfrac{dx}{\sqrt{1-x^2}}$.
23. Вычислить интеграл Эйлера- Пуассона $I=\int\limits_0^\infty e^{-x^2}dx$.
24. Вычислить $\Gamma(5/3)\cdot\Gamma(-5/3)$.
25. Разложить в ряд Фурье периодическую функцию $f(x)$ с периодом 2π, заданную в интервале $(-\pi;\pi)$ уравнением $f(x)=\pi+x$.
26. Разложить в ряд Фурье периодическую функцию, заданную на полупериоде $[0;2]$ уравнением $f(x)=x-\dfrac{x^2}{2}$.
27. Найти $I(k,\lambda)=\int\limits_0^\infty e^{-kx}\dfrac{\sin\lambda x}{x}dx$ и $I_1(\lambda)=\int\limits_0^\infty\dfrac{\sin\lambda x}{x}dx$.
28. Найти $I(\lambda)=\int\limits_0^\infty e^{-x^2-\frac{\lambda^2}{x^2}}dx$ с помощью дифференцирования по параметру.
29. Показать, что $\Gamma\left(\dfrac{1}{2}+p\right)\cdot\Gamma\left(\dfrac{1}{2}-p\right)=\dfrac{\pi}{\cos p\pi}$.

30. Разложить в ряд Фурье периодическую функцию $f\left(x\right)$ с периодом 2 ,заданную на сегменте $\left[-1;1\right]$ уравнением $f\left(x\right)=x^2$.
31. Разложить в ряд Фурье периодическую функцию $f\left(x\right)$ с периодом 2π ,заданную на сегменте $\left[-\pi;\pi\right]$ уравнением $f\left(x\right)=e^x$.

Критерии оценки:

-Оценка «отлично» выставляется студенту, если он показывает высокий уровень знаний программного материала, умение использовать, полученные знания при решении задач. На вопросы отвечает аргументировано, уверенно, по существу. Даны исчерпывающие ответы на теоретические вопросы и решена задача.

-Оценка «хорошо» ставится в том случае, если студент показывает достаточный уровень знаний лекционного материала, учебной литературы, умеет использовать знания при решении задач. Но при ответе на экзамене допускает некоторые погрешности. Вопросы на экзамене не вызывают существенных затруднений.

-Оценка «удовлетворительно» ставится в том случае, если студент показывает достаточный уровень знаний, но на вопросы отвечает неуверенно или затрудняется с ответами. Ответ полностью раскрывает один из теоретических вопросов или частичное освящение двух вопросов. Умеет решать задачи, но при этом в некоторых случаях с наводящими вопросами и дополнительными указаниями преподавателя.

-Оценка «неудовлетворительно ставится в том случае, если студент не показывает достаточный уровень знаний, ответ не раскрывает ни один из теоретических вопросов или частично раскрыт только один вопрос. Не умеет решать задачи, даже при дополнительных указаниях преподавателя.