МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО «ВГУ»)

УТВЕРЖДАЮ

Заведующий кафедрой ВМ и ПИТ

Леденева Т.М.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ
Б1.О.11 Линейная алгебра

1. Код и наименование направления подготовки/специальности:
09.03.03 Прикладная информатика

2. Профиль подготовки/специализация:
Прикладная информатика в информационном обществе

3. Квалификация выпускника:
бакалавр

4. Форма обучения:
очная

5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины:
кафедра вычислительной математики и прикладных информационных технологий

6. Составители программы:
Глушакова Т.Н., к.ф.-м.н., доцент, доцент кафедры ВМ и ПИТ
Лазарев К.П., к.ф.-м.н., доцент, доцент кафедры ВМ и ПИТ

7. Рекомендована:
научно-методическим советом факультета ПММ 22.03.2024, протокол № 5.

8. Учебный год: 2024-2025 **Семестр(ы):** 1-2

9. Цели и задачи учебной дисциплины

Целями освоения учебной дисциплины являются: дать студентам глубокие знания о методах, задачах и теоремах линейной алгебры, научить студентов применять эти знания при решении задач прикладной математики и информатики.

Задачи учебной дисциплины: научить студентов владеть теоретическим материалом, решать задачи, использовать алгебраические методы и теоремы при решении прикладных задач. В процессе обучения студенты должны усвоить знания, умения и навыки по следующим направлениям: теория множеств и отображений, основные алгебраические структуры, линейные пространства, линейные операторы и матрицы, системы линейных уравнений, элементы аналитической геометрии, евклидовы пространства, структурная теория операторов и матриц, билинейные и квадратичные формы. В результате изучения дисциплины студенты должны знать и уметь применять на практике основные методы алгебры, владеть навыками решения практических задач по этим предметам.

10. Место учебной дисциплины в структуре ООП:

Дисциплина «Линейная алгебра» входит в блок Б1 обязательной части программы бакалавриата и изучается в 1 и 2 семестрах. Данный курс непосредственно связан с дисциплинами «Математический анализ» и «Дискретная математика».

11. Планируемые результаты обучения по дисциплине/модулю (знания, умения, навыки), соотнесённые с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями) и индикаторами их достижения:

Код	Название компетенции	Код(ы)	Индикатор(ы)	Планируемые результаты обучения
ОПК-1	Способен применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности	ОПК-1.1	Решает типовые задачи с учётом основных понятий и общих закономерностей, сформулированных в рамках базовых дисциплин математики, информатики и естественных наук.	Знать: основные методы и подходы к решению задач линейной алгебры Уметь: применять их на практике Владеть: навыками решения задач линейной алгебры
		ОПК-1.2	Применяет системный подход и математические методы в формализации решения прикладных задач.	Знать: основные подходы к решению задач линейной алгебры Уметь: применяет системный подход и математические методы линейной алгебры при решении прикладных задач. Владеть: навыками подбора подходящего математического метода для решения поставленной задачи линейной алгебры

12. Объем дисциплины в зачётных единицах/часах (*в соответствии с учебным планом*) – 8/288.

Форма промежуточной аттестации *экзамен.*

13. Трудоёмкость по видам учебной работы

Вид учебной работы		Трудоёмкость			
		Всего	По семестрам		
			1 семестр	семестр	…
Контактная работа					
в том числе:	лекции				
	практические				
	лабораторные				
	курсовая работа				
Самостоятельная работа					
Промежуточная аттестация *(для экзамена)*					
Итого:					

13.1. Содержание дисциплины

п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины	Реализация раздела дисциплины с помощью онлайн-курса, ЭУМК *
		1. Лекции	
1.1.	Роль и место алгебры в системе математического образования	Предмет дисциплины «Линейная алгебра». Исторические сведения о развитии этого раздела математики. Роль и место алгебры в системе математического образования	Лин_алг_ПИ
1.2.	Матрицы	Матрицы. Виды матриц. Подматрица. Операции над матрицами (сложение, умножение на числа, умножение матриц, вычитание, транспонирование) и их свойства. Степени квадратных матриц. Многочлены от квадратных матриц. Линейная комбинация матриц.	Лин_алг_ПИ
1.3.	Множества. Отображения. Отношения	Множества. Операции над множествами. Отображения. Свойства отображений. Обратное отображение. Отношения. Упорядоченные множества.	Лин_алг_ПИ
1.4.	Системы линейных алгебраических уравнений. Матричные уравнения.	Элементарные преобразования матриц. Приведение матриц к ступенчатой форме. Системы линейных алгебраических уравнений. Запись системы в матричном и векторном виде. Эквивалентные системы. Элементарные преобразования системы. Нахождение решений системы линейных уравнений методом Гаусса. Нахождение решений матричных уравнений.	Лин_алг_ПИ
1.5.	Перестановки без повторений.	Определение и свойства перестановок.	Лин_алг_ПИ
1.6.	Определители.	Определение определителя n-го порядка. Определитель треугольной матрицы. Эквивалентное правило «знака» члена определителя. Формула развёртывания определителя квадратной подматрицы. Свойства определителя. Миноры. Алгебраические дополнения. Разложение определителя по минорам нескольких строк или столбцов (теорема Лапласа). Следствия из теоремы Лапласа. Определитель суммы двух матриц. Определитель блочно-треугольной матрицы. Определитель произведения квадратных матриц.	Лин_алг_ПИ
1.7.	Ранг матрицы.	Ранг матрицы. Сохранение ранга при элементарных преобразованиях матрицы. Вычисление ранга.	Лин_алг_ПИ
1.8.	Вещественное линейное пространство	Вещественное линейное пространство, его простейшие свойства. Подпространство линейного пространства. Критерий подпространства. Линейная комбинация векторов, линейная независимость и линейная зависимость векторов. Размерность линейного пространства. Базис линейного пространства и координаты вектора в базисе. Свойства координат. Связь понятий размерности и базиса.	Лин_алг_ПИ
1.9.	Базисный минор матрицы.	Базисный минор, базисные строки и базисные столбцы матрицы. Теорема о базисном миноре и её следствия.	Лин_алг_ПИ
1.10.	Обратная матрица.	Обратная матрица. Свойства обратных матриц. Нахождение и применения обратных матриц.	Лин_алг_ПИ
1.11.	Критерий совместности системы линейных уравнений. Правило (метод) Крамера.	Критерий совместности системы линейных уравнений (теорема Кронекера-Капелли). Правило (метод) Крамера (вывод формулы решения системы линейных уравнений с невырожденной матрицей).	Лин_алг_ПИ

1.12.	Структура решений системы линейных уравнений.	Фундаментальная система решений однородной СЛУ. Общее решение однородной СЛУ. Общее решение неоднородной СЛУ.	Лин_алг_ПИ
1.13.	Группы, кольца, поля.	Группа. Простейшие свойства группы. Подгруппа. Критерий подгруппы. Пересечение подгрупп. Произведение (сумма) подмножеств группы. Произведение (сумма) подгрупп. Смежные классы группы и их свойства. Конечные группы и их построение. Теорема Лагранжа о порядке подгруппы. Нормальный делитель. Критерий нормального делителя. Фактор-группа. Кольцо. Свойства кольца. Подкольцо. Критерий подкольца. Поле. Кольцо классов вычетов. Изоморфизм групп, колец, полей.	Лин_алг_ПИ
1.14.	Комплексные числа и операции нал ними.	Комплексные числа. Поле комплексных чисел. Алгебраическая форма комплексных чисел. Арифметические операции для комплексных чисел в алгебраической форме. Геометрическое изображение комплексных чисел и операций сложения и вычитания. Тригонометрическая форма комплексного числа. Операции над комплексными числами в тригонометрической форме. Свойства модуля комплексных чисел. Свойства операции сопряжения. Возведение в степень комплексных чисел. Извлечение корня из комплексных чисел.	Лин_алг_ПИ
1.15.	Многочлены от одной переменной.	Кольцо многочленов от одной переменной. Деление многочленов с остатком. Схема Горнера. Делители многочленов и их свойства. Общий делитель и наибольший общий делитель многочленов. Нахождения наибольшего общего делителя многочленов. Представление наибольшего общего делителя многочленов через эти многочлены. Взаимная простота многочленов. Свойства многочленов, связанные со взаимной простотой. Выделение кратных множителей многочлена. Корень многочлена. Кратность корня. Основная теорема алгебры для многочленов над. *C*. Следствия из основной теоремы алгебры для многочленов над C (существование и единственность канонического разложения многочлена на линейные множители, существование и единственность интерполяционного многочлена, формулы Виета). Многочлены над полем R (совпадение кратностей сопряжённых невещественных корней, разложение на неприводимые множители).	Лин_алг_ПИ
1.16.	Рациональные функции над *R* или *C*.	Разложение рациональной функции на сумму многочлена и правильной дроби. Разложение правильной дроби на сумму простейших дробей	Лин_алг_ПИ
1.17.	Линейные пространства на произвольным полем.	Линейное пространство над произвольным полем, его простейшие свойства. Подпространство. Критерий подпространства. Линейная комбинация векторов. Линейная зависимость и линейная независимость векторов. База и ранг системы векторов. Критерий базы. Базис линейного пространства. Координаты вектора в базисе и их свойства. Размерность линейного пространства. Связь понятий базиса и размерности. Дополнение линейно независимой системы векторов до базиса. Матрица перехода от одного базиса к другому. Связь координат вектора в различных базисах. Линейная оболочка векторов. Сумма и пересечение подпространств. Размерность суммы двух подпространств. Прямая сумма подпространств. Дополнительное подпространство. Линейное многообразие. Изоморфизм линейных пространств. Свойства изоморфизма. Критерий	Лин_алг_ПИ

		изоморфности пространств. Понятие аффинного пространства. Выпуклые множества. Декартово произведение конечномерных пространств.	
1.18.	Линейные операторы	Линейный оператор. Свойства линейного оператора. Матрица линейного оператора. Линейное выражение координат образа вектора при линейном отображении. Связь матриц линейного оператора в различных базисах. Сумма операторов, произведение оператора на число, произведение операторов и соответствующие им матрицы. Образ и ядро линейного оператора. Ранг и дефект линейного оператора. Инвариантные подпространства. Собственные векторы и собственные значения линейного преобразования. Условия приведения матрицы линейного преобразования к диагональному виду. Жорданова форма матрицы линейного преобразования. Теорема Жордана. Теорема Гамильтона – Кэли.	Лин_алг_ПИ
1.19.	Евклидовы и унитарные пространства	Определение евклидова и унитарного пространства. Простейшие свойства скалярного произведения. Неравенство Коши–Буняковского. Длина (норма) вектора. Метрическое пространство. Линейно нормированное пространство. Ортогональность. Теорема Пифагора. Тождество параллелограмма. Метод ортогонализации Грама–Шмидта. Построение ортогонального (ортонормированного) базиса. Ортогональная (унитарная) матрица. Матрица и определитель Грама. Ортогональное дополнение. Разложение пространства на сумму ортогональных подпространств. Задача о перпендикуляре. Объем параллелепипеда. Ортогональная проекция вектора на подпространство. Расстояние до подпространства. Расстояние до многообразия. Сопряжённые и самосопряжённые операторы в евклидовых и унитарных пространствах. Нормальные, ортогональные и унитарные операторы в евклидовых и унитарных пространствах	Лин_алг_ПИ
1.20.	Линейные, билинейные и квадратичные формы	Линейные, билинейные и квадратичные формы в линейных пространствах. Общий вид. Матрица формы. Преобразование матрицы при изменении базиса. Ранг формы. Приведение квадратичной формы к каноническому виду. Метод Лагранжа. Метод Якоби. Эквивалентность форм. Закон инерции квадратичных форм. Знакоопределённость квадратичных форм. Критерии положительной и отрицательной определённости квадратичной формы. Одновременное приведение двух квадратичных форм к каноническому виду. Приведение квадратичной формы к каноническому виду ортогональным преобразованием в евклидовом пространстве	Лин_алг_ПИ
2. Практические занятия			
2.1.	Матрицы	Матрицы. Виды матриц. Подматрица. Операции над матрицами (сложение, умножение на числа, умноже-	Лин_алг_ПИ

		ние матриц, вычитание, транспонирование) и их свойства. Степени квадратных матриц. Многочлены от квадратных матриц. Линейная комбинация матриц.	
2.2.	Множества. Отображения. Отношения	Множества. Операции над множествами. Отображения. Свойства отображений. Обратное отображение. Отношения. Упорядоченные множества.	Лин_алг_ПИ
2.3.	Системы линейных алгебраических уравнений. Матричные уравнения.	Элементарные преобразования матриц. Приведение матриц к ступенчатой форме. Системы линейных алгебраических уравнений. Запись системы в матричном и векторном виде. Эквивалентные системы. Элементарные преобразования системы. Нахождение решений системы линейных уравнений методом Гаусса. Нахождение решений матричных уравнений.	Лин_алг_ПИ
2.4.	Перестановки без повторений.	Определение и свойства перестановок.	Лин_алг_ПИ
2.5.	Определители.	Определение определителя n-го порядка. Определитель треугольной матрицы. Эквивалентное правило «знака» члена определителя. Формула развёртывания определителя квадратной подматрицы. Свойства определителя. Миноры. Алгебраические дополнения. Разложение определителя по минорам нескольких строк или столбцов (теорема Лапласа). Следствия из теоремы Лапласа. Определитель суммы двух матриц. Определитель блочно-треугольной матрицы. Определитель произведения квадратных матриц.	Лин_алг_ПИ
2.6.	Ранг матрицы.	Ранг матрицы. Сохранение ранга при элементарных преобразованиях матрицы. Вычисление ранга.	Лин_алг_ПИ
2.7.	Вещественное линейное пространство	Вещественное линейное пространство, его простейшие свойства. Подпространство линейного пространства. Критерий подпространства. Линейная комбинация векторов, линейная независимость и линейная зависимость векторов. Размерность линейного пространства. Базис линейного пространства и координаты вектора в базисе. Свойства координат. Связь понятий размерности и базиса.	Лин_алг_ПИ
2.8.	Базисный минор матрицы.	Базисный минор, базисные строки и базисные столбцы матрицы. Теорема о базисном миноре и её следствия.	Лин_алг_ПИ
2.9.	Обратная матрица.	Обратная матрица. Свойства обратных матриц. Нахождение и применения обратных матриц.	Лин_алг_ПИ
2.10.	Критерий совместности системы линейных уравнений. Правило (метод) Крамера.	Критерий совместности системы линейных уравнений (теорема Кронекера-Капелли). Правило (метод) Крамера (вывод формулы решения системы линейных уравнений с невырожденной матрицей).	Лин_алг_ПИ
2.11.	Структура решений системы линейных уравнений.	Фундаментальная система решений однородной СЛУ. Общее решение однородной СЛУ. Общее решение неоднородной СЛУ.	Лин_алг_ПИ
2.12.	Группы, кольца, поля.	Группа. Простейшие свойства группы. Подгруппа. Критерий подгруппы. Пересечение подгрупп. Произведение (сумма) подмножеств группы. Произведение (сумма) подгрупп. Смежные классы группы и их свойства. Конечные группы и их построение. Теорема Лагранжа о порядке подгруппы. Нормальный делитель. Критерий нормального делителя. Фактор-группа. Кольцо. Свойства кольца. Подкольцо. Критерий подкольца. Поле. Кольцо классов вычетов. Изоморфизм групп, колец, полей.	Лин_алг_ПИ
2.13.	Комплексные числа и операции над ними.	Комплексные числа. Поле комплексных чисел.	Лин_алг_ПИ

		Алгебраическая форма комплексных чисел. Арифметические операции для комплексных чисел в алгебраической форме. Геометрическое изображение комплексных чисел и операций сложения и вычитания. Тригонометрическая форма комплексного числа. Операции над комплексными числами в тригонометрической форме. Свойства модуля комплексных чисел. Свойства операции сопряжения. Возведение в степень комплексных чисел. Извлечение корня из комплексных чисел.	
2.14.	Многочлены от одной переменной.	Кольцо многочленов от одной переменной. Деление многочленов с остатком. Схема Горнера. Делители многочленов и их свойства. Общий делитель и наибольший общий делитель многочленов. Нахождения наибольшего общего делителя многочленов. Представление наибольшего общего делителя многочленов через эти многочлены. Взаимная простота многочленов. Свойства многочленов, связанные со взаимной простотой. Выделение кратных множителей многочлена. Корень многочлена. Кратность корня. Основная теорема алгебры для многочленов над. *C*. Следствия из основной теоремы алгебры для многочленов над С (существование и единственность канонического разложения многочлена на линейные множители, существование и единственность интерполяционного многочлена, формулы Виета). Многочлены над полем R (совпадение кратностей сопряжённых невещественных корней, разложение на неприводимые вещественные множители).	Лин_алг_ПИ
2.15.	Рациональные функции над *R* или *C*.	Разложение рациональной функции на сумму многочлена и правильной дроби. Разложение правильной дроби на сумму простейших дробей	Лин_алг_ПИ
2.16.	Линейные пространства на произвольным полем.	Линейное пространство над произвольным полем, его простейшие свойства. Подпространство. Критерий подпространства. Линейная комбинация векторов. Линейная зависимость и линейная независимость векторов. База и ранг системы векторов. Критерий базы. Базис линейного пространства. Координаты вектора в базисе и их свойства. Размерность линейного пространства. Связь понятий базиса и размерности. Дополнение линейно независимой системы векторов до базиса. Матрица перехода от одного базиса к другому. Связь координат вектора в различных базисах. Линейная оболочка векторов. Сумма и пересечение подпространств. Размерность суммы двух подпространств. Прямая сумма подпространств. Дополнительное подпространство. Линейное многообразие. Изоморфизм линейных пространств. Свойства изоморфизма. Критерий изоморфности пространств. Понятие аффинного пространства. Выпуклые множества. Декартово произведение конечномерных пространств.	Лин_алг_ПИ
2.17.	Линейные операторы	Линейный оператор. Свойства линейного оператора. Матрица линейного оператора. Линейное выражение координат образа вектора при линейном отображении. Связь матриц линейного оператора в различных базисах. Сумма операторов, произведение оператора на число, произведение операторов и соответствующие им матрицы. Образ и ядро линейного оператора. Ранг и дефект линейного оператора. Инвариантные подпространства. Собственные векторы и собственные значения линейного преобразования. Условия приведения	Лин_алг_ПИ

		матрицы линейного преобразования к диагональному виду. Жорданова форма матрицы линейного преобразования. Теорема Жордана. Теорема Гамильтона – Кэли.	
2.18.	Евклидовы и унитарные пространства	Определение евклидова и унитарного пространства. Простейшие свойства скалярного произведения. Неравенство Коши–Буняковского. Длина (норма) вектора. Метрическое пространство. Линейно нормированное пространство. Ортогональность. Теорема Пифагора. Тождество параллелограмма. Метод ортогонализации Грама–Шмидта. Построение ортогонального (ортонормированного) базиса. Ортогональная (унитарная) матрица. Матрица и определитель Грама. Ортогональное дополнение. Разложение пространства на сумму ортогональных подпространств. Задача о перпендикуляре. Объем параллелепипеда. Ортогональная проекция вектора на подпространство. Расстояние до подпространства. Расстояние до многообразия. Сопряжённые и самосопряжённые операторы в евклидовых и унитарных пространствах. Нормальные, ортогональные и унитарные операторы в евклидовых и унитарных пространствах	Лин_алг_ПИ
2.19.	Линейные, билинейные и квадратичные формы	Линейные, билинейные и квадратичные формы в линейных пространствах. Общий вид. Матрица формы. Преобразование матрицы при изменении базиса. Ранг формы. Приведение квадратичной формы к каноническому виду. Метод Лагранжа. Метод Якоби. Эквивалентность форм. Закон инерции квадратичных форм. Знакоопределенность квадратичных форм. Критерии положительной и отрицательной определенности квадратичной формы. Одновременное приведение двух квадратичных форм к каноническому виду. Приведение квадратичной формы к каноническому виду ортогональным преобразованием в евклидовом пространстве	Лин_алг_ПИ

13.2. Темы (разделы) дисциплины и виды занятий

№ п/п	Наименование темы (раздела) дисциплины	Виды занятий (количество часов)				
		Лекции	Практические	Лабораторные	Самостоятельная работа	Всего
1.	Роль и место алгебры в системе математического образования	1	0	0	0	**1**
2.	Матрицы	2	3	0	4	**9**
3.	Множества. Отображения. Отношения	2	2	0	2	**6**
4.	Системы линейных алгебраических уравнений. Матричные уравнения.	2	3	0	4	**9**
5.	Перестановки без повторений.	2	2	0	2	**6**
6.	Определители.	4	4	0	7	**15**
7.	Ранг матрицы.	2	2	0	2	**6**
8.	Вещественное линейное пространство	6	5	0	7	**18**
9.	Базисный минор матрицы.	2	2	0	2	**6**

10.	Обратная матрица.	2	2	0	3	**7**
11.	Критерий совместности системы линейных уравнений. Правило (метод) Крамера.	2	2	0	2	**6**
12.	Структура решений системы линейных уравнений.	2	2	0	3	**7**
13.	Группы, кольца, поля.	3	3	0	6	**12**
14.	Комплексные числа и операции над ними.	4	4	0	6	**14**
15.	Многочлены от одной переменной.	4	4	0	7	**15**
16.	Рациональные функции над *R* или *C*.	2	2	0	3	**7**
17.	Линейные пространства на произвольным полем.	6	6	0	8	**20**
18.	Линейные операторы	6	6	0	8	**20**
19.	Евклидовы и унитарные пространства	5	5	0	6	**16**
20.	Линейные, билинейные и квадратичные формы	5	5	0	6	**16**
	Итого:	**64**	**64**	**0**	**88**	**216**

14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

<u>Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины</u>

Аудиторные и внеаудиторные (самостоятельные) формы учебной работы студента имеют своей целью приобретение им целостной системы знаний по дисциплине «Линейная алгебра». Используя лекционный материал, учебники, дополнительную литературу, проявляя творческий подход, студент готовится к практическим занятиям, рассматривая их как дополнение, углубление, систематизацию своих теоретических знаний. Студент должен прийти в ВУЗ с пониманием того, что самостоятельное овладение знаниями является неотъемлемой частью образовательного процесса.

Изучение каждой темы следует начинать с перечня изучаемых вопросов. Они ориентируют студента, показывают, что он должен знать по данной тематике. Вопросы темы как бы накладываются на соответствующую главу избранного учебника или учебного пособия. В итоге должно быть ясным, какие разделы программы учебного курса и с какой глубиной раскрыты в данном учебном материале.

Освоение дисциплины предполагает следующие направления работы:
- изучение понятийного аппарата дисциплины;
- изучение тем самостоятельной подготовки по учебно-тематическому плану;
- работу над основной и дополнительной литературой;
- изучение вопросов для самоконтроля (самопроверки);
- самоподготовка к практическим и другим видам занятий;
- самостоятельная работа студента при подготовке к экзамену;
- самостоятельная работа студента в библиотеке;
- изучение сайтов по темам дисциплины в сети Интернет.

Проработка лекционного курса является одной из важных активных форм самостоятельной работы. Лекция преподавателя не является озвученным учебником, а представляет плод его индивидуального творчества. Он читает свой авторский курс со своей логикой, со своими теоретическими и методическими подходами. Это делает лекционный курс конкретного преподавателя индивидуально-личностным событием, которым вряд ли студенту стоит пренебрегать. Кроме того, в своих лекциях преподаватель стремится преодолеть многие недостатки, присущие опубликованным учебникам, учебным пособиям, лекционным курсам.

В создании своего авторского лекционного курса преподаватель руководствуется двумя документами – Федеральным государственным образовательным стандартом и учебной программой. Совершенно недостаточно только слушать лекции. Студенту важно понять, что лекция есть своеобразная творческая форма самостоятельной работы. Надо пытаться стать активным соучастником лекции: думать, сравнивать известное с вновь получаемыми знаниями, войти в логику изложения материала лектором, по возможности вступать с ним в мысленную полемику. Во время лекции можно задать лектору вопрос. Вопросы можно задать и во время перерыва (письменно или устно), а также после лекции или перед началом очередной. Лектор найдёт формы и способы реагирования на вопросы студентов.

Процесс освоения учебной дисциплины в течение закреплённого учебным планом периода подвергается текущему контролю, который осуществляется в следующих формах: фиксация посещения занятий, проводимых как в очном, так и дистанционном формате; проверка выполнения практических заданий; выполнение и проверка контрольных работ.

Методологические рекомендации по организации самостоятельной работы студентов

Методологические рекомендации призваны помочь студентам организовать самостоятельную работу при изучении курса: с материалами лекций и семинарских занятий, литературы по общим и специальным вопросам. Самостоятельная работа студента должна опираться на сформированные навыки и умения, приобретённые во время обучения в средней школе. В ВУЗе студент должен повысить уровень самостоятельности. Составляющей компонентой его работы должно стать творчество. Работая с литературой по теме занятий, нужно делать выписки текста, содержащего характеристику или комментарии уже знакомого Вам источника. Умение работать с литературой означает научиться осмысленно пользоваться источниками. Прежде чем приступить к освоению научной литературы, рекомендуется чтение учебников и учебных пособий.

Для улучшения обработки информации очень важно устанавливать осмысленные связи, структурировать новые сведения. Изучение научной, учебной и иной литературы требует ведения рабочих записей. Форма записей может быть весьма разнообразной: простой или развёрнутый план, тезисы, цитаты, конспект.

Методические рекомендации по подготовке к экзамену

При подготовке к экзамену следует в полной мере использовать лекционный материал и академический курс учебника, рекомендованного преподавателем.

Промежуточная аттестация проводится в очном или дистанционном формате в форме экзамена по билетам, каждый из которых содержит вопросы, оценивающие уровень сформированности всех заявленных дисциплинарных компетенций. Итоговая оценка по дисциплине определяется на основе оценок, полученных в ходе текущего контроля, а также результатов ответа на вопросы экзаменационного билета.

Методические рекомендации по работе в дистанционном формате

В настоящее время актуальным становится использование электронной информационно-образовательной среды Воронежского государственного университета, реализованной в виртуальной обучающей среде Moodle. Наиболее оптимальным является обучение в формате видеоконференции с презентацией, для чего необходим заранее подготовленный преподавателем материал (хотя бы частично), с дополнительным использованием web-камеры для более детального объяснения сложных моментов. Один из немногих положительных моментов такого обучения – просмотр занятий в записи.

При использовании дистанционных образовательных технологий и электронного обучения студент должен выполнять все указания преподавателей по работе на LMS-платформе, своевременно подключаться к online-занятиям, соблюдать рекомендации по организации самостоятельной работы.

15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины

а) основная литература:

№ п/п	Источник
1.	*Ильин В. А. Линейная алгебра и аналитическая геометрия / В. А. Ильин, Г. Д. Ким. – Москва : Проспект : Издательство Московского университета, 2015. – 393 с..*
2.	*Курош, А. Г. Курс высшей алгебры : учебник для вузов / А. Г. Курош. — 25-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2024. — 432 с. — ISBN 978-5-507-47499-8. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/383849 (дата обращения: 05.07.2024). — Режим доступа: для авториз. пользователей.*
3.	*Курош, А. Г. Лекции по общей алгебре / А. Г. Курош. — 6-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2023. — 556 с. — ISBN 978-5-507-47036-5. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/322487 (дата обращения: 05.07.2024). — Режим доступа: для авториз. пользователей.*
4.	*Проскуряков, И. В. Сборник задач по линейной алгебре : учебное пособие для вузов / И. В. Проскуряков. — 17-е изд., испр. — Санкт-Петербург : Лань, 2024. — 476 с. — ISBN 978-5-8114-9921-2. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/397331 (дата обращения: 05.07.2024). — Режим доступа: для авториз. пользователей.*

б) дополнительная литература:

№ п/п	Источник
5.	*Беклемишев Д. В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры : учебник для студентов вузов / Д. В. Беклемишев. – Москва : Физматлит, 2007. – 307 с.*
6.	*Ильин В. А. Линейная алгебра / В. А. Ильин, Э. Г. Позняк. – Москва : Физматлит, 2005. – 278 с.*
7.	*Кострикин А. И. Введение в алгебру. Часть 1. Основы алгебры : учебник для студентов университетов / А. И. Кострикин. – Москва : Физматлит,2009. – 271 с.*
8.	*Кострикин А. И. Введение в алгебру. Часть 2. Линейная алгебра : учебник для студентов университетов / А. И. Кострикин. – Москва : Физматлит, 2009. – 367 с.*
9.	*Проскуряков И. В. Сборник задач по линейной алгебре : учебное пособие для студентов физико-математических специальностей вузов / И. В. Проскуряков. – Москва : Лаборатория базовых знаний, 2003. – 382 с.*
10.	*Мышкис А.Д. Лекции по высшей математике : учебное пособие для студ. втузов / А.Д. Мышкис .— Изд. 4-е, стереотип. — Москва : Наука, 1973 .— 640 с.*

в) информационные электронно-образовательные ресурсы (официальные ресурсы интернет)**:**

№ п/п	Ресурс
	www.lib.vsu.ru – Зональная научная библиотека ВГУ
11.	*Фаддеев, Д. К. Лекции по алгебре : учебное пособие / Д. К. Фаддеев. — 6-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2019. — 416 с. — ISBN 978-5-8114-4106-8. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/115199 (дата обращения: 05.07.2024). — Режим доступа: для авториз. пользователей.*
12.	*Фаддеев, Д. К. Задачи по высшей алгебре : учебник / Д. К. Фаддеев, И. С. Соминский. — 17-е изд.,стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2021. — 288 с. — ISBN 978-5-8114-0427-8. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/167703 (дата обращения: 05.07.2024). — Режим доступа: для авториз. пользователей.*
13.	*Задачи по линейной алгебре : учебно-методическое пособие. Часть 1. Матрицы. Определители. Системы линейных уравнений / Е. М. Аристова, К. П. Лазарев. – Воронеж : Издательский дом ВГУ, 2018. – Режим доступа: http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m18-256.pdf*
14.	*Бондаренко Ю. В. Линейная алгебра: алгебра матриц и системы линейных уравнений : учебное пособие / Ю. В. Бондаренко, К. В. Чудинова. – Воронеж : Издательский дом ВГУ, 2018. – Режим доступа: http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m18-160.pdf*

15.	*Матрицы. Определители. Системы линейных уравнений : учебно-методическое пособие для вузов / К. П. Лазарев. – Воронеж : ИПЦ ВГУ, 2012. – 74 с. – Режим доступа: http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m12-20.pdf*
16.	*Руководство к решению задач по алгебре: учебное пособие для вузов / Т.Н. Глушакова, И.Б. Крыжко .— Электрон. текстовые дан. — Воронеж : ИПЦ ВГУ, 2010 . Режим доступа http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m10-142.pdf.*
17.	*Руководство к решению задач по алгебре: учебное пособие для вузов / Т.Н. Глушакова, И.Б. Крыжко .— Электрон. текстовые дан. — Воронеж : ИПЦ ВГУ, 2010 . Режим доступа: http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m10-143.pdf.*
18.	*Функции от матриц [Электронный ресурс] : учебное пособие для вузов : / Т.Н. Глушакова , К.П. Лазарев .— Электрон. текстовые дан. — Воронеж : Издательский дом ВГУ, 2015 Режим доступа: http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m15-234.pdf.*
19.	*Евклидовы и унитарные пространства [Электронный ресурс] : учебно-методическое пособие для вузов / Т.Н. Глушакова, К.П. Лазарев, Ю.В. Бондаренко ; Воронеж. гос. ун-т .— Электрон. текстовые дан. — Воронеж : Издательский дом ВГУ, 2015 Режим доступа: http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m15-251.pdf.*
20.	*Билинейная и квадратичная формы [Электронный ресурс] : учебно-методическое пособие для вузов / Т.Н. Глушакова, К.П. Лазарев ; Воронеж. гос. ун-т .— Электрон. текстовые дан. — Воронеж : Издательский дом ВГУ, 2016 Режим доступа: http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m16-13.pdf.*
21.	*Линейная алгебра (ПИ ПММ)/ Лазарев К. П. –– Образовательный портал «Электронный университет ВГУ». –– Режим доступа: https://edu.moodle.ru.*

16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы

Самостоятельная работа обучающегося должна включать подготовку к практическим занятиям, выполнение домашних заданий. Для этого рекомендуется освоить теоретический материал соответствующих тем по конспектам лекций и презентационному материалу, размещённому на ЭО ресурсах, литературу из представленного ниже перечня, материалы с тематических ресурсов сети Интернет.

№ п/п	Источник
1.	*Задачи по линейной алгебре : учебно-методическое пособие. Часть 1. Матрицы. Определители. Системы линейных уравнений / Е. М. Аристова, К. П. Лазарев. – Воронеж : Издательский дом ВГУ, 2018. – Режим доступа: http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m18-256.pdf*
2.	*Методические указания для решения задач по курсу "Алгебра" (Линейные пространства): Для студентов 1-го курса дневн. и вечерн. отделений / Сост. Ю.В.Бондаренко, Т.Н.Глушакова, Е.С.Тихомирова .— Воронеж, 2000 .— 32 с.*
3.	*Алгебра и геометрия (решение систем линейных уравнений, вычисление определителей): Метод. указания для решения задач по курсу "Алгебра и геометрия" для студентов 1 курса дневн. и вечерн. отд-ний фак. ПММ / Сост.: Т.Н.Глушакова,Ю.В.Бондаренко .— Воронеж, 2000 .— 32с.*
4.	*Алгебра и геометрия: Метод. указания для решения задач по курсу "Алгебра и геометрия" для студентов 1 курса дневн. и вечерн.отд-ний фак. ПММ / Сост. Ю.В.Бондаренко, Т.Н.Глушакова, Е.С.Тихомирова .— Воронеж, 2001 .— Ч. 3: Линейные пространства. - 36 с.*
5.	*Функции от матриц : учебное пособие для вузов : [для студентов днев. отд-ния, изуч. дисциплины "Алгебра", "Линейная алгебра"; для направлений: 01.03.02 - Приклад. математика и информатика, 01.03.03 - Механика и мат. моделирование, 01.05.01 - Фундамент. математика и механика] / Воронеж. гос. ун-т ; сост. Т.Н. Глушакова , К.П. Лазарев .— Воронеж : Издательский дом ВГУ, 2015 .— 23 с.*
6.	*Евклидовы и унитарные пространства : учебно-методическое пособие для вузов : [для студ. 1 к. днев. отд-ния фак. прикл. математики, информатики и механики, изуч. дисциплины "Алгебра" и"Линейная алгебра"; для направлений: 01.03.02 - Приклад. математика и информатика, 01.03.03 - Механика и мат. моделирование, 01.05.01 - Фундамент. математика и механика] / Т.Н. Глушакова, К.П. Лазарев, Ю.В. Бондаренко ; Воронеж. гос. ун-т .— Воронеж : Издательский дом ВГУ, 2015 .— 25 с.*

7.	*Билинейная и квадратичная формы [Электронный ресурс] : учебно-методическое пособие для вузов : [для студ. 1 к. всех форм обучения фак. приклад. математики, информатики и механики; для направлений: 01.03.02- Приклад. математика и информатика, 02.04.03 - Механика и мат. моделирование] / Т.Н. Глушакова, К.П. Лазарев ; Воронеж. гос. ун-т .— Электрон. текстовые дан. — Воронеж : Издательский дом ВГУ, 2016 .*
8.	*Руководство к решению задач по алгебре. Часть 1 / Т. Н. Глушакова, Н. Н. Удоденко, Ю. В. Бондаренко. – Воронеж, 2002. – 67 с.*
9.	*Руководство к решению задач по алгебре. Часть 2. Жорданова форма матрицы и жорданов базис / Н. Н. Удоденко, Т. Н. Глушакова. – Воронеж, 2003. – 43 с.*
10.	*Руководство к решению задач по алгебре. Часть 3. Линейные пространства / Ю. В. Бондаренко, Т. Н. Глушакова, Е. С. Тихомирова. – Воронеж, 2002. – 36 с.*
11.	*Руководство к решению задач по алгебре. Часть 4. Комплексные числа / Т. Н. Глушакова, И. Б. Крыжко. – Воронеж : ИПЦ ВГУ, 2010. – 21 с.*
12.	*Руководство к решению задач по алгебре. Часть 5. Элементы теории многочленов / Т. Н. Глушакова, И. Б. Крыжко. – Воронеж : ИПЦ ВГУ, 2010. – 15 с.*

17. Образовательные технологии, используемые при реализации учебной дисциплины, включая дистанционные образовательные технологии (ДОТ), электронное обучение (ЭО), смешанное обучение):

Дисциплина реализуется с применением электронного обучения и дистанционных образовательных технологий. Для организации занятий рекомендован онлайн-курс «Линейная алгебра (ПИПММ)», размещённый на платформе Электронного университета ВГУ (LMS moodle), а также Интернет-ресурсы, приведённые в п.15в.

При реализации учебной дисциплины используются информационные электронно-образовательные ресурсы www.liv.vsu.ru и https://e.lanbook.com.

18. Материально-техническое обеспечение дисциплины:

Специализированная мебель, компьютер (ноутбук), мультимедиа оборудование (проектор, экран, средства звуковоспроизведения). ОС Windows 10, интернет-браузер (Mozilla Firefox), ПО Adobe Reader, пакет стандартных офисных приложений для работы с документами (LibreOffice).

19. Оценочные средства для проведения текущей и промежуточной аттестаций

Порядок оценки освоения обучающимися учебного материала определяется содержанием следующих разделов дисциплины:

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Компетенция(и)	Индикатор(ы) достижения компетенции	Оценочные средства
1.	Роль и место алгебры в системе математического образования	ОПК-1	ОПК-1.1, ОПК-1.2	-
2.	Матрицы	ОПК-1	ОПК-1.1, ОПК-1.2	Практико-ориентированные задания. Контрольная работа 1
3.	Множества. Отображения. Отношения	ОПК-1	ОПК-1.1, ОПК-1.2	Практико-ориентированные задания.
4.	Системы линейных алгебраических уравнений. Матричные уравнения.	ОПК-1	ОПК-1.1, ОПК-1.2	Практико-ориентированные задания. Контрольная работа 1
5.	Перестановки без повторений.	ОПК-1	ОПК-1.1, ОПК-1.2	Практико-ориентированные задания. Контрольная работа 1

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Компе-тенция(и)	Индикатор(ы) достижения компетенции	Оценочные средства
6.	Определители.	ОПК-1	ОПК-1.1, ОПК-1.2	Практико-ориентированные задания. Контрольная работа 1
7.	Ранг матрицы.	ОПК-1	ОПК-1.1	Практико-ориентированные задания. Контрольная работа 1
8.	Вещественное линейное пространство	ОПК-1	ОПК-1.1, ОПК-1.2	Практико-ориентированные задания. Контрольная работа 2
9.	Базисный минор матрицы.	ОПК-1	ОПК-1.1, ОПК-1.2	Практико-ориентированные задания. Контрольная работа 2
10.	Обратная матрица.	ОПК-1	ОПК-1.1, ОПК-1.2	Практико-ориентированные задания. Контрольная работа 2
11.	Критерий совместности системы линейных уравнений. Правило (метод) Крамера.	ОПК-1	ОПК-1.1, ОПК-1.2	Практико-ориентированные задания. Контрольная работа 2
12.	Структура решений системы линейных уравнений.	ОПК-1	ОПК-1.1, ОПК-1.2	Практико-ориентированные задания. Контрольная работа 2
13.	Группы, кольца, поля.	ОПК-1	ОПК-1.1, ОПК-1.2	Практико-ориентированные задания. Контрольная работа 2
14.	Комплексные числа и операции над ними.	ОПК-1	ОПК-1.1, ОПК-1.2	Практико-ориентированные задания. Контрольная работа 3
15.	Многочлены от одной переменной.	ОПК-1	ОПК-1.1, ОПК-1.2	Практико-ориентированные задания. Контрольная работа 3
16.	Рациональные функции над *R* или *C*.	ОПК-1	ОПК-1.1, ОПК-1.2	Практико-ориентированные задания. Контрольная работа 3
17.	Линейные пространства на произвольным полем.	ОПК-1	ОПК-1.1, ОПК-1.2	Практико-ориентированные задания. Контрольная работа 4
18.	Линейные операторы	ОПК-1	ОПК-1.1, ОПК-1.2	Практико-ориентированные задания. Контрольная работа 4
19.	Евклидовы и унитарные пространства	ОПК-1	ОПК-1.1, ОПК-1.2	Практико-ориентированные задания. Контрольная работа 4
20.	Линейные, билинейные и квадратичные формы	ОПК-1	ОПК-1.1, ОПК-1.2	Практико-ориентированные задания. Контрольная работа 4
Промежуточная аттестация форма контроля – экзамен(I семестр); экзамен (II семестр)				*Перечень вопросов. Типовые практические задания см. ниже* 1.

20 Типовые оценочные средства и методические материалы, определяющие процедуры оценивания

20.1 Текущий контроль успеваемости

Текущий контроль успеваемости по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств: *практико-ориентированные задания/домашние задания, контрольная работа.*

Практико-ориентированные задания/домашние задания выполняются на каждом практическом занятии в аудитории и дома во время самоподготовки. При этом формируются знания, умения и навыки для формализации типовых задач, подбора методов решения и реализации этих методов.

Примеры практико-ориентированных задач.

1. Решите систему методом Гаусса

$$\begin{cases} 2x - 5y + 3z + t = 5, \\ 3x - 7y + 3z - t = -1, \\ 5x - 9y + 6z + 3t = 7, \\ 4x - 6y + 3z = -4. \end{cases}$$

2. Найдите базу системы векторов $\{e_1, e_2, e_3, e_4\}$ в пространстве $\mathbb{R}^3$ и выразите все векторы системы через векторы базы, если:

$$e_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix},\ e_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix},\ e_3 = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}, e_4 = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}.$$

3. Докажите, что матрицы $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$ образуют базис в линейном пространстве $R^{2\times 2}$ и найдите в этом базисе координаты матрицы $X = \begin{pmatrix} -4 & 2 \\ -5 & 1 \end{pmatrix}$.
4. Найдите обратную матрицу к матрице:

$$\begin{pmatrix} 1 & 7 & 3 \\ 2 & 3 & 4 \\ 1 & 5 & 3 \end{pmatrix}.$$

5. Найти размерность пространства решений однородной системы уравнений:

$$\begin{cases} 2x - 5y + 3z + t = 0, \\ 3x - 7y + 3z - t = 0, \\ x - 2y - 2t = 0. \end{cases}$$

6. Решите систему $\begin{cases} 2x - 5y + 3z = 5, \\ 3x - 7y + 3z = -1, \\ 5x - 9y + 6z = 7 \end{cases}$ методом Гаусса.
7. Заданы координаты векторов в некотором базисе:

$a_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}, a_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, a_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}, a_4 = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 3 \\ -7 \end{pmatrix}$. Проверьте, являются ли эти векторы линейно зависимыми.

8. Докажите, что матрицы $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$ образуют базис в линейном пространстве $R^{2\times 2}$ и найдите в этом базисе координаты матрицы $X = \begin{pmatrix} -4 & 2 \\ -5 & 1 \end{pmatrix}$.
9. Покажите, что оператор $A(u) = (x-1)u'(x) - 3u(x)$ является линейным преобразованием пространства многочленов с действительными коэффициентами степени не выше двух. Найти матрицу этого линейного преобразования в базисе $e_1 = 1, e_2 = \mathrm{x} - 1, e_3 = (\mathrm{x} - 1)^2$.
10. Определите, является ли знакоопределённой квадратичная форма: $K = 3x_1^2 + x_2^2 + 9x_3^2 - 4x_1x_2 + 6x_1x_3 - 5x_2x_3$.
11. Применяя процесс ортогонализации, построить ортогональный базис подпространства, натянутого на систему векторов $g_1 = (1,0,1), g_2 = (3,1,2),\ g_3 = (4,0,2)$.
12. Найти размерность суммы и пересечения подпространств L_1 и L_2, являющихся линейными оболочками векторов $\{a_1, a_2\}$ и $\{b_1, b_2\}$: $a_1 = (1,3,0,2),\ a_2 = (1,1,2,0), b_1 = (2,0,1,0), b_2 = (1,4,0,1)$.

Критерий оценивания решения задачи	Шкала оценок
Обучающийся показал полное знание программного материала; продемонстрировал владение понятийным аппаратом и терминологией; представил логически корректное решение и нашёл правильный ответ.	5 (отлично)
Обучающийся показал полное знание программного материала, умение пользоваться понятийным аппаратом, представил в целом логически корректное, но не во всех деталях аргументированное решение задачи или допустил негрубые ошибки в последовательности решения, не влияющие на реализацию метода решения.	4 (хорошо)
Обучающийся показал фрагментарное, поверхностное знание программного материала, продемонстрировал затруднения с использованием понятийного аппарата для выполнения задания. Решение задачи не завершено, но метод решения выбран верно.	3 (удовлетворительно)
Обучающийся имеет существенные пробелы в знаниях методов и подходов к решению задачи и в умениях применять их на практике. Задача не решена, метод решения не указан или выбран неверно.	2 (неудовлетворительно)

Контрольные работы.

Контрольные работы являются достаточно точным средством проверки знаний, умений и навыков формализации типовых задач, подбора метода решения и выполнения решения задач. Контрольные работы выполняются в аудитории и состоят из нескольких заданий на различные темы.

Комплект заданий для контрольной работы №1

Вариант 1

1. Вычислите степени матрицы $A^n,\ n \in N$, если $A = \begin{pmatrix} c & d & 0 \\ 0 & c & 0 \\ 0 & 0 & c \end{pmatrix}$.
2. Разлагая по 2-му столбцу, вычислите определитель
$$\begin{vmatrix} 5 & a & 2 & -1 \\ 3 & b & 4 & -3 \\ 2 & c & 6 & -2 \\ 4 & d & 8 & -4 \end{vmatrix}.$$
3. Решите матричное уравнение с помощью элементарных преобразований:
$$\begin{pmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{2} & \mathbf{3} \\ \mathbf{4} & \mathbf{5} & \mathbf{6} \\ \mathbf{7} & \mathbf{8} & \mathbf{9} \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} \mathbf{-8} & \mathbf{3} & \mathbf{0} \\ \mathbf{1} & \mathbf{9} & \mathbf{3} \\ \mathbf{10} & \mathbf{15} & \mathbf{6} \end{pmatrix}.$$
4. Выясните входит ли произведение $a_{6,6}a_{2,4}a_{4,2}a_{5,5}a_{3,1}a_{1,7}$ в некоторый минор матрицы $A = (a_{i,j})$, а если входит, то в какой и с каким знаком.
5. При помощи элементарных преобразований найдите ранг матрицы

$\begin{pmatrix} 2 & 0 & 3 & -2 & 4 \\ 5 & -3 & 5 & 4 & 3 \\ 3 & -3 & 2 & 6 & -1 \end{pmatrix}$. Укажите её базисный минор, базисные строки и базисные столбцы.

Вариант 2

13. Вычислите степени матрицы $A^n,\ n \in N$, если $A = \begin{pmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & a & b \\ 0 & 0 & a \end{pmatrix}$.

14. Разлагая по 3-й строке, вычислите определитель:

$$\begin{vmatrix} 2 & -3 & 4 & 1 \\ 7 & -1 & 3 & 5 \\ a & b & c & d \\ 3 & -5 & 2 & 3 \end{vmatrix}.$$

15. Решите систему методом Гаусса

$$\begin{cases} 2x - 5y + 3z + t = 5, \\ 3x - 7y + 3z - t = -1, \\ 5x - 9y + 6z + 3t = 7, \\ 4x - 6y + 3z = -4. \end{cases}$$

16. Выясните входит ли произведение $a_{3,5}a_{6,6}a_{2,7}a_{1,3}a_{5,2}a_{4,4}$ в некоторый минор матрицы $A = (a_{i,j})$, а если входит, то в какой и с каким знаком.

17. При помощи элементарных преобразований найдите ранг матрицы $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 3 & -2 & 4 \\ 5 & -3 & 5 & 4 & 3 \\ 2 & -1 & 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$.

    Укажите её базисный минор, базисные строки и базисные столбцы.

Комплект заданий для контрольной работы №2

Вариант 1

1. Выясните, является ли множество чётных чисел а) группой по сложению, б) группой по умножению, в) кольцом или полем относительно сложения и умножения.

2. Найдите обратную матрицу к матрице:

$$\begin{pmatrix} 1 & 7 & 3 \\ 2 & 3 & 4 \\ 1 & 5 & 3 \end{pmatrix}.$$

3. Докажите, что матрицы $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} -1 & 3 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$ образуют базис в линейном пространстве $R^{2\times 2}$ и найдите в этом базисе координаты матрицы
$X = \begin{pmatrix} -4 & 2 \\ -5 & 1 \end{pmatrix}$.

4. Найти размерность пространства решений однородной системы уравнений:
$$\begin{cases} 2x - 5y + 3z + t = 0, \\ 3x - 7y + 3z - t = 0, \\ x - 2y - 2t = 0. \end{cases}$$

5. Заданы координаты векторов в некотором базисе:
$a_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}, a_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, a_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}, a_4 = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 3 \\ -7 \end{pmatrix}$. Проверьте, являются ли эти векторы линейно зависимыми.

Вариант 2

1. Выясните, образует ли группу или абелеву группу рациональные числа а) по умножению, б) по сложению.

2. Найдите обратную матрицу к матрице: $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 3 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

3. Решите систему по правилу Крамера: $\begin{cases} 2x - 5y + 3z = 5, \\ 3x - 7y + 3z = -1 \\ 5x - 9y + 6z = 7. \end{cases}$

4. Заданы координаты векторов в некотором базисе

   $a_1 = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 2 \\ -4 \end{pmatrix}, a_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}, a_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}, a_4 = \begin{pmatrix} 5 \\ 5 \\ 0 \\ -10 \end{pmatrix}$. Проверьте, являются ли эти векторы линейно зависимыми.

5. Найдите базу системы векторов $\{e_1, e_2, e_3, e_4\}$ в пространстве $\mathbb{R}^3$ и выразите все векторы системы через векторы базы, если:

   $e_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix},\ e_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix},\ e_3 = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}, e_4 = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$.

Комплект заданий для контрольной работы №3

Вариант 1

1. Решить систему уравнений $\begin{cases} (1+i)x + (3-i)y = 5, \\ (4+5i)x + (7-3i)y = 4. \end{cases}$

2. Представьте в тригонометрической форме число $z = 4 - 5i$. Найдите: $\sqrt[3]{z}$ и z^5.

3. Найдите показатель кратности корня (-2) для многочлена $x^5 + 7x^4 + 16x^3 + 8x^2 - 16x - 16$ и разложите его на неприводимые множители над ***C***

4. Пользуясь алгоритмом Евклида, найдите наибольший общий делитель $d(x)$ многочленов

   $f_1(x) = x^4 - 6x^3 + 16x^2 - 21x + 12$ и $f_2(x) = x^4 - 5x^3 + 13x^2 - 18x + 12$, а также многочлены $M_1(x), M_2(x)$ такие, что $f_1(x)M_2(x) + f_2(x)M_1(x) = d(x)$.

5. Разложите на простейшие дроби над полем *C*: $\frac{x^3}{x^4-1}$.

Вариант 2

1. Решите уравнение над *C*: $(1-i)z^2 - (1-5i)z + 4 - 6i = 0$.

2. Выполните указанные действия: $\frac{(1-i)^5-3}{(1+i)^5+4}$.

3. Пользуясь схемой Горнера, разложить полином $f(x) = x^4 - 8x^3 + 24x^2 - 50x + 90$ по степеням $x - x_0$, где $x_0 = 2$.

4. Пользуясь алгоритмом Евклида, найдите наибольший общий делитель $d(x)$ многочленов $f_1(x) = x^4 + 2x^3 + 5x^2 + 4x + 3$ и
   $f_2(x) = x^4 + 4x^3 + 9x^2 + 12x + 9$, а также многочлены $M_1(x), M_2(x)$ такие, что $f_1(x)M_2(x) + f_2(x)M_1(x) = d(x)$.

5. Разложить на простейшие дроби над полем *R*: $\frac{x}{(x+1)(x^2+1)^2}$.

Комплект заданий для контрольной работы №4

Вариант 1

1. Даны координаты векторов:
$a_1 = \begin{pmatrix}1\\2\\1\\-2\end{pmatrix}, a_2 = \begin{pmatrix}2\\3\\1\\0\end{pmatrix}, a_3 = \begin{pmatrix}1\\2\\2\\-3\end{pmatrix}; b_1 = \begin{pmatrix}1\\1\\1\\1\end{pmatrix}, b_2 = \begin{pmatrix}1\\0\\1\\-1\end{pmatrix}, b_3 = \begin{pmatrix}1\\3\\0\\-4\end{pmatrix}$. Линейные оболочки векторов $\{a_1, a_2, a_3\}$ и $\{b_1, b_2, b_3\}$ образуют подпространства L_1 и L_2 соответственно. Найдите базисы суммы $L_1 + L_2$ и пересечения $L_1 \cap L_2$.

2. Покажите, что оператор $A(u) = (2x+1)u'(x) - 3u(x)$ является линейным преобразованием пространства многочленов с действительными коэффициентами степени не выше двух. Найти матрицу этого линейного преобразования в базисе $e_1 = 1, e_2 = 1 + x, e_3 = (1+x)^2$.

3. Задана матрица линейного преобразования в некотором базисе $\begin{pmatrix}2&2&1\\2&2&1\\2&1&2\end{pmatrix}$. Если возможно, то приведите её к диагональному виду путём перехода к новому базису, в этом случае укажите новый базис и соответствующую ему матрицу.

4. Применяя процесс ортогонализации, построить ортогональный базис подпространства, натянутого на систему векторов $\mathrm{g}_1 = (1,0,1), \mathrm{g}_2 = (3,1,2), \mathrm{g}_3 = (4,0,2)$.

5. Для квадратичной формы $K = 5x_1^2 + 2x_2^2 + x_3^2 - 5x_1x_2 + 6x_1x_3 - 4x_2x_3$ найдите канонический вид и невырожденное линейное преобразование, приводящее к этому виду. Выясните, является ли форма знакоопределённой.

Вариант 2

1. Даны координаты векторов:

$a_1 = \begin{pmatrix}1\\1\\0\\0\end{pmatrix}, a_2 = \begin{pmatrix}0\\1\\1\\0\end{pmatrix}, a_3 = \begin{pmatrix}0\\0\\1\\1\end{pmatrix}; b_1 = \begin{pmatrix}1\\0\\1\\0\end{pmatrix}, b_2 = \begin{pmatrix}0\\2\\1\\1\end{pmatrix}, b_3 = \begin{pmatrix}1\\2\\1\\2\end{pmatrix}$. Линейные оболочки векторов $\{a_1, a_2, a_3\}$ и $\{b_1, b_2, b_3\}$ образуют подпространства L_1 и L_2 соответственно. Найдите базисы суммы $L_1 + L_2$ и пересечения $L_1 \cap L_2$.
2. Покажите, что оператор $A(u) = (x+1)u'(x) + 2u(x)$ является линейным преобразованием пространства многочленов с действительными коэффициентами степени не выше двух. Найти матрицу этого линейного преобразования в базисе
$e_1 = 1 - \mathrm{x}, e_2 = 1 + x, e_3 = \mathrm{x} + 2\mathrm{x}^2$.
3. Задана матрица линейного преобразования в некотором базисе $\begin{pmatrix}1&2&3\\5&4&1\\2&6&2\end{pmatrix}$. Если возможно, то приведите её к диагональному виду путём перехода к новому базису, в этом случае укажите новый базис и соответствующую ему матрицу.

4. Применяя процесс ортогонализации, построить ортогональный базис подпространства, натянутого на систему векторов $g_1 = (1,1,1,1), g_2 = (3,5,-1,-2), g_3 = (-3,0,6,9)$.

5. Для квадратичной формы $K = 5x_1^2 + 11x_2^2 + x_3^2 + 4x_1x_2 - 6x_1x_3 - x_2x_3$ найдите канонический вид и невырожденное линейное преобразование, приводящее к этому виду. Выясните, является ли форма знакоопределённой.

Описание технологии проведения:

Текущая аттестация проводится на занятии одновременно во всей учебной группе в виде письменной контрольной работы в течение — 1час 35 минут.

Требования к выполнению заданий (или шкалы и критерии оценивания):

Для оценивания результатов контрольной работы используется 4-балльная шкала: «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

***Критерии* оценивания:**

каждую задачу оцениваем по критерию оценивания решения задачи, при этом оценки 2 заменяем на 0, затем сумму баллов делим на число задач в контрольной работе и получаем среднее значение оценок всех задач — K, далее по следующей таблице находим оценку контрольной работы

K	Оценка контрольной работы
K≥ 4,5	5 (отлично)
3,5≤K<4,5	4 (хорошо)
2,5≤K<3,5	3 (удовлетворительно)
K<2,5	2 (неудовлетворительно)

20.2 Промежуточная аттестация

Промежуточная аттестация по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств: *перечень вопросов и практические задания*

Перечень вопросов для промежуточной аттестации:

I семестр

1. Определение матрицы. Виды матриц. Подматрица.
2. Равенство матриц. Операции умножения матрицы на число, сложения матриц, умножения матриц. Простейшие свойства основных операций.
3. Дополнительные свойства операций умножения матрицы на число, сложения матриц, умножения матриц.
4. Операции транспонирования и вычитания матриц и их свойства. Степени матрицы. Свойства степеней матрицы. Многочлены от матрицы. Линейная комбинация матриц.
5. Коммутирующие матрицы и их свойства.
6. Множества. Операции над множествами. Бинарные отношения.
7. Определение отображения (преобразования). Свойства отображений. Обратное отображение и его свойства.
8. Элементарные преобразования матриц.
9. Приведение матрицы к ступенчатой форме.
10. Система линейных уравнений. Запись системы в матричном и векторном виде. Эквивалентные системы. Элементарные преобразования системы.
11. Нахождение решений системы линейных уравнений методом Гаусса.
12. Нахождение решений матричных уравнений.
13. Перестановки. Свойства перестановок.
14. Определитель n-го порядка (определение). Частные случаи определителя для n=2, n=3. Определитель треугольной матрицы. Эквивалентное правило «знака» члена определителя. Формула развёртывания определителя квадратной подматрицы.
15. Свойства определителя.
16. Миноры. Алгебраические дополнения. Разложение определителя по минорам нескольких строк или столбцов (теорема Лапласа).
17. Следствия из теоремы Лапласа. Определитель суммы двух матриц.
18. Определитель блочно-треугольной матрицы. Определитель произведения квадратных матриц.
19. Ранг матрицы. Сохранение ранга при элементарных преобразованиях матрицы. Вычисление ранга.
20. Вещественное линейное пространство, его простейшие свойства. Подпространство линейного пространства. Критерий подпространства.
21. Линейная комбинация векторов, линейная независимость и линейная зависимость векторов.
22. Базисный минор, базисные строки и базисные столбцы матрицы. Теорема о базисном миноре и её следствия.
23. Размерность линейного пространства. Базис линейного пространства и координаты вектора в базисе. Свойства координат. Связь понятий размерности и базиса.
24. Обратная матрица. Свойства обратных матриц.

25. Нахождение и применения обратных матриц.
26. Критерий совместности системы линейных уравнений (теорема Кронекера-Капелли). Правило (метод) Крамера (вывод формулы решения системы линейных уравнений с невырожденной матрицей).
27. Структура решений однородной системы линейных уравнений. (Общее решение однородной СЛУ. Фундаментальная система решений однородной СЛУ.)
28. Структура решений неоднородной системы линейных уравнений. (Общее решение неоднородной СЛУ.)
29. Группа. Простейшие свойства группы.
30. Подгруппа. Критерий подгруппы. Пересечение подгрупп.
31. Произведение (сумма) подмножеств группы. Произведение (сумма) подгрупп.
32. Смежные классы группы и их свойства.
33. Конечные группы и их построение. Теорема Лагранжа о порядке подгруппы.
34. Нормальный делитель. Критерий нормального делителя. Фактор-группа.
35. Кольцо. Свойства кольца. Подкольцо. Критерий подкольца.
36. Поле.
37. Кольцо классов вычетов.
38. Изоморфизм групп, колец, полей.

II семестр

1. Комплексные числа. Поле комплексных чисел.
2. Алгебраическая форма комплексных чисел. Арифметические операции для комплексных чисел в алгебраической форме. Геометрическое изображение комплексных чисел и операций сложения и вычитания.
3. Тригонометрическая форма комплексного числа. Операции над комплексными числами в тригонометрической форме.
4. Свойства модуля комплексных чисел. Свойства операции сопряжения на комплексных числах.
5. Возведение в степень комплексных чисел. Извлечение корня из комплексных чисел.
6. Кольцо многочленов от одной переменной.
7. Деление многочленов с остатком. Схема Горнера.
8. Делители многочленов и их свойства.
9. Общий делитель и наибольший общий делитель многочленов. Нахождения наибольшего общего делителя многочленов. Представление наибольшего общего делителя многочленов через эти многочлены.
10. Взаимная простота многочленов. Свойства многочленов, связанные со взаимной простотой.
11. Корень многочлена. Кратность корня.
12. Основная теорема алгебры для многочленов над C (без доказательства). Следствия из основной теоремы алгебры для многочленов над C.
13. Многочлены над полем R.
14. Линейное пространство над произвольным полем, его простейшие свойства. Подпространство. Критерий подпространства.
15. Линейная комбинация векторов. Линейная зависимость и линейная независимость векторов.
16. База и ранг системы векторов. Критерий базы.
17. Базис линейного пространства. Координаты вектора в базисе и их свойства.
18. Размерность линейного пространства. Связь понятий базиса и размерности. Дополнение линейно независимой системы векторов до базиса
19. Матрица перехода от одного базиса к другому. Связь координат вектора в различных базисах.
20. Линейная оболочка векторов.
21. Сумма и пересечение подпространств.
22. Размерность суммы двух подпространств.
23. Прямая сумма подпространств. Дополнительное подпространство.
24. Линейное многообразие.
25. Изоморфизм линейных пространств. Свойства изоморфизма. Критерий изоморфности пространств.
26. Линейный оператор. Свойства линейного оператора.
27. Матрица линейного оператора. Линейное выражение координат образа вектора при линейном отображении. Связь матриц линейного оператора в различных базисах.
28. Сумма операторов, произведение оператора на число, произведение операторов и соответствующие им матрицы.
29. Образ и ядро линейного оператора.
30. Собственные векторы и собственные значения линейного преобразования.
31. Условия приведения матрицы линейного преобразования к диагональному виду. Жорданова форма матрицы линейного преобразования.
32. Определение евклидова и унитарного пространства. Простейшие свойства скалярного произведения.
33. Неравенство Коши–Буняковского. Длина (норма) вектора.
34. Ортогональность.

35. Метод ортогонализации Грама–Шмидта. Построение ортогонального (ортонормированного) базиса
36. Ортогональное дополнение. Разложение пространства на сумму ортогональных подпространств. Задача о перпендикуляре.
37. Билинейные формы (функции), их матрицы. Квадратичные формы (функции).
38. Канонический вид квадратичной формы. Приведение формы к каноническому виду.

Примеры практических заданий приведены в п. 20.1.

Промежуточная аттестация проводится в виде письменного экзамена (90 минут) и последующего собеседования. Оцениваются результаты обучения по дисциплине (знания, умения, навыки), соотнесённые с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями) и индикаторами их достижения.

Каждый контрольно-измерительный материал (билет) содержит один теоретический вопрос из перечня вопросов для промежуточной аттестации и два практических задания, аналогичных заданиям п. 20.1. Для получения положительной оценки студент должен ответить на теоретический вопрос билета и решить хотя бы одну практическую задачу.

Для оценивания результатов обучения на экзамене используется 4-балльная шала: «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

Соотношение показателей, критериев и шкалы оценивания результатов обучения.

Критерии оценивания компетенций	Уровень сформированности компетенций	Шкала оценок
Студент демонстрирует глубокое знание основных фактов теории и умение доказать некоторые из них, уверенно применяет различные методы и подходы для формализации задач и их решения. Правильно решает сформулированные задачи.	*Повышенный уровень*	*Отлично*
Студент демонстрирует знание основных понятий и фактов теории с минимальными доказательствами, проводит правильные рассуждения, иногда допуская несущественные неточности. Умеет применять теоретические положения для решения практических задач. При решении задач допускает некоторые неточности.	*Базовый уровень*	*Хорошо*
Студент имеет неглубокие теоретические знания, демонстрирует знание основных методов и алгоритмов на частных примерах. Испытывает затруднения в применении теоретических положений при решении практических задач. Решает с погрешностями половину задач.	*Пороговый уровень*	*Удовлетворительно*
Студент демонстрирует фрагментарные знания или отсутствие знаний, фрагментарные умения или отсутствие умений, фрагментарные навыки или отсутствие навыков. В ответе приводятся бессистемные сведения, относящиеся к поставленному вопросу, но не дающие ответа на него; отсутствует ответ на вопрос или содержание ответа не совпадает с поставленным вопросом. Студент демонстрирует непонимание теоретических основ и базовых понятий курса, не знает методов решения типовых задач.	-	*Неудовлетворительно*

***Порядок формирования** КИМ промежуточных аттестаций*

<u>Пример контрольно-измерительного материала (1 семестр)</u>

Направление подготовки 09.03.03 «Прикладная информатика»
Дисциплина линейная алгебра

Курс первый
Форма обучения очная
Вид аттестации промежуточная
Вид контроля экзамен

Контрольно-измерительный материал № ___

1. Операции транспонирования и вычитания матриц и их свойства. Степени матрицы. Свойства степеней матрицы. Многочлены от матрицы. Линейная комбинация матриц.
2. Найдите базу системы векторов $\{e_1, e_2, e_3, e_4\}$ в пространстве $\mathbb{R}^3$ и выразите все векторы системы через векторы базы, если:

$$e_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix},\ e_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix},\ e_3 = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}, e_4 = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}.$$

3. Вычислите степени матрицы $A^n,\ n \in N$, если $A = \begin{pmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & a & b \\ 0 & 0 & a \end{pmatrix}$.

<u>Пример контрольно-измерительного материала (2 семестр)</u>

Направление подготовки 09.03.03 «Прикладная информатика»
Дисциплина линейная алгебра
Курс первый
Форма обучения очная
Вид аттестации промежуточная
Вид контроля экзамен

Контрольно-измерительный материал № ___

1. Линейная комбинация векторов. Линейная зависимость и линейная независимость векторов.
2. Пользуясь алгоритмом Евклида, найдите наибольший общий делитель $d(x)$ многочленов $f_1(x) = x^4 + 2x^3 + 5x^2 + 4x + 3$ и $f_2(x) = x^4 + 4x^3 + 9x^2 + 12x + 9$, а также многочлены $M_1(x), M_2(x)$ такие, что $f_1(x)M_2(x) + f_2(x)M_1(x) = d(x)$.
3. Даны координаты векторов:

$$a_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}, a_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, a_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}; b_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, b_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}, b_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 0 \\ -4 \end{pmatrix}.$$

Линейные оболочки векторов $\{a_1, a_2, a_3\}$ и $\{b_1, b_2, b_3\}$ образуют подпространства L_1 и L_2 соответственно. Найдите базисы суммы $L_1 + L_2$ и пересечения $L_1 \cap L_2$.

20.3 Фонд оценочных средств сформированности компетенций студентов, рекомендуемый для проведения диагностических работ.

Диагностическая аттестация по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств: *тестовые задания.*

Проверяется сформированность компетенции ОПК-1 с индикаторами ОПК-1.1, ОПК-1.2 в рамках дисциплины линейная алгебра.

Тестовые задания:

1. Чему равно произведение матриц $A=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 3 & 4\end{pmatrix}$ и $B=\begin{pmatrix}1 & 0\\ -1 & 2\end{pmatrix}$? Ответ: $\begin{pmatrix}-1 & 4\\ -1 & 8\end{pmatrix}$.
2. Чему равна сумма матриц $A=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 3 & 4\end{pmatrix}$ и $B=\begin{pmatrix}1 & 0\\ -1 & 2\end{pmatrix}$? Ответ: $\begin{pmatrix}2 & 2\\ 2 & 6\end{pmatrix}$.
3. Чему равен определитель матрицы $\begin{vmatrix}1 & 2 & 4\\ 0 & 1 & 1\\ 0 & 2 & 8\end{vmatrix}$? Ответ: 6.
4. Решите матричное уравнение $AX = B$, если $A = \begin{pmatrix}2 & 1\\ 4 & 3\end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix}3 & 2\\ 5 & 4\end{pmatrix}$.Ответ: $\begin{pmatrix}2 & 1\\ -1 & 0\end{pmatrix}$.
5. Найти матрицу, обратную матрице $A=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 3 & 4\end{pmatrix}$. Ответ: $A^{-1}=\begin{pmatrix}-2 & 1\\ \frac{3}{2} & -\frac{1}{2}\end{pmatrix}$.
6. Найдите ранг матрицы $\begin{pmatrix}3 & 1 & -8 & 5\\ -3 & 5 & 4 & 3\\ -3 & 2 & 6 & 1\end{pmatrix}$. Ответ: 2.
7. Решите систему методом Гаусса :$\begin{cases}x + 2y + 3z = 2,\\ 2x + 5y + 8z = 4\\ 3x + 8y + 12z = 7.\end{cases}$ Ответ: $\begin{cases}x = 1,\\ y = 2,\\ z = -1.\end{cases}$
8. Найти значение многочлена $f(x)=x^2-1$ от матрицы $A=\begin{pmatrix}1 & 0\\ -1 & 2\end{pmatrix}$. Ответ: $B=\begin{pmatrix}0 & 0\\ -3 & 3\end{pmatrix}$.
9. Найдите базис пространства решений системы $\begin{cases}x + 2y + 3z = 0,\\ 2x + 5y + 8z = 0,\\ 3x + 7y + 11z = 0.\end{cases}$
10. Ответ: любой вектор $\begin{pmatrix}x\\ y\\ z\end{pmatrix} = c\begin{pmatrix}1\\ -2\\ 1\end{pmatrix}, c \neq 0.$

 Найдите $\sqrt[3]{-1+i}$. Ответ: $\sqrt[6]{2}\left(\cos\left(\frac{\pi}{4}+\frac{2\pi k}{3}\right) + i\sin\left(\frac{\pi}{4}+\frac{2\pi k}{3}\right)\right), k = 0,1,2.$

11. Найдите $\left(\frac{2+3i}{1-i}\right)^{24}$. Ответ: $2^{12} = 4096$.
12. Найдите показатель кратности корня 2 для многочлена $x^4 + x^3 - 10x^2 - 4x + 24$. Ответ: 2.
13. Разложите многочлен $x^4 + 4$ на неприводимые множители над полем R. Ответ: $(x^2 + 2x + 2)(x^2 - 2x + 2)$.
14. Разложите $\frac{3x^2-1}{x^3-x}$ на сумму простейших дробей над полем R. Ответ: $\frac{1}{x}+\frac{1}{x-1}+\frac{1}{x+1}$.

Требования к выполнению заданий (или шкалы и критерии оценивания):

Критерий оценивания	Шкала оценок

Верный ответ	1 балл
Неверный ответ	0 баллов

Описание технологии проведения:

Каждое задание требует для выполнения до 12 мин.

Оценка теста	**Критерии оценки :**
Отлично	Правильно решено не менее 80% заданий
Хорошо	Правильно решено менее 80% и не менее 60% заданий
Удовлетворительно	Правильно решено менее 60% и не менее 40% заданий
Неудовлетворительно	Правильно решено менее 40% заданий