

Минобрнауки России
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО «ВГУ»)

УТВЕРЖДАЮ

Заведующий кафедрой
Кургалин Сергей Дмитриевич
Кафедра цифровых технологий
03.05.2023



РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Б1.В.ДВ.02.02 Теория графов

1. Код и наименование направления подготовки/специальности:

09.03.02 Информационные системы и технологии

2. Профиль подготовки/специализация:

Встраиваемые вычислительные системы и интернет вещей, Информационные системы в телекоммуникациях, Информационные системы и сетевые технологии, Информационные системы и технологии в управлении предприятием, Обработка информации и машинное обучение, Программная инженерия в информационных системах, Информационные технологии в цифровом дизайне

3. Квалификация (степень) выпускника:

Бакалавриат

4. Форма обучения:

Очная

5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины:

Кафедра цифровых технологий

6. Составители программы:

Борзунов Сергей Викторович, к. ф.-м. н., доцент

7. Рекомендована: протокол НМС № 7 от 03.05.2023

8. Учебный год:

2024-2025

Семестры:

3

9. Цели и задачи учебной дисциплины:

Цель: формирование у обучающихся фундаментальных знаний в области теории графов.

Задачи:

- знакомство с математическим аппаратом теории графов;
- изучение основных задач теории графов и методов их решения;
- формирование навыков эффективного применения модели с использованием графов для решения прикладных задач.

10. Место учебной дисциплины в структуре ООП:

Учебная дисциплина относится к части блока Б1, формируемой участниками образовательных отношений, дисциплина по выбору. Для успешного освоения необходимо предварительное изучение следующих дисциплин: математический анализ, алгебра и геометрия.

11. Планируемые результаты обучения по дисциплине/модулю (знания, умения, навыки),соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями выпускников):

Код и название компетенции	Код и название индикатора компетенции	Знания, умения, навыки
ПК-1 Способен проводить исследования на всех этапах жизненного цикла программных средств	ПК-1.2 Знает методы проведения экспериментов и наблюдений, обобщения и обработки информации	Знает основные методы теории графов.
ПК-1 Способен проводить исследования на всех этапах жизненного цикла программных средств	ПК-1.4 Использует стандартное и оригинальное программное обеспечение и проводит компьютерный эксперимент, составляет его описание и формулирует выводы	Умеет использовать методы теории графов при решении практических задач.
ПК-1 Способен проводить исследования на всех этапах жизненного цикла программных средств	ПК-1.5 Обрабатывает полученные результаты исследований с использованием стандартных методов (методик)	Владеет навыками обработки результатов исследований в области теории графов.

12. Объем дисциплины в зачетных единицах/час:

2/72

Форма промежуточной аттестации:

Зачет

13. Виды учебной работы

Вид учебной работы	Семестр 3	Всего
Аудиторные занятия	50	50
Лекционные занятия	34	34
Практические занятия	16	16
Лабораторные занятия		0
Самостоятельная работа	22	22
Курсовая работа		
Промежуточная аттестация	0	0
Часы на контроль		0
Всего	72	72

13.1. Содержание дисциплины

п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины	Реализация раздела дисциплины с помощью онлайн-курса, ЭУМК

1	Введение в теорию графов	Основные определения теории графов. Типы графов. Маршруты и связность. Операции над графами.	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=2208
---	--------------------------	--	---

п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины	Реализация раздела дисциплины с помощью онлайн-курса, ЭУМК
2	Мосты и блоки	Точки сочленения, мосты и блоки графа. Вершинная и реберная связность. Характеризация двусвязных графов. Взаимное расположение двух блоков в графе.	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=2208
3	Деревья	Леса и деревья. Эквивалентные определения дерева. Корневые и остовные деревья. Алгоритмы Прима и Краскала нахождения минимального остова.	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=2208
4	Связность	Связность и реберная связность. Теорема Менгера.	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=2208
5	Обходы графов	Эйлеровы и гамильтоновы графы. Теорема Эйлера и алгоритм Флери. Достаточные условия гамильтоновости. Теоремы Дирака и Оре. Гамильтоновы циклы и задача коммивояжера.	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=2208
6	Покрытия	Независимые множества вершин и ребер графа. Вершинные и реберные покрытия, факторы и паросочетания. Числовые параметры, связанные с независимостью и покрытиями, их свойства. Наибольшие паросочетания и чередующиеся цепи. Теоремы Кенига о числе реберной независимости двудольного графа и $(0,1)$ матрицах.	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=2208
7	Планарность	Плоские и планарные графы. Формула Эйлера и ее следствия. Критерий планарности Понтрягина-Куратовского. Алгоритм укладки графа на плоскости. Понятие геометрически двойственного графа.	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=2208

8	Раскраски	Хроматическое число и хроматический индекс. Теорема о четырех красках. Доказательство теоремы о пяти красках. Теорема Визинга.	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=2208
---	-----------	--	---

13.2. Темы (разделы) дисциплины и виды занятий

№ п/п	Наименование темы (раздела)	Лекционные занятия	Практические занятия	Лабораторные занятия	Самостоятельная работа	Всего
1	Введение в теорию графов	4	2		6	12
2	Мосты и блоки	4	2		6	12
3	Деревья	4	2		8	14
4	Связность	4	2		8	14
5	Обходы графов	6	2		8	16
6	Покрытия	4	2		6	12
7	Планарность	4	2		8	14
8	Раскраски	4	2		8	14
		34	16	0	58	108

14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Освоение дисциплины складывается из аудиторной работы (учебной деятельности, выполняемой под руководством преподавателя) и внеаудиторной работы (учебной деятельности, реализуемой обучающимся самостоятельно).

Аудиторная работа состоит из выполнения практических и лабораторных заданий в объеме, предусмотренном учебным планом.

Самостоятельная работа предполагает углублённое изучение отдельных разделов дисциплины с использованием литературы, рекомендованной преподавателем, а также конспектов практических (лабораторных) занятий. В качестве плана для самостоятельной работы может быть использован раздел 13.1 настоящей рабочей программы, в котором зафиксированы разделы дисциплины и их содержание. В разделе 13.2 рабочей программы определяется количество часов, отводимое на самостоятельную работу по каждому разделу дисциплины. Больше количество часов на самостоятельную работу отводится на наиболее трудные разделы дисциплины. Для самостоятельного изучения отдельных разделов дисциплины используется перечень литературы и других ресурсов, перечисленных в пунктах 15 и 16 настоящей рабочей программы.

Успешность освоения дисциплины определяется систематичностью и глубиной аудиторной и внеаудиторной работы обучающегося.

При использовании дистанционных образовательных технологий и электронного обучения выполнять все указания преподавателей, вовремя подключаться к online занятиям, ответственно подходить к заданиям для самостоятельной работы.

15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины

№ п/п	Источник
1	Калитин, Д. В. Основы дискретной математики: теория графов [Электронный ресурс] / Д. В. Калитин, О. С. Калитина — М. : МИСиС, 2017. — 67 с. — <URL: http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785906846686.html >
2	Специальные разделы теории графов : учебное пособие / Л.А. Гладков, Н.В. Гладкова, В.В. Курейчик, В.М. Курейчик.— Ростов-на-Дону Таганрог : Издательство Южного федерального университета, 2018 . — 112 с.— <URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=561028 >
3	Шевелев, Ю. П. Дискретная математика [Электронный ресурс] : учебное пособие / Шевелев Ю. П. — 4-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2019 .— 592 с. — Допущено Министерством образования и науки Российской Федерации в качестве учебного пособия для студентов высших учебных заведений, обучающихся по направлению и специальности «Прикладная математика и информатика» .— Книга из коллекции Лань - Математика .— ISBN 978-5-8114-4284-3 .— <URL: https://e.lanbook.com/book/118616 >

б) дополнительная литература:

№ п/п	Источник
1	Алгоритмы : Построение и анализ / Т. Х. Кормен [и др.]— 3-е изд.— Москва ; Санкт-Петербург ; Киев : Вильямс, 2013.— 1328 с.
2	Борзунов, С. В. Задачи по дискретной математике : [учебное пособие для студ. вузов, обучающихся по направлению подготовки ВО 03.03.03 - Радиофизика] / С.В. Борзунов, С.Д. Кургалин .— Санкт-Петербург : БХВ-Петербург, 2016 .— 520 с.
3	Лекции по теории графов / В. А. Емеличев [и др.]— 2-е изд.— Москва : Книжный дом «Либроком», 2009.— 392 с.
4	Новиков, Ф. А. Дискретная математика : учеб. для вузов : стандарт третьего поколения / Ф. А. Новиков.— 3-е изд.— Санкт-Петербург: Питер, 2011.— 384 с.
5	Оре, О. Теория графов / О. Оре.— 2-е изд.— Москва : Едиториал УРСС, 2009.— 352 с.
6	Уилсон, Р. Введение в теорию графов / Р. Уилсон.— Москва : Мир, 1977.— 208 с.— (Современная математика. Вводные курсы).
7	Харари, Ф. Теория графов / Ф. Харари.— 4-е изд.— Москва : Едиториал УРСС, 2009.— 296 с.
8	Diestel, R. Graph Theory / R. Diestel.— Fourth ed.— Heidelberg : Springer-Verlag, 2010.— 451 p.— (Graduate Texts in Mathematics; vol. 173).

в) информационные электронно-образовательные ресурсы:

№ п/п	Источник
1	Электронная библиотека ВГУ https://lib.vsu.ru
2	Электронный университет ВГУ https://edu.vsu.ru
3	ЭБС «Лань» https://e.lanbook.com/
4	«Университетская библиотека online» https://biblioclub.ru/
5	«Консультант студента» http://www.studmedlib.ru/
6	«РУКОНТ» (ИТС Контекстум) https://lib.rucont.ru/

16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы

№ п/п	Источник
1	Борзунов, С. В. Задачи по дискретной математике : [учебное пособие для студ. вузов, обучающихся по направлению подготовки ВО 03.03.03 - Радиофизика] / С.В. Борзунов, С.Д. Кургалин .— Санкт-Петербург : БХВ-Петербург, 2016 .— 520 с.
2	Калитин, Д. В. Основы дискретной математики: теория графов [Электронный ресурс] / Д. В. Калитин, О. С. Калитина — М. : МИСиС, 2017. — 67 с. —<URL: http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785906846686.html >
3	Харари, Ф. Теория графов / Ф. Харари.— 4-е изд.— Москва : Едиториал УРСС, 2009.— 296 с.

17. Информационные технологии, используемые для реализации учебной дисциплины, включая программное обеспечение и информационно-справочные системы (при необходимости):

При реализации дисциплины могут использоваться технологии электронного обучения и дистанционные образовательные технологии на базе портала edu.vsu.ru, а также другие доступные ресурсы сети Интернет.

18. Материально-техническое обеспечение дисциплины:

Лекционная аудитория, оснащенная мультимедийным проектором; специализированная мебель: доска меловая или маркерная 1 шт., столы, стулья в необходимом количестве. ОС Windows v.7, 8, 10, набор утилит (архиваторы, файл-менеджеры), LibreOffice v.5-7, Foxit PDF Reader

19. Оценочные средства для проведения текущей и промежуточной аттестаций

Порядок оценки освоения обучающимися учебного материала определяется содержанием следующих разделов дисциплины:

№ п/п	Разделы дисциплины (модули)	Код компетенции	Код индикатора	Оценочные средства для текущей аттестации
1	Разделы 1-8	ПК-1	ПК-1.2; ПК-1.4; ПК-1.5	Контрольная работа
2	Разделы 3-8	ПК-1	ПК-1.2; ПК-1.4; ПК-1.5	Контрольная работа
№ п/п	Разделы дисциплины (модули)	Код компетенции	Код индикатора	Оценочные средства для текущей аттестации

3	Разделы 3-8	ПК-1	ПК-1.2; ПК-1.4; ПК-1.5	Контрольная работа
---	-------------	------	---------------------------	--------------------

Промежуточная аттестация

Форма контроля - Зачет

Оценочные средства для промежуточной аттестации

Комплект КИМ

20 Типовые оценочные средства и методические материалы, определяющие процедуры оценивания

20.1 Текущий контроль успеваемости

Текущий контроль успеваемости по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств: контрольная работа.

Примеры заданий для контрольных работ:

Контрольная работа № 1

Вариант 1

Задание 1 (10 баллов). Выпишите матрицу смежности и список смежности графа $G(V,E)$ на множестве вершин $V = \{a,b,c,d,e\}$ со множеством рёбер $E = \{ac,bd,be,de\}$.

Задание 2 (20 баллов). Является ли полный граф K_n для $n > 1$ эйлеровым? гамильтоновым?

Задание 3 (20 баллов). Чему равны хроматическое число и хроматический индекс полного графа K_{10} ?

Описание технологии проведения: обучающемуся случайным образом дается вариант контрольной работы. На письменное выполнение заданий предоставляется 2 академических часа.

Требования к выполнению заданий (или шкалы и критерии оценивания): за полное правильное выполнение каждого задания выставляется максимальный балл, приведенный выше. Оценка снижается, если в процессе выполнения задания были допущены ошибки и неточности. Оценка 0 баллов ставится либо за полностью невыполненное задание, либо при наличии грубых ошибок.

20.2 Промежуточная аттестация

Промежуточная аттестация по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств: комплект КИМ.

Перечень вопросов к зачету:

1. Основные определения теории графов.
2. Типы графов.
3. Маршруты и связность.
4. Операции над графами.
5. Точки сочленения, мосты и блоки графа.
6. Вершинная и реберная k -связность.
7. Характеризация двусвязных графов.
8. Взаимное расположение двух блоков в графе.
9. Леса и деревья.
10. Эквивалентные определения дерева.

11. Корневые и остовные деревья.
12. Алгоритмы Прима и Краскала нахождения минимального остова.
13. Связность и реберная связность.
14. Теорема Менгера.
15. Эйлеровы и гамильтоновы графы.
16. Теорема Эйлера и алгоритм Флери.
17. Достаточные условия гамильтоновости.
18. Теоремы Дирака и Оре.
19. Гамильтоновы циклы и задача коммивояжера.
20. Независимые множества вершин и ребер графа.
21. Вершинные и реберные покрытия, факторы и паросочетания.
22. Числовые параметры, связанные с независимостью и покрытиями, их свойства.
23. Наибольшие паросочетания и чередующиеся цепи.
24. Теоремы Кенига о числе реберной независимости двудольного графа и $(0,1)$ -матрицах.
25. Плоские и планарные графы.
26. Формула Эйлера и ее следствия.
27. Критерий планарности Понтрягина-Куратовского.
28. Алгоритм укладки графа на плоскости.
29. Понятие геометрически двойственного графа.
30. Хроматическое число и хроматический индекс.
31. Теорема о четырех красках.
32. Доказательство теоремы о пяти красках.
33. Теорема Визинга.

Примеры типовых контрольно-измерительных материалов:

Контрольно-измерительный материал № 1

1. Маршруты и связность.
2. Критерий планарности Понтрягина-Куратовского.

Контрольно-измерительный материал № 2

1. Типы графов.
2. Числовые параметры, связанные с независимостью и покрытиями, их свойства.

Описание технологии проведения. Обучающемуся случайным образом дается КИМ, содержащий 2 вопроса из перечня выше. На выполнение заданий предоставляется 2 академических часа.

Требования к выполнению заданий (или шкалы и критерии оценивания). Для оценивания результатов обучения на зачете используются следующие показатели:

- 1) знание основных понятий теории графов и ее методов, которые используются для построения моделей и конструирования алгоритмов решения практических задач;
- 2) знание постановки классических задач;
- 3) знание методов формулировки и доказательства математических утверждений;

- 4) умение применять методы теории графов для решения задач профессиональной деятельности;
- 5) умение применять аппарат теории графов для доказательства утверждений и теорем;
- 6) владение навыками квалифицированного выбора и адаптации существующих методов для решения практических задач;
- 7) владение навыками использования методов решения классических задач теории графов для решения различных естественнонаучных задач.

Критерии оценок:

Оценка	Критерии
Зачтено	Оценка за каждую текущую аттестацию не ниже 25 баллов, удовлетворительное владение теоретическим материалом при ответе на контрольно-измерительный материал.
Незачтено	Оценка хотя бы за одну текущую аттестацию ниже 25 баллов или неудовлетворительное владение теоретическим материалом при ответе на контрольно-измерительный материал.

Вопросы с выбором

1. Пусть задано множество $A = \{a, b, c, d, e\}$. Какие из перечисленных ниже множеств образуют разбиение A ?

- а) $\{\{a\}, \{b\}, \{c\}, \{d, e\}\}$;
- б) $\{\{a, b, c, d\}, \{c, e\}\}$;
- в) $\{\emptyset, \{a, b\}, \{c\}, \{a, b, c, d, e\}\}$;
- г) $\{\{a, c\}, \{b, c\}, \{d, c\}\}$.

2. Пусть $A = \{a, b, c, d\}$ и $B = \{1, 2, 3, 4\}$. Какие из нижеперечисленных отношений между множествами A и B являются функциями, определенными на A со значениями в B ?

- а) $\{(a, 4), (b, 2), (b, 4), (c, 3), (d, 1)\}$;
- б) $\{(a, 2), (b, 1), (c, 3), (d, 4)\}$;
- в) $\{(a, 3), (b, 1), (d, 2)\}$;
- г) $\{(a, 1), (b, 3), (c, 4), (d, 1)\}$.

3. Каким классам принадлежит булева функция $f(x, y) = x \wedge y$?

- а) T_1 ;
- б) S ;
- в) L ;
- г) M .

4. Какими свойствами обладает полный граф K_{10} ?

- а) эйлеров, гамильтонов;
- б) эйлеров, не гамильтонов;
- в) не эйлеров, гамильтонов;
- г) не эйлеров, не гамильтонов.

5. Найдите асимптотическую оценку скорости роста решения рекуррентного соотношения $T(n) = 2T(n/2) + n^{1/2}$:
- а) $\Theta(n^{1/2})$;
 - б) $\Theta(n)$;
 - в) $\Theta(n \log_2 n)$;
 - г) $\Theta(n^2)$.

Вопросы с коротким ответом

6. Мощность булеана множества A равна 512. Какова мощность множества A^3 ?
7. Известно, что дерево T имеет одну вершину степени 3, шесть вершин степени 2 и семь – степени 1. Остальные вершины дерева имеют степень 4. Сколько вершин степени 4 есть у дерева T ?

Вопросы с развернутым ответом

8. Сформулируйте метод математической индукции и с его помощью докажите, что для всех натуральных n справедливо утверждение:
 $13^{n+1} + (-1)^n 12^{n+1}$ кратно 25.

Критерии оценивания	Шкала оценок
Обучающийся приводит верную и полную формулировку метода математической индукции, дает развернутое и безошибочное доказательство предложенного утверждения с помощью метода математической индукции. Исследована база индукции и шаг индукции применительно к доказываемому утверждению.	3 балла
Обучающийся приводит верную и достаточно полную формулировку метода математической индукции, дает развернутое доказательство предложенного утверждения с помощью метода математической индукции. В описании и доказательстве допускаются отдельные незначительные неточности.	2 балла
Обучающийся приводит верную и достаточно полную формулировку метода математической индукции. Доказательство предложенного утверждения с помощью метода математической индукции содержит	1 балл

отдельные неточности в проверке базы индукции или индуктивного перехода.	
Формулировка метода математической индукции неполна или отсутствует. Представлено неполное или содержащее грубые ошибки доказательство, либо доказательство отсутствует.	0 баллов