


МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
(ФГБОУ ВО «ВГУ»)

**УТВЕРЖДАЮ**

Заведующий кафедрой  
цифровых технологий

 / Кургалин С.Д.

22.04.2024 г.

## **РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

**Б1.О.19 Дискретная математика**

- 1. Код и наименование направления подготовки:**  
02.03.01 Математика и компьютерные науки
- 2. Профиль подготовки:**  
математическое и программное обеспечение информационных систем и технологий
- 3. Квалификация выпускника:**  
бакалавр
- 4. Форма обучения:** очная
- 5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины:**  
кафедра цифровых технологий
- 6. Составители программы:**  
Лобода Александр Васильевич, д.ф.-м.н., профессор кафедры цифровых технологий
- 7. Рекомендована:**  
НМС ФКН (протокол № 5 от 05.03.2024)
- 8. Учебный год:** 2024-2025                      **Семестр:** 1

## 9. Цели и задачи учебной дисциплины

Целью освоения учебной дисциплины является закрепление у студентов навыков строгих рассуждений, изучение принципов формализации логических рассуждений в связи с общематематическими проблемами и с понятием искусственного интеллекта.

Задачи учебной дисциплины:

– развитие логических и алгоритмических навыков в приложении к различным проблемам обработки и передачи информации.

## 10. Место учебной дисциплины в структуре ООП:

Дисциплина относится к обязательной части учебного плана.

Для успешного освоения дисциплины требуются знания в объеме школьной программы по математике, а также материал и логические конструкции, излагаемые в курсах математического анализа и алгебры

## 11. Планируемые результаты обучения по дисциплине/модулю (знания, умения, навыки), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями) и индикаторами их достижения:

| Код   | Название компетенции   | Код(ы)  | Индикатор(ы)  | Планируемые результаты обучения   |
|-------|--|---------|---|---|
| ОПК-1 | Способен консультировать и использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в профессиональной деятельности. | ОПК-1.1 | Обладает базовыми знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук.             | Знать: основные понятия теории булевских функций, теории рекуррентных соотношений, теории графов, теории кодирования;   |
|       |  | ОПК-1.2 | Умеет использовать их в профессиональной деятельности.  | Уметь использовать понятия, модели и конструкции, связанные с булевыми функциями и их реализацией; описывать дискретные модели при помощи графов и деревьев; проверять необходимые и достаточные условия однозначности схем кодирования, строить оптимальные схемы кодирования; |
|       |  | ОПК-1.3 | Имеет навыки выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний. | Владеть: методом математической индукции, различными способами представления булевских функций, основными конструктивными идеями теории графов и теории кодирования.  |

## 12. Объем дисциплины в зачетных единицах/час — 5/180.

Форма промежуточной аттестации: экзамен

### 13. Трудоемкость по видам учебной работы

| Вид учебной работы                                 | Трудоемкость |              |
|--|--------------|--------------|
|  | Всего        | По семестрам |
|  |              | 1 семестр    |
| Аудиторные занятия                                 | 68           | 68           |
| в том числе:                                       |              |              |
| лекции   | 34           | 34           |
| практические                                       | 34           | 34           |
| лабораторные                                       |              |              |
| Самостоятельная работа                             | 76           | 76           |
| в том числе: курсовая работа (проект)              |              |              |
| Форма промежуточной аттестации (экзамен – 36 час.) | 36           | 36           |
| Итого:   | 180          | 180          |

#### 13.1. Содержание дисциплины

| № п/п                          | Наименование раздела дисциплины  | Содержание раздела дисциплины  | Реализация раздела дисциплины с помощью онлайн-курса, ЭУМК*   |
|--------------------------------|----------------------------------|--|---|
| <b>1. Лекции</b>               |                                  |  |   |
| 1.1                            | Введение в дискретную математику | Комбинаторика. Метод математической индукции. Рекуррентные формулы. Числа Фибоначчи. Множества и их свойства: объединение, пересечение, произведение множеств. Отношения и их свойства. Частичный порядок. Теорема Дилуорса. Элементы математической логики. | <a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=11983">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=11983</a> |
| 1.2                            | Булевские функции                | Выражение одних булевских функций через другие. Полиномы по модулю 2. ДНФ и КНФ. Полнота и замкнутость системы функций. Основные замкнутые классы функций. Теорема Поста о функциональной полноте.   | <a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=11983">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=11983</a> |
| 1.3                            | Схемы функциональных элементов   | Постановка задачи о минимизации ДНФ. Простейшие приемы минимизации. Оценка сложности реализации функции схемой функциональных элементов. Функции Шеннона.  | <a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=11983">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=11983</a> |
| 1.4                            | Графы                            | Графы. Деревья. Сети. Изоморфизм и планарность графов. Оценки числа деревьев. Двухполюсные сети.   | <a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=11983">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=11983</a> |
| 1.5                            | Кодирование                      | Кодирование и декодирование. Схемы алфавитного кодирования и их свойства. Однозначное кодирование: необходимые и достаточные условия. Оптимальное кодирование. Метрика на n-мерном кубе.   | <a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=11983">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=11983</a> |
| <b>2. Практические занятия</b> |                                  |  |   |
| 2.1                            | Введение в дискретную математику | Комбинаторика. Метод математической индукции. Рекуррентные формулы. Числа Фибоначчи. Множества и их свойства: объединение, пересечение, произведение множеств. Отношения и их свойства. Частичный порядок. Теорема Дилуорса. Элементы математической логики. | <a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=11983">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=11983</a> |

|     |                                |  |   |
|-----|--------------------------------|--|---|
| 2.2 | Булевские функции              | Выражение одних булевских функций через другие. Полиномы по модулю 2. ДНФ и КНФ. Полнота и замкнутость системы функций. Основные замкнутые классы функций. Теорема Поста о функциональной полноте. | <a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=11983">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=11983</a> |
| 2.3 | Схемы функциональных элементов | Постановка задачи о минимизации ДНФ. Простейшие приемы минимизации. Оценка сложности реализации функции схемой функциональных элементов. Функции Шеннона.  | <a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=11983">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=11983</a> |
| 2.4 | Графы                          | Графы. Деревья. Сети. Изоморфизм и планарность графов. Оценки числа деревьев. Двухполюсные сети.   | <a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=11983">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=11983</a> |
| 2.5 | Кодирование                    | Кодирование и декодирование. Схемы алфавитного кодирования и их свойства. Однозначное кодирование: необходимые и достаточные условия. Оптимальное кодирование. Метрика на n-мерном кубе.           | <a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=11983">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=11983</a> |

### 13.2. Темы (разделы) дисциплины и виды занятий

| № п/п | Наименование темы (раздела) дисциплины | Виды занятий (количество часов) |              |                        |       |
|-------|--|---------------------------------|--------------|------------------------|-------|
|       |  | Лекции                          | Практические | Самостоятельная работа | Всего |
| 1     | Введение в дискретную математику       | 8                               | 8            | 12                     | 28    |
| 2     | Булевские функции                      | 10                              | 10           | 18                     | 38    |
| 3     | Схемы функциональных элементов         | 4                               | 4            | 10                     | 18    |
| 4     | Графы                                  | 6                               | 6            | 14                     | 26    |
| 5     | Кодирование                            | 6                               | 6            | 14                     | 26    |
|       | Итого:                                 | 34                              | 34           | 76                     | 144   |

### 14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Освоение дисциплины складывается из аудиторной работы (учебной деятельности, выполняемой под руководством преподавателя) и внеаудиторной работы (учебной деятельности, реализуемой обучающимся самостоятельно).

Аудиторная работа состоит из работы на лекциях и выполнения практических заданий в объеме, предусмотренном учебным планом. Лекция представляет собой последовательное и систематическое изложение учебного материала, направленное на знакомство обучающихся с основными понятиями и теоретическими положениями изучаемой дисциплины.

Лекционные занятия формируют базу для практических занятий, на которых полученные теоретические знания применяются для решения конкретных практических задач. Обучающимся для успешного освоения дисциплины рекомендуется вести конспект лекций и практических занятий.

Самостоятельная работа предполагает углублённое изучение отдельных разделов дисциплины с использованием литературы, рекомендованной препода-

вателем, а также конспектов лекций, конспектов практических занятий. В качестве плана для самостоятельной работы может быть использован раздел 13.1 настоящей рабочей программы, в котором зафиксированы разделы дисциплины и их содержание. В разделе 13.2 рабочей программы определяется количество часов, отводимое на самостоятельную работу по каждому разделу дисциплины. Большее количество часов на самостоятельную работу отводится на наиболее трудные разделы дисциплины. Для самостоятельного изучения отдельных разделов дисциплины используется перечень литературы и других ресурсов, перечисленных в пунктах 15 и 16 настоящей рабочей программы. Обязательным элементом самостоятельной работы является выполнение домашнего задания.

Успешность освоения дисциплины определяется систематичностью и глубиной аудиторной и внеаудиторной работы обучающегося.

При использовании дистанционных образовательных технологий и электронного обучения требуется выполнять все указания преподавателей, вовремя подключаться к онлайн-занятиям, ответственно подходить к заданиям для самостоятельной работы.

В рамках дисциплины предусмотрено проведение трёх текущих аттестаций за семестр. Результаты текущей успеваемости учитываются при выставлении оценки по промежуточной аттестации в соответствии с положением П ВГУ 2.1.04.16–2019 «Положение о текущей и промежуточной аттестации знаний, умений и навыков обучающихся на факультете компьютерных наук Воронежского государственного университета с использованием балльно-рейтинговой системы».

Обучение лиц с ограниченными возможностями здоровья осуществляется с учетом их индивидуальных психофизических особенностей и в соответствии с индивидуальной программой реабилитации. Для лиц с нарушением слуха при необходимости допускается присутствие на лекциях и практических занятиях ассистента, а также сурдопереводчиков и тифлосурдопереводчиков. Промежуточная аттестация для лиц с нарушениями слуха проводится в письменной форме, при этом используются общие критерии оценивания. При необходимости время подготовки на зачете может быть увеличено. Для лиц с нарушением зрения допускается аудиальное предоставление информации (например, с использованием программ-синтезаторов речи), а также использование на лекциях звукозаписывающих устройств (диктофонов и т.д.). На лекциях и практических занятиях при необходимости допускается присутствие ассистента. При проведении промежуточной аттестации для лиц с нарушением зрения тестирование может быть заменено на устное собеседование по вопросам. При необходимости время подготовки на экзамене может быть увеличено. Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата при необходимости допускается присутствие ассистента на лекциях и практических занятиях. Промежуточная аттестация для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата проводится на общих основаниях, при необходимости процедура экзамена может быть реализована дистанционно.

## **15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины**

а) основная литература:

| № п/п | Источник  |
|-------|---|
| 1     | Кузнецов, О. П. Дискретная математика для инженера : учебное пособие / О. П. Кузнецов. — 6-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 400 с. — ISBN 978-5-8114-0570-1. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: |

|   |   |
|---|---|
|   | <a href="https://e.lanbook.com/book/210278">https://e.lanbook.com/book/210278</a>   |
| 2 | Ерусалимский, Я. М. Дискретная математика. Теория и практикум / Я. М. Ерусалимский. — 2-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2023. — 476 с. — ISBN 978-5-507-46767-9. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <a href="https://e.lanbook.com/book/319427">https://e.lanbook.com/book/319427</a>                                      |
| 3 | Иванов, Б. Н. Дискретная математика. Алгоритмы и программы. Расширенный курс : учебное пособие для вузов / Б. Н. Иванов. — 2-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2024. — 668 с. — ISBN 978-5-507-49205-3. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <a href="https://e.lanbook.com/book/382373">https://e.lanbook.com/book/382373</a> |
| 4 | Шевелев, Ю. П. Дискретная математика : учебное пособие для вузов / Ю. П. Шевелев. — 5-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2024. — 592 с. — ISBN 978-5-507-49681-5. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <a href="https://e.lanbook.com/book/399194">https://e.lanbook.com/book/399194</a>  |
| 5 | Гашков, С. Б. Дискретная математика / С. Б. Гашков. — 2-е изд., испр. — Санкт-Петербург : Лань, 2023. — 456 с. — ISBN 978-5-507-45940-7. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <a href="https://e.lanbook.com/book/292028">https://e.lanbook.com/book/292028</a>  |
| 6 | Рыбин, С. В. Дискретная математика и информатика : учебник для вузов / С. В. Рыбин. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 748 с. — ISBN 978-5-8114-8566-6. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <a href="https://e.lanbook.com/book/193326">https://e.lanbook.com/book/193326</a>  |

б) дополнительная литература:

| № п/п | Источник   |
|-------|--|
| 1     | Кожухов, С. Ф. Сборник задач по дискретной математике : учебное пособие / С. Ф. Кожухов, П. И. Совертков. — 2-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 324 с. — ISBN 978-5-8114-2588-4. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <a href="https://e.lanbook.com/book/212675">https://e.lanbook.com/book/212675</a> |
| 2     | Белова, О. О. Дискретная математика. Практикум / О. О. Белова. — Санкт-Петербург : Лань, 2024. — 384 с. — ISBN 978-5-507-48259-7. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <a href="https://e.lanbook.com/book/367442">https://e.lanbook.com/book/367442</a>  |

в) информационные электронно-образовательные ресурсы (официальные ресурсы интернет):

| № п/п | Ресурс   |
|-------|--|
| 1     | ЗНБ ВГУ: <a href="https://lib.vsu.ru/">https://lib.vsu.ru/</a>   |
| 2     | Электронно-библиотечная система "Университетская библиотека online": <a href="http://biblioclub.ru/">http://biblioclub.ru/</a> |
| 3     | Электронно-библиотечная система "Лань": <a href="https://e.lanbook.com/">https://e.lanbook.com/</a>                            |
| 4     | Электронно-библиотечная система "Консультант студента": <a href="http://www.studmedlib.ru">http://www.studmedlib.ru</a>        |
| 5     | Электронный университет ВГУ: <a href="https://edu.vsu.ru/">https://edu.vsu.ru/</a>   |

## 16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы

| № п/п | Источник   |
|-------|--|
| 1     | Кузнецов, О. П. Дискретная математика для инженера : учебное пособие / О. П. Кузнецов. — 6-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 400 с. — ISBN 978-5-8114-0570-1. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <a href="https://e.lanbook.com/book/210278">https://e.lanbook.com/book/210278</a>                    |
| 2     | Кожухов, С. Ф. Сборник задач по дискретной математике : учебное пособие / С. Ф. Кожухов, П. И. Совертков. — 2-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 324 с. — ISBN 978-5-8114-2588-4. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <a href="https://e.lanbook.com/book/212675">https://e.lanbook.com/book/212675</a> |

## 17. Образовательные технологии, используемые при реализации учебной дисциплины, включая дистанционные образовательные технологии (ДОТ, электронное обучение (ЭО), смешанное обучение)

При реализации дисциплины могут использоваться технологии электронного обучения и дистанционные образовательные технологии на базе портала edu.vsu.ru, а также другие доступные ресурсы сети Интернет.

## 18. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Аудитория для лекционных занятий: мультимедиа-проектор, экран для проектора, компьютер с выходом в сеть «Интернет». Специализированная мебель (столы ученические, стулья, доска). Программное обеспечение: LibreOffice v.5-7, программа для просмотра файлов формата pdf, браузер.

Аудитория для практических занятий: специализированная мебель (столы ученические, стулья, доска).

---

## 19. Оценочные средства для проведения текущей и промежуточной аттестаций

Порядок оценки освоения обучающимися учебного материала определяется содержанием следующих разделов дисциплины:

| № п/п  | Наименование раздела дисциплины (модуля) | Компетенция(и) | Индикатор(ы) достижения компетенции | Оценочные средства                     |
|--|--|----------------|-------------------------------------|--|
| 1  | Раздел 1                                 | ОПК-1          | ОПК-1.1<br>ОПК-1.2<br>ОПК-1.3       | Контрольная работа № 1<br>Устный опрос |
| 2  | Раздел 2                                 | ОПК-1          | ОПК-1.1<br>ОПК-1.2<br>ОПК-1.3       | Контрольная работа № 2<br>Устный опрос |
| 3  | Раздел 3                                 | ОПК-1          | ОПК-1.1<br>ОПК-1.2<br>ОПК-1.3       | Контрольная работа № 3<br>Устный опрос |
| 4  | Раздел 4                                 | ОПК-1          | ОПК-1.1<br>ОПК-1.2<br>ОПК-1.3       | Контрольная работа № 3<br>Устный опрос |
| 5  | Раздел 5                                 | ОПК-1          | ОПК-1.1<br>ОПК-1.2<br>ОПК-1.3       | Контрольная работа № 4<br>Устный опрос |
| Промежуточная аттестация<br>форма контроля – экзамен |  |                |                                     | Список вопросов к экзамену             |

## 20. Типовые оценочные средства и методические материалы, определяющие процедуры оценивания

### 20.1. Текущий контроль успеваемости

Контроль успеваемости по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств: контрольная работа

#### Контрольная работа № 1 Введение в дискретную математику

**Задание 1 (17 баллов).** Верно ли, что элемент  $X_{14}$  последовательности  $X_{n+2} = 3X_{n+1} - 2X_n$ ,  $X_1 = 2$ ,  $X_2 = 3$ ,

равен 8193?

**Задание 2 (18 баллов).** Доказать, что  $(2n)! < 2^{2n}(n!)^2$ .

**Задание 3 (15 баллов).** Задана булевская функция  $f = (10011110)$ . Выяснить, какие из ее переменных являются существенными, а какие фиктивными.

#### Контрольная работа № 2 Булевские функции

**Задание 1 (17 баллов).** Каким из двух классов  $L$  и  $M$  принадлежит функция

$$f = (10110010) ?$$

**Задание 2 (19 баллов).** Вычислить  $|(L \setminus T_1)(n)|$ .

**Задание 3 (14 баллов).** Каким из 5 основных замкнутых классов принадлежит функция

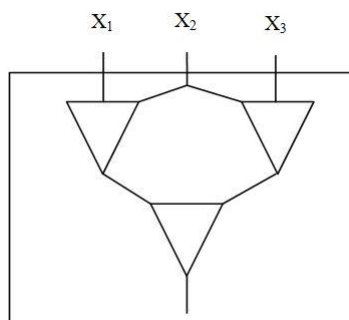
$$f = x \& \bar{y} \& (x + y) ?$$

#### Контрольная работа № 3 Графы и схемы функциональных элементов

**Задание 1 (17 баллов).** Описать все неизоморфные графы (без петель и кратных ребер) с четырьмя вершинами.

**Задание 2 (16 баллов).** Задать булевскую функцию  $f = (10101110)$  в виде СФЭ в базе  $B = \{x \& y, x + y, \bar{x}\}$  с ограничением на сложность  $L(f) < 11$ .

**Задание 3 (17 баллов).** Построить таблицу истинности для булевской функции  $f$ , заданной в виде СФЭ





**Контрольная работа № 4**  
**Кодирование**

**Задание 1 (13 баллов).** Является ли однозначной алфавитная схема  $\Sigma_{7,3}$  со следующим набором кодовых слов:

$$C = \{ ab, bc, abc, bbb, abac, babbc, abbbc \} ?$$

**Задание 2 (18 баллов).** Построить оптимальную схему кодирования  $\Sigma_{8,3}$  для следующего набора частот:

$$1 : 2 : 3 : 3 : 3 : 4 : 10 : 14,$$

соответствующих буквам алфавита сообщений.

**Задание 3 (19 баллов).** Проверить, существует ли набор частот, связанный с алфавитом сообщений, при котором схема кодирования со следующим набором длин кодовых слов  $L = \{ 1, 1, 2, 3, 3, 3 \}$  была бы оптимальной?

Критерии оценивания контрольных работ

- 0-24 балла — «неудовлетворительно»
- 25-34 балла — «удовлетворительно»
- 35-44 балла — «хорошо»
- 45-50 баллов — «отлично»

**Приведённые ниже задания рекомендуется использовать при проведении диагностических работ для оценки остаточных знаний по дисциплине**

Задания с выбором ответа

| № | Задание   | Варианты ответа                 | Верный ответ |
|---|---|---------------------------------|--------------|
| 1 | Сколько существует деревьев с 5 вершинами?                | а) 3<br>б) 4<br>в) 5<br>г) 6    | а            |
| 2 | Сколько существует деревьев с 6 вершинами?                | а) 5<br>б) 6<br>в) 8<br>г) 12   | б            |
| 3 | Сколько существует связных графов с 4 вершинами?          | а) 4<br>б) 5<br>в) 6<br>г) 8    | в            |
| 4 | Сколько существует монотонных БФ от 2-х переменных?       | а) 3<br>б) 4<br>в) 5<br>г) 6    | г            |
| 5 | Сколько существует линейных БФ от 3-х переменных?         | а) 8<br>б) 12<br>в) 16<br>г) 32 | в            |
| 6 | Сколько существует самодвойственных БФ от 3-х переменных? | а) 8<br>б) 16<br>в) 32          | б            |

|    |  |                              |   |
|----|--|------------------------------|---|
|    |  | г) 48                        |   |
| 7  | Какова максимальная сложность реализации схемами функциональных элементов в стандартном базисе {конъюнкция, дизъюнкция, отрицание} БФ от 2-х переменных?                         | а) 2<br>б) 3<br>в) 4<br>г) 5 | в |
| 8  | Алфавиты А и В имеют 13 букв и 3 буквы соответственно. Реализуется однозначная схема алфавитного кодирования кодовыми словами одинаковой длины L. Каково минимально возможное L? | а) 2<br>б) 3<br>в) 4<br>г) 5 | б |
| 9  | Алфавиты А и В имеют 26 букв и 4 буквы соответственно. Реализуется однозначная схема алфавитного кодирования кодовыми словами одинаковой длины L. Каково минимально возможное L? | а) 2<br>б) 3<br>в) 4<br>г) 6 | б |
| 10 | Чему равно число ребер в дереве с 8 вершинами?   | а) 6<br>б) 7<br>в) 8<br>г) 9 | б |

### Задания с кратким ответом

| № | Задание  | Верный ответ |
|---|--|--------------|
| 1 | Вычислить количество булевских функций от трех переменных в пересечении $(L \cap T_0)$ .   | 8            |
| 2 | Вычислить количество ребер в полном графе с 7 вершинами.   | 21           |
| 3 | Каким может быть максимальное количество вершин степени $d(v) = 1$ в дереве, содержащем 6 вершин?  | 5            |
| 4 | Последовательность $\{x_n\}$ задана формулами:<br>$x_{n+2} = 2x_n, x_1 = 1, x_2 = 0$ .<br>Чему равен $x_{21}$ ?                              | 1024         |
| 5 | Вычислить минимальную избыточность схемы двоичного кодирования при следующем наборе вероятностей (частот):<br>$P = \{0.4; 0.2; 0.2; 0.2\}$ . | 1.4          |

### Задания с развёрнутым ответом

**Задание 1.** Сколько существует булевских функций в пересечении  $(L \cap S)(n)$ ?

**Решение.** Так как любая линейная функция от  $n$  переменных имеет вид

$$f(x_1, \dots, x_n) = a_0 + a_1x_1 + \dots + a_nx_n,$$

необходимо понять: какие функции такого вида удовлетворяют условию самодвойственности

$$f(\bar{x}_1, \dots, \bar{x}_n) = \overline{f(x_1, \dots, x_n)}.$$

С учетом равенства  $\bar{x}_k = x_k + 1$  (по модулю 2), левую часть условия самодвойственности можно переписать в виде

$$\begin{aligned} f(x_1 + 1, \dots, x_n + 1) &= a_0 + a_1(x_1 + 1) + \dots + a_n(x_n + 1) = \\ &= (a_0 + a_1x_1 + \dots + a_nx_n) + (a_1 + a_2 + \dots + a_n) = f(x_1, \dots, x_n) + (a_1 + a_2 + \dots + a_n). \end{aligned}$$

Правая часть этого же условия имеет вид  $f(x_1, \dots, x_n) + 1$ , следовательно,  $f \in L \cap S$  тогда и только тогда, когда  $a_1 + a_2 + \dots + a_n = 1$ . Из этого равенства коэффициент  $a_n$

можно выразить через  $a_1, \dots, a_{n-1}$  (по формуле  $a_n = a_1 + a_2 + \dots + a_{n-1}$ ), и тогда любая  $f \in L \cap S$  однозначно определяется набором коэффициентов  $(a_0, a_1, \dots, a_{n-1})$  из своего представления. В этом наборе ровно  $n$  булевских констант, следовательно, искомого количество равно  $2^n$ .

| Критерии оценивания  | Баллы |
|--|-------|
| Имеется верная последовательность всех этапов решения, обоснованно получен верный ответ.   | 3     |
| Получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, при этом имеется верная последовательность всех этапов решения.  | 2     |
| Получен верный ответ, однако имеются пропуски одного или двух этапов решения<br>ИЛИ<br>Решение не завершено, однако верно выполнен хотя бы один из этапов решения. | 1     |
| Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.   | 0     |

**Задание 2.** Вычислить 100-й элемент рекуррентной последовательности

$$x_{n+2} = 2x_{n+1} + 3x_n, \quad x_1 = 0, \quad x_2 = 1.$$

**Решение.** Характеристическое уравнение  $q^2 - 2q - 3 = 0$ , отвечающее исходному рекуррентному соотношению, имеет корнями числа 3 и  $-1$ . Тогда общее решение исходного соотношения описывается формулой

$$x_n = A \cdot 3^n + B \cdot (-1)^n.$$

Коэффициенты  $A, B$  из этой формулы находятся как решения системы

$$x_1 = 3A + (-1)B = 1, \quad x_2 = 3^2A + (-1)^2B = 2.$$

В итоге

$$A = \frac{1}{4}, \quad B = -\frac{1}{4},$$

$$x_{100} = \frac{1}{4}(3^{100} - 1).$$

| Критерии оценивания  | Баллы |
|--|-------|
| Имеется верная последовательность всех этапов решения, обоснованно получен верный ответ.   | 3     |
| Получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, при этом имеется верная последовательность всех этапов решения.  | 2     |
| Получен верный ответ, однако имеются пропуски одного или двух этапов решения<br>ИЛИ<br>Решение не завершено, однако верно выполнен хотя бы один из этапов решения. | 1     |
| Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.   | 0     |

**Задание 3.** Задать формулой отличную от константы булевскую функцию трех переменных, равную единице на двух булевских векторах  $(1, 0, 1)$  и  $(1, 1, 0)$ .

**Решение.** Дополним полученную информацию об искомой функции, полагая ее равной нулю на остальных булевских векторах. Далее воспользуемся понятием совершенной дизъюнктивной нормальной формы (СДНФ). По схеме построения такой формы искомая функция  $f(x_1, x_2, x_3)$  равна дизъюнкции  $K_1 \vee K_2$ , где

$$K_1 = x_1 \& \bar{x}_2 \& x_3, \quad K_2 = x_1 \& x_2 \& \bar{x}_3.$$

Тогда

$$f(x_1, x_2, x_3) = (x_1 \& \bar{x}_2 \& x_3) \vee (x_1 \& x_2 \& \bar{x}_3).$$

| Критерии оценивания  | Баллы |
|--|-------|
| Имеется верная последовательность всех этапов решения, обоснованно получен верный ответ.   | 3     |
| Получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, при этом имеется верная последовательность всех этапов решения.  | 2     |
| Получен верный ответ, однако имеются пропуски одного или двух этапов решения<br>ИЛИ<br>Решение не завершено, однако верно выполнен хотя бы один из этапов решения. | 1     |
| Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.   | 0     |

**Задание 4.** Доказать, что в любом графе (без петель и кратных ребер) с числом вершин  $n \geq 2$  имеются две вершины с совпадающими степенями.

**Решение.** Перенумеруем  $n$  вершин обсуждаемого графа произвольным образом. Пусть их степени равны

$$d_1 = d(v_1), \dots, d_n = d(v_n).$$

Заметим, что любое число  $d_k$  ( $1 \leq k \leq n$ ) из этого списка удовлетворяет двойному неравенству  $0 \leq d_k \leq n - 1$ . Таким образом, в представленном списке не больше, чем  $n$  различных чисел.

Уточним при этом, что при наличии в графе хотя бы одной вершины степени 0 (т.е. изолированной) другая крайняя степень  $n - 1$  не реализуется на вершинах графа. Тогда в списке степеней окажется не более  $(n - 1)$  числа при том, что количество вершин у графа равно  $n$ .

Аналогично, при отсутствии в данном графе изолированных вершин в списке степеней окажется неиспользованным число 0, и опять на  $n$  вершин получаем не более  $n - 1$  возможных степеней. В такой ситуации хотя бы одна из степеней в предъявленном списке окажется повторенной дважды, что и означает совпадение степеней хотя бы у двух вершин.

| Критерии оценивания  | Баллы |
|--|-------|
| Имеется верная последовательность всех этапов решения, обоснованно получен верный ответ.   | 3     |
| Получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, при этом имеется верная последовательность всех этапов решения.  | 2     |
| Получен верный ответ, однако имеются пропуски одного или двух этапов решения<br>ИЛИ<br>Решение не завершено, однако верно выполнен хотя бы один из этапов решения. | 1     |
| Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.   | 0     |

**Задание 5.** Показать, что СДНФ

$$f(x_1, x_2, x_3) = (\bar{x}_1 \& \bar{x}_2 \& x_3) \vee (x_1 \& \bar{x}_2 \& \bar{x}_3) \vee (x_1 \& \bar{x}_2 \& x_3)$$

можно реализовать в стандартном базисе  $\{\&, \vee, \bar{\quad}\}$  схемой функциональных элементов (СФЭ) со сложностью, не превосходящей 7.

**Решение.** Выписанная СДНФ принимает значение 1 лишь в трех из восьми строк таблицы истинности для функции  $f(x_1, x_2, x_3)$ . Воспользуемся тем, что одна из этих строк находится в верхней половине таблицы, а две – в нижней и разложим функцию по переменной  $x_1$ . В силу формулы для такого разложения имеем:

$$f(x_1, x_2, x_3) = (x_1 \& \bar{x}_2) \vee (\bar{x}_1 \& (x_2 \& \bar{x}_3)).$$

Из такого представления функции  $f(x_1, x_2, x_3)$  видно, что для ее реализации в виде СФЭ достаточно использовать три инвертора (для каждой из переменных), три конъюнктора и один дизъюнктор, а в целом достаточно 7 функциональных элементов.

| Критерии оценивания  | Баллы |
|--|-------|
| Имеется верная последовательность всех этапов решения, обоснованно получен верный ответ.   | 3     |
| Получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, при этом имеется верная последовательность всех этапов решения.  | 2     |
| Получен верный ответ, однако имеются пропуски одного или двух этапов решения<br>ИЛИ<br>Решение не завершено, однако верно выполнен хотя бы один из этапов решения. | 1     |
| Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.   | 0     |

## 20.2. Промежуточная аттестация

Промежуточная аттестация по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств: перечень вопросов к экзамену.

### Перечень вопросов к экзамену

#### I. Введение в дискретную математику.

1. Комбинаторные числа:  $C_n^k$ ,  $A_n^k$ ,  $P_n$ ,  $n!$ ,  $n$ -мерный куб.
2. Метод математической индукции.
3. Рекуррентные формулы. Числа Фибоначчи.
4. Множества и операции с ними: объединение, пересечение, степень.
5. Отношения и их свойства. Отношение эквивалентности.
6. Частично упорядоченные множества (ЧУМ). Примеры.
7. Линейный порядок. Цепи и антицепи. Теорема Дилуорса (формулировка).
8. Высказывания и операции над ними. Свойства системы  $A_0 = \{ \wedge, \vee, \neg \}$ .
9. Функции как отношения; предикаты как логические функции.
10. Использование кванторов в предикатах. Отрицание формулы с кванторами.

## II. Булевы функции

11. Булевы функции. Количество булевых функций от  $n$  переменных.
12. Представление булевых функций совершенными ДНФ.
13. Представление булевых функций совершенными КНФ.
14. Полиномы Жегалкина.
15. Полнота и замкнутость системы булевых функций.
16. Определения основных замкнутых классов  $T_0, T_1, S, M, L$ .
17. Теорема о несовпадении основных замкнутых классов.
18. Теорема о функциональной полноте. Схема доказательства.
19. Лемма о построении констант на основе свойств  $T_0, T_1, S$ .
20. Лемма о построении отрицания на основе свойств  $M$ .
21. Лемма о построении конъюнкции на основе свойств  $L$ .
22. Схемы функциональных элементов. Связь с булевыми функциями.
23. Методы синтеза схем функциональных элементов.
24. Функции Шеннона и их оценки.

## III. Графы, деревья, сети

25. Графы: вершины, ребра, инцидентность. Изображение и изоморфизм графов.
26. Подразделение графа, подграф, гомеоморфизм графов. Планарность графа.
27. Пути, циклы, петли на графе. Связность графа и степени его вершин.
28. Оценка числа графов с заданным количеством ребер.
29. Дерево. Эквивалентность двух определений.
30. Оценка числа деревьев с заданным количеством ребер.
31. Двухполюсные сети. Суперпозиция сетей. П-сети.
32. Оценка числа ребер «густого» дерева и числа П-сетей.

## IV. Элементы теории кодирования.

33. Основные понятия теории кодирования: алфавит, слово, сообщение, схема кодирования, декодирование.
34. Однозначность префиксных кодов. Обратная схема кодирования.
35. Неравенство Крафта-Макмиллана для однозначных кодов.

36. Теорема об «улучшении» однозначного кода.
37. Префиксные коды и деревья. Способы уменьшения избыточности кода.
38. Существование оптимальных кодов (кодов с минимальной избыточностью).
39. Метод Хаффмена построения оптимального кода.
40. Самокорректирующиеся коды. Простейшие идеи построения.
41. Коды Хемминга, исправляющие одну ошибку.
42. Расстояние (метрика) на множестве  $E^n$ .

Для оценивания результатов обучения на экзамене используется 4-балльная шкала: «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

| Критерии оценивания компетенций   | Уровень сформированности компетенций | Шкала оценок        |
|---|--------------------------------------|---------------------|
| Дан полный, развёрнутый ответ на поставленный вопрос (вопросы), обучающийся свободно оперирует основными понятиями дисциплины, ориентируется в предметной области. Изложение материала не содержит ошибок, отличается последовательностью, грамотностью, логической стройностью.  | Повышенный уровень                   | Отлично             |
| Дан развёрнутый ответ на поставленный вопрос (вопросы), обучающийся свободно оперирует основными понятиями дисциплины, ориентируется в предметной области. Материал изложен в целом последовательно и грамотно, отсутствуют грубые ошибки, однако имеются отдельные неточности в определениях, вычислениях, доказательствах, изложениях положений теории. | Базовый уровень                      | Хорошо              |
| Ответ на поставленный вопрос (вопросы) содержит изложение только базового теоретического материала, имеются ошибки в определениях, вычислениях, доказательствах, формулировках положений теории. Нарушена логическая последовательность в изложении материала.  | Пороговый уровень                    | Удовлетворительно   |
| Ответ на поставленный вопрос (вопросы) отсутствует, либо содержит грубые ошибки в определениях, вычислениях, доказательствах, формулировках положений теории. Обучающийся не владеет основными понятиями дисциплины. Отсутствует логическая последовательность в изложении материала.   | –                                    | Неудовлетворительно |