

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО «ВГУ»)

УТВЕРЖДАЮ

Заведующий кафедрой
цифровых технологий



/ Кургалин С.Д.

22.04.2024 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Б1.О.18 ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНАЯ ГЕОМЕТРИЯ И ТОПОЛОГИЯ

1. Код и наименование направления подготовки/специальности:

02.03.01 Математика и компьютерные науки

2. Профиль подготовки/специализация:

математическое и программное обеспечение информационных систем и технологий

3. Квалификация выпускника: бакалавр

4. Форма обучения: очная

5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины: цифровых технологий

6. Составители программы:

Попова Александра Евгеньевна, к.ф.-м.н., старший преподаватель

7. Рекомендована: НМС ФКН (протокол № 5 от 05.03.2024)

8. Учебный год: 2027-2028 **Семестры:** 8

9. Цели и задачи учебной дисциплины

Целями освоения дисциплины являются: формирование математической культуры студента в области геометрии и топологии, знакомство с различными обобщениями евклидовой метрики, овладение классическим математическим аппаратом дифференциальной геометрии и топологии для дальнейшего использования в приложениях.

Задачи дисциплины: решение и моделирование широкого класса проблем, связанных с различными разделами математики, механики, физики, современной компьютерной геометрии.

10. Место учебной дисциплины в структуре ООП

Дисциплина относится к обязательной части учебного плана (блок Б1). Для успешного освоения дисциплины необходимо знание основных понятий и методов математического анализа, линейной алгебры и аналитической геометрии.

11. Планируемые результаты обучения по дисциплине/модулю (знания, умения, навыки), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями) и индикаторами их достижения:

Код	Название компетенции	Код(ы)	Индикатор(ы)	Планируемые результаты обучения
ОПК-1	Способен консультировать и использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в профессиональной деятельности.	ОПК-1.1	Обладает базовыми знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук	Знать: базовые понятия дифференциальной геометрии и топологии.
		ОПК-1.2	Умеет использовать их в профессиональной деятельности	Уметь: применять методы дифференциальной геометрии и топологии для решения задач профессиональной деятельности.
		ОПК-1.3	Имеет навыки выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний	Владеть: навыками самостоятельного выбора методов дифференциальной геометрии и топологии для решения различных задач.

12. Объем дисциплины в зачетных единицах/час. — 3/108.

Форма промежуточной аттестации – зачёт с оценкой.

13. Трудоемкость по видам учебной работы

Вид учебной работы	Трудоемкость	
	Всего	По семестрам
		8 сем.
Аудиторные занятия	48	48
в том числе:	лекции	24
	практические	24
	лабораторные	
Самостоятельная работа	60	60
Зачёт с оценкой		
Итого:	108	108

13.1. Содержание дисциплины

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины	Реализация раздела дисциплины с помощью онлайн-курса, ЭУМК*
1. Лекции			
1.1	Теория кривых	Способы описания кривой. Касательная к кривой. Гладкие и регулярные кривые. Основной трёхгранник кривой. Натуральный параметр. Угол между кривыми. Длина кривой. Кривизна. Репер Френе. Формулы Френе. Кручение. Натуральные уравнения кривой.	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=4327
1.2	Теория поверхностей	Касательная плоскость к поверхности. Гладкие и регулярные поверхности. Первая квадратичная форма поверхности. Длина кривой на поверхности, площадь поверхности, угол между линиями на поверхности. Вторая квадратичная форма. Классификация точек регулярной поверхности. Нормальная кривизна. Теорема Менье. Главные кривизны, средняя и гауссова кривизны. Линии кривизны. Асимптотические линии. Геодезические линии. Поверхности вращения, их первая и вторая квадратичные формы. Поверхности вращения постоянной кривизны.	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=4327
1.3	Метрики	Римановы и евклидовы метрики. Псевдоримановы и псевдоевклидовы метрики. Пространство-время Минковского. Псевдосфера в двумерном и трёхмерном псевдоевклидовых пространствах. Сферическая и псевдосферическая системы координат. Метрика на сфере и метрика Лобачевского.	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=4327
1.4	Элементы топологии	Метрика. Аксиомы метрического пространства. Определение топологического пространства. Открытые и замкнутые множества. Внутренность и границы множества. Примеры топологий. Топологическое подпространство, индуцированная топология. Непрерывные отображения. Гомеоморфизм. Простейшие топологические инварианты. Топологическая классификация замкнутых поверхностей.	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=4327
2. Практические занятия			
2.1	Теория кривых	Способы описания кривой. Касательная к кривой. Гладкие и регулярные кривые. Основной трёхгранник кривой. Натуральный параметр. Угол между кривыми. Длина кривой. Кривизна.	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=4327

		Репер Френе. Формулы Френе. Крочение. Натуральные уравнения кривой.	
2.2	Теория поверхностей	Касательная плоскость к поверхности. Гладкие и регулярные поверхности. Первая квадратичная форма поверхности. Длина кривой на поверхности, площадь поверхности, угол между линиями на поверхности. Вторая квадратичная форма. Классификация точек регулярной поверхности. Нормальная кривизна. Теорема Менье. Главные кривизны, средняя и гауссова кривизны. Линии кривизны. Асимптотические линии. Геодезические линии. Поверхности вращения, их первая и вторая квадратичные формы. Поверхности вращения постоянной кривизны.	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=4327
2.3	Метрики	Римановы и евклидовы метрики. Псевдоримановы и псевдоевклидовы метрики. Пространство-время Минковского. Псевдосфера в двумерном и трёхмерном псевдоевклидовых пространствах. Сферическая и псевдосферическая системы координат. Метрика на сфере и метрика Лобачевского.	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=4327
2.4	Элементы топологии	Метрика. Аксиомы метрического пространства. Определение топологического пространства. Открытые и замкнутые множества. Внутренность и границы множества. Примеры топологий. Топологическое подпространство, индуцированная топология. Непрерывные отображения. Гомеоморфизм. Простейшие топологические инварианты. Топологическая классификация замкнутых поверхностей.	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=4327

13.2. Темы (разделы) дисциплины и виды занятий

№ п/п	Наименование темы (раздела) дисциплины	Виды занятий (количество часов)				Всего
		Лекции	Практические	Лабораторные	Самостоятельная работа	
1	Теория кривых	6	6		16	28
2	Теория поверхностей	8	8		20	36
3	Метрики	4	4		10	18
4	Элементы топологии	6	6		14	26
	Итого:	24	24		60	108

14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины:

Освоение дисциплины складывается из аудиторной работы (учебной деятельности, выполняемой под руководством преподавателя) и внеаудиторной работы (учебной деятельности, реализуемой обучающимся самостоятельно).

Аудиторная работа состоит из работы на лекциях и выполнения практических (или лабораторных) заданий в объёме, предусмотренном учебным планом. Лекция представляет собой последовательное и систематическое изложение учебного материала, направленное на знакомство обучающихся с основными понятиями и теоретическими положениями изучаемой дисциплины. Лекционные занятия формируют базу для практических (или лабораторных) занятий, на которых полученные теоретические знания применяются для решения конкретных практических задач. Обучающимся для успешного освоения дисциплины рекомендуется вести конспект лекций и практических (лабораторных) занятий.

Самостоятельная работа предполагает углублённое изучение отдельных разделов дисциплины с использованием литературы, рекомендованной преподавателем, а также конспектов лекций, презентационным материалом (при наличии) и конспектов

практических (лабораторных) занятий. В качестве плана для самостоятельной работы может быть использован раздел 13.1 настоящей рабочей программы, в котором зафиксированы разделы дисциплины и их содержание. В разделе 13.2 рабочей программы определяется количество часов, отводимое на самостоятельную работу по каждому разделу дисциплины. Больше количество часов на самостоятельную работу отводится на наиболее трудные разделы дисциплины. Для самостоятельного изучения отдельных разделов дисциплины используется перечень литературы и других ресурсов, перечисленных в пунктах 15 и 16 настоящей рабочей программы.

Успешность освоения дисциплины определяется систематичностью и глубиной аудиторной и внеаудиторной работы обучающегося.

При использовании дистанционных образовательных технологий и электронного обучения выполнять все указания преподавателей, вовремя подключаться к online занятиям, ответственно подходить к заданиям для самостоятельной работы.

15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины

а) основная литература:

№ п/п	Источник
1	Паньженский, В. И. Введение в дифференциальную геометрию : учебное пособие / В. И. Паньженский. — 2-е изд., испр. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 240 с. — ISBN 978-5-8114-1979-1. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/212126
2	Погорелов, А. В. Дифференциальная геометрия : учебное пособие / А. В. Погорелов. — Изд. 6-е, стереотип. — Москва : Наука, 1974. — 176 с. — Режим доступа: по подписке. — URL: https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=495793
3	Мищенко, А. С. Краткий курс дифференциальной геометрии и топологии : учебник / А. С. Мищенко, А. Т. Фоменко. — Москва : Физматлит, 2004. — 300 с. — Режим доступа: по подписке. — URL: https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=69322

б) дополнительная литература:

№ п/п	Источник
1	Блатов, И. А. Геометрия и топология : учебное пособие / И. А. Блатов, О. В. Старожилова. — Самара : ПГУТИ, 2017. — 220 с. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/182324
2	Розендорн, Э. Р. Задачи по дифференциальной геометрии : учебное пособие / Э. Р. Розендорн. — 3-е изд., испр. и доп. — Москва : Физматлит, 2008. — 142 с. — Режим доступа: по подписке. — URL: https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=68376

в) информационные электронно-образовательные ресурсы (официальные ресурсы интернет)*:

№ п/п	Ресурс
1	ЗНБ ВГУ: https://lib.vsu.ru/
2	Электронно-библиотечная система "Университетская библиотека online": http://biblioclub.ru/
3	Электронно-библиотечная система "Лань": https://e.lanbook.com/

16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы

№ п/п	Источник
1	Мищенко, А. С. Краткий курс дифференциальной геометрии и топологии : учебник / А. С. Мищенко, А. Т. Фоменко. — Москва : Физматлит, 2004. — 300 с. — Режим доступа: по подписке. — URL: https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=69322
2	Розендорн, Э. Р. Задачи по дифференциальной геометрии : учебное пособие / Э. Р. Розендорн. — 3-е изд., испр. и доп. — Москва : Физматлит, 2008. — 142 с. — Режим доступа: по подписке. — URL: https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=68376

17. Образовательные технологии, используемые при реализации учебной дисциплины, включая дистанционные образовательные технологии (ДОТ, электронное обучение (ЭО), смешанное обучение):

При реализации дисциплины могут использоваться технологии электронного обучения и дистанционные образовательные технологии на базе портала edu.vsu.ru, а также другие доступные ресурсы сети Интернет.

18. Материально-техническое обеспечение дисциплины:

Аудитория для лекционных занятий: мультимедиа-проектор, экран для проектора, компьютер с выходом в сеть «Интернет». Специализированная мебель (столы ученические, стулья, доска). Программное обеспечение: LibreOffice v.5-7, программа для просмотра файлов формата pdf, браузер.

Аудитория для практических занятий: специализированная мебель (столы ученические, стулья, доска).

19. Оценочные средства для проведения текущей и промежуточной аттестаций

Порядок оценки освоения обучающимися учебного материала определяется содержанием следующих разделов дисциплины:

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Компетенции	Индикаторы достижения компетенции	Оценочные средства
1	Теория кривых	ОПК-1	ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3	Контрольная работа
2	Теория поверхностей	ОПК-1	ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3	Контрольная работа
3	Метрики	ОПК-1	ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3	Контрольная работа
4	Элементы топологии	ОПК-1	ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3	Контрольная работа
Промежуточная аттестация форма контроля – зачёт с оценкой				Перечень вопросов к зачёту

20. Типовые оценочные средства и методические материалы, определяющие процедуры оценивания

20.1. Текущий контроль успеваемости

Контроль успеваемости по дисциплине осуществляется с помощью контрольных работ.

Типовое задание для контрольной работы

Контрольная работа № 3

«Первая квадратичная форма поверхности»

Проверить, что матрица

$$(g_{ij}) = \frac{R^2}{(1+u^2+v^2)^2} \begin{pmatrix} 1+v^2 & -uv \\ -uv & 1+u^2 \end{pmatrix}$$

задаёт метрику на плоскости (u, v) . Найти в этой метрике длину кривой $u = v$.

Критерии оценивания: оценка «отлично» ставится в случае, если все задания выполнены верно. Если в заданиях допущены ошибки вычислительного характера, но при этом все задания выполнены и ход решения был верным, за работу выставляется оценка «хорошо». Если верно выполнены не все задания (но не менее половины), возможно, с ошибками вычислительного характера, то работа оценивается как «удовлетворительно». Во всех прочих случаях выставляется оценка «неудовлетворительно».

20.2. Промежуточная аттестация

Промежуточная аттестация по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств: перечень вопросов к зачёту.

Перечень вопросов к зачёту

1. Способы описания кривой.
2. Касательная к кривой.
3. Гладкие и регулярные кривые.
4. Основной трёхгранник кривой.
5. Натуральный параметр.
6. Угол между кривыми.
7. Длина кривой.
8. Кривизна.
9. Репер Френе.
10. Формулы Френе.
11. Кручение.
12. Натуральные уравнения кривой.
13. Касательная плоскость к поверхности.
14. Гладкие и регулярные поверхности.
15. Первая квадратичная форма поверхности.
16. Длина кривой на поверхности, площадь поверхности, угол между линиями на поверхности.

17. Вторая квадратичная форма.
18. Классификация точек регулярной поверхности.
19. Нормальная кривизна.
20. Теорема Менье.
21. Главные кривизны, средняя и гауссова кривизны.
22. Линии кривизны.
23. Асимптотические линии.
24. Геодезические линии.
25. Поверхности вращения, их первая и вторая квадратичные формы.
26. Поверхности вращения постоянной кривизны.
27. Римановы и евклидовы метрики.
28. Псевдоримановы и псевдоевклидовы метрики.
29. Пространство-время Минковского.
30. Псевдосфера в двумерном и трёхмерном псевдоевклидовых пространствах.
31. Сферическая и псевдосферическая системы координат.
32. Метрика на сфере и метрика Лобачевского.
33. Аксиомы метрического пространства.
34. Определение топологического пространства.
35. Открытые и замкнутые множества. Внутренность и границы множества.
36. Примеры топологий.
37. Топологическое подпространство, индуцированная топология.
38. Непрерывные отображения. Гомеоморфизм.
39. Простейшие топологические инварианты.
40. Топологическая классификация замкнутых поверхностей.

Для оценивания результатов обучения на зачёте с оценкой используется 4-балльная шкала: «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

Критерии оценивания компетенций	Уровень сформированности компетенций	Шкала оценок
Дан полный, развёрнутый ответ на поставленный вопрос (вопросы), обучающийся свободно оперирует основными понятиями дисциплины, ориентируется в предметной области. Изложение материала не содержит ошибок, отличается последовательностью, грамотностью, логической стройностью.	Повышенный уровень	Отлично
Дан развёрнутый ответ на поставленный вопрос (вопросы), обучающийся свободно оперирует основными понятиями дисциплины, ориентируется в предметной области. Материал изложен в целом последовательно и грамотно, отсутствуют грубые ошибки, однако имеются отдельные неточности в определениях, вычислениях, доказательствах, изложениях положений теории.	Базовый уровень	Хорошо
Ответ на поставленный вопрос (вопросы) содержит изложение только базового теоретического материала, имеются ошибки в определениях, вычислениях, доказательствах, формулировках положений теории. Нарушена логическая последовательность в изложении материала.	Пороговый уровень	Удовлетворительно
Ответ на поставленный вопрос (вопросы) отсутствует, либо содержит грубые ошибки в определениях, вычислениях, доказательствах, формулировках положений теории. Обучающийся не владеет основными понятиями дисциплины. Отсутствует логическая последовательность в изложении материала.	–	Неудовлетворительно