

МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
(ФГБОУ ВО «ВГУ»)

**УТВЕРЖДАЮ**

Заведующий кафедрой  
цифровых технологий



/ Кургалин С.Д.

05.03.2023 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

Б1.В.ДВ.04.01 АЛГОРИТМЫ ЦИФРОВОЙ ОБРАБОТКИ СИГНАЛОВ

- 1. Код и наименование направления подготовки:**  
02.03.01 Математика и компьютерные науки
- 2. Профиль подготовки:**  
распределенные системы и искусственный интеллект
- 3. Квалификация выпускника:**  
бакалавр
- 4. Форма обучения:** очная
- 5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины:**  
кафедра цифровых технологий
- 6. Составители программы:**  
Киселев Е.А., кандидат физико-математических наук
- 7. Рекомендована:**  
НМС ФКН (протокол № 7 от 03.05.2023)
- 8. Учебный год:** 2025-2026                      **Семестр:** 5

## 9. Цели и задачи учебной дисциплины

Целями освоения учебной дисциплины являются:

- ознакомление слушателей с базовыми методами цифровой обработки сигналов;
- формирование практических умений и навыков компьютерной обработки цифровых сигналов.

Задачи учебной дисциплины:

- изучение теоретических основ классических и современных алгоритмов цифровой обработки сигналов;
- формирование практических умений и навыков реализации алгоритмов анализа и синтеза сигналов, сглаживания исходных данных и сжатия информации;
- формирование умений и навыков грамотного использования пакетов прикладных программ, а также самостоятельной разработки и реализации собственных алгоритмов и программных средств, осуществляющих цифровую обработку сигналов.

## 10. Место учебной дисциплины в структуре ООП:

Дисциплина относится к вариативной части учебного плана.

Для успешного освоения дисциплины требуется предварительное изучение математического анализа и знание основ программирования.

## 11. Планируемые результаты обучения по дисциплине/модулю (знания, умения, навыки), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями) и индикаторами их достижения:

Код	Название компетенции	Код(ы)	Индикатор(ы)	Планируемые результаты обучения
ПК-1	Способен демонстрировать базовые знания математических и естественных наук, основ программирования и информационных технологий	ПК-1.1	Обладает базовыми знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук, программирования и информационных технологий	Знать: теоретические основы Фурье-анализа; методы анализа и синтеза сигналов с помощью ортогональных систем; основные конструкции сплайн – функций и всплесков с компактным носителем.
		ПК-1.2	Умеет находить, формулировать и решать стандартные задачи в собственной научно-исследовательской деятельности в математике и информатике	Уметь: реализовывать алгоритмы дискретного преобразования Фурье, разложения по сплайнам и всплескам; осуществлять процедуры сглаживания и сжатия цифровой информации.
		ПК-1.3	Имеет практический опыт научно-исследовательской деятельности в математике и информатике	Владеть: навыком практического применения методов цифровой обработки сигналов для решения прикладных задач.
ПК-3	Способен создавать и исследовать новые математические модели в естественных науках,	ПК-3.1	Знает основные методы проектирования и производства программного продукта, принципы построения, структуры и приемы работы с	Знать: основные методы разработки программного обеспечения для решения задач цифровой обработки сигналов.

	промышленности и бизнесе, с учетом возможностей современных информационных технологий и программирования и компьютерной техники		инструментальными средствами, поддерживающими создание программных продуктов и программных комплексов, их сопровождения, администрирования и развития (эволюции)	
		ПК-3.2	Умеет использовать методы проектирования и производства программного продукта, принципы построения, структуры и приемы работы с инструментальными средствами, поддерживающими создание программного продукта	Уметь: грамотно применять существующие пакеты прикладных программ для обработки цифровой информации, а также разрабатывать собственные программы для обработки цифровой информации.
		ПК-3.3	Имеет практический опыт применения указанных выше методов и технологий	Владеть: навыками применения методов проектирования программ для решения задач цифровой обработки сигналов.
ПК-4	Способен использовать современные методы разработки и реализации конкретных алгоритмов математических моделей на базе языков программирования и пакетов прикладных программ моделирования	ПК-4.1	Знает современные методы разработки и реализации алгоритмов математических моделей на базе языков и пакетов прикладных программ моделирования	Знать: основные методы разработки и реализации алгоритмов анализа и синтеза сигналов.
		ПК-4.2	Умеет разрабатывать и реализовывать алгоритмы математических моделей на базе языков и пакетов прикладных программ моделирования	Уметь: разрабатывать и реализовывать алгоритмы анализа и синтеза цифровых сигналов.
		ПК-4.3	Имеет практический опыт разработки и реализации алгоритмов на базе языков и пакетов прикладных программ моделирования	Владеть: навыками разработки и реализации алгоритмов анализа и синтеза цифровых сигналов с использованием современных программных средств.

**12. Объем дисциплины в зачетных единицах/час — 3/108.**

**Форма промежуточной аттестации: экзамен**

**13. Трудоемкость по видам учебной работы**

Вид учебной работы	Трудоемкость
--------------------	--------------

	Всего	По семестрам	
		5 семестр	
Аудиторные занятия	50	50	
в том числе:	лекции	34	
	практические		
	лабораторные	16	
Самостоятельная работа	22	22	
в том числе: курсовая работа (проект)			
Форма промежуточной аттестации (экзамен – 36 час.)	36	36	
Итого:	108	108	

### 13.1. Содержание дисциплины

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины	Реализация раздела дисциплины с помощью онлайн-курса, ЭУМК*
<b>1. Лекции</b>			
1.1	Ряды Фурье и тригонометрическая интерполяция	Ряды Фурье в вещественной и комплексной формах, ряды Фурье по косинусам и синусам. Скорость убывания коэффициентов и гладкость функций. Тригонометрическая Интерполяция.	<a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=10150">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=10150</a>
1.2	Дискретное преобразование Фурье и его свойства	Скалярное произведение, норма и свёртка Многомерных векторов. Прямое и обратное дискретное преобразование Фурье (ДПФ). Свойства ДПФ. Быстрое преобразование Фурье.	<a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=10150">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=10150</a>
1.3	Теорема Шеннона – Котельникова	Функция отсчётов. Теорема Шеннона – Котельникова. Переход от преобразования Фурье к ДПФ..	<a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=10150">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=10150</a>
1.4	Интерполяционные, сглаживающие, базисные и Фундаментальные сплайны	Интерполяционные формулы Лагранжа и Эрмита. Определение сплайнов произвольного порядка. Алгоритм построения кубического сплайна. Метод прогонки. Понятие о сглаживающих сплайнах. Базисные и фундаментальные сплайны.	<a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=10150">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=10150</a>
1.5	Ортогональные и биортогональные всплески с компактным носителем	Система функций Хаара. Масштабирующая функция. Определение всплеска. Ортогональность всплесков и масштабирующей функции. Формулы анализа и синтеза. Пирамидальный алгоритм Малла. Всплески Добеши. Носитель. Несимметричность.	<a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=10150">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=10150</a>
<b>2. Лабораторные занятия</b>			
2.1	Ряды Фурье и тригонометрическая интерполяция	Сходимость рядов Фурье. Эффект Гиббса.	<a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=10150">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=10150</a>
2.2	Дискретное преобразование Фурье и его свойства	Прямое и обратное дискретное преобразование Фурье (ДПФ). Свойства ДПФ. Быстрое преобразование Фурье. Анализ, синтез, сжатие и сглаживание сигналов с помощью ДПФ.	<a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=10150">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=10150</a>
2.3	Теорема Шеннона – Котельникова	Эффекты дискретизации сигналов. Помехи и искажения.	<a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=10150">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=10150</a>

2.4	Интерполяционные, сглаживающие, базисные и Фундаментальные сплайны	Интерполяционные формулы Лагранжа и Эрмита. Алгоритм построения кубического сплайна. Метод прогонки. Построение базисных и фундаментальных сплайнов.	<a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=10150">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=10150</a>
2.5	Ортогональные и биортогональные всплески с компактным носителем	Анализ и синтез сигналов с помощью системы функций Хаара. Анализ и синтез сигналов с помощью всплесков Добеши. Пирамидальный алгоритм Малла.	<a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=10150">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=10150</a>

### 13.2. Темы (разделы) дисциплины и виды занятий

№ п/п	Наименование темы (раздела) дисциплины	Виды занятий (количество часов)			
		Лекции	Лабораторные	Самостоятельная работа	Всего
1	Ряды Фурье и тригонометрическая интерполяция	4	2	4	10
2	Дискретное преобразование Фурье и его свойства	8	4	4	16
3	Теорема Шеннона – Котельникова	4	2	2	8
4	Интерполяционные, сглаживающие, базисные и фундаментальные сплайны	8	4	4	16
5	Ортогональные и биортогональные всплески с компактным носителем	10	4	8	22
	Итого:	34	16	22	72

### 14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Освоение дисциплины складывается из аудиторной работы (учебной деятельности, выполняемой под руководством преподавателя) и внеаудиторной работы (учебной деятельности, реализуемой обучающимся самостоятельно).

Аудиторная работа состоит из работы на лекциях и выполнения практических заданий в объёме, предусмотренном учебным планом. Лекция представляет собой последовательное и систематическое изложение учебного материала, направленное на знакомство обучающихся с основными понятиями и теоретическими положениями изучаемой дисциплины.

Лекционные занятия формируют базу для лабораторных занятий, на которых полученные теоретические знания применяются для решения конкретных практических задач. Обучающимся для успешного освоения дисциплины рекомендуется вести конспект лекций и лабораторных занятий.

Самостоятельная работа предполагает углублённое изучение отдельных разделов дисциплины с использованием литературы, рекомендованной преподавателем, а также конспектов лекций, конспектов лабораторных занятий. В качестве плана для самостоятельной работы может быть использован раздел 13.1 настоящей рабочей программы, в котором зафиксированы разделы дисциплины и их содержание. В разделе 13.2 рабочей программы определяется количество часов, отводимое на самостоятельную работу по каждому разделу дисциплины. Больше количество часов на самостоятельную работу отводится на наиболее трудные разделы дисциплины. Для самостоятельного изучения отдельных разделов дисциплины используется перечень литературы и других ресурсов, перечисленных в пунктах 15 и 16 настоящей рабочей программы. Обязательным элементом самостоятельной работы является выполнение домашнего задания.

Успешность освоения дисциплины определяется систематичностью и глубиной аудиторной и внеаудиторной работы обучающегося.

При использовании дистанционных образовательных технологий и электронного обучения требуется выполнять все указания преподавателей, вовремя подключаться к онлайн-занятиям, ответственно подходить к заданиям для самостоятельной работы.

В рамках дисциплины предусмотрено проведение трёх текущих аттестаций за семестр. Результаты текущей успеваемости учитываются при выставлении оценки по промежуточной аттестации в соответствии с положением П ВГУ 2.1.04.16–2019 «Положение о текущей и промежуточной аттестации знаний, умений и навыков обучающихся на факультете компьютерных наук Воронежского государственного университета с использованием балльно-рейтинговой системы».

Обучение лиц с ограниченными возможностями здоровья осуществляется с учетом их индивидуальных психофизических особенностей и в соответствии с индивидуальной программой реабилитации. Для лиц с нарушением слуха при необходимости допускается присутствие на лекциях и лабораторных занятиях ассистента, а также сурдопереводчиков и тифлосурдопереводчиков. Промежуточная аттестация для лиц с нарушениями слуха проводится в письменной форме, при этом используются общие критерии оценивания. При необходимости время подготовки на экзамене может быть увеличено. Для лиц с нарушением зрения допускается аудиальное предоставление информации (например, с использованием программ-синтезаторов речи), а также использование на лекциях звукозаписывающих устройств (диктофонов и т.д.). На лекциях и лабораторных занятиях при необходимости допускается присутствие ассистента. При проведении промежуточной аттестации для лиц с нарушением зрения тестирование может быть заменено на устное собеседование по вопросам. При необходимости время подготовки на экзамене может быть увеличено. Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата при необходимости допускается присутствие ассистента на лекциях и лабораторных занятиях. Промежуточная аттестация для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата проводится на общих основаниях, при необходимости процедура экзамена может быть реализована дистанционно.

## 15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины

а) основная литература:

№ п/п	Источник
1	Стариковский, А. И. Цифровая обработка сигналов : учебное пособие / А. И. Стариковский, Н. А. Стариковская, А. Ю. Унгер. — Москва : РТУ МИРЭА, 2021 — Часть 1 — 2021. — 125 с. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — <URL: <a href="https://e.lanbook.com/book/182542">https://e.lanbook.com/book/182542</a> >
2	Стариковский, А. И. Цифровая обработка сигналов : учебное пособие / А. И. Стариковский, Н. А. Стариковская, Е. В. Солдатов. — Москва : РТУ МИРЭА, 2023 — Часть 2 — 2023. — 120 с. — ISBN 978-5-7339-1682-8. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — <URL: <a href="https://e.lanbook.com/book/329009">https://e.lanbook.com/book/329009</a> >

б) дополнительная литература:

№ п/п	Источник
1	Алгоритмы цифровой обработки сигналов : учебно-методическое пособие / [Е. А. Киселев и др.]; Воронежский государственный университет. – Воронеж: Издательский дом ВГУ, 2021. – 104 с. ISBN 978-5-9273-3194-9.
2	Дьяконов В. П. MATLAB. Обработка сигналов и изображений. Специальный справочник / В. П. Дьяконов, И. П. Абраменкова. – Санкт-Петербург: Питер, 2002. – 608 с.
3	Оппенгейм, А. Цифровая обработка сигналов / А. Оппенгейм, Р. Шафер ; пер. С. Ф. Боев. — 3-е изд., испр. — Москва : Техносфера, 2012. — 1048 с. — (Мир радиоэлектроники). — <a href="http://biblioclub.ru/">http://biblioclub.ru/</a> . — ISBN 978-5-94836-329-5. —

	<URL: <a href="http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=233730">http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=233730</a> >.
4	Сергиенко А. Б. Цифровая обработка сигналов: учеб. пособие / А. Б. Сергиенко. – 3 изд. – Санкт-Петербург: БХВ-Петербург, 2013. – 768 с.

в) информационные электронно-образовательные ресурсы (официальные ресурсы интернет):

№ п/п	Ресурс
1	ЗНБ ВГУ: <a href="https://lib.vsu.ru/">https://lib.vsu.ru/</a>
2	Электронно-библиотечная система "Университетская библиотека online": <a href="http://biblioclub.ru/">http://biblioclub.ru/</a>
3	Электронно-библиотечная система "Лань": <a href="https://e.lanbook.com/">https://e.lanbook.com/</a>
4	Электронно-библиотечная система "Консультант студента": <a href="http://www.studmedlib.ru">http://www.studmedlib.ru</a>
5	Электронный университет ВГУ: <a href="https://edu.vsu.ru/">https://edu.vsu.ru/</a>

## 16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы

№ п/п	Источник
1	Алгоритмы цифровой обработки сигналов : учебно-методическое пособие / [Е. А. Киселев и др.]; Воронежский государственный университет. – Воронеж: Издательский дом ВГУ, 2021. – 104 с. ISBN 978-5-9273-3194-9.
2	Стариковский, А. И. Цифровая обработка сигналов : учебное пособие / А. И. Стариковский, Н. А. Стариковская, А. Ю. Унгер. — Москва : РТУ МИРЭА, 2021 — Часть 1 — 2021. — 125 с. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — <URL: <a href="https://e.lanbook.com/book/182542">https://e.lanbook.com/book/182542</a> >
3	Стариковский, А. И. Цифровая обработка сигналов : учебное пособие / А. И. Стариковский, Н. А. Стариковская, Е. В. Солдатов. — Москва : РТУ МИРЭА, 2023 — Часть 2 — 2023. — 120 с. — ISBN 978-5-7339-1682-8. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — <URL: <a href="https://e.lanbook.com/book/329009">https://e.lanbook.com/book/329009</a> >
4	Оппенгейм, А. Цифровая обработка сигналов / А. Оппенгейм, Р. Шафер ; пер. С. Ф. Боев. — 3-е изд., испр. — Москва : Техносфера, 2012. — 1048 с. — (Мир радиоэлектроники). — <a href="http://biblioclub.ru/">http://biblioclub.ru/</a> . — ISBN 978-5-94836-329-5. — <URL: <a href="http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=233730">http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=233730</a> >.
5	Сергиенко А. Б. Цифровая обработка сигналов: учеб. пособие / А. Б. Сергиенко. – 3 изд. – Санкт-Петербург: БХВ-Петербург, 2013. – 768 с.

## 17. Образовательные технологии, используемые при реализации учебной дисциплины, включая дистанционные образовательные технологии (ДОТ, электронное обучение (ЭО), смешанное обучение)

При реализации дисциплины могут использоваться технологии электронного обучения и дистанционные образовательные технологии на базе портала [edu.vsu.ru](http://edu.vsu.ru), а также другие доступные ресурсы сети Интернет.

## 18. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Аудитория для лекционных занятий: мультимедиа-проектор, экран для проектора, компьютер с выходом в сеть «Интернет». Специализированная мебель (столы ученические, стулья, доска). Программное обеспечение: LibreOffice v.5-7, программа для просмотра файлов формата pdf, браузер.

Аудитория для лабораторных занятий: компьютеры с выходом в сеть «Интернет» и доступом к электронным библиотечным системам, специализированная мебель (столы ученические, стулья, доска). Программное обеспечение: Anaconda/Python, MATLAB “Total Academic Headcount – 25”, LibreOffice v.5-7, программа для просмотра файлов формата pdf, браузер.

## 19. Оценочные средства для проведения текущей и промежуточной аттестаций

Порядок оценки освоения обучающимися учебного материала определяется содержанием следующих разделов дисциплины:

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Компетенция(и)	Индикатор(ы) достижения компетенции	Оценочные средства
1	Разделы 1-5	ПК-1	ПК-1.1	Лабораторная работа
2	Разделы 1-5	ПК-1	ПК-1.2	Лабораторная работа
3	Разделы 1-5	ПК-1	ПК-1.3	Лабораторная работа
4	Разделы 1-5	ПК-3	ПК-3.1	Лабораторная работа
5	Разделы 1-5	ПК-3	ПК-3.2	Лабораторная работа
6	Разделы 1-5	ПК-3	ПК-3.3	Лабораторная работа
7	Разделы 1-5	ПК-4	ПК-4.1	Лабораторная работа
8	Разделы 1-5	ПК-4	ПК-4.2	Лабораторная работа
9	Разделы 1-5	ПК-4	ПК-4.3	Лабораторная работа
Промежуточная аттестация форма контроля – экзамен				Комплект КИМ

## 20. Типовые оценочные средства и методические материалы, определяющие процедуры оценивания

### 20.1. Текущий контроль успеваемости

Контроль успеваемости по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств: лабораторная работа

Перечень лабораторных работ:

1. Исследование сходимости рядов Фурье.
2. Дискретное преобразование Фурье и его свойства.
3. Применение дискретного преобразования Фурье для анализа, синтеза, сжатия и сглаживания цифровых сигналов.
4. Исследование процесса восстановления сигналов по дискретным отсчетам.
5. Построение кубических сплайнов с помощью узловых функций.
6. Построение базисных и фундаментальных сплайнов.
7. Анализ и синтез цифровых сигналов с помощью системы функций Хаара.
8. Анализ и синтез цифровых сигналов с помощью всплесков Добеши.

#### Типовое задание для лабораторной работы Лабораторная работа № 1 «Исследование сходимости рядов Фурье»

Цель работы: изучение способов повышения скорости сходимости рядов Фурье.

Требования к выполнению работы: выполнение лабораторной работы предусматривает написание программы, которая строит частичные суммы рядов Фурье для заданных функций. Отчёт о работе проводится в виде собеседования и заключается в демонстрации работы программы, объяснении принципов работы алгоритма и ответов на дополнительные вопросы.

Критерии оценки: для получения оценки «зачтено» необходимо показать высокий уровень владения теоретическим материалом, уметь объяснить принцип работы написанной программы, верно ответить на дополнительные вопросы.



Задание: написать программу, которая строит частичные суммы рядов Фурье для прямоугольного и треугольного импульса. Проверить работу программы на контрольных примерах: ширина импульса много меньше и примерно сопоставима с отрезком разложения.

**Приведённые ниже задания рекомендуется использовать при проведении диагностических работ для оценки остаточных знаний по дисциплине**

Задания с выбором ответа

№	Задание	Варианты ответа	Верный ответ
1	Будут ли функции $f(x)=x$ и $g(x)=x-1$ ортогональны на отрезке $[0, 2]$ ?	a) да b) нет	b
2	Может ли норма функции быть равной нулю?	a) да b) нет	a
3	Является ли преобразование Фурье линейным оператором?	a) да b) нет	a
4	Является ли линейный сплайн в общем случае непрерывно дифференцируемой функцией?	a) да b) нет	b
5	Является ли квадратичный сплайн в общем случае непрерывно дифференцируемой функцией?	a) да b) нет	a
6	Является ли кубический сплайн в общем случае непрерывно дифференцируемой функцией?	a) да b) нет	a
7	Может ли базисный сплайн менять знак?	a) да b) нет	b
8	Является ли базисный сплайн нечетной функцией?	a) да b) нет	b
9	Дан дискретный сигнал, состоящий из 1000 значений. Сколько комплексных коэффициентов будет содержать его дискретное преобразование Фурье?	a) 500 b) 1000 c) 2000	b
10	Дан дискретный сигнал, состоящий из 120 значений. Сколько комплексных коэффициентов будет содержать его дискретное преобразование Фурье?	a) 60 b) 120 c) 240	b

Задания с кратким ответом

№	Задание	Верный ответ
1	Найдите сумму коэффициентов ряда Фурье для функции $f(x)=2\cos^2(x)+\sin(2x)-1$ на отрезке $[-\pi, \pi]$ .	2
2	Найдите сумму коэффициентов ряда Фурье для функции $f(x)=3-6\sin^2(x)+4\cos(3x)$ на отрезке $[-\pi, \pi]$ .	7
3	Вычислите значение преобразования Фурье функции $f(x)=12\exp(-2x^2)$ в точке $\omega=0$ . Справочная информация: образ Фурье функции $\exp(-x^2/2)$ равен $\exp(-\omega^2/2)$ .	6
4	Вычислите значение преобразования Фурье функции $f(x)=2\exp(-x^2/2+i5x)$ в точке $\omega=5$ .	2

	Справочная информация: образ Фурье функции $\exp(-x^2/2)$ равен $\exp(-\omega^2/2)$ .	
5	Постройте линейный сплайн по набору точек (0, 1), (1, 5), (2, -2) и найдите его значение при $x=0.75$ .	4

### Задания с развёрнутым ответом

**Задание 1.** Сформулируйте свойства преобразования Фурье: сдвиг аргумента, растяжение/сжатие, образ Фурье производной, свертки, равенство Парсеваля.

Ответ:

1. Сдвиг аргумента и фазовый множитель

$$[f(x+b)]^{\square}(\xi) = e^{ib\xi} \hat{f}(\xi).$$

2. Масштабирование

$$[f(\alpha x)]^{\square}(\xi) = \frac{1}{\alpha} \hat{f}\left(\frac{\xi}{\alpha}\right), \alpha > 0.$$

3. Преобразование Фурье производной

$$[f'(x)]^{\square}(\xi) = i\xi \cdot \hat{f}(\xi).$$

4. Преобразование Фурье свертки

$$[f * g]^{\square}(\xi) = \sqrt{2\pi} \hat{f}(\xi) \hat{g}(\xi).$$

5. Равенство Парсеваля (теорема Планшереля)

$$(f, g) = (\hat{f}, \hat{g}), \|f\| = \|\hat{f}\|.$$

*Замечание:* ответ может несколько отличаться в зависимости от используемой нормировки.

**Задание 2.** Запишите теорему Шеннона-Котельникова и объясните ее практический смысл.

Ответ:

Теорема Шеннона – Котельникова. Пусть  $f(x)$  является функцией с ограниченным спектром с шириной спектра  $b$ . Пусть выполнено условие Найквиста

$$0 < h \leq \frac{\pi}{b}.$$

Тогда справедлива следующая формула:

$$f(x) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} f(kh) \cdot \text{sinc}\left(\frac{\pi}{h}(x - kh)\right).$$

Практический смысл: теорема позволяет однозначно восстановить аналоговый сигнал с ограниченным спектром по дискретным отсчетам.

**Задание 3.** Сформулируйте свойства дискретного преобразования Фурье (ДПФ): сдвиг индекса, образ Фурье свертки, равенство Парсеваля.

Ответ:

1. Преобразование сдвига

$$[f_{m+p}]_k^{\square} = \varepsilon^{kp} \cdot \hat{f}_k.$$

2. Преобразование свертки

$$[f * g]_k^{\square} = \sqrt{N} \hat{f}_k \cdot \hat{g}_k.$$

3. Равенство Парсеваля

$$(\hat{f}, \hat{g}) = (f, g), \|\hat{f}\| = \|f\|.$$

**Замечание:** ответ может несколько отличаться в зависимости от используемой нормировки.

**Задание 4.** Интерполяционный кубический сплайн. Дайте определение и приведите хотя бы один пример.

Ответ:

Интерполяционный кубический сплайн – это кусочный многочлен, имеющий 2 непрерывные производные, значения которого в узлах совпадают с соответствующими значениями исследуемой функции.

Пример: кубический сплайн, построенный по любым четырем точкам, совпадает с интерполяционным многочленом Лагранжа. Возможны и другие более конкретные примеры.

**Задание 5.** Запишите масштабирующее уравнение и формулу для всплеска (вейвлета) Хаара. Изобразите график масштабирующей функции и всплеска.

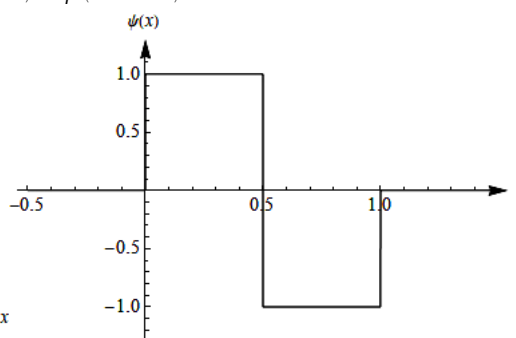
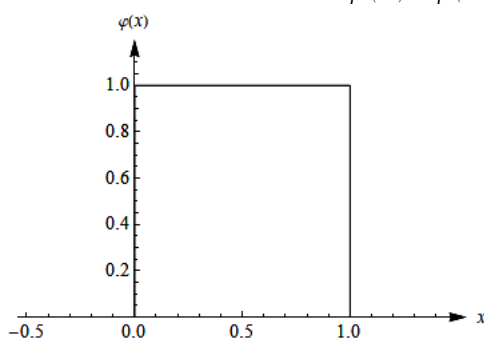
Ответ:

Масштабирующее уравнение:

$$\varphi(x) = \varphi(2x) + \varphi(2x - 1).$$

Всплеск (вейвлет) Хаара:

$$\psi(x) = \varphi(2x) - \varphi(2x - 1).$$



Критерии оценивания	Шкала оценок (в баллах)
Обучающийся дал полный ответ.	3 балла
Обучающийся дал полный ответ. Допускаются незначительные неточности.	2 балла
Обучающийся дал частичный ответ. Ответ не содержит грубых ошибок.	1 балл
Отсутствует большая часть ответа. Присутствуют грубые ошибки.	0 баллов

## 20.2. Промежуточная аттестация

Промежуточная аттестация по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств: комплект КИМ

Перечень вопросов к экзамену:

1. Ряды Фурье в вещественной и комплексной формах, ряды Фурье по косинусам и синусам.
2. Скорость убывания коэффициентов Фурье и гладкость функций.
3. Прямое и обратное дискретное преобразование Фурье (ДПФ).
4. Свойства ДПФ.

5. Быстрое преобразование Фурье.
6. Теорема Шеннона – Котельникова.
7. Интерполяционные формулы Лагранжа и Эрмита.
8. Алгоритм построения кубического сплайна.
9. Базисные и фундаментальные сплайны.
10. Система функций Хаара.
11. Масштабирующая функция, вывод уравнений на коэффициенты.
12. Определение всплеска. Ортогональность всплесков и масштабирующей функции.
13. Всплески Добеши. Носитель. Несимметричность.
14. Формулы анализа и синтеза. Пирамидальный алгоритм Малла.

КИМ состоит из двух вопросов из перечня. На подготовку дается 1 час, после чего проводится собеседование, в ходе которого могут быть заданы дополнительные и уточняющие вопросы.

Критерии оценивания:

1. Знание основных определений и теоретических положений.
2. Умение доказывать основные утверждения, теоремы и формулы.
3. Знание базовых методов и алгоритмов анализа и синтеза сигналов.
4. Понимание области применения и особенностей практической реализации алгоритмов цифровой обработки сигналов.

Для оценивания результатов обучения на экзамене используется 4-балльная шкала: «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

Критерии оценивания компетенций	Уровень сформированности компетенций	Шкала оценок
Дан полный, развёрнутый ответ на поставленный вопрос (вопросы), обучающийся свободно оперирует основными понятиями дисциплины, ориентируется в предметной области. Изложение материала не содержит ошибок, отличается последовательностью, грамотностью, логической стройностью.	Повышенный уровень	Отлично
Дан развёрнутый ответ на поставленный вопрос (вопросы), обучающийся свободно оперирует основными понятиями дисциплины, ориентируется в предметной области. Материал изложен в целом последовательно и грамотно, отсутствуют грубые ошибки, однако имеются отдельные неточности в определениях, вычислениях, доказательствах, изложениях положений теории.	Базовый уровень	Хорошо
Ответ на поставленный вопрос (вопросы) содержит изложение только базового теоретического материала, имеются ошибки в определениях, вычислениях, доказательствах, формулировках положений теории. Нарушена логическая последовательность в изложении материала.	Пороговый уровень	Удовлетворительно
Ответ на поставленный вопрос (вопросы) отсутствует, либо содержит грубые ошибки в определениях, вычислениях, доказательствах, формулировках положений теории. Обучающийся не владеет основными понятиями дисциплины. Отсутствует логическая последовательность в изложении материала.	–	Неудовлетворительно