

МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
(ФГБОУ ВО «ВГУ»)

**УТВЕРЖДАЮ**

Заведующий кафедрой  
математического моделирования



М.Ш. Бурлуцкая

25.05.2023 г.

## **РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

### **Б1.О.30 Математическое моделирование**

- 1. Код и наименование направления подготовки:** 02.03.01 Математика и компьютерные науки
- 2. Профиль подготовки:** Математическое и компьютерное моделирование; Математические методы и компьютерные технологии в естествознании, экономике и управлении
- 3. Квалификация выпускника:** Бакалавр
- 4. Форма обучения:** Очная
- 5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины:**  
Кафедра математического моделирования
- 6. Составитель программы:** Бурлуцкая Мария Шаукатовна, д.ф.-м.н., доцент
- 7. Рекомендована:** Научно-методическим советом математического факультета, протокол № 0500-06 от 25.05.2023
- 8. Учебный год:** 2026/2027                      **Семестр:**8

### 9. Цели и задачи учебной дисциплины:

Изучение основных понятий, приемов и методов математического моделирования и рассмотрение современных технологий построения и исследования математических моделей различных сложных технических систем (в том числе и с участием человека), выработать практические навыки декомпозиции, абстрагирования при решении задач в различных областях профессиональной деятельности.

### 10. Место учебной дисциплины в структуре ООП: Блок 1, базовая часть.

Основой для освоения учебной дисциплины «Математическое моделирование» являются знание и умение студентов в области вузовских курсов: математического анализа, обыкновенных и в частных производных дифференциальных уравнений, теории вероятностей и математической статистики, физики, а также соответствующих знаний из школьных курсов химии, биологии, астрономии.

### 11. Планируемые результаты обучения по дисциплине (знания, умения, навыки), соотношенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями выпускников):

Код	Название компетенции	Коды	Индикаторы	Планируемые результаты обучения
ОПК-1	Способен консультировать и использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в профессиональной деятельности	ОПК-1.1	Обладает базовыми знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук.	Знать: содержание процессов самоорганизации и самообразования, их особенностей и технологий реализации, исходя из целей совершенствования профессиональной деятельности. Уметь: планировать цели и устанавливать приоритеты при выборе способов принятия решений с учетом условий, средств, личностных возможностей и временной перспективы достижения; осуществления деятельности. Владеть: приемами саморегуляции эмоциональных и функциональных состояний при выполнении профессиональной деятельности; технологиями организации процесса самообразования; приемами целеполагания во временной перспективе, способами планирования, организации, самоконтроля и самооценки деятельности.
		ОПК-1.2	Умеет использовать базовые знания в области математических и (или) естественных наук в	Знать: основные понятия разделов дисциплины, методы анализа и доказательств основных утверждений;

			профессиональной деятельности	Уметь: применять аппарат дискретной математики в решении практических задач; Владеть: навыками анализа и исследования конкретных задач
		ОПК-1.3	Имеет навыки выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний	Знать: основные понятия разделов дисциплины, методы анализа и решения задач Уметь: Находить необходимый научный материал по дискретной математике для корректного создания математической модели практических задач Владеть: навыками моделирования конкретных задач с помощью средств дискретной математики для последующего их исследования численными методами.
ОПК-3	Способен самостоятельно представлять научные результаты, составлять научные документы и отчеты	ОПК-3.1	Знает принципы построения научной работы, современные методы сбора и анализа полученного материала, способы аргументации	Знать: основные принципы построения научной работы, современные методы сбора и анализа полученного материала, способы аргументации
		ОПК-3.2	Умеет представлять научные результаты, составлять научные документы и отчеты	Уметь: осуществлять отбор материала, характеризующего достижения науки с учетом специфики направления подготовки
		ОПК-3.3	Имеет практический опыт выступлений и научной аргументации в профессиональной деятельности	Владеть навыками: методами и технологиями межличностной коммуникации, навыками публичной речи
ОПК-4	Способен находить, анализировать, реализовывать программно и использовать на практике математические алгоритмы, в том числе с применением современных вычислительных систем	ОПК-4.1	Знает базовые основы современного математического аппарата, связанного с проектированием, разработкой, реализацией и оценкой качества программных продуктов и программных комплексов в различных областях человеческой деятельности	Знать: принципы проектирования и разработки программных продуктов, критерии их качества Уметь: оценить качество программ и пакетов прикладных программ Владеть: навыками реализации программных продуктов
		ОПК-4.2	Умеет использовать математический аппарат, связанный с проектированием, разработкой, реализацией и	Знать: методы формализации задачи на основе математического моделирования и теории приближенных методов

		ОПК-4.3	оценкой качества программных продуктов, в профессиональной деятельности  Имеет практический опыт применения современного математического аппарата, связанного с проектированием, разработкой, реализацией и оценкой качества программных продуктов и программных комплексов в различных областях человеческой деятельности	Уметь: свести поставленную задачу к этапам алгоритмизации и программирования Владеть: навыками формализации и подбора метод решения  Знать: принципы проектирования и разработки программных продуктов на основе применения современного математического аппарата Уметь: реализовать подготовленные программные продукты и программные комплексы в различных областях человеческой деятельности Владеть: методами оценки качества подготовленных программных продуктов и программных комплексов
--	--	---------	--	--

**12 Объем дисциплины в зачетных единицах/часах—2/72.**

**Форма промежуточной аттестации—** курсовая работа; зачет.

**13. Виды учебной работы:**

Вид учебной работы	Трудоемкость(часы)		
	Всего	По семестрам	
		8 семестр	
Аудиторные занятия	52	52	
в том числе:			
лекции	26	26	
практические	26	26	
лабораторные	0	0	
Самостоятельная работа	20	20	
Форма промежуточной аттестации (зачет – 0 час.; )			
<b>Итого:</b>	<b>72</b>	<b>72</b>	

**13.1. Содержание дисциплины:**

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины
<b>1. Лекции</b>		
1.1	Модели механики и модели сплошных сред	1. Математическая обработка экспериментальных данных. Метод наименьших квадратов. 2. Сплайн функции. 3. Модели общей механики сплошных сред. Теория деформации. 4. Модели Чебышева.

1.2	Модели газовой динамики, гидродинамики, акустики	1. Уравнение газовой динамики. 2. Уравнение гидродинамики. 3. Уравнение акустики. 4. Разностные методы решения задач механики, жидкости и газа.
1.3	Стохастические модели	1. Стохастические модели. 2. Прямое и обратное уравнение Колмогорова. 3. Полугруппа линейных ограниченных операторов. 4. Производящий оператор случайного марковского процесса.
1.4	Статические модели в экономике	1. Модель Леонтьева «затраты – выпуск». 2. Методы принятия решений в условиях нечеткой и неточной информации.
1.5	Динамические модели в экономике	1. Модель экономического роста Солоу. 2. Модель фон Неймана. 3. Продуктивность и неразложимость. 4. Равновесие в модели динамического межотраслевого баланса.
1.6	Математические модели соперничества	1. Экологическое введение. 2. Классическая модель Вольтерра. 3. Стабилизация системы «хищник – жертва».
<b>2. Практические занятия</b>		
2.1	Модели механики и модели сплошных сред	1. Математическая обработка экспериментальных данных. Метод наименьших квадратов. 2. Сплайн функции. 3. Модели общей механики сплошных сред. Теория деформации. 4. Модели Чебышева.
2.2	Модели газовой динамики, гидродинамики, акустики	1. Уравнение газовой динамики. 2. Уравнение гидродинамики. 3. Уравнение акустики. 4. Разностные методы решения задач механики, жидкости и газа.
2.3	Стохастические модели	1. Стохастические модели. 2. Прямое и обратное уравнение Колмогорова. 3. Полугруппа линейных ограниченных операторов. 4. Производящий оператор случайного марковского процесса.
2.4	Статические модели в экономике	1. Модель Леонтьева «затраты – выпуск». 2. Методы принятия решений в условиях нечеткой и неточной информации.
2.5	Динамические модели в экономике	1. Модель экономического роста Солоу. 2. Модель фон Неймана. 3. Продуктивность и неразложимость. 4. Равновесие в модели динамического межотраслевого баланса.
2.6	Математические модели соперничества	1. Экологическое введение. 2. Классическая модель Вольтерра. 3. Стабилизация системы «хищник – жертва».

### 13.2 Темы (разделы) дисциплины и виды занятий:

№ п/п	Наименование темы (раздела) дисциплины	Виды занятий (часов)				
		Лекции	Практические	Лабораторные	Самостоятельная	Всего

					работа	
1	Модели механики и модели сплошных сред	4	4	0	3	11
2	Модели газовой динамики, гидродинамики, акустики	4	4	0	3	11
3	Стохастические модели	4	4	0	4	12
4	Статические модели в экономике	5	5	0	4	14
5	Динамические модели в экономике	5	5	0	3	13
6	Математические модели соперничества	4	4	0	3	11
	<b>Итого:</b>	<b>26</b>	<b>26</b>	<b>0</b>	<b>20</b>	<b>72</b>

#### 14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

При изучении курса «Математическое моделирование», обучающимся следует внимательно слушать и тщательно конспектировать материал, излагаемый на аудиторных занятиях. Для его понимания и качественного усвоения рекомендуется следующая последовательность действий:

1. После каждой лекции студентам рекомендуется подробно разобрать прочитанный теоретический материал, выучить все определения и формулировки теорем, разобрать примеры, решенные на лекции. Перед следующей лекцией обязательно повторить материал предыдущей лекции.

2. Перед практическим занятием обязательно повторить лекционный материал. После практического занятия еще раз разобрать решенные на этом занятии примеры, после чего приступить к выполнению домашнего задания. Если при решении примеров, заданных на дом, возникнут вопросы, обязательно задать на следующем практическом занятии или в присутственный час преподавателю.

3. При подготовке к практическим занятиям повторить основные понятия по темам, изучить примеры. Решая задачи, предварительно понять, какой теоретический материал нужно использовать. Наметить план решения, попробовать на его основе решить практические задачи.

При подготовке к занятиям всех видов рекомендуется пользоваться интернет-курсом на образовательной платформе «Электронный университет ВГУ»: <https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=9763>.

Освоение дисциплины предполагает обязательное посещение обучающимися аудиторных занятий и активную работу на них, но и самостоятельную учебную деятельность, на которую отводится 60 часов. Самостоятельная учебная деятельность студентов по дисциплине «Математическое моделирование» предполагает выполнение следующих заданий:

1) самостоятельное изучение учебных материалов по разделам с использованием основной и дополнительной литературы, информационно-справочных и поисковых систем;

2) подготовку к текущим аттестациям - выполнение практических заданий по поиску необходимых для работы в аудитории материалов в Интернете.

Особое внимание обучающихся направляется на построение практических линейных и нелинейных кривых.

Вопросы лекционных и практических занятий обсуждаются на занятиях в виде устного опроса – индивидуального и фронтального. При подготовке к лекционным и

практическим занятием обучающимся важно помнить, что их задача, отвечая на основные вопросы плана занятия и дополнительные вопросы преподавателя, показать свои знания и кругозор, умение логически построить ответ, владение математическим аппаратом и иные коммуникативные навыки, умение отстаивать свою профессиональную позицию. В ходе устного опроса выявляются детали, которые по каким-то причинам оказались недостаточно осмысленными студентами в ходе учебных занятий. Тем самым опрос выполняет важнейшие обучающую, развивающую и корректирующую функции, позволяет студентам учесть недоработки и избежать их при подготовке к промежуточным аттестациям.

Все выполняемые студентами самостоятельно практические задания подлежат последующей проверке преподавателем.

## 15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины

а) основная литература:

№ п/п	Источник
1	Самарский А.А. Математическое моделирование. Идеи. Методы. Примеры / А.А. Самарский, А.П. Михайлов .— Изд. 2-е, испр. — М. : Физматлит, 2002 .— 316, [4] с. : ил. — ISBN 5-9221-0120.
2	Чуличков А.И. Математические методы нелинейной динамики / А.И. Чуличков .— Изд. 2-е, испр. — М. : Физматлит, 2003 .— 294 с. : ил. — ISBN 5-9221-0366-0.

б) дополнительная литература:

№ п/п	Источник
3	Колемаев В.А. Математическая экономика : учебник для студ. вузов / В.А. Колемаев .— 3-е стер. изд. — М. : ЮНИТИ, 2005 .— 399 с. : ил., табл. — ISBN 5-238-00794.

в) информационные электронно-образовательные ресурсы:

№ п/п	Ресурс
4	Википедия: свободная энциклопедия : ( <a href="http://ru.wikipedia.org">http://ru.wikipedia.org</a> ).
5	Поисковые системы Google, Yandex, Rambler.
6	ЭБС «Университетская библиотека онлайн»: образовательный ресурс: <URL: <a href="http://www.biblioclub.ru">http://www.biblioclub.ru</a> > .
7	Электронный каталог Научной библиотеки Воронежского государственного университета: ( <a href="http://www.lib.vsu.ru/">http://www.lib.vsu.ru/</a> ) .
8	Электронный курс на образовательной платформе «Электронный университет ВГУ» : <a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=9763">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=9763</a> . - <a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=16259">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=16259</a> .

## 16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы

№ п/п	Источник
1	Чуличков А.И. Математические методы нелинейной динамики / А.И. Чуличков .— Изд. 2-е, испр. — М. : Физматлит, 2003 .— 294 с. : ил. — ISBN 5-9221-0366-0.
2	П ВГУ 2.0.16 – 2019 Положение об организации самостоятельной работы обучающихся в Воронежском государственном университете : ( <a href="http://www.tqm.vsu.ru/index.php?id=112&amp;doc=docu_7298">http://www.tqm.vsu.ru/index.php?id=112&amp;doc=docu_7298</a> ).

**17. Информационные технологии, используемые для реализации учебной дисциплины, включая программное обеспечение и информационно-справочные системы(при необходимости):**

Стандартное современное программное обеспечение персонального компьютера, позволяющее, в том числе, проводить статистическую обработку больших массивов данных, создавать документы для размещения в Интернет, эффективно использовать поисковые ресурсы глобальных сетей.

Дисциплина может реализовываться с применением дистанционных образовательных технологий, например, на платформе «Электронный университет ВГУ».

**18. Материально-техническое обеспечение дисциплины:**

Специализированная мебель.

Для проведения лекционных и практических занятий используются аудитории, соответствующие санитарно-техническим нормам и противопожарным правилам.

Для самостоятельной работы используется класс с компьютерной техникой, оснащенный необходимым программным обеспечением и электронными учебными пособиями и законодательно-правовой и нормативной поисковой системой, имеющий выход в глобальную сеть.

При реализации дисциплины с использованием дистанционного образования возможны дополнения материально-технического обеспечения дисциплины.

**19. Оценочные средства для проведения текущей и промежуточной аттестаций**

Порядок оценки освоения обучающимися учебного материала определяется содержанием следующих разделов дисциплины:

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Компетенция(и)	Индикатор(ы) достижения компетенции	Оценочные средства
1.	Модели механики и модели сплошных сред	ОПК-1	ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3	Контрольная работа №1
2.	Модели газовой динамики, гидродинамики, акустики	ОПК-1	ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3	Контрольная работа №1
3.	Стохастические модели	ОПК-3	ОПК-3.1 ОПК-3.2 ОПК-3.3	Контрольная работа №2
4.	Статические модели в экономике	ОПК-3	ОПК-3.1 ОПК-3.2 ОПК-3.3	Контрольная работа №2
5.	Динамические модели в экономике	ОПК-4	ОПК-4.1 ОПК-4.2 ОПК-4.3	Контрольная работа №3
6.	Математические	ОПК-1	ОПК-1.1	Контрольная работа №3



№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Компетенция(и)	Индикатор(ы) достижения компетенции	Оценочные средства
	модели соперничества	ОПК-3	ОПК-1.2 ОПК-3.1 ОПК-3.2 ОПК-3.3	
Промежуточная аттестация форма контроля - зачет				Перечень вопросов <b>зачета</b>

## 20 Типовые оценочные средства и методические материалы, определяющие процедуры оценивания

### 20.1 Текущий контроль успеваемости

Текущая аттестация проводится в соответствии с Положением о текущей аттестации обучающихся по программам высшего образования Воронежского государственного университета. Контроль успеваемости по дисциплине осуществляется с помощью проверки контрольных работ и дополнительных устных вопросов по теме контрольной работы.

#### Контрольная работа № 1

1. Математическая обработка экспериментальных данных. Метод наименьших квадратов.
2. Модели общей механики сплошных сред. Теория деформации.
3. Уравнение газовой динамики.
4. Уравнение гидродинамики.

#### Контрольная работа № 2:

1. Стохастические модели.
2. Модель Леонтьева «затраты – выпуск».
3. Методы принятия решений в условиях нечеткой и неточной информации.

#### Контрольная работа № 3:

1. Модель экономического роста Солоу.
2. Модель фон Неймана.
3. Классическая модель Вольтерра.
4. Стабилизация системы «хищник – жертва».

#### Критерии оценки выполнения контрольной работы:

– оценка «зачтено» ставится, если обучающийся продемонстрировал знание необходимого для выполнения контрольной работы теоретического материала, показал владение практическими навыками и умение решать конкретную задачу в соответствии с поставленной целью. При этом допускается возможность, что были допущены незначительные неточности теоретического или практического плана;

– оценка «не зачтено» ставится, если обучающийся допустил существенную ошибку, связанную с незнанием теории или отсутствием необходимых умений и навыков для выполнения конкретной контрольной работы.

## 20.2 Промежуточная аттестация

Промежуточная аттестация по дисциплине осуществляется в форме собеседования по билетам с помощью ниже приведенных оценочных средств (перечень вопросов к зачету), написание курсовой работы.

### Перечень вопросов к промежуточной аттестации – зачету:

1. Математическая обработка экспериментальных данных. Метод наименьших квадратов.
2. Модели общей механики сплошных сред. Теория деформации.
3. Сплайн функции.
4. Уравнение газовой динамики.
5. Уравнение гидродинамики.
6. Уравнение акустики.
7. Разностные методы решения задач механики, жидкости и газа.
8. Прямое и обратное уравнение Колмогорова.
9. Полугруппа линейных ограниченных операторов.
10. Производящий оператор случайного марковского процесса .
11. Модель Леонтьева «затраты – выпуск».
12. Модель экономического роста Солоу.
13. Модель фон Неймана.
14. Стабилизация системы «хищник – жертва».

Для оценивания результатов обучения на зачете используются следующие **показатели**:

- 1) знание теоретических основ;
- 2) умение решать задачи
- 3) умение работать с алгоритмами методов и информационными ресурсами.

Для оценивания результатов зачета используется **шкала**: «зачтено», «не зачтено».

Соотношение показателей, критериев и шкалы оценивания результатов обучения показаны в следующей таблице:

Критерии оценивания компетенций	Уровень сформированности компетенций	Шкала оценок
В ответе на вопросы контрольно-измерительного материала достаточно полно изложен теоретический материал; практическое задание выполнено, курсовая работа выполнена в полном объеме.	Достаточный	«Зачтено»
В ответе на вопросы контрольно-измерительного материала не достаточно полно или с существенными ошибками изложен теоретический материал или практическое задание не выполнено. Курсовая выполнена с грубыми ошибками или не выполнена совсем.	—	«Не зачтено»

### 20.3 Фонд оценочных средств сформированности компетенций студентов, рекомендуемый для проведения диагностических работ

#### Перечень заданий для оценки сформированности компетенции:

##### Вопрос 1

Какое из предложенных понятий не является этапом математического моделирования

1. Математическая модель
2. Алгоритм численного решения
3. Программная реализация
4. Патентный поиск и изучение литературы (*правильный ответ*)

##### Вопрос 2

Какая из представленных моделей является «жесткой»

1.  $\frac{dy}{dt} = kf(t, y), k = const$  (*правильный ответ*)
2.  $\frac{dy}{dt} = k(t)y(t), k = -t$
3.  $\frac{dy}{dt} = k(y)f(t, y), k = y$
4.  $\frac{dy}{dt} = k(t)f(t, y), k = -t, f(t, y) = y$

##### Вопрос 3

Какая модель имеет решением экспоненциальную функцию

1. Муравнение Ферхюльста (логистическое уравнение)
2. Мальтузианская модель роста (*правильный ответ*)
3. Модель Ланкастера (борьба двух противников)
4. Модель Лотка-Вольтерра (хищник-жертва)

##### Вопрос 4

Укажите раздел физики, в котором не встречается уравнение Лапласа  $\Delta u = 0$ :

1. Задачи механики
2. Задачи теплопроводности
3. Электростатика
4. Гидравлика
5. Нет правильного ответа (*правильный ответ*)

##### Вопрос 5

Что из перечисленного не может являться математической моделью

1. Линейное уравнение
2. Обыкновенное дифференциальное уравнение
3. Уравнение в частных производных
4. Искусственные нейронные сети
5. Нет правильного ответа (*правильный ответ*)

## Критерии и шкалы оценивания заданий ФОС:

### I. Тестовые задания.

#### 1) Задания закрытого типа (выбор одного варианта ответа, верно/неверно):

- 1 балл – указан верный ответ;
- 0 баллов – указан неверный ответ.

#### 2) Задания закрытого типа (множественный выбор):

- 2 балла – указаны все верные ответы;
- за каждый верный ответ ставится 1 балл, при этом за каждый неверный ответ вычитается 1 балл;
- 0 баллов — не выбрано ни одного верного ответа.

#### 3) Задания закрытого типа (на соответствие):

- 2 балла – все соответствия определены верно;
- за каждое верное сопоставление ставится количество баллов, равное максимальному (2 балла), деленному на количество предлагаемых в вопросе сопоставлений;
- 0 баллов – ни одно сопоставление не выбрано верно.

#### 4) Задания открытого типа (короткий текст):

- 2 балла – указан верный ответ;
- 0 баллов – указан неверный ответ.

### II. Расчетные задачи.

#### 1) Задания открытого типа (число):

- 2 балла – указан верный ответ;
- 0 баллов – указан неверный ответ.

**Задания раздела 20.3 рекомендуются к использованию при проведении диагностических работ с целью оценки остаточных результатов освоения данной дисциплины (знаний, умений, навыков).**

•