

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО «ВГУ»)

УТВЕРЖДАЮ
И.о. заведующего кафедрой
математического анализа
Шабров С.А.



01.07.2021

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Б1. В. 08 Методы оптимизаций

1. Код и наименование направления подготовки:

01.03.01 Математика

2. Профиль подготовки:

Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление;
Математические модели гидродинамики

3. Квалификация выпускника: Бакалавр

4. Форма обучения: Очная

5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины: Кафедра математического анализа

6. Составители программы: Зверева Маргарита Борисовна, кандидат физико-математических наук, доцент

7. Рекомендована: Научно-методическим Советом математического факультета, протокол №0500-07 от 29.06.2021

8. Учебный год: 2024/2025

Семестр(ы): 7

9. Цели и задачи учебной дисциплины:

Цели освоения учебной дисциплины:

- овладение конкретными математическими знаниями;
- овладение классическими и современными методами исследования, необходимыми для применения в практической и научной деятельности, для изучения смежных дисциплин, для продолжения образования; совершенствование математического образования.

Задачи учебной дисциплины:

- обеспечить прочное и сознательное овладение студентами системой математических знаний умением применить их при решении задач естествознания;
- сформировать устойчивый интерес к предмету, выявить и развить математические способности, сориентировать на профессию;
- выработать умения правильной постановки оптимизационной задачи, задачи управления, умения выбрать правильный метод оптимизации; приобретение навыков применения оптимизационного подхода к абстрактным и прикладным задачам естествознания, навыков решения конкретных задач вариационного исчисления, конечномерной оптимизации и построения функций синтеза.

10. Место учебной дисциплины в структуре ООП: учебная дисциплина Методы оптимизаций относится к обязательной части Блока 1.

Дисциплина «Методы оптимизаций» базируется на знаниях, полученных в рамках курсов «Математический анализ», «Дифференциальные уравнения». Приобретенные в результате обучения знания, умения и навыки используются во всех без исключения математических и естественнонаучных дисциплинах, модулях и практиках. Полученные знания могут быть использованы при продолжении образования в аспирантуре и в дальнейшей трудовой деятельности выпускников.

11. Планируемые результаты обучения по дисциплине (знания, умения, навыки), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями выпускников):

Код	Название компетенции	Код(ы)	Индикатор(ы)	Планируемые результаты обучения
ОПК-1	Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	ОПК-1.1	Применяет базовые знания, полученные в области математических и (или) естественных наук	Знать: основы методов решения задач в предметной области и основные методы доказательства соответствующих математических утверждений Уметь: формулировать постановки основных задач методов оптимизации; формулировать и доказывать теоремы Владеть: теоретическими подходами к созданию математических моделей в области оптимизации
		ОПК-1.2	Оценивает и формулирует актуальные и значимые проблемы фундаментальной математики	Знать: зарубежную и отечественную литературу в области методов оптимизации Уметь: грамотно и правильно представлять свои результаты Владеть: источниками информации, навыками работы с литературой, информационными системами
		ОПК-1.3	Анализирует и применяет навыки выбора методов решения задач профессиональн	Знать: методы решения задач в области методов оптимизации Уметь: работать с различными источниками научной информации, грамотно и правильно представлять свои результаты Владеть: методами самостоятельного

			ой деятельности на основе теоретических знаний	обучения новым знаниям и способами их применения в области методов оптимизации
ОПК-2	Способен разрабатывать, анализировать и внедрять новые математические модели в современных естествознании, технике, экономике и управлении	ОПК-2.1	Оценивает основные принципы математических моделей	Знать: постановки классических задач оптимизации Уметь: математически корректно ставить задачи оптимизации Владеть: источниками информации, навыками работы с литературой, информационными системами
		ОПК-2.2	Выбирает необходимые методы исследования, модифицирует существующие и разрабатывает новые методы, исходя из задач конкретного исследования	Знать: основные определения, понятия и идеи изучаемых разделов курса Уметь: строго доказать утверждения, сформулировать результат, увидеть следствия полученного результата Владеть: основными терминами и утверждениями, полученными в области изучаемого курса
		ОПК-2.3	Применяет полученные результаты, представляет итоги проделанной работы	Знать: основные этапы разработки, исследования и анализа математических моделей Уметь: выбирать методы решения задач оптимизации с учетом свойств и особенностей решаемой задачи Владеть: современными методами для реализации задач, анализа и интерпретации результатов

12. Объем дисциплины в зачетных единицах/часах — 4/144

Форма промежуточной аттестации экзамен.

13. Виды учебной работы

Виды учебной работы	Трудоемкость	
	Всего	По семестрам
		семестр 7
Аудиторные занятия	56	56
В том числе:		
лекции	28	28
практические	28	28
лабораторные		
Самостоятельная работа	52	52
Форма промежуточной аттестации (зачет – 0 час./экзамен – <u>36</u> час.)	36	36
Итого:	144	144

13.1. Содержание дисциплины

п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины
1. Лекции		
1.1	Простейшая задача вариационного исчисления.	Теорема Ферма для функционала в линейном нормированном пространстве. Первая вариация. Уравнение Эйлера. Лемма Лагранжа. Частные случаи уравнения Эйлера. Задача о брахистохроне. Теорема Дю-Буа-Реймона. Гладкость экстремали в простейшей задаче вариационного исчисления.
1.2	Условия экстремума в простейшей задаче вариационного исчисления	Условие Лежандра. Усиленное условие Лежандра. Уравнение Якоби. Вторая вариация. Теоремы Штурма. Условие, эквивалентное условию Якоби. Достаточные условия экстремума.
1.3	Задачи вариационного исчисления	Функционал, зависящий от векторной функции. Задача Больца. Изопериметрическая задача. Уравнение Эйлера-Пуассона, Эйлера-Остроградского. Условный экстремум в задачах вариационного исчисления. Метод множителей Лагранжа. Задача с подвижной границей.
1.4	Задачи линейного программирования	Экстремум линейного функционала на множестве в конечномерном пространстве. Графический метод решения задач линейного программирования. Симплексный метод. Теоремы двойственности. Транспортные задачи.
1.5	Задачи оптимального управления	Постановка задачи оптимального управления. Принцип оптимальности. Принцип Беллмана динамического программирования. Уравнение Беллмана. Принцип максимума Понтрягина. Теорема о числе переключений. Метод решения задач без ограничения. Метод Ньютона. Методы сопряженных направлений. Численные методы решения задач оптимизации
2. Практические занятия		
2.1	Простейшая задача вариационного исчисления.	Уравнение Эйлера. Частные случаи уравнения Эйлера.
2.2	Условия экстремума в простейшей задаче вариационного исчисления	Условие Лежандра. Усиленное условие Лежандра. Уравнение Якоби. Условие, эквивалентное условию Якоби. Достаточные условия экстремума.
2.3	Задачи вариационного исчисления	Функционал, зависящий от векторной функции. Уравнение Эйлера-Пуассона. Условный экстремум в задачах вариационного исчисления. Метод множителей Лагранжа. Задача Больца.
2.4	Задачи линейного программирования	Графический метод решения задач линейного программирования. Симплексный метод. Транспортные задачи.
2.5	Задачи оптимального управления	Постановка задачи оптимального управления. Принцип максимума Понтрягина.

13.2. Темы (разделы) дисциплины и виды занятий

№ п/п	Наименование темы (раздела) дисциплины	Виды занятий (часов)				Всего
		Лекции	Практические	Лабораторные	Самостоятельная работа	
01	Простейшая задача вариационного исчисления.	5	5	0	10	20
02	Условия экстремума в простейшей задаче вариационного исчисления	5	5	0	10	20
03	Задачи вариационного исчисления	5	5	0	10	20
04	Задачи линейного программирования	5	5	0	10	20
05	Задачи оптимального управления	8	8	0	12	28
	Итого:	28	28	0	52	108

14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

В процессе преподавания дисциплины используются такие виды учебной работы, как лекции, практические занятия, а также различные виды самостоятельной работы обучающихся.

Методические указания к лекционным занятиям

В ходе лекционных занятий необходимо вести конспектирование учебного материала. Обращать внимание на категории, формулировки, раскрывающие содержание тех или иных явлений и процессов, научные выводы и практические рекомендации. Желательно оставить в рабочих конспектах поля, на которых делать пометки из рекомендованной литературы, дополняющие материал прослушанной лекции, а также подчеркивающие особую важность тех или иных теоретических положений. Задавать преподавателю уточняющие вопросы с целью уяснения теоретических положений, разрешения спорных ситуаций.

Методические рекомендации студентам к практическим занятиям

Важной составной частью учебного процесса в вузе являются практические занятия. Практические занятия требуют помимо знаний теоретического материала еще и навыков решения практических задач, и помогают студентам глубже усвоить учебный материал, приобрести практические навыки и навыки творческой работы над учебной и научной литературой.

В начале практического занятия происходит обсуждение задач, решенных студентами самостоятельно дома. Это возможность для студентов еще раз обратить внимание на непонятные до сих пор моменты и окончательно разобрать их. Преподаватель может (выборочно) проверить записи с самостоятельно решенными задачами.

Затем начинается опрос по теме, обозначенной для данного практического занятия. В процессе этого опроса студенты под руководством преподавателя более глубоко осмысливают теоретические положения по теме занятия.

На практическом занятии каждый его участник должен быть готовым к ответам на все теоретические вопросы, поставленные в плане, проявлять максимальную активность при их рассмотрении. Ответы должны строиться свободно, убедительно и аргументировано. Преподаватель следит, чтобы ответы были точными, логично построенными и не сводились к чтению конспекта. Необходимо, чтобы выступающий проявлял глубокое понимание того, о чем он говорит, сопоставлял теоретические знания (определений, теорем, утверждений и т.д.) с их практическим применением для решения задач, был способен привести конкретные примеры тех математических объектов и положений, о которых рассуждает теоретически.

В ходе обсуждения теоретического материала могут разгореться споры, дискуссии, к участию в которых должен стремиться каждый. Преподавателю необходимо внимательно и критически слушать, подмечать особенности в суждениях студентов, улавливать недостатки и ошибки, корректировать их знания, и, если нужно, выступить в роли рефери. При этом обратить внимание на то, что еще не было сказано, или поддержать и развить интересную мысль, высказанную выступающим студентом.

В заключение опроса преподаватель, еще раз кратко резюмирует теоретический материал, необходимый для решения задач. Также преподаватель может (выборочно) проверить конспекты студентов и, если потребуется, внести в них исправления и дополнения,

Затем приступают к решению практических задач, используя изученные теоретические положения.

Планы практических занятий, их тематика, рекомендуемая литература, цель и задачи ее изучения сообщаются преподавателем на вводных занятиях или в методических указаниях по данной дисциплине.

Методические рекомендации студентам к самостоятельной работе

Среди основных видов самостоятельной работы студентов выделяют следующие: подготовка к лекциям, семинарским и практическим занятиям, зачетам и экзаменам, презентациям и докладам; написание рефератов, выполнение лабораторных и контрольных работ, участие в научной работе. Самостоятельная работа может осуществляться индивидуально или группами студентов в зависимости от цели, объема, конкретной тематики самостоятельной работы, уровня сложности и уровня умений студентов.

Студентам необходимо обратить особое внимание на самостоятельное изучение рекомендованной учебно-методической (а также научной) литературы. Самостоятельная работа с учебниками, учебными пособиями, научной, справочной литературой, материалами периодических изданий и Интернета, статистическими данными является наиболее эффективным методом получения знаний, позволяет значительно активизировать процесс овладения информацией, способствует более глубокому усвоению изучаемого материала, формирует у студентов свое отношение к конкретной проблеме.

Курс дисциплины построен таким образом, чтобы позволить студентам максимально проявить способность к самостоятельной работе. Для успешной самостоятельной работы предполагается тесный контакт с преподавателем.

Изучение дисциплины следует начинать с проработки настоящей рабочей программы, особое внимание, уделяя целям и задачам, структуре и содержанию курса.

15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины

а) основная литература:

№ п/п	Источник
1	Дифференциальные и интегральные уравнения, вариационное исчисление в примерах и задачах : учебное пособие / А.Б. Васильева [и др.] .— Изд. 3-е,

	испр. — СПб ; М. ; Краснодар : Лань, 2010 .
2	Морс М. Вариационное исчисление в целом / М. Морс ; пер. с англ. Л.Б. Вертгейма ; под ред. И.А. Тайманова .— М. ; Ижевск : Институт компьютерных исследований : Регулярная и хаотическая динамика, 2010 .
3	Акулич И.П. Математическое программирование в примерах и задачах : учебное пособие / И.П. Акулич .— Изд. 3-е, стер. — Санкт-Петербург ; Москва ; Краснодар : Лань, 2011 .
4	Аттетков А.В. Методы оптимизации : учебное пособие : [для студ. высш. учеб. заведений] / А.В. Аттетков, В.С. Зарубин, А.Н. Канатников .— Москва : РИОР : ИНФРА-М, 2013 .
5	Васильев Ф.П. Методы оптимизации : [учебник для студ. вузов, обуч. по специальности ВПО 010501 "Прикладная математика и информатика"] : [в 2 ч.] / Ф.П. Васильев .— Москва : Изд-во МЦНМО, 2011.

б) дополнительная литература:

№ п/п	Источник
1	Покорный Ю.В. Оптимальные задачи : [учебное пособие] / Ю.В. Покорный .— М. ; Ижевск : Регуляр. и хаотич. динамика : Ин-т компьютер. исслед., 2008 .
2	Покорный Ю.В. Краткий курс математической теории оптимальных задач / Ю.В. Покорный. — Воронеж : ОАО "Центрально-Черноземное издательство", 2007.
3	Понтрягин Л.С. Принцип максимума в оптимальном управлении / Л.С. Понтрягин. - М. : Наука, 1989.
4	Ахиезер Н.И. Лекции по вариационному исчислению / Н.И. Ахиезер. - М. : Гостехиздат, 1955.
5	Галлеев Э.М. Краткий курс теории экстремальных задач / Э.М. Галлеев, В.М. Тихомиров. - М. : Изд-во МГУ, 1989.
6	Гельфанд И.М. Вариационное исчисление / И.М. Гельфанд, С.В. Фомин. - М. : Физматлит, 1961.
7	Эльсгольц Л.Э. Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление : учебник для физ. и физ.-мат. фак. ун-тов / Л. Э. Эльсгольц . - 4-е изд. - М. : Эдиториал УРСС, 2000.

в) информационные электронно-образовательные ресурсы (официальные ресурсы интернет)*:

№ п/п	Ресурс
1	http://www.lib.vsu.ru - электронный каталог ЗНБ ВГУ
2	ЭБС «Университетская библиотека онлайн»
3	Электронный курс https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=9814
4	Google, Yandex, Rambler

16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы

№ п/п	Источник
1	Покорный Ю.В. Краткий курс математической теории оптимальных задач. / Ю.В. Покорный. — Воронеж : ОАО "Центрально-Черноземное издательство", 2007.
2	Дидактический материал по методам оптимизации / Ю.В. Покорный [и др.] .— Воронеж : ИПЦ ВГУ, 2007 .— 25 с.
3	Дидактический материал по вариационному исчислению / Ю.В. Покорный [и др.] .— Воронеж : ИПЦ ВГУ, 2007 .— 28 с.

17. Информационные технологии, используемые для реализации учебной дисциплины, включая программное обеспечение и информационно-справочные системы (при необходимости)

Дисциплина может реализовываться с применением дистанционных образовательных технологий, например, на платформе «Электронный университет ВГУ». <https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=9814>

18. Материально-техническое обеспечение дисциплины:

Специализированная мебель.

Для проведения лекционных и практических занятий используются аудитории, соответствующие действующим санитарно-техническим нормам и противопожарным правилам.

Для самостоятельной работы используются классы с компьютерной техникой, оснащенные необходимым программным обеспечением, электронными учебными пособиями и законодательно-правовой и нормативной поисковой системой, имеющей выход в глобальную сеть, читальные залы библиотеки.

При реализации дисциплины с использованием дистанционного образования возможны дополнения материально-технического обеспечения дисциплины.

19. Фонд оценочных средств:

Порядок оценки освоения обучающимися учебного материала определяется содержанием следующих разделов дисциплины:

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Компетенция(и)	Индикатор(ы) достижения компетенции	Оценочные средства
1.	Простейшая задача вариационного исчисления.	ОПК-1 ОПК-2	ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3 ОПК-2.1 ОПК-2.2 ОПК-2.3	Устный опрос
2.	Условия экстремума в простейшей задаче вариационного исчисления	ОПК-1 ОПК-2	ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3 ОПК-2.1 ОПК-2.2 ОПК-2.3	Устный опрос
3.	Задачи вариационного исчисления	ОПК-1 ОПК-2	ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3 ОПК-2.1 ОПК-2.2 ОПК-2.3	Устный опрос
4.	Задачи линейного программирования	ОПК-1 ОПК-2	ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3 ОПК-2.1 ОПК-2.2 ОПК-2.3	Устный опрос Контрольная работа
5.	Задачи оптимального управления	ОПК-1 ОПК-2	ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3 ОПК-2.1 ОПК-2.2 ОПК-2.3	Устный опрос Контрольная работа
Промежуточная аттестация форма контроля – экзамен				Программа КИМы к экзамену

20 Типовые оценочные средства и методические материалы, определяющие процедуры оценивания

20.1 Текущий контроль успеваемости

По курсу «Методы оптимизаций» планируются следующие виды текущего контроля: устный опрос, контрольная работа.

В ходе контрольной работы обучающемуся выдается КИМ с практическими заданиями и задается ограничение по времени 90 минут.

Если текущая аттестация проводится в дистанционном формате, то обучающийся должен иметь компьютер и доступ в систему «Электронный университет». Если у обучающегося отсутствует необходимое оборудование или доступ в систему, то он обязан сообщить преподавателю об этом за 2 рабочих дня.

При организации текущего контроля уровень освоения учебной дисциплины и степень сформированности компетенций могут быть определены как среднее по результатам контрольных работ и устных ответов. Каждая контрольная работа оценивается по пятибалльной системе, если в итоге средний балл составляет не менее 3 баллов выставляется оценка «зачтено».

Образцы контрольных работ:

Контрольная работа №1

Задание 1.

Найдите допустимые экстремали для заданных функционалов:

$$\Phi(x) = \int_0^1 (120tx - x''^2) dt \quad x(0) = 0, x'(0) = 0 \quad x(1) = 1, x'(1) = 6$$

$$\Phi(x) = \int_0^{\pi} (x'^2 - x^2) dt \quad \int_0^{\pi} x \cos t dt = 1, x(0) = x(\pi) = 0$$

Задание 2.

Исследуйте на слабый экстремум

$$\int_0^1 (x'^2 + 9x^2) dt \quad x(0) = x(1) = 0$$

Контрольная работа №2

Задание 1.

Решите задачу линейного быстродействия

$$\begin{cases} x_1' = 3u \\ x_2' = -x_1 \end{cases} \quad 0 \leq u \leq 2$$

Задание 2.

$$L = 3x_1 + x_2 \rightarrow \max \text{ при ограничениях } \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 \leq 6, \\ 2x_1 - 3x_2 \leq 3, \\ x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0. \end{cases}$$

$$L = 16x_1 + 9x_2 \rightarrow \max \text{ при ограничениях } \begin{cases} 5x_1 + 2x_2 \leq 6, \\ x_1 + 3x_2 \leq 6, \\ x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0. \end{cases}$$

x_1 и x_2 – целые.

20.2 Промежуточная аттестация

Промежуточная аттестация по дисциплине «Методы оптимизаций» проводится в форме экзамена.

Промежуточная аттестация осуществляется в конце семестра. Результаты текущей аттестации обучающегося учитываются при проведении промежуточной аттестации. При несогласии студента с результатами текущей аттестации ему дается возможность пройти промежуточную аттестацию на общих основаниях.

Перечень вопросов к экзамену

1. Абстрактная теорема Ферма.
2. Простейшая задача вариационного исчисления. Уравнение Эйлера.
3. Лемма Лагранжа.
4. Первые интегралы в частных случаях уравнения Эйлера.
5. Задача о брахистохроне (с решением)
6. Теорема и лемма Дю-Буа-Реймона.
7. Гладкость экстремалей.
8. Задача Пуассона
9. Функционалы от векторных функций
10. Задача Остроградского
11. Задача Больца
12. Вторая вариация. Теорема о знаке второй вариации. Вторая вариация в простейшей задаче вариационного исчисления.
13. Теорема Лежандра.
14. Теорема Лежандра-Лагранжа
15. Условие Якоби
16. Неосцилляция уравнения Якоби
17. Теорема Штурма
18. Теорема о неосцилляции (об эквивалентных условиях)
19. Усиленная теорема Якоби
20. Достаточное условие слабого экстремума
21. Лемма об оценке «хвоста».
22. Теорема об экстремуме линейного функционала
23. Выпуклая оболочка. Теорема о выпуклой оболочке.
24. Критерий выпуклости.
25. Теорема о достижении экстремума в крайней точке.
26. Алгоритм симплексного метода
27. Постановка задачи оптимального управления.
28. Лемма 1 о сдвиге управления.
29. Лемма 2 о суперпозиции управлений.
30. Принцип оптимальности.
31. Уравнение Беллмана для задачи быстродействия.
32. Принцип максимума Понтрягина.

Образец КИМ-ов к экзамену

Контрольно-измерительный материал № 1

Теория:

1. Задача Больца.
2. Уравнение Беллмана для задачи быстродействия.

Практика:

1. Выпишите первую вариацию функционала $\Phi(u) = \int_0^1 \frac{(x^2 + 1)u^2}{2} dx - \int_0^1 u dx$, заданного на

пространстве $C^1[0,1]$

2. Выпишите уравнение и условия, которым должна удовлетворять точка минимума функционала

$$\Phi(u) = \int_0^1 \frac{u'^2}{2} dx - \int_0^1 u x dx, \quad u(0) = u'(0) = 0.$$

3. Решите симплексным методом

$$x_1 - x_2 - x_3 + 2x_4 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} -x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 \leq 2 \\ 2x_1 + x_2 + x_3 - 2x_4 \leq 12 \\ 2x_1 + 2x_2 + 4x_3 + 2x_4 \leq 6 \\ x_j \geq 0 \quad j = 1, \dots, 4. \end{cases}$$

Описание технологии проведения промежуточной аттестации

Критерии оценивания компетенций	Уровень сформированности компетенций	Шкала оценок
Фрагментарные знания или отсутствие знаний и умений. Обучающийся не владеет основами учебно-программного материала. Студент допустил принципиальные ошибки в выполнении предусмотренных программой заданий.	-	«Неудовлетворительно»
обучающийся показывает свой общекультурный уровень, в основном знает предмет учебной дисциплины, знает основные определения и термины, имеет определенные знания предмета, практические задания решить не может, также не может привести доказательства.	Пороговый	"Удовлетворительно"
обучающийся показывает свой интеллектуальный и общекультурный уровень, твердо знает предмет учебной дисциплины, логично излагает изученный материал, умеет применять теоретические	Достаточный	"Хорошо"

<p>знания для решения практических задания, на вопросы билеты получены полные и верные ответы, приведено доказательство, но есть небольшие неточности в формулировках и затруднения при ответе на дополнительные вопросы</p>		
<p>обучающийся показывает высокий интеллектуальный и общекультурный уровень, глубокое и всестороннее знание предмета, на все вопросы билета даны правильные исчерпывающие ответы, приведены доказательства обучающийся аргументировано и логично излагает материал, правильно решает все предложенные практические задания; дополнительные вопросы не вызывают затруднений</p>	<p>Повышенный</p>	<p>"Отлично"</p>