МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО «ВГУ»)

УТВЕРЖДАЮ

Заведующий кафедрой
теории функций и геометрии

_______ *Е.М. Семенов*

30.06.2020 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Б1.О.34 Комбинаторная геометрия

1. Код и наименование направления подготовки/специальности:

01.05.01 Фундаментальные математика и механика

2. Профиль подготовки/специализация: Современные методы теории функций в математике и механике

3. Квалификация (степень) выпускника: Специалист. Математик. Механик. Преподаватель

4. Форма обучения: очная

5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины:

0503 теории функций и геометрии

6. Составители программы: Семенов Евгений Михайлович, д. ф.-м. н., профессор

7. Рекомендована: НМС математического факультета ВГУ, протокол №0500-04 от **18.06.2020**

(отметки о продлении вносятся вручную)

8. Учебный год: 2022/2023 уч.год **Семестр(ы):** 6

9. Цели и задачи учебной дисциплины: Целью дисциплины является ознакомление студентов с основными теоремами, проблемами и методами комбинаторной геометрии. Комбинаторная геометрия тесно связана с анализом, линейной алгеброй и другими разделами математики, что является отражением внутреннего единства математики. Выявление этих взаимосвязей также является одной из целей дисциплины.
В результате изучения дисциплины студенты должны
(а) Знать:
- основные задачи комбинаторной геометрии;
- основные геометрические понятия и факты, лежащие в основе комбинаторных алгоритмов вычислительной геометрии;
- модели вычислений, нижние оценки сложности и фактическую сложность основных комбинаторных алгоритмов вычислительной геометрии;
- рассмотрение конкретных примеров.

(б) Уметь:
- самостоятельно составлять машинные алгоритмы и программы решения комбинаторных задач вычислительной геометрии на основе известных методов и алгоритмов;
- модифицировать известные алгоритмы, реализовывать структуры данных, повышающие эффективность комбинаторных алгоритмов вычислительной геометрии;
- оценивать сложность комбинаторных алгоритмов на основе теоретических (нижних) оценок.

(в) Иметь представление о:

- об оптимальных по сложности алгоритмах вычислительной геометрии;

- математических методах анализа сложности геометрических задач и алгоритмов;

- об областях применения алгоритмов вычислительной геометрии в информатике, программировании и прикладной математике.

10. Место учебной дисциплины в структуре ОПОП: Курс по выбору «Комбинаторная геометрия» относится к Блок 1. Дисциплины (модули), обязательная часть математического цикла дисциплин Федерального государственного образовательного стандарта высшего образования (ФГОС ВО) по специальности 01.05.01 «Фундаментальные математика и механика» (специалитет).

Для освоения дисциплины необходимы знания дисциплин: дискретная математика, алгебра. Освоение дисциплины позволит в дальнейшем изучать дисциплины: теория чисел, численные методы, а также специальные курсы по профилю подготовки. Является продолжением общих математических курсов. Дисциплина необходима для успешного написания курсовых и дипломных работ.

Наиболее важные проблемы комбинаторной геометрии связаны с проблемой Борсука, теоремой Хелли, задачей освещения. Эти проблемы рассматриваются в эвклидовом пространстве, а также в n-мерных банаховых пространствах. Одна из важных задач комбинаторной геометрии – нахождение или оценка константы Юнга.

11. Планируемые результаты обучения по дисциплине/модулю (знания, умения, навыки), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями выпускников):

Компетенция		Планируемые результаты обучения
Код	Название	
ОПК-1.1	Обладает базовыми знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук	знать: основные определения и результаты комбинаторной геометрии уметь: решать задачи по комбинаторной геометрии владеть (иметь навык(и)): основными методами комбинаторной геометрии и применять их для решения конкретных задач
ОПК-1.2	Умеет использовать их в профессиональной деятельности	знать: основные свойства выпуклых множеств уметь: применять свойства выпуклых множеств для решения геометрических задач владеть: аппаратом теории выпуклых множеств и применять его для задач комбинаторного характера
ОПК-1.3	Имеет навыки выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний	знать: примеры выпуклых множеств уметь: использовать геометрические конструкции для решения конкретных геометрических задач владеть (иметь навык(и)): решения комбинаторных задач

12. Объем дисциплины в зачетных единицах/час.(*в соответствии с учебным планом)* **—** 2/72.

Форма промежуточной аттестации *(зачет/экзамен)* зачет

13. Виды учебной работы

Вид учебной работы	Трудоемкость			
	Всего	По семестрам		
		№ семестра	№ семестра	…
Аудиторные занятия	36	6		
в том числе: лекции	18	6		
практические	18			
лабораторные				
Самостоятельная работа	36	6		
Форма промежуточной аттестации *(зачет – 3 час. / экзамен – 0 час.)*	0	6		
Итого:	72			

13.1. Содержание дисциплины

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины
	1. Лекции	
1	Выпуклые множества.	Изучаются основные свойства выпуклых множеств.
2	Сумма множеств.	Доказываются теоремы о свойствах сумм множеств.
3	Выпуклая оболочка, теорема Каратеодори.	Даются примеры на вычисление выпуклой оболочки и доказывается теорема Каратеодори.
4	Теорема об отделимости, опорная гиперплоскость.	Доказывается теорема об отделимости, приводится ее приложение.
5	Экстремальные точки, теорема Крейна-Мильмана.	Доказывается теорема Крейна-Мильмана. Приводятся примеры.
6	Диаметр и радиус множества.	Доказываются основные свойства диаметра и радиуса множества.
7	Примеры на вычисление	Рассматриваются примеры.

	диаметра и радиуса множеств	
8	Разбиение множества на части меньшего диаметра. Решение задачи для $n=2$.	Доказывается теорема о разбиении множеств.
9	n-мерный случай.	Изучается множества в n-мерном пространстве.
10	Задача о покрытии множества гомотетичными и задача об освещении, эквивалентность задач.	Доказывается теорема об эквивалентности двух задач.
11	Решение задачи об освещении для $n=2$.	Доказывается теорема об освещении множеств на плоскости.
12	Неограничные множества.	Задачи об освещении и о покрытии гомотетичными изучаются для неограниченных множеств.
13	Теорема Хелли (1).	Доказывается точность всех условий теоремы Хелли.
14	Теорема Хелли (2).	Приводятся доказательства теоремы Хелли.
15	Приложения теоремы Хелли.	Приводятся различные приложения теоремы Хелли.
16	Константы Юнга (1).	Приводится общая оценка константы Юнга.
17	Константы Юнга (2).	Вычисляется контанта Юнга в эвклидовом случае.
18	Примеры на вычисление константы Юнга.	Рассматриваются конкретные примеры вычисления константы Юнга.
2. Лабораторные занятия		
3. Практические занятия		
1	Выпуклые множества.	Изучаются основные свойства выпуклых множеств.
2	Сумма множеств.	Доказываются теоремы о свойствах сумм множеств.
3	Выпуклая оболочка, теорема Каратеодори.	Даются примеры на вычисление выпуклой оболочки и доказывается теорема Каратеодори.
4	Теорема об отделимости, опорная гиперплоскость.	Доказывается теорема об отделимости, приводится ее приложение.
5	Экстремальные точки, теорема Крейна-Мильмана.	Доказывается теорема Крейна-Мильмана. Приводятся примеры.
6	Диаметр и радиус множества.	Доказываются основные свойства диаметра и радиуса множества.
7	Примеры на вычисление диаметра и радиуса множеств	Рассматриваются примеры.
8	Разбиение множества на части меньшего диаметра. Решение задачи для $n=2$.	Доказывается теорема о разбиении множеств.
9	n-мерный случай.	Изучается множества в n-мерном пространстве.
10	Задача о покрытии множества гомотетичными и задача об освещении, эквивалентность задач.	Доказывается теорема об эквивалентности двух задач.
11	Решение задачи об освещении для $n=2$.	Доказывается теорема об освещении множеств на плоскости.
12	Неограничные множества.	Задачи об освещении и о покрытии гомотетичными изучаются для неограниченных множеств.
13	Теорема Хелли (1).	Доказывается точность всех условий теоремы Хелли.
14	Теорема Хелли (2).	Приводятся доказательства теоремы Хелли.
15	Приложения теоремы Хелли.	Приводятся различные приложения теоремы Хелли.
16	Константы Юнга (1).	Приводится общая оценка константы Юнга.
17	Константы Юнга (2).	Вычисляется контанта Юнга в эвклидовом случае.
18	Примеры на вычисление константы Юнга.	Рассматриваются конкретные примеры вычисления константы Юнга.

13.2. Темы (разделы) дисциплины и виды занятий

№ п/п	Наименование темы (раздела) дисциплины	Виды занятий (часов)				
		Лекции	Практические	Лабораторные	Самостоятельная работа	Всего
1.	Выпуклые множества	8	8		14	30
2.	Диаметр и радиус множества.	6	6		12	24
3.	Теорема Хелли	4	4		10	18
	Итого:	18	18		36	72

14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

В процессе преподавания дисциплины используются такие виды учебной работы, как лекции, практические занятия, а также различные виды самостоятельной работы обучающихся. На лекциях рассказывается теоретический материал, на практических занятиях решаются примеры по теоретическому материалу, прочитанному на лекциях.

При изучении курса «Комбинаторная геометрия» обучающимся следует внимательно слушать и конспектировать материал, излагаемый на аудиторных занятиях. Для его понимания и качественного усвоения рекомендуется следующая последовательность действий.

1. После каждой лекции студентам рекомендуется подробно разобрать прочитанный теоретический материал, выучить все определения и формулировки теорем, разобрать примеры, решенные на лекции. Перед следующей лекций обязательно повторить материал предыдущей лекции.

2. Перед практическим занятием обязательно повторить лекционный материал. После практического занятия еще раз разобрать решенные на этом занятии примеры, после чего приступить к выполнению домашнего задания. Если при решении примеров, заданных на дом, возникнут вопросы, обязательно задать на следующем практическом занятии или в присутственный час преподавателю.

3. При подготовке к практическим занятиям повторить основные понятия по темам, изучить примеры. Решая задачи, предварительно понять, какой теоретический материал нужно использовать. Наметить план решения, попробовать на его основе решить практические задачи.

3. Выбрать время для работы с литературой по дисциплине в библиотеке или в системе «Электронный университет».

15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины *(список литературы оформляется в соответствии с требованиями ГОСТ и используется общая сквозная нумерация для всех видов источников)*

а) основная литература:

№ п/п	Источник
1.	*Колмогоров, Андрей Николаевич. Элементы теории функций и функционального анализа : [учебник] / А.Н. Колмогоров, С.В. Фомин ; Моск. гос. ун-т им. М.В. Ломоносова .— Изд. 7-е .— М. : Физматлит, 2004 .— 570 с. : ил.*

б) дополнительная литература:

№ п/п	*Источник*
2.	*Харазишвили, Александр Бежанович. Введение в комбинаторную геометрию / А.Б. Харазишвили ; Тбилисский гос. ун-т, Ин-т прикладной математики им. И.Н. Векуа .— Тбилиси : Изд-во Тбилис.ун-та, 1985 .— 148,[1]с.*
3.	*Колмогоров, Андрей Николаевич. Элементы теории функций и функционального анализа : учебное пособие для студ. мат. спец. ун-тов / А. Н. Колмогоров, С. В. Фомин .— 2-е изд., перераб. и доп. — М. : Наука,*

	1968 .— 496 с. : ил.
4.	***Гуревич, Александр Петрович***. *Сборник задач по функциональному анализу : для студентов механико-математических факультетов / А.П. Гуревич, Л.Б. Зеленко ; Сарат. гос. ун-т им. Н.Г. Чернышевского .— Саратов : Изд-во Сарат. ун-та, 1987 .— 106, [1] с. : ил.*
5.	***Рыбников, Константин Алексеевич***. *Введение в комбинаторный анализ / К.А. Рыбников .— 2-е изд. — М. : Изд-во МГУ, 1985 .— 307,[1] с. : ил.*
6.	***Холл, М.*** *Комбинаторный анализ / М. Холл ; Пер. с англ. К.А. Рыбникова .— М. : Изд-во иностр. лит., 1963 .— 96, [1] с. — (Библиотека сборника "Математика") .— Парал. тит. л. англ. факс. — Библиогр.: с.94-96.*
7.	***Данцер, Л.*** *Теорема Хелли и ее применения / Л. Данцер, Б. Грюнбаум, В. Кли ; Пер. с англ. С.И. Залгаллер; Под ред. И.М. Яглома .— М. : Мир, 1968 .— 159,[1] с. : ил.*

в) информационные электронно-образовательные ресурсы:

№ п/п	Источник
	ЭБС «Лань» : http://e.lanbook.com
	Электронный каталог Научной библиотеки Воронежского государственного университета. – (http // www.lib.vsu.ru/)
	Google, Yandex, Rambler
	Электронный курс https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=6399

* Вначале указываются ЭБС, с которыми имеются договора у ВГУ, затем открытые электронно-образовательные ресурсы

16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы

(учебно-методические рекомендации, пособия, задачники, методические указания по выполнению практических (контрольных) работ и др.)

№ п/п	Источник
1.	*Комбинаторный анализ. Задачи и упражнения : [Учеб. пособие для студ. вузов, обуч. по спец. "Математика" и "Прикладная математика"] / Под ред. К.А. Рыбникова .— М. : Наука, 1982 .— 365 с. : ил.*

17. Информационные технологии, используемые для реализации учебной дисциплины, включая программное обеспечение и информационно-справочные системы (при необходимости)

Дисциплина может реализовываться с применением дистанционных образовательных технологий, например, на платформе «Электронный университет ВГУ» (https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=6399).

Перечень необходимого программного обеспечения: операционная система Windows или Linex, Microsoft Windows 10 Enterprise, LibreOffice 5 (*Writer (текстовый процессор), Math (редактор формул)*), браузер Mozilla Firefox, Opera или Internet.

---

18. Материально-техническое обеспечение дисциплины: При изучении дисциплины используются активные и интерактивные формы проведения лекций и лабораторных занятий; учебные аудитории для проведения лекционных и лабораторных занятий; осуществляется контроль посещаемости и выполнения всех видов самостоятельной работы. В течение семестра студенты решают задачи, указанные преподавателем, к каждому занятию.

---

19. Фонд оценочных средств:

Примеры ответов на вопросы зачета:

1. ВЫПУКЛОЕ МНОЖЕСТВО

в евклидовом или другом векторном пространстве - множество, которое вместе с любыми двумя точками содержит все точки соединяющего их отрезка. Пересечение любой совокупности В. м. есть В. м.

Наименьшая размерность плоскости, содержащей данное В. м., наз. размерностью этого В. м. Замыкание В. м. (т. е. результат присоединения к В. м. всех его предельных точек) дает В. м. той же размерности. Центральное место в теории В. м. занимает изучение выпуклых тел (в. т.) - конечных (т. е. ограниченных) замкнутых В. м. размерности *п.*

При отказе от ограниченности говорят о бесконечных в. т., а при отказе от n-мерности - о вырожденных в. т. или в. т. более низких размерностей.

В. т. гомеоморфно замкнутому шару. Бесконечное в. т., не содержащее прямых, гомеоморфно полупространству, а содержащее прямую является цилиндром с выпуклым (возможно бесконечным) поперечным сечением.

Через каждую точку границы В. м. проходит хотя бы одна гиперплоскость, оставляющая это В. м. в одном замкнутом полупространстве. Такие гиперплоскости и полупространство нал. опорными для данного В. м. в данной точке границы. Замкнутое В. м. есть пересечение его опорных полупространств. Пересеченно конечного числа замкнутых полупространств есть выпуклый многогранник. Гранями в. т. называют его пересечения с опорными гиперплоскостями. Это - в. т. более низких размерностей. Само в. т. считают его n-мерной гранью. Грань грани, в отличие от случая многогранника, может но быть гранью исходного в. т. С каждой граничной точкой хв. т. связывают: открытый касательный конус, заполненный лучами, идущими *из х* через внутренние точки в. т.; замкнутый касательный конус - его замыкание; касательный конус поверхности - его границу. Первые два конуса выпуклые. Точки границы в. т. классифицируют по минимальной размерности граней, к-рым они принадлежат, а также по размерности множества опорных гиперплоскостей в точке. Точки нульмерных граней наз. выступающими. Крайними наз. точки в. т., не внутренние ни для одного отрезка, лежащего в этом в. т. Изучается вопрос о возможном обилии точек и множества направлений граней разного типа. Напр., точки с неединственной опорной гиперплоскостью занимают на границе нулевую (*п*-1) - мерную площадь; направления лежащих на границе отрезков имеют нулевую меру среди всех направлений в пространстве.

Точка, не принадлежащая в. т., строго отделена от него гиперплоскостью, оставляющей эту точку и в. т. в разных открытых полупространствах. Два непересекающихся В. м. отделены гиперплоскостью, оставляющей их в разных замкнутых полупространствах. Последнее свойство отделимости сохраняется для В. м. в бесконечномерных векторных пространствах. С в. т. Fсвязана его опорная функция Н:

$E^n \to E^1$, определяемая равенством $H(u) = \sup\{ux : x \in F\}$,

где *ux* - скалярное произведение. Функция $H(u)$- положительно однородная 1-й степени: $H(\alpha u) = \alpha H u$ при $\alpha \geqslant 0$, и выпуклая:

$$H(u+v) \leqslant H(u) + H(v).$$

Любая функция с этими двумя свойствами есть опорная функция для некоторого (причем единственного) в. т. Задание опорной функции - один из основных способов задания в. т.

При размещении начала координат внутри в. т. вводят функцию расстояния $D: E^n \to E^1$, определяемую при $u \neq 0$равенством

$$D(u) = \sup\{\alpha : u / \alpha \in F\},$$

и полагают $D(0) = 0$. Это - тоже положительно однородная 1-й степени выпуклая функция, определяющая *F.* Два в. т. наз. полярными (или двойственными) друг другу, если опорная функция одного из них есть функция расстояния для другого. Существование двойственных в. т. связано с самосопряженностью E^n.

Если в. т. Рсимметрично относительно начала координат, то функция $\rho(u, v) = D(u-v)$ является метрикой. Это - метрика пространства Минковского (конечномерного банахова пространства), причем Fиграет роль единичного шара. Аналогично в бесконечномерном банаховом пространстве единичный шар есть В. м. Свойства пространства связаны с геометрией этого шара, в частности с наличием на его границе точек разного типа [3].

В. т. можно задавать как *выпуклую оболочку* точек его границы или части этих точек.

Существует ряд достаточных признаков, позволяющих делать заключение о выпуклости множества (или каждого из множеств нек-рого семейства). Напр., если C^2 -гладкая замкнутая поверхность в E^3 имеет в каждой точке неотрицательную гауссову кривизну, то эта поверхность - граница в. т.; если пересечение компактного множества F в E^3 с каждой плоскостью, оставляющей Fв одном полупространство, связно, то F выпукло [4].

На множестве в. т. (в том числе вырожденных, но не пустых) метрику можно ввести многими способами. Наиболее употребительна метрика Хаусдорфа (см. *Выпуклых множеств пространство* метрическое). В этой метрике каждое в. т. можно приближать выпуклыми многогранниками, а также такими в. т., к-рые допускают задание $P(x_1, \ldots, x_n) \leqslant 0$, где *P* - многочлен, и к-рые имеют во всех точках границы положительные главные кривизны.

В. т. всегда имеют конечный объем (по Жордану), совпадающий с его n-мерной мерой Лебега. Граница в. т. имеет конечную (*n*-1)-мерную площадь, причем различные способы введения площади в этом случае эквивалентны. Объем и площадь границы непрерывно (по метрике Хаусдорфа) зависят от в. т.

С изучением зависимости объема линейной комбинации $\Sigma\lambda_i F_i$ в. т. F_i от коэффициентов λ_i связана теория *смешанных объемов.* Среди смешанных объемов находятся, кроме объема и площади границы, многие другие функционалы, связанные с в. т. [5]; напр, k-мерные объемы проекций на fc-мерные плоскости разных направлений и их средние значения. Главным достижением этой теории являются разнообразные неравенства между смешанными объемами; среди них - *изопериметрическое неравенство классическое.*

С в. т. связывают ряд простых фигур, напр, для каждого в. т. единствен наибольший (по объему) вписанный и наименьший описанный эллипсоиды [6]. Развиты признаки, выделяющие среди всех в. т. шары, эллипсоиды, центрально-симметричные тела [1], [2]. Особое место в теории В. м. занимают теоремы о семействах В. м. [6].

2. Теорема Хелли

о пересечении выпуклых множеств с общей точкой: пусть *К* - семейство из но менее чем n+1 выпуклых множеств в re-мерном аффинном пространство *А* ^{n}*,* причем *К* - конечно или каждое множество из *К* - компактно; тогда, если каждые n+1 из множеств семейства имеют общую точку, то существует точка, общая всем множествам семейства *К.*
X. т. посвящены многие исследования, относящиеся к ее приложениям, доказательству различных аналогов и предложений типа X. т., ее обобщений, напр. в вопросах *чебышевского приближения,* в решениях *освещения задач,* в теории *выпуклых тел.* Часто X. т. фигурирует в доказательствах комбинаторных утверждений следующего тина: если в нек-ром семействе каждое подсемейство из kчленов обладает определенным свойством, то этим свойством обладает и все семейство. Напр., осли аи *b* - две точки множества $K\subset A^n$, то выражение ла видно из bв *К"* обозначает, что отрезок [*а, b*]принадлежит *К.* Пусть компакт $K\subset A^n$ обладает свойством, что для каждых *п*+1точек из Ксуществует точка в *К,* из к-рой видны эти точки, тогда в Ксуществует точка, из к-рой видны все точки *К,* т. е. *К* - звездное множество.

19.1. Перечень компетенций с указанием этапов формирования и планируемых результатов обучения

Порядок оценки освоения обучающимися учебного материала определяется содержанием следующих разделов дисциплины:

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Компетенция(и)	Индикатор(ы) достижения компетенции	Оценочные средства
	Выпуклые множества. Сумма множеств. Выпуклая оболочка, теорема Каратеодори.	ОПК-1 Способен находить, формулировать и решать актуальные и значимые проблемы фундаментальной математики и механики	ОПК-1.1. Обладает базовыми знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук	Устный опрос Индивидуальные задания
	Теорема об отделимости, опорная гиперплоскость. Экстремальные точки, теорема Крейна-Мильмана. Разбиение множества на части меньшего диаметра. Решение задачи для $n=2$. n-мерный случай.		ОПК-1.2. Умеет использовать их в профессиональной деятельности	Устный опрос Индивидуальные задания
	Задача об освещении. Теорема Хелли (1). Теорема Хелли (2). Приложения теоремы Хелли.		ОПК-1.3. Имеет навыки выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний	Устный опрос Индивидуальные задания
Промежуточная аттестация форма контроля – зачет				Вопросы к зачету

19.2 Описание критериев и шкалы оценивания компетенций (результатов обучения) при промежуточной аттестации

1) знание учебного материала и владение понятийным аппаратом;
2) умение связывать теорию с практикой;
3) умение иллюстрировать ответ примерами, фактами, данными научных исследований;
4) умение применять полученные знания на практике;
5) владение понятийным аппаратом данной области науки (теоретическими основами дисциплины), способность иллюстрировать ответ примерами, фактами, данными научных исследований, применять теоретические знания для решения практических задач.

Критерии оценивания компетенций	Уровень сформированности компетенций	Шкала оценок
Обучающийся в полной мере владеет понятийным аппаратом данной области науки (теоретическими основами дисциплины), способен иллюстрировать ответ примерами, фактами, данными научных исследований, применять теоретические знания для решения практических задач в области…	*Повышенный уровень*	*зачет*
Обучающийся владеет понятийным аппаратом данной области науки (теоретическими основами дисциплины), допускает не значительные ошибки при ответе.	*Базовый уровень*	*зачет*
Обучающийся владеет частично теоретическими основами дисциплины, фрагментарно способен дать ответ .	*Пороговый уровень*	*зачет*
Обучающийся демонстрирует отрывочные, фрагментарные знания, допускает грубые ошибки,	–	*Незачет*

19.3 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующие этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

19.3.2 Вопросы к зачету

1. Выпуклые множества.
2. Сумма множеств.
3. Выпуклая оболочка, теорема Каратеодори.
4. Теорема об отделимости, опорная гиперплоскость.
5. Экстремальные точки, теорема Крейна-Мильмана.
6. Диаметр и радиус множества.
7. Разбиение множества на части меньшего диаметра. Решение задачи для $n=2$.
8. n -мерный случай.
9. Задача об освещении.
10. Теорема Хелли (1).
11. Теорема Хелли (2).
12. Приложения теоремы Хелли.

19.4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

Текущий контроль представляет собой проверку усвоения учебного материала теоретического и практического характера, регулярно осуществляемую на занятиях.

Цель текущего контроля:

Определение уровня сформированности профессиональных компетенций, знаний и навыков деятельности в области знаний, излагаемых в курсе.

Задачи текущего контроля: провести оценивание

1. уровня освоения теоретических и практических понятий, научных основ профессиональной деятельности;

2. степени готовности обучающегося применять теоретические и практические знания и профессионально значимую информацию, сформированности когнитивных умений.

3. приобретенных умений, профессионально значимых для профессиональной деятельности.

Если текущая аттестация проводится в дистанционном формате, то обучающийся должен иметь компьютер и доступ в систему «Электронный университет». Если у обучающегося отсутствует необходимое оборудование или доступ в систему, то он обязан сообщить преподавателю об этом. При текущем контроле уровень освоения учебной дисциплины и степень сформированности компетенции определяются оценками «зачтено» и «незачтено».

Задания текущего контроля и проведение промежуточной аттестации должны быть направлены на оценивание уровня освоения теоретических и практических понятий, научных основ профессиональной деятельности; степени готовности обучающегося применять теоретические и практические знания и практически значимую информацию; приобретение умений профессионально значимых для профессиональной деятельности.