

МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
(ФГБОУ ВО «ВГУ»)

**УТВЕРЖДАЮ**  
Заведующий кафедрой  
математического моделирования



М.Ш. Бурлуцкая

16.04.2024г.

## **РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

### **Б1.О.14 Нелинейные математические модели естествознания**

- 1. Код и наименование направления подготовки:** 01.04.01 Математика
- 2. Профиль подготовки:** Математические модели гидродинамики
- 3. Квалификация выпускника:** Магистр
- 4. Форма образования:** Очная
- 5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины:** Кафедра математического моделирования
- 6. Составитель программы:** Костин Владимир Алексеевич доктор физико-математических наук, профессор
- 7. Рекомендована:** научно-методическим советом математического факультета протокол № 0500-03 от 28.03.2024
- 8. Учебный год:** 2025/2026                      **Семестр(-ы):** 3

## 9. Цели и задачи учебной дисциплины:

Курс по математическому моделированию для студентов должен преследовать следующую цель:

- дать некоторые базовые знания и представления о возможностях математического моделирования, классификации математических моделей и области их применимости,  
- показать, на какие принципиальные качественные вопросы может ответить математическая модель, в виде которой формализованы знания о биологическом объекте. На базе знаний качественной теории дифференциальных уравнений рассматриваются основные типы временного и пространственного динамического поведения, присущие биологическим системам разного уровня. Возможности математического моделирования иллюстрируются примерами удачных моделей, которые можно считать классическими.

Необходимо дать современный обзор возможностей метода математического моделирования как универсального метода формализации знаний независимо от уровня организации моделируемых объектов. В связи с быстрым развитием различных методов математического моделирования и круга объектов, для описания которых используются математические и компьютерные методы, эта часть курса по необходимости оказывается иллюстративной.

Основными задачами изучения курса является усвоение понятий и приобретение навыков, необходимых для решения практических задач моделирования:

- построение математической модели процесса;  
- методы исследования математических моделей;  
- понятие адекватности модели и анализ решения с точки зрения практических приложений.

## 10. Место учебной дисциплины в структуре ООП:

Блок 1, обязательная часть.

Вариационные методы и методы теории бифуркаций играют важную роль в теории математического моделирования разнообразных явлений и процессов в природе и обществе. Особенно важную роль они играют в описании критических и посткритических состояний, создавая основу для их прогнозирования.

## 11. Планируемые результаты обучения по дисциплине (знания, умения, навыки), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями выпускников):

Компетенция		Планируемые результаты обучения
Код	Название	
ОПК-1.1	Обладать обширным диапазоном знаний, полученным в области математических и (или) естественных наук	<b>знать:</b> общие основы математического моделирования, ключевые технологии моделирования математических моделей и базовые основы информационного сопровождения; <b>уметь:</b> применять на практике методы и средства современных компьютерных технологий для решения типовых задач математического моделирования <b>владеть:</b> навыками хранения, поиска, сбора, систематизации, обработки и использования информации для решения теоретических и практических задач математического моделирования

ОПК-1.2	Уметь осуществлять первичный сбор и анализ материала, интерпретировать различные математические объекты	<p><b>Знать:</b> основные принципы, методы и ресурсы для решения задач исследования сложных систем.</p> <p><b>Уметь:</b> пользоваться всеми необходимыми для математического моделирования ресурсами глобальных и локальных сетей.</p> <p><b>Владеть:</b> навыками самостоятельного решения задач, требующих знания современных подходов и методов математического моделирования</p>
ОПК-1.3	Применять навыки выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе имеющихся теоретических знаний и опыта решения математических задач	<p><b>Знать:</b> основные принципы, методы решения задач профессиональной деятельности на основе имеющихся теоретических знаний и опыта решения математических задач</p> <p><b>Уметь:</b> применять на практике методы решения задач профессиональной деятельности на основе имеющихся теоретических знаний и опыта решения математических задач</p> <p><b>Владеть:</b> навыками при выборе методов решения задач профессиональной деятельности на основе имеющихся теоретических знаний и опыта решения математических задач</p>

## 12 Объем дисциплины в зачетных единицах/часах — 3 / 108

### Форма промежуточной аттестации – зачет

### 13. Виды учебной работы:

Вид учебной работы	Трудоемкость (часы)		
	Всего	По семестрам	
		№ семестра 3	
Аудиторные занятия	44	44	
в том числе:			
лекции	22	22	
практические	22	22	
лабораторные	0	0	
Самостоятельная работа	64	64	
Форма промежуточной аттестации <i>зачет – 0 час. / экзамен – час.)</i>	-	-	
Итого:	<b>108</b>	<b>108</b>	

### 13.1. Содержание дисциплины:

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины	Реализация раздела дисциплины с помощью онлайн-курса, ЭУМК *
		<b>1. Лекции</b>	
1.1	Примеры вариационных математических моделей в классической механике,	Основные понятия и задачи.	<a href="https://edu.vsu.ru/enrol/index.php?i">https://edu.vsu.ru/enrol/index.php?i</a>

	физике и социально-экономических науках. Функционалы энергии.		d=11210
1.2	Математические модели и экстремали.	Модельные уравнения. Связь между решениями краевых задач и математическими моделями.	<a href="https://edu.vsu.ru/enrol/index.php?id=11210">https://edu.vsu.ru/enrol/index.php?id=11210</a>
1.3	Метод Ритца приближенного построения экстремали	Объяснение идейных истоков метода Ритца. Создание и обоснование алгоритмов построения ритцевских приближений к решениям краевых задач. Ритцевские аппроксимации.	<a href="https://edu.vsu.ru/enrol/index.php?id=11210">https://edu.vsu.ru/enrol/index.php?id=11210</a>
1.4	Универсальные математические модели. Примеры.	Примеры математического моделирования посредством вариационных краевых задач. Иерархия моделей.	<a href="https://edu.vsu.ru/enrol/index.php?id=11210">https://edu.vsu.ru/enrol/index.php?id=11210</a>
1.5	Редуцирующий метод Пуанкаре-Ляпунова-Шмидта. Понятие ключевой функции.	Метод Пуанкаре-Ляпунова-Шмидта как нелинейный аналог метода Ритца и как источник новых математических моделей.	<a href="https://edu.vsu.ru/enrol/index.php?id=11210">https://edu.vsu.ru/enrol/index.php?id=11210</a>
1.6	Алгоритмы приближенного построения ключевых функций. Визуализация	Визуализация моделей. Примеры компьютерной визуализации моделей на основе приближенного построения экстремалей.	<a href="https://edu.vsu.ru/enrol/index.php?id=11210">https://edu.vsu.ru/enrol/index.php?id=11210</a>
<b>2. Практические занятия</b>			
2.1	Примеры вариационных математических моделей в классической механике, физике и социально-экономических науках. Функционалы энергии	Основные понятия и задачи.	<a href="https://edu.vsu.ru/enrol/index.php?id=11210">https://edu.vsu.ru/enrol/index.php?id=11210</a>
2.2	Математические модели и экстремали.	Модельные уравнения. Связь между решениями краевых задач и математическими моделями.	<a href="https://edu.vsu.ru/enrol/index.php?id=11210">https://edu.vsu.ru/enrol/index.php?id=11210</a>
2.3	Метод Ритца приближенного построения экстремали	Объяснение идейных истоков метода Ритца. Создание и обоснование алгоритмов построения ритцевских приближений к решениям краевых задач. Ритцевские аппроксимации.	<a href="https://edu.vsu.ru/enrol/index.php?id=11210">https://edu.vsu.ru/enrol/index.php?id=11210</a>
2.4	Универсальные математические модели. Примеры.	Примеры математического моделирования посредством вариационных краевых задач. Иерархия моделей.	<a href="https://edu.vsu.ru/enrol/index.php?id=11210">https://edu.vsu.ru/enrol/index.php?id=11210</a>
2.5	Редуцирующий метод Пуанкаре-Ляпунова-Шмидта. Понятие ключевой функции.	Метод Пуанкаре-Ляпунова-Шмидта как нелинейный аналог метода Ритца и как источник новых математических моделей.	<a href="https://edu.vsu.ru/enrol/index.php?id=11210">https://edu.vsu.ru/enrol/index.php?id=11210</a>
2.6	Алгоритмы приближенного построения ключевых функций. Визуализация	Визуализация моделей. Примеры компьютерной визуализации моделей на основе приближенного построения экстремалей.	<a href="https://edu.vsu.ru/enrol/index.php?id=11210">https://edu.vsu.ru/enrol/index.php?id=11210</a>

### 13.2 Темы (разделы) дисциплины и виды занятий

№ п/п	Наименование темы (раздела) дисциплины	Виды занятий (часов)				Всего
		Лекции	Практические	Лабораторные	Самостоятельная работа	
1	Примеры вариационных математических моделей в классической механике, физике и социально-экономических науках. Функционалы энергии	3	3	0	10	16
2	Математические модели и экстремали.	3	3	0	11	17
3	Метод Ритца приближенного построения экстремали	4	4	0	11	19
4	Универсальные математические модели. Примеры.	4	4	0	11	19
5	Редуцирующий метод Пуанкаре-Ляпунова-Шмидта. Понятие ключевой функции.	4	4	0	11	19
6	Алгоритмы приближенного построения ключевых функций. Визуализация	4	4	0	10	18
<b>Итого:</b>		<b>22</b>	<b>22</b>	<b>-</b>	<b>64</b>	<b>108</b>

### 14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

В процессе преподавания дисциплины используются такие виды учебной работы, как лекции, практические занятия, а также различные виды самостоятельной работы. На лекциях рассказывается теоретический материал, на практических занятиях решаются примеры по теоретическому материалу, прочитанному на лекциях.

Освоение дисциплины предполагает не только обязательное посещение обучающимся аудиторных занятий и активную работу на них, но и самостоятельную учебную деятельность, на которую отводится 64 часа.

Самостоятельная учебная деятельность студентов по дисциплине «Нелинейные математические методы естествознания» предполагает выполнение следующих заданий:

1) самостоятельное изучение учебных материалов по разделам с использованием основной и дополнительной литературы, информационно-справочных и поисковых систем;

2) подготовку к текущим аттестациям: выполнение практических заданий по поиску необходимых для работы в аудитории материалов в Интернете

Все выполняемые студентами самостоятельно задания подлежат последующей проверке преподавателем для получения допуска к зачету.

## 15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины

а) основная литература:

№ п/п	Источник
1	Даринский Б.М. Бифуркации экстремалей фредгольмовых функционалов / Б.М. Даринский, Ю.И. Сапронов, С.Л. Царев // Современная математика. Фундаментальные направления. – 2004. – Т. 12. - М. : МАИ, 2004. - С. 3-140.
2	Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление : Учебник для физ. и физ.-мат. фак. ун-тов / Л.Э. Эльсгольц. - 4-е изд. - М. : Эдиториал УРСС, 2000. - 319 с.

б) дополнительная литература:

№ п/п	Источник
3	Михайлов А.П. Математическое моделирование / А.П. Михайлов, А.А. Самарский. – М. : Физматлит, 2002. – 316 с
4	Постон Т. Теория катастроф и ее приложения / Т. Постон, И. Стюарт. - М. : Мир, 1980. -- 608 с.
5	Треногин В.А. Функциональный анализ : учебник для студ., обуч. по специальностям "Математика" и "Прикладная математика" / В.А. Треногин. - Изд. 4-е, испр. - М. : Физматлит, 2007. - 488 с. Электронный адрес : reslib.com/book/2294

в) информационные электронно-образовательные ресурсы:

№ п/п	Источник
6	Википедия : свободная энциклопедия : ( <a href="http://ru.wikipedia.org">http://ru.wikipedia.org</a> ).
7	Виртуальная лаборатория сложных систем < <a href="http://mathmod.aspu.ru">http://mathmod.aspu.ru</a> >.
8	Поисковые системы Google, Yandex, Rambler.
9	Полнотекстовая база «Университетская библиотека» : образовательный ресурс : <UPL: <a href="http://www.biblioclub.ru">http://www.biblioclub.ru</a> >.
10	Электронный каталог Научной библиотеки Воронежского государственного университета : ( <a href="http://www.lib.vsu.ru">http // www.lib.vsu.ru</a> ).
11	Электронный курс <a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=11210">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=11210</a>

## 16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы

1	Даринский Б.М. Бифуркации экстремалей фредгольмовых функционалов / Б.М. Даринский, Ю.И. Сапронов, С.Л. Царев // Современная математика. Фундаментальные направления. – 2004. – Т. 12. - М. : МАИ, 2004. - С. 3-140.
2	Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление : Учебник для физ. и физ.-мат. фак. ун-тов / Л.Э. Эльсгольц. - 4-е изд. - М. : Эдиториал УРСС, 2000. - 319 с.
3	Михайлов А.П. Математическое моделирование / А.П. Михайлов, А.А. Самарский. – М. : Физматлит, 2002. – 316 с
4	Постон Т. Теория катастроф и ее приложения / Т. Постон, И. Стюарт. - М. : Мир, 1980. -- 608 с.
5	Треногин В.А. Функциональный анализ : учебник для студ., обуч. по специальностям "Математика" и "Прикладная математика" / В.А. Треногин. - Изд. 4-е, испр. - М. : Физматлит, 2007. - 488 с. Электронный адрес : reslib.com/book/2294
6	Википедия: свободная энциклопедия : ( <a href="http://ru.wikipedia.org">http://ru.wikipedia.org</a> ).
7	Виртуальная лаборатория сложных систем < <a href="http://mathmod.aspu.ru">http://mathmod.aspu.ru</a> >.
8	Поисковые системы Google, Yandex, Rambler.
9	Полнотекстовая база «Университетская библиотека»: образовательный ресурс: <UPL: <a href="http://www.biblioclub.ru">http://www.biblioclub.ru</a> >.
10	Электронный каталог Научной библиотеки Воронежского государственного

	<i>университета: (<a href="http://www.lib.vsu.ru/">http // www.lib.vsu.ru/</a>).</i>
11	Электронный курс <a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=11210">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=11210</a>
12	<i>Положение об организации самостоятельной работы обучающихся в Воронежском государственном университете</i>

**17. Информационные технологии, используемые для реализации учебной дисциплины, включая программное обеспечение и информационно-справочные системы** (при необходимости).

Дисциплина может реализовываться с применением дистанционных образовательных технологий, например, на платформе «Электронный университет ВГУ» (<https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=11210>). Перечень необходимого программного обеспечения: Microsoft Windows Server 2008, LibreOffice 6, браузер Mozilla Firefox, Maxima.

**18. Материально-техническое обеспечение дисциплины:**

Специализированная мебель.

Для проведения лекционных и практических занятий используются аудитории, соответствующие санитарно-техническим нормам и противопожарным правилам.

Для самостоятельной работы используется класс с компьютерной техникой, оснащенный необходимым программным обеспечением и электронными учебными пособиями и законодательно-правовой и нормативной поисковой системой, имеющий выход в глобальную сеть

При реализации дисциплины с использованием дистанционного образования возможны дополнения материально-технического обеспечения дисциплины.

**19. Фонд оценочных средств:**

**19.1 Перечень компетенций с указанием этапов формирования и планируемых результатов обучения:**

Код и содержание компетенции (или ее части)	Планируемые результаты обучения (показатели достижения заданного уровня освоения компетенции посредством формирования знаний, умений, навыков)	Этапы формирования компетенции (разделы (темы) дисциплины или модуля и их наименование)	ФОС* (средства оценивания)
ОПК-1.1	<b>знать:</b> общие основы математического моделирования, ключевые технологии моделирования математических моделей и базовые основы информационного сопровождения; <b>уметь:</b> применять на практике методы и средства современных компьютерных технологий для решения типовых задач математического	1 - 6	КИМ (зачет) КИМ (контрольная работа 1)

	<p>моделирования  <b>владеть:</b> навыками хранения, поиска, сбора, систематизации, обработки и использования информации для решения теоретических и практических задач математического моделирования</p>		
ОПК-1.2	<p><b>Знать:</b> основные принципы, методы и ресурсы для решения задач исследования сложных систем.  <b>Уметь:</b> пользоваться всеми необходимыми для математического моделирования ресурсами глобальных и локальных сетей.  <b>Владеть:</b> навыками самостоятельного решения задач, требующих знания современных подходов и методов математического моделирования</p>	1 - 6	КИМ (зачет) КИМ (контрольная работа 1)
ОПК-1.3	<p><b>Знать:</b> основные принципы, методы решения задач профессиональной деятельности на основе имеющихся теоретических знаний и опыта решения математических задач  <b>Уметь:</b> применять на практике методы решения задач профессиональной деятельности на основе имеющихся теоретических знаний и опыта решения математических задач  <b>Владеть:</b> навыками при выборе методов решения задач профессиональной деятельности на</p>	1 - 6	КИМ (зачет) КИМ (контрольная работа 1)



	основе имеющихся теоретических знаний и опыта решения математических задач		
<b>Промежуточная аттестация</b>			<b>КИМ (зачет)</b>

## 19.2 Описание критериев и шкалы оценивания компетенций (результатов обучения) при промежуточной аттестации

Для оценивания результатов обучения на зачете используются следующие **показатели**:

- 1) знакомство с нелинейными математическими моделями естествознания
- 2) умение работать с прикладными программами и информационными ресурсами;
- 3) успешное прохождение текущей аттестации.

Для оценивания результатов обучения на зачете используется **шкала**: «зачтено», «не зачтено». Соотношение показателей, критериев и шкалы оценивания результатов обучения:

Критерии оценивания компетенций	Уровень сформированности компетенций	Шкала оценок
Полное соответствие ответа обучающегося всем перечисленным показателям по каждому из вопросов контрольно-измерительного материала. Или Несоответствие ответа обучающегося одному или двум из перечисленных показателей (к одному из вопросов контрольно-измерительного материала) и правильный ответ на дополнительный вопрос в пределах программы	Повышенный уровень Базовый уровень Пороговый уровень	Зачтено
Несоответствие ответа обучающегося любым четырем из перечисленных показателей (в различных комбинациях по отношению к вопросам контрольно-измерительного материала).	–	Не зачтено

## 19.3 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующие этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

### 19.3.1 Перечень вопросов к промежуточной аттестации – зачету:

1	Пример математического моделирования посредством ритцевской аппроксимации экстремали.
2	Пример использования метода Ляунова-Шмидта.
3	Примеры компьютерной визуализации вариационных математических моделей.
4	Объяснение связи между решениями краевых задач и математическими моделями.
5	Идейные истоки метода Ритца. Алгоритмы построения ритцевских приближений к решениям краевых задач.
6	Примеры математического моделирования посредством вариационных краевых

	задач.
7	Метод Пуанкаре-Ляпунова-Шмидта как нелинейный аналог метода Ритца.
8	Нелинейный метода Ритц как источник новых математических моделей.
9	Экстремали и математические модели.
10	Примеры математического моделирования колебательных и волновых процессов.
11	Примеры математического моделирования упругих систем.
12	Редуцирующий метод Пуанкаре-Ляпунова-Шмидта. Понятие ключевой функции.

### Форма контрольно-измерительного материала

#### Контрольно-измерительный материал № 1

1	Построить линейную ритцевскую аппроксимацию третьего порядка для волнового решения СГ-уравнения.
2	Построить нелинейную ритцевскую аппроксимацию решения краевой задачи для уравнения упругого равновесия эйлерова стержня.

### 19.3.2 Перечень заданий для контрольных работ

#### Контрольная работа № 1:

##### Вариант 1

1	Метод Пуанкаре-Ляпунова-Шмидта как нелинейный аналог метода Ритца.
---	--

#### Критерии оценки компетенций (результатов обучения) при текущей аттестации (выполнении практических заданий):

– оценка «зачтено» ставится, если обучающийся продемонстрировал знание необходимого для выполнения практического задания теоретического материала, показал владение практическими навыками и умение решать конкретную задачу в соответствии с поставленной целью. При этом допускается возможность, что были допущены незначительные неточности теоретического или практического плана;

– оценка «не зачтено» ставится, если обучающийся допустил существенную ошибку, связанную с незнанием теории или отсутствием необходимых умений и навыков для выполнения конкретной работы.

### 19.4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

**Текущий контроль** представляет собой проверку усвоения учебного материала теоретического и практического характера, регулярно осуществляемую на занятиях.

Текущая аттестация проводится в соответствии с Положением о текущей аттестации обучающихся по программам высшего образования Воронежского государственного университета. Текущая аттестация проводится в форме устного опроса (индивидуального опроса, фронтальных бесед по вопросам семинарских занятий); оценки результатов практической деятельности, контрольной работы.

Цель текущего контроля:

Определение уровня сформированности профессиональных компетенций, знаний и навыков деятельности в области знаний, излагаемых в курсе.

Задачи текущего контроля: провести оценивание

1. уровня освоения теоретических и практических занятий, научных основ профессиональной деятельности;
2. степени готовности обучающегося применять теоретические и практические знания и профессионально значимую информацию, сформированности когнитивных умений;
3. приобретенных умений, профессионально значимых для профессиональной деятельности.

Критерии оценивания приведены выше.

В ходе контрольной работы обучающемуся выдается КИМ с практическим перечнем заданий и предлагается решить данные задания. В ходе выполнения заданий можно пользоваться только ручкой и листом бумаги, нельзя пользоваться смартфоном. Ограничение по времени 45 минут на подготовку.

**Промежуточная аттестация** предназначена для определения уровня освоения всего объема дисциплины. Промежуточная аттестация по дисциплине «Нелинейные математические модели естествознания» проводится в форме зачета. Промежуточная аттестация, как правило, осуществляется в конце семестра. Во время зачета запрещено использование литературы и любых электронных средств.

Результаты текущей аттестации обучающегося по решению кафедры могут быть учтены при проведении промежуточной аттестации. При несогласии студента, ему дается возможность пройти промежуточную аттестацию (без учета его текущих аттестаций) на общих основаниях.

При проведении зачета учитываются результаты контрольной работы и учитывается выставленная преподавателем оценка за работу в ходе обучения.

Для получения оценки «зачтено» на зачете у обучающегося должна быть оценка «зачтено» по контрольной работе или студент должен ответить на соответствующие вопросы в ходе проведения зачета. Если обучающийся не имеет положительной оценки по практике, или не согласен с этой оценкой, он может ответить на соответствующие вопросы в ходе зачета.

Контрольно-измерительные материалы промежуточной аттестации включают в себя теоретические вопросы, позволяющие оценить уровень полученных знаний и умений.

При оценивании используются количественные шкалы оценок. Критерии оценивания приведены выше.

Промежуточная аттестация проводится в соответствии с Положением о промежуточной аттестации обучающихся по программам высшего образования.