

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО «ВГУ»)

УТВЕРЖДАЮ
Заведующий кафедрой
уравнений в частных производных
и теории вероятностей
 А.В. Глушко
25.05.2023

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Б1.О.06 Математика

1. Код и наименование направления подготовки: 05.03.01 Геология
 2. Профиль подготовки: Геологическая съемка и поиски твердых полезных ископаемых
 3. Квалификация выпускника: Бакалавр
 4. Форма обучения: Заочная
 5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины: Кафедра уравнений в частных производных и теории вероятностей математического факультета
 6. Составители программы: доц., к.ф.-м.н. Логинова Е. А.
 7. Рекомендована: Программа рекомендована НМС математического факультета
Протокол № 0500-06 от 25.05.2023
 8. Учебный год: 2023 – 2024, 2024 – 2025
- Семестр(ы): 1,2,3

9. Цели и задачи учебной дисциплины: Цель изучения курса «Математика» – использование в профессиональной деятельности выпускника, профессиональной коммуникации и межличностном общении знаний основных понятий математики и методов построения математических моделей при решении профессиональных задач.

Основными задачами учебной дисциплины являются:

- 1) формирование представления о роли и месте математики в современном мире, мировой культуре и истории;
- 2) формирование умений применять математические методы при решении типовых профессиональных задач;
- 3) формирование и развитие навыков математического мышления, принципов математических рассуждений и математических доказательств;
- 4) формирование и развитие навыков построения математических моделей в геологических исследованиях.

10. Место учебной дисциплины в структуре ООП:

Дисциплина «Математика» относится к обязательной части Блока 1.

Приступая к изучению данной дисциплины, студенты должны иметь теоретическую и практическую подготовку по основам математики, которые изучаются в рамках программы общеобразовательной школы.

Учебная дисциплина «Математика» является предшествующей для следующих дисциплин: «Информатика», «Физика», «Математические методы в геологии».

11. Планируемые результаты обучения по дисциплине/модулю (знания, умения, навыки), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями) и индикаторами их достижения:

Код	Название компетенции	Код(ы)	Индикатор(ы)	Планируемые результаты обучения
ОПК-1	Способен применять знания фундаментальных разделов наук о Земле, базовые знания естественно-научного и математического циклов при решении стандартных профессиональных задач	ОПК-1.3	Применяет базовые знания математического цикла	<p>Знать: основные понятия и методы математического анализа, линейной алгебры, аналитической геометрии</p> <p>Уметь: применять математические методы при решении типовых профессиональных задач, использовать возможности вычислительной техники и программного обеспечения</p> <p>Владеть: методами построения математических моделей при решении профессиональных задач</p>

12. Объем дисциплины в зачетных единицах/час.— 5 / 180 .

Форма промежуточной аттестации: Зачет – 2 семестр, Экзамен – 3 семестр

13. Трудоемкость по видам учебной работы

Вид учебной работы	Трудоемкость	
	По семестрам	

	Всего	1 семестр	2 семестр	3 семестр
Контактная работа	20	8	6	6
в том числе:	лекции	8	4	2
	практические	12	4	4
	лабораторные	-	-	-
	курсовая работа	-	-	-
Самостоятельная работа	147	28	62	57
в том числе: курсовая работа (проект)				
Форма промежуточной аттестации (зачет 4 часа, экзамен 9 часов)	13	-	4	9
Итого:	180	36	72	72

13.1. Содержание дисциплины

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины	Реализация раздела дисциплины с помощью онлайн-курса, ЭУМК *
1. Лекции			
1.1	Линейная алгебра	<p>Матрицы. Операции над матрицами. Обратная матрица. Определители. Свойства определителей.</p> <p>Системы линейных уравнений. Метод Гаусса решения систем линейных уравнений.</p> <p>Правило Крамера для системы двух линейных уравнений с двумя неизвестными. Правило Крамера для системы двух линейных уравнений с тремя неизвестными.</p>	<p>Курс: Б1.Б.5 Математика (vsu.ru)</p>
1.2	Аналитическая геометрия на плоскости	<p>Введение координат на плоскости. Расстояние между точками. Деление отрезка в данном отношении. Понятие об уравнении кривой. Уравнение окружности.</p> <p>Вектор. Абсолютная величина и направление вектора. Координаты вектора. Сложение векторов. Умножение вектора на число. Коллинеарные векторы. Разложение вектора по двум неколлинеарным векторам. Скалярное произведение векторов.</p> <p>Общий вид уравнения прямой на плоскости. Расположение прямой относительно системы координат. Условие параллельности и перпендикулярности прямых. Уравнение прямой в нормальной форме.</p> <p>Полярные координаты. Кривые второго порядка.</p>	
1.3	Введение в анализ	<p>Множества. Операции над множествами. Свойства операций над множествами. Понятие счетного множества. Теория вещественных чисел. Ограниченные</p>	

		<p>множества. Свойства верхних и нижних границ.</p> <p>Числовая последовательность. Предел числовой последовательности. Лемма «о двух милиционерах». Теорема об ограниченности сходящейся последовательности.</p> <p>Теорема о сумме и произведении сходящихся последовательностей. Теорема о частном сходящихся последовательностей. Теорема о произведении бесконечно малой и ограниченной последовательностях. Бесконечно большая последовательность. Монотонные последовательности. Число ϵ.</p> <p>Функция. Обратная функция. Суперпозиция функций. Предел функции. Теоремы о пределах функции. Сравнение бесконечно малых.</p> <p>Односторонние пределы функций. Непрерывность функции. Классификация точек разрыва функции. Свойства непрерывных функций.</p>	
1.4	Дифференциальное исчисление	<p>Производная функции. Дифференциал функции. Теорема о дифференцируемости функции. Связь между непрерывностью и дифференцируемостью функции. Таблица производных.</p> <p>Логарифмическая производная. Производная обратной функции. Дифференцирование арифметических выражений. Производная суперпозиции. Геометрический смысл производной и дифференциала.</p> <p>Основные теоремы дифференциального исчисления. Правило Лопиталья.</p> <p>Производные и дифференциалы высших порядков. Формула Тейлора. Формула Маклорена.</p> <p>Применение производной к исследованию функций. Теорема о монотонности дифференцируемой функции. Признак монотонности функции.</p> <p>Локальный экстремум функции. Необходимое условие локального экстремума. Первое и второе достаточные условия экстремума. Экстремум функции, не дифференцируемой в данной точке.</p>	
1.5	Интегральное исчисление	Первообразная функции и неопределенный интеграл. Свойства неопределенного	

		<p>интеграла. Таблица неопределенных интегралов.</p> <p>Метод интегрирования по частям в неопределенном интеграле. Метод замены переменной в неопределенном интеграле.</p> <p>Определенный интеграл. Свойства определенного интеграла. Формула Ньютона-Лейбница.</p> <p>Метод интегрирования по частям в определенном интеграле. Метод замены переменной в определенном интеграле.</p> <p>Геометрические приложения определенного интеграла. Несобственный интеграл. Признак сходимости несобственных интегралов.</p>	
1.6	<p>Функции нескольких переменных</p>	<p>Вектор. Векторное пространство. Векторное произведение.</p> <p>Функции нескольких переменных. Предел функции нескольких переменных. Теоремы о пределах. Непрерывность функции нескольких переменных. Теоремы о непрерывных функциях.</p> <p>Частные производные. Дифференцируемость функции нескольких переменных. Полный дифференциал. Необходимые и достаточные условия дифференцируемости функции.</p> <p>Производная по заданному направлению. Градиент функции. Частные производные и дифференциалы высших порядков. Экстремум функции двух переменных. Необходимые и достаточные условия экстремума.</p>	
1.7	<p>Ряды</p>	<p>Числовой ряд. Сходимость числового ряда. Свойства числовых рядов. Необходимый признак сходимости числового ряда. Знакоположительные ряды. Признаки сходимости числовых рядов. Обобщенный гармонический ряд.</p> <p>Знакопеременный ряд. Абсолютная и условная сходимость. Свойства абсолютно сходящихся рядов. Признак Лейбница.</p> <p>Степенной ряд. Теорема Абеля. Свойства степенных рядов. Ряд Тейлора. Ряд Маклорена.</p>	
1.8	<p>Дифференциальные уравнения</p>	<p>Обыкновенные дифференциальные уравнения. Уравнения первого порядка. Задача Коши, частное и общее решения.</p>	

		Уравнения с разделяющимися переменными, однородные уравнения, линейные уравнения. Уравнения второго порядка. Линейные однородные уравнения второго порядка.	
2.Практические занятия			
2.1	Линейная алгебра	<p>Матрицы. Операции над матрицами. Обратная матрица. Определители. Свойства определителей.</p> <p>Системы линейных уравнений. Метод Гаусса решения систем линейных уравнений.</p> <p>Правило Крамера для системы двух линейных уравнений с двумя неизвестными. Правило Крамера для системы двух линейных уравнений с тремя неизвестными.</p>	
2.2	Аналитическая геометрия на плоскости	<p>Введение координат на плоскости. Расстояние между точками. Деление отрезка в данном отношении. Понятие об уравнении кривой. Уравнение окружности.</p> <p>Вектор. Абсолютная величина и направление вектора. Координаты вектора. Сложение векторов. Умножение вектора на число. Коллинеарные векторы. Разложение вектора по двум неколлинеарным векторам. Скалярное произведение векторов.</p> <p>Общий вид уравнения прямой на плоскости. Расположение прямой относительно системы координат. Условие параллельности и перпендикулярности прямых. Уравнение прямой в нормальной форме.</p> <p>Полярные координаты. Кривые второго порядка.</p>	
2.3	Введение в анализ	<p>Множества. Операции над множествами. Свойства операций над множествами. Понятие счетного множества. Теория вещественных чисел. Ограниченные множества. Свойства верхних и нижних границ.</p> <p>Числовая последовательность. Предел числовой последовательности. Бесконечно малая последовательность. Бесконечно большая последовательность. Монотонные последовательности. Число ϵ.</p> <p>Функция. Обратная функция. Суперпозиция функций. Предел функции. Теоремы о пределах функции.</p> <p>Первый замечательный предел. Второй замечательный предел. Сравнение</p>	

		бесконечно малых.	
		Односторонние пределы функций. Непрерывность функции. Классификация точек разрыва функции. Свойства непрерывных функций.	
2.4	Дифференциальное исчисление	Производная функции. Дифференциал функции. Таблица производных.	
		Логарифмическая производная. Производная обратной функции. Дифференцирование арифметических выражений.	
		Производная суперпозиции. Геометрический смысл производной и дифференциала.	
		Правило Лопиталя.	
		Производные и дифференциалы высших порядков. Формула Тейлора. Формула Маклорена.	
		Применение производной к исследованию функций. Локальный экстремум функции. Необходимое условие локального экстремума. Первое и второе достаточные условия экстремума. Экстремум функции, не дифференцируемой в данной точке.	
2.5	Интегральное исчисление	Первообразная функции и неопределенный интеграл. Свойства неопределенного интеграла. Таблица неопределенных интегралов. Метод замены переменной в неопределенном интеграле.	
		Метод интегрирования по частям в неопределенном интеграле. Интегралы от иррациональных выражений	
		Метод неопределенных коэффициентов. Интегрирование тригонометрических функций	
		Определенный интеграл. Свойства определенного интеграла. Формула Ньютона-Лейбница.	
		Метод интегрирования по частям в определенном интеграле. Метод замены переменной в определенном интеграле.	
		Геометрические приложения определенного интеграла. Несобственный интеграл. Признак сходимости несобственных интегралов.	
2.6	Функции нескольких переменных	Функции нескольких переменных. Предел функции нескольких переменных. Теоремы о пределах. Непрерывность функции нескольких переменных. Теоремы о	

		<p>непрерывных функциях.</p> <p>Частные производные. Дифференцируемость функции нескольких переменных. Полный дифференциал. Необходимые и достаточные условия дифференцируемости функции.</p> <p>Производная по заданному направлению. Градиент функции. Частные производные и дифференциалы высших порядков. Экстремум функции двух переменных. Необходимые и достаточные условия экстремума.</p>	
2.7	Ряды	<p>Числовой ряд. Сходимость числового ряда. Свойства числовых рядов. Необходимый признак сходимости числового ряда. Знакоположительные ряды. Признаки сходимости числовых рядов. Обобщенный гармонический ряд.</p> <p>Знакопеременный ряд. Абсолютная и условная сходимость. Свойства абсолютно сходящихся рядов. Признак Лейбница.</p> <p>Степенной ряд. Теорема Абеля. Свойства степенных рядов. Ряд Тейлора. Ряд Маклорена.</p>	
2.8	Дифференциальные уравнения	<p>Обыкновенные дифференциальные уравнения. Уравнения первого порядка. Задача Коши, частное и общее решения. Уравнения с разделяющимися переменными, однородные уравнения, линейные уравнения. Уравнения второго порядка. Линейные однородные уравнения второго порядка.</p>	

13.2. Темы (разделы) дисциплины и виды занятий

№ п/п	Наименование темы (раздела) дисциплины	Виды занятий (количество часов)				Всего
		Лекции	Практические	Лабораторные	Самостоятельная работа	
1	Линейная алгебра	2	2		14	18
2	Аналитическая геометрия на плоскости	2	2		14	18
3	Введение в анализ	1	2		31	34
4	Дифференциальное исчисление	1	2		31	34
5	Интегральное исчисление	2	2		31	35
6	Функции нескольких переменных	0	1		10	11

7	Ряды	0	1		10	11
8	Дифференциальные уравнения	0	0		6	6
	Итого:	8	12		147	167

14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины:

В процессе преподавания дисциплины используются такие виды учебной работы, как лекции, практические занятия, а также различные виды самостоятельной работы обучающихся, на которую отводится 147 часов. На лекциях рассказывается теоретический материал, на практических занятиях решаются примеры по теоретическому материалу, прочитанному на лекциях.

При изучении курса «Математика» обучающимся следует внимательно слушать и конспектировать материал, излагаемый на аудиторных занятиях. Для его понимания и качественного усвоения рекомендуется следующая последовательность действий.

1. После каждой лекции студентам рекомендуется подробно разобрать прочитанный теоретический материал, выучить все определения и формулировки теорем, разобрать примеры, решенные на лекции. Перед следующей лекцией обязательно повторить материал предыдущей лекции.

2. Перед практическим занятием обязательно повторить лекционный материал. После практического занятия еще раз разобрать решенные на этом занятии примеры, после чего приступить к выполнению домашнего задания. Если при решении примеров, заданных на дом, возникнут вопросы, обязательно задать на следующем практическом занятии или в присутственный час преподавателю.

3. При подготовке к практическим занятиям повторить основные понятия по темам, изучить примеры. Решая задачи, предварительно понять, какой теоретический материал нужно использовать. Наметить план решения, попробовать на его основе решить практические задачи.

4. Выбрать время для работы с литературой по дисциплине в библиотеке.

Самостоятельная работа с учебниками, учебными пособиями, научной, справочной и популярной литературой, материалами периодических изданий и ресурсами сети Internet, статистическими данными является наиболее эффективным методом получения знаний, позволяет значительно активизировать процесс овладения информацией, способствует более глубокому усвоению изучаемого материала, формирует у обучающихся заинтересованное отношение к конкретной проблеме.

Самостоятельная учебная деятельность студентов по дисциплине «Математика» предполагает изучение рекомендуемой преподавателем литературы по вопросам практических занятий, самостоятельное освоение понятийного аппарата, выполнение домашних заданий и подготовку к текущим аттестациям.

Выполняемые студентами самостоятельно задания подлежат последующей проверке преподавателем. Результаты текущих аттестаций учитываются преподавателем при проведении промежуточной аттестации.

5. Кроме обычного курса в системе «Электронный университет», все необходимые для усвоения курса материалы размещены также на кафедральном сайте <http://www.kuchp.ru>.

15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины

а) основная литература:

№ п/п	Источник
-------	----------

1	Туганбаев А. А. Основы высшей математики / А. А. Туганбаев . — Москва : Лань, 2011 .— 490 с. — URL: http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=2036 .
2	Вдовин А. Ю. Высшая математика. Стандартные задачи с основами теории : учеб. пособие / А. Ю. Вдовин .— Москва : Лань, 2009. — URL: http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=45 .

б) дополнительная литература:

№ п/п	Источник
1	Шипачев, В. С. Начала высшей математики [Электронный ресурс] / Шипачев В. С. — 5-е, стереотипное .— Санкт-Петербург : Лань, 2013 .— 384 с. - <URL: http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=5713 >.

в) информационные электронно-образовательные ресурсы (официальные ресурсы интернет):

№ п/п	Ресурс
1	http://eqworld.ipmnet.ru – интернет-портал, посвященный уравнениям и методам их решений
2	http://www.lib.vsu.ru - электронный каталог ЗНБ ВГУ
3	http://www.kuchp.ru – электронный сайт кафедры уравнений в частных производных и теории вероятностей, на котором размещены методические издания
4	ЭБС «Университетская библиотека онлайн»
5	Электронный курс Курс: Б1.Б.5 Математика (vsu.ru)

16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы:

№ п/п	Источник
1	Безручкина Л.В. Линейная алгебра. Теория, задания и методические указания / Л.В. Безручкина, Н.А. Митягина, П.В. Садчиков. – Воронеж : ВГПУ, 2014. – 44 с. - Files-VvEMPZAD8h.pdf (kuchp.ru)
2	Безручкина Л.В. Элементы векторной алгебры Теория, задания и методические указания / Л.В. Безручкина, Н.А. Митягина, П.В. Садчиков. – Воронеж : ВГПУ, 2014. – 52 с. - Files-s4Vkn72tQ.pdf (kuchp.ru)
3	Баркова Л.Н. Теория, задания и методические указания по разделу «Кривые второго порядка» / Л.Н. Баркова, Л.В. Безручкина. – Воронеж : ВГПУ, 2015. – 36 с. - Files-DsEUW7e7Ml.pdf (kuchp.ru)
4	Логинава Е.А. Вычисление пределов, вычисление производных функции одного переменного / Е.А. Логинава. – Воронеж : ВГПУ, 2015. – 36 с. - Microsoft Word - Логинава Е.А.Вычисление пределов макет (kuchp.ru)
5	Баркова Л.Н. Теория, задания и методические указания по разделу «Векторы. Прямая на плоскости» / Л.Н. Баркова, Л.В. Безручкина. – Воронеж : ВГПУ, 2016. – 40 с. - Files-Y731luW6M0.pdf (kuchp.ru)
6	Баркова Л.Н. Неопределенные интегралы: теория, задания и методические указания / Л.Н. Баркова, Л.В. Безручкина. – Воронеж : ВГПУ, 2017. – 54 с. - Files-nnhYjd662S.pdf (kuchp.ru)
7	Баркова Л.Н. Теория, задания и методические указания по разделу «Определенный интеграл, несобственный интеграл» / Л.Н. Баркова, Л.В. Безручкина. – Воронеж : ВГПУ, 2017. – 40 с. - Files-tawj2attWE.pdf (kuchp.ru)
8	Садчиков П.В. Дифференциальные уравнения: учебно-методическое пособие / сост. : П.В. Садчиков .— Воронеж : Издательский дом ВГУ, 2016 .— 34 с. - <URL: http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m16-245.pdf >.
9	Безручкина Л.В. Частные производные функции нескольких переменных: учебно-методическое пособие / Л.В. Безручкина, П.В. Садчиков .— Воронеж : Издательский дом ВГУ, 2019 . - <URL: http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m19-03.pdf >.

17. Образовательные технологии, используемые при реализации учебной дисциплины, включая дистанционные образовательные технологии (ДОТ, электронное обучение (ЭО), смешанное обучение):

Дисциплина может реализовываться с применением дистанционных образовательных технологий, например, на платформе «Электронный университет ВГУ» ([Курс: Б1.Б.5 Математика \(vsu.ru\)](http://kurs:Б1.Б.5_Математика(vsu.ru))).

Перечень необходимого программного обеспечения: операционная система Windows или Linux, Microsoft, Windows Office, LibreOffice 5, *Calc*, *Math*, браузер Mozilla Firefox, Opera или Internet.

18. Материально-техническое обеспечение дисциплины:

Специализированная мебель.

Для проведения лекционных и практических занятий используются аудитории, соответствующие действующим санитарно-техническим нормам и противопожарным правилам.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети Internet и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду ВГУ.

При реализации дисциплины с использованием дистанционного образования возможны дополнения материально-технического обеспечения дисциплины.

19. Оценочные средства для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестаций

Порядок оценки освоения обучающимися учебного материала определяется содержанием следующих разделов дисциплины:

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Компетенция(и)	Индикатор(ы) достижения компетенции	Оценочные средства
1	Линейная алгебра	ОПК - 1	ОПК-1.3	Домашние задания, тестовые задания
2	Аналитическая геометрия на плоскости	ОПК - 1	ОПК-1.3	Домашние задания, тестовые задания
3	Введение в анализ	ОПК - 1	ОПК-1.3	Домашние задания, тестовые задания
4	Дифференциальное исчисление	ОПК - 1	ОПК-1.3	Домашние задания, тестовые задания
5	Интегральное исчисление	ОПК - 1	ОПК-1.3	Домашние задания, тестовые задания
6	Функции нескольких переменных	ОПК - 1	ОПК-1.3	Домашние задания, тестовые задания
7	Ряды	ОПК - 1	ОПК-1.3	Домашние задания, тестовые задания
8	Дифференциальные уравнения	ОПК - 1	ОПК-1.3	Домашние задания, тестовые задания
Промежуточная аттестация Форма контроля – зачет, экзамен				Перечень вопросов к зачету, экзамену

20. Типовые оценочные средства и методические материалы, определяющие процедуры оценивания

20.1. Текущий контроль успеваемости

Контроль успеваемости по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств: домашнее задание, тестовые задания.

Домашние задания:

Тема «Элементы линейной алгебры»

1. Решить систему
$$\begin{cases} 3x - y + z = 12 \\ 4x - 2y + z = 15 \\ -x - y + 4z = -1 \end{cases}$$

2. Посчитать определитель матрицы $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -2 & 4 & 1 \\ 2 & 3 & -1 \end{pmatrix}$

3. Найти обратную матрицу $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$

4. Найти значение матричного многочлена $f(x) = x^2 + 3x - 1$, где $A = \begin{pmatrix} 3 & -2 & 5 \\ 1 & 0 & -4 \\ 2 & 3 & -1 \end{pmatrix}$

5. Решить матричное уравнение $\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 1 & -4 \end{pmatrix}$

Тема «Аналитическая геометрия на плоскости»

1. Дано $\vec{a} = \{3; -2\}$, $\vec{b} = \{-2; 1\}$. Найти $\vec{a} + \vec{b}$; $\vec{a} - \vec{b}$; $2\vec{a}$; $\frac{1}{2}\vec{b}$

2. Вычислить длину вектора \overline{AB} , если даны точки $A(-3; 5)$ и $B(1; -3)$

3. Найти квадрат длины вектора $\vec{a} + \vec{b}$, если известно $\vec{a} = (2; 6)$; $\vec{b} = (8; 4)$

4. Найти скалярное произведение векторов \overline{AB} и \overline{BC} , если $A(-2; 4)$; $B(3; 5)$; $C(-6; -8)$

5. Даны три вершины треугольника $A(-2; 4)$; $B(3; 5)$; $C(-6; -8)$. Найти угол \widehat{ABC} .

6. Найти полярные координаты точки $M(1; -\sqrt{3})$

7. Найти прямоугольные координаты точки A , полярные координаты которой $A\left(-3; \frac{5\pi}{4}\right)$

Тема «Линии первого порядка. Различные виды уравнения прямой»

1. Написать уравнение прямой, проходящей через точки $A(-3; 5)$ и $B(6; 0)$

2. Составить уравнение прямой, проходящей через точку $A(2; 6)$ параллельно и перпендикулярно прямой $2x - 3y + 6 = 0$

3. Определить угол между прямыми $y = -3x + 7$ и $y = 2x + 1$

4. Показать, что прямые $3x - 5y + 7 = 0$ и $10x + 6y - 3 = 0$ перпендикулярны

5. Показать, что прямые $2x - 3y + 1 = 0$ и $4x - 6y - 5 = 0$ параллельны

6. Дан треугольник ABC с координатами $A(-2; 4)$; $B(3; 5)$; $C(-6; -8)$. Найти уравнение стороны AC ; уравнение высоты BH ; уравнение медианы AM ; уравнение прямой, проходящей через вершину C , параллельно стороне AB ; площадь треугольника ABC

Тема «Кривые второго порядка»

1. Написать уравнение окружности с центром в точке $O(2; -3)$ и радиусом, равным 6

2. Показать, что $x^2 + y^2 + 4x - 6y - 3 = 0$ является уравнением окружности. Найти ее центр и радиус

3. Какую линию определяет уравнение $4x^2 + 9y^2 - 8x - 36y + 4 = 0$

4. Построить эллипс $9x^2 + 25y^2 = 225$

5. Дано уравнение $24x^2 + 49y^2 = 1176$. Найти длины его полуосей, координаты фокусов, эксцентриситет эллипса

6. Дано уравнение $5x^2 - 4y^2 = 20$. Доказать, что это гипербола. Найти ее характеристики. Сделать чертеж

7. Составить каноническое уравнение гиперболы, если а) $2c = 10$, $a = 3$ б) $c = 3$, $\varepsilon = 1,5$

8. Парабола $y^2 = 2px$ проходит через точку $A(2; 4)$ Определить ее параметр p

9. Дана кривая $y^2 - 2y + 4x + 9 = 0$. Доказать, что данная кривая – парабола

Тема «Последовательность. Пределы»

1. Написать первые четыре члена последовательности $\{x_n\}$, если $x_n = \frac{(-1)^n}{n}$
2. Зная несколько членов последовательности $\{x_n\}$, написать формулу общего члена
 $x_1 = 1, x_2 = \frac{1}{3}, x_3 = \frac{1}{5}, x_4 = \frac{1}{7}, \dots$
3. Написать последовательность $\alpha x_n + \beta y_n$, если $x_n = (\sqrt{2})^n, y_n = 1, \alpha = \sqrt{2}, \beta = -5$
4. Вычислить последовательность $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5n^2 + 3n^3 - 2n - 1}{4n^2 - 2n^3 + \frac{1}{5}n^5 + 5}$
5. Вычислить предел функции $\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{1}{x-2} - \frac{12}{x^3 - 8} \right)$
6. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 - \sqrt{x^2 + 4}}{3x^2}$
7. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3 \sin 7x}{7 \sin 3x}$
8. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{6x} \right)^{3x}$

Тема «Производная функции»

1. Таблица производных
2. Вычислить производную $y = \sqrt[3]{x} + \frac{1}{x} - \frac{3}{x^2} + 5x$
3. Вычислить производную $y = x^2 \sin^2 7x + \arctg \ln x$
4. Вычислить производную третьего порядка $y = \sin 3x^2$
5. Вычислить предел с помощью правила Лопитала :
 а). $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 - 5x^2 + 2x + 8}{x^4 - 2x^3 - 16x^2 + 2x + 15}$; б). $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln x}{ctgx}$ в). $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{2 \arctgx - 5}$

Тема «Неопределенный интеграл»

1. Таблица неопределенных интегралов
2. Вычислить $\int \left(x + \sqrt{x} - 3x^2 + \frac{2}{x^3} - \frac{1}{\sin^2 x} + tg5 \right) dx$
3. Вычислить $\int x e^{x^2} dx$
4. Вычислить $\int \cos 5x dx$
5. Вычислить $\int x^2 e^{-x} dx$
6. Вычислить $\int \sin 5x \sin 7x dx$
7. Вычислить $\int \frac{(x^2 - 6x + 8) dx}{x^3 + 8}$
8. Вычислить $\int \sin^2 x \cdot \cos x dx$
9. Вычислить $\int \frac{3 - 2ctg^2 x}{\cos^2 x} dx$

Тема «Определенный интеграл»

1. Вычислить определенный интеграл $\int_{-2}^4 (8 + 2x - x^2) dx$
2. Вычислить определенный интеграл $\int_0^{\sqrt{3}} \frac{1}{1+x^2} dx$
3. Вычислить определенный интеграл $\int_0^1 e^{2x} dx$

4. Вычислить определенный интеграл $\int_0^{\pi} e^x \sin x dx$

5. Исследовать несобственный интеграл на сходимость, если сходится вычислить значение $\int_0^{+\infty} x e^{-x^2} dx$

Тема «Функции двух переменных»

1. Найти $\text{grad } u$ и $|\text{grad } u|$: $u = x^2 + y^2$ в точке $M(1; -1)$
2. Найти дифференциал второго порядка функции $z = y^2 \ln x$
3. $z = e^x \cos y$. Показать, что $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0$
4. Найти частные производные второго порядка $z = x^4 + 5x^3 y + 3xy^4 - x + 2y - 8$
5. Найти экстремум функции $z = x^2 + y^2 + xy - 4x - 5y$
6. Найти дифференциал второго порядка функции $z = e^x \sin 3y$
7. Найти экстремум следующей функции $z = xy - x^2 y - xy^2$

Тема «Ряды»

1. Является ли сходящимся ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2n+1}$? Ответ обосновать
2. Является ли сходящимся ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 - 9}{n - 3}$? Ответ обосновать.
3. Является ли ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n+1)!}$ абсолютно сходящимся? Ответ обоснуйте.
4. Найти радиус сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty} 2^n x^{5n}$
5. Найти область сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{8^n x^{3n}}{5n+17}$.
6. Исследовать ряд на сходимость: а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n}{n^2+1}$ б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n (n+1)}{3n}$ в) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n}{3n+5}\right)^n$ г) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{3n+6}$
7. Найти область сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} 3^n (x-3)^n$

Тестовые задания

Тема: «Элементы линейной алгебры»

1. Определитель матрицы $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 4 & 0 & 6 \\ -7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$ равен: а) -201 б) 210 в) 204
2. Какая из следующих матриц будет размером 2×3 : а) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ б) $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 2 & 5 \\ 4 & 6 \end{pmatrix}$ в) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$
3. Даны две матрицы $A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 4 & 6 \\ 2 & 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 8 & -2 \\ 4 & 0 & 3 & 5 \end{pmatrix}$. Их суммой будет матрица
а) $A+B = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 12 & 4 \\ 6 & 1 & 2 & 7 \end{pmatrix}$ б) $A+B = \begin{pmatrix} 6 & 1 & 2 & 7 \\ 3 & 1 & 12 & 4 \end{pmatrix}$ в) $A+B = \begin{pmatrix} 3 & 4 & 1 & 12 \\ 6 & 7 & 1 & 2 \end{pmatrix}$
4. Дана матрица $A = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 6 \\ -2 & 0 & 10 \end{pmatrix}$, тогда матрица $\frac{A}{2}$ будет выглядеть так:
а) $\begin{pmatrix} 4 & 8 & 12 \\ -4 & 0 & 20 \end{pmatrix}$ б) $\begin{pmatrix} 2 & 4 & 6 \\ -2 & 0 & 10 \end{pmatrix}$ в) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 0 & 5 \end{pmatrix}$
5. Пусть $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$, тогда $A \cdot B$ равно: а) $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ б) $\begin{pmatrix} 1 & 1 \end{pmatrix}$ в) $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$

7. Матрица, транспонированная к матрице $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$, будет выглядеть так:

а) $\begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ б) $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 0 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$ в) $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$

«Аналитическая геометрия на плоскости»

1. Даны точки $A(-4;5)$ и $B(1;-3)$. Вектор \overline{AB} будет иметь координаты а) $\{3;4\}$ б) $\{5;-8\}$ в) $\{-5;8\}$
2. Какие из векторов коллинеарны $\vec{a} = \{1;2\}$; $\vec{b} = \{4;8\}$, $\vec{c} = \{5;9\}$: а) \vec{a} и \vec{b} б) \vec{a} и \vec{c} в) \vec{c} и \vec{b}
3. Скалярное произведение векторов $\overline{AB} = (5;1)$ и $\overline{BC} = (-9;-13)$ равно: а) 56 б) -58 в) $\cos \frac{\pi}{6}$
4. Длина вектора \vec{a} равна 2; вектора \vec{b} равна 3; угол между векторами равен $\frac{\pi}{3}$. Скалярное произведение $\vec{a} \cdot \vec{b}$ равно: а) 1 б) 3 в) -3 г) 0

Тема «Линии первого порядка. Различные виды уравнения прямой»

1. Прямые $y = kx + 1$ и $2x + y - 11 = 0$ перпендикулярны при k , равном:
а) -0,5 б) 2 в) -2 г) 0,5
2. Если прямая задана общим уравнением $6x + 2y - 7 = 0$, то ее угловой коэффициент равен:
а) 3 б) $-\frac{1}{3}$ в) $\frac{1}{3}$ г) -3
3. Угловой коэффициент прямой, перпендикулярной к прямой $3x - y - 2 = 0$, равен:
а) 3 б) -3 в) -0,5 г) 1
4. Длина вектора \vec{a} равна 2; вектора \vec{b} равна 3; угол между векторами равен $\frac{\pi}{3}$. Скалярное произведение $\vec{a} \cdot \vec{b}$ равно: а) 1 б) 3 в) -3 г) 0

Тема «Кривые второго порядка»

1. Эксцентриситет гиперболы $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$ равен: а) 0,6 б) 20 в) 0,75 г) 1,25
2. Центр окружности $x^2 - 2x + y^2 + 2y + 1 = 0$ находится в точке:
а) $D(-1; 1)$ б) $D(1; 1)$ в) $O(1; -1)$ г) $O(-1; -1)$
3. Эксцентриситет эллипса $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{9} = 1$ равен 0,8 при a равном:
а) 2,4 б) $\frac{4}{15}$ в) 3,75 г) 5
4. Радиус окружности $x^2 - 2x + y^2 + 4y = 4$ равен: а) 2 б) 1 в) 3 г) 4

Тема «Последовательность. Пределы»

1. Общий член числовой последовательности $1; \frac{4}{6}; \frac{5}{9}; \dots$ имеет вид:
а) $a_n = \frac{4n-1}{3n}$; б) $a_n = \frac{3n-2}{2n-1}$; в) $a_n = (-1)^{n+1} \frac{4n-1}{3n}$; г) $a_n = \frac{n+2}{3n}$
2. Пятый член числовой последовательности $2; \frac{3}{4}; \frac{4}{9}; \dots$ равен а). $\frac{7}{25}$ б). $\frac{5}{16}$ в). $\frac{1}{5}$ г). $\frac{6}{25}$
3. Предел последовательности $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4-n^2}{3+n^2}$ равен а) -1 б) 1 в) 0
4. Предел последовательности $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5 \cdot 3^n}{3^n - 2}$ равен а) 1 б) 5 в) 0

5. Предел функции $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 2x - 3}{x - 1}$ равен а) 0 б) 1 в) 4 г) -4

6. Предел функции $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 4x}{x}$ равен а) 0 б) 4 в) 2

7. Предел последовательности $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{5}{x}\right)^x$ равен а) e^5 б) e в) $\frac{1}{e^5}$

Тема «Производная функции»

1. Производная функции $y = \sin 3x$ равна а) $\cos 3x$ б) $3 \cos 3x$ в) $-3 \cos 3x$ г) $-\cos 3x$

2. Производная функции $f(x) = e^x \cos 2x$ равна:

а) $e^x \sin 2x$ б) $e^x + \sin 2x$ в) $e^x (\cos 2x + 2 \sin 2x)$ г) $e^x (\cos 2x - 2 \sin 2x)$

3. Производная функции $f(x) = \frac{x}{2x-1}$ в точке $x=2$ равна: а) -1 б) $\frac{1}{16}$ в) $-\frac{1}{16}$ г) $\frac{1}{4}$

4. Производная функции $f(x) = \operatorname{arctg} 2x$ при $x=1$ равна: а) 1 б) $\frac{1}{2}$ в) $\cos 1 - \sin 1$ г) $\frac{1}{2} \cos 1 - \sin 1$

5. Производная функции $f(x) = \sqrt{1+3x}$ равна: а) $(1+3x)^2$ б) $\frac{1}{2\sqrt{1+3x}}$ в) $\frac{3}{2\sqrt{1+3x}}$ г) $-(1+3x)^{\frac{3}{2}}$

Тема «Неопределённый интеграл»

1. $\int dx$ равен ... а) C б) 0 в) $x^2 + C$ г) $x + C$

2. $d \int f(x) dx$ - дифференциал неопределённого интеграла равен ...

1. $F(x)$ 2. $f(x) dx$ 3. $F(x) dx$ 4. $f(x)$

($F(x)$ - первообразная функции $f(x)$).

3. Известно, что $F(x)$ - первообразная функции $f(x)$. Тогда неопределённым интегралом $\int f(x) dx$ называется ...

1) первообразная $F(x)$ 2) сумма $F(x) + f(x)$ 3) совокупность всех первообразных $F(x) + C$
4) совокупность всех функций вида $f(x) + C$

C - произвольная постоянная.

4. $\int (3 - x^2) dx$ равен ... 1. $3 - \frac{x^3}{3} + C$ 2. $3x - x^2 + C$ 3. $3x - \frac{x^3}{3} + C$ 4. $3x + \frac{x^3}{3} + C$

5. $\int e^{2x-9} dx$ равен ... 1. $e^{2x-9} + C$ 2. $\frac{1}{2} e^{x-9} + C$ 3. $\frac{1}{2} e^{2x-9} + C$ 4. $2e^{2x-9} + C$

6. Вычисление $\int 2xe^{x^2} dx$ сводится к вычислению табличного интеграла следующей заменой переменной интегрирования... 1. $x = t$ 2. $t = \sqrt{x}$ 3. $t = x^2$ 4. $t = \frac{1}{x}$

7. $\int \frac{\cos x}{\sin^3 x} dx$ равен ... 1. $-\frac{1}{2 \sin^2 x} + C$ 2. $-\frac{1}{2 \cos^2 x} + C$ 3. $\frac{\sin^3 x}{3} + C$ 4. $\frac{\sin^4 x}{4} + C$

Тема «Определённый интеграл»

1. $\int_0^{\pi} x \cos x dx$ равен ... 1) 0 2) -2 3) $\pi - 2$ 4) π

2. Несобственный интеграл $\int_{-1}^0 \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}$ равен ... 1) 0 2) 1 3) $\frac{\pi}{2}$ 4) -1

3. Интеграл $\int_a^a f(x) dx$ равен ... 1. 0 2. a 3. $2a$ 4. $-a$

4. Интеграл $\int_1^2 x^2 dx$ равен... а) 3 б) 7 в) $\frac{3}{7}$ г) $\frac{7}{3}$

5. Интеграл $\int_1^5 \frac{7dx}{x}$ равен ... а) $7 \ln 5 + C$ б) $7 \ln 5$ в) $5 \ln 7 + C$ г) $5 \ln 7$

6. Интеграл $\int_a^b u dv$ равен а) $uv - \int_a^b v du$ б) $uv|_a^b - \int_a^b v du$ в) $uv|_a^b + \int_a^b v du$ г) $uv + \int_a^b v du$

Тема «Функции двух переменных»

1. Частная производная $\frac{\partial z(x, y)}{\partial x}$ функции двух переменных $z = x^4 - 4y^4$ равна

а) $4x^3 - 16y^3$ б) $4x^3$ в) x^3 г) $-16x^2$

2. Частная производная $\frac{\partial z(x, y)}{\partial y}$ функции двух переменных $z = 3x^2 y$ равна

а) $6x$ б) $4x^2$ в) $6xy + 3x^2$ г) $-16y^2$

3. Значение $\frac{\partial z(x, y)}{\partial x}$ функции $z = 3x^2 y$ в точке $M(1; 4)$ равно а) 3 б) 24 в) 45 г) 8

4. $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$ функции двух переменных $z = y^2 - 3x^2 + 2xy$ равно... а) $6x$ б) $2xy$ в) -6

5. Дифференциал функции $z = 2xy^2$ равен ...

а) $dz = 2y^2 dx + 4xy dy$ б) $dz = xy^2 dx + y dy$ в) $dz = 2xy dx + 4xy dy$

6. Дифференциал функции двух переменных $z = 3x + 2y$ имеет вид

а) $dz = 3dx$ б) $dz = 3dx + 2dy$ в) $dz = dx + dy$

Тема «Ряды»

1. Ряд $\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{n(n+1)} + \dots$ является: а) сходящимся б) расходящимся

2. Если числовой ряд $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = S$ сходится, а $S_n = \sum_{i=1}^n a_i$ – его частичная сумма, то:

а) $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = 0$ б) $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = S$ в) $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n < S$ г) $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n > S$

3. Если числовой ряд $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ сходится, то: а) $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ существует и отличен от нуля б) $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ не существует в) $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ существует и равен нулю

4. Пусть даны два знакоположительных числовых ряда $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ и $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$. Если при всех $n \in \mathbb{N}$ выполнены

оценки $a_n \leq b_n$ и ряд $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ сходится, то ряд $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$:

а) является сходящимся б) является расходящимся в) может быть как сходящимся, так и расходящимся

5. Ряд $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ называется условно сходящимся, если: а) ряд $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ сходится, а ряд $\sum_{n=1}^{\infty} |a_n|$ расходится

б) и ряд $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, и ряд $\sum_{n=1}^{\infty} |a_n|$ - сходятся в) ряд $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ и ряд $\sum_{n=1}^{\infty} |a_n|$ - расходятся

6. Область сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} x^n$ является а) $(-\infty; 0]$ б) $(-\infty; +\infty)$ в) $[0; +\infty)$ г) $(-1; 1)$

7. Радиус сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n!}$ равен а) 1 б) 5 в) $+\infty$

8. Установите соответствие между знакопеременными рядами и видами их сходимости.

1	Абсолютно сходится	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2 + 4}$	1
2	Условно сходится	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{3n + 1}$	2

3	Расходится	$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \ln n$	3
---	------------	------------------------------------	---

9. Радиус сходимости степенного ряда $\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ равен 16. Тогда интервал сходимости имеет вид...

- а) $(-16; 16)$ б) $(-16; 0)$ в) $(0; 16)$ г) $(-8; 8)$

Описание технологии проведения. Обучающемуся выдается перечень практических и тестовых заданий для самостоятельного решения, выполненные задания подлежат последующей проверке преподавателем.

Текущая аттестация по дисциплине с применением дистанционных образовательных технологий проводится в рамках электронного курса, размещенного в ЭИОС (образовательный портал «Электронный университет ВГУ» (LMS Moodle, <https://edu.vsu.ru/>).

Требования к выполнению заданий (или шкалы и критерии оценивания). При текущем контроле уровень освоения учебной дисциплины и степень сформированности компетенции определяются оценками «зачтено», «незачтено», которые формируются следующим образом:

Оценки	Критерии
Зачтено	Обучающийся правильно выполнил не менее 50% предложенных заданий.
Не зачтено	Обучающийся правильно выполнил менее 50% предложенных заданий.

20.2. Промежуточная аттестация

Промежуточная аттестация по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств: перечень вопросов к зачету, перечень вопросов к экзамену.

Перечень вопросов к зачету:

1. Матрицы. Операции над матрицами. Обратная матрица
2. Определители. Свойства определителей
3. Системы линейных уравнений
4. Метод Гаусса решения систем линейных уравнений. Теорема о совместности ступенчатой системы линейных уравнений. Теорема об определенности совместной ступенчатой системы линейных уравнений. Теоремы об эквивалентности двух систем линейных уравнений (без доказательств)
5. Правило Крамера для системы линейных уравнений с двумя неизвестными
6. Правило Крамера для системы линейных уравнений с тремя неизвестными
7. Введение координат на плоскости. Расстояние между точками. Деление отрезка в данном отношении
8. Понятие об уравнении кривой. Уравнение окружности
9. Вектор. Абсолютная величина и направление вектора. Координаты вектора
10. Сложение векторов.
11. Умножение вектора на число
12. Коллинеарные векторы.
13. Разложение вектора по двум неколлинеарным векторам.
14. Скалярное произведение векторов
15. Общий вид уравнения прямой на плоскости
16. Расположение прямой относительно системы координат. Условие параллельности и перпендикулярности прямых. Уравнение прямой в нормальной форме
17. Полярные координаты
18. Кривые второго порядка
19. Множества. Операции над множествами. Свойства операций над множествами
20. Понятие счетного множества. Теория вещественных чисел
21. Ограниченные множества. Свойства верхних и нижних границ
22. Числовая последовательность. Предел последовательности. Лемма о двух милиционерах
23. Теорема об ограниченности сходящейся последовательности.

24. Теорема о сумме и произведении сходящихся последовательностей
25. Теорема о частном сходящихся последовательностей.
26. Теорема о произведении бесконечно малой и ограниченной последовательностях
27. Бесконечно большая последовательность. Монотонные последовательности. Число e
28. Функция. Обратные функции. Суперпозиция функций. Предел функции. Теоремы о пределах
29. Сравнение бесконечно малых. Односторонние пределы функций
30. Непрерывные функции. Классификация точек разрыва. Свойства непрерывных функций
31. Производная функции. Дифференциал функции. Теорема о дифференцируемости функции.
Связь между непрерывностью и дифференцируемостью
32. Таблица производных. Логарифмическая производная.
33. Производная обратной функции
34. Дифференцирование арифметических выражений
35. Производная суперпозиции
36. Геометрический смысл производной и дифференциала
37. Основные теоремы дифференциального исчисления. Правило Лопиталя
38. Производные и дифференциалы высшего порядка. Формула Тейлора и Маклорена
39. Применение производной к исследованию функций. Теорема о монотонности дифференцируемой функции
40. Признак монотонности функции
41. Локальный экстремум функции. Необходимое условие локального экстремума
42. Первое достаточное условие локального экстремума. Второе достаточное условие экстремума. Экстремум функции, не дифференцируемой в данной точке

Перечень вопросов к экзамену:

1. Первообразная и неопределенный интеграл. Свойства неопределенного интеграла.
2. Таблица неопределенных интегралов
3. Метод интегрирования по частям в неопределенном интеграле
4. Метод замены переменной в неопределенном интеграле
5. Определенный интеграл.
6. Свойства определенного интеграла. Формула Ньютона-Лейбница.
7. Метод замены переменной в определенном интеграле
8. Метод интегрирования по частям в определенном интеграле
9. Геометрические приложения определенного интеграла
10. Несобственные интегралы. Признак сходимости несобственных интегралов
11. Вектор. Векторное пространство. Векторное произведение
12. Функции нескольких переменных. Предел функции нескольких переменных. Теоремы о пределах
13. Непрерывность функции нескольких переменных. Теоремы о непрерывных функциях
14. Частные производные. Дифференцируемость функции нескольких переменных. Полный дифференциал
15. Необходимые и достаточные условия дифференцируемости функции
16. Производная по заданному направлению. Градиент
17. Частные производные и дифференциалы высших порядков
18. Экстремум функции двух переменных. Необходимые и достаточные условия экстремума
19. Числовой ряд. Сходимость числового ряда. Свойства числовых рядов
20. Необходимый признак сходимости числовых рядов. Знакоположительные ряды. Теорема о связи сходимости знакоположительного ряда и ограниченности последовательности частичных сумм ряда
21. Первый признак сравнения
22. Второй признак сравнения. Признак Коши. Признак Даламбера. Интегральный признак

23. Обобщенный гармонический ряд
24. Знакопеременные ряды. Абсолютная и условная сходимость. Свойства абсолютно сходящихся рядов. Признак Лейбница для знакочередующихся рядов
25. Степенной ряд. Теорема Абеля. Радиус и область сходимости степенного ряда. Свойства степенных рядов
26. Ряд Тейлора. Ряд Маклорена. Разложение элементарных функций в ряд Маклорена
27. Ряд Фурье и его свойства. Ряд Фурье с периодом $2l$
28. Обыкновенные дифференциальные уравнения. Уравнения первого порядка. Задача Коши, частное и общее решения.
29. Уравнения с разделяющимися переменными, однородные уравнения, линейные уравнения.
30. Уравнения второго порядка. Линейные однородные уравнения второго порядка.

Перечень практических заданий

1. Решить систему а) методом Крамера; б) методом Гаусса; в) матричным методом

$$\begin{cases} 3x - y + z = 12 \\ 4x - 2y + z = 15 \\ -x - y + 4z = -1 \end{cases}$$

2. Посчитать определитель
$$\begin{vmatrix} -1 & 2 & -3 & 2 \\ -5 & 0 & -1 & -2 \\ -1 & 0 & 2 & 1 \\ 3 & -2 & 1 & 2 \end{vmatrix}$$

3. Найти скалярное произведение векторов \vec{a} и \vec{b} , построенных по векторам \vec{p} и \vec{q} , если известны длины векторов \vec{p} и \vec{q} и угол между ними

$$\vec{a} = 3\vec{p} + \vec{q}, \quad \vec{b} = \vec{p} - 2\vec{q}, \quad |\vec{p}| = 4, \quad |\vec{q}| = 1, \quad (\widehat{\vec{p}, \vec{q}}) = \frac{\pi}{4}$$

4. Векторы \vec{c} и \vec{d} построены по данным векторам \vec{a} и \vec{b} . Выясните, являются ли векторы \vec{c} и \vec{d} коллинеарными, ортогональными?

$$\vec{a} = (1; -2), \quad \vec{b} = (3; 0), \quad \vec{c} = 2\vec{a} + 4\vec{b}, \quad \vec{d} = 3\vec{a} - 4\vec{b}$$

5. Треугольник ABC задан координатами вершин: $A(-1; 1)$; $B(-5; 3)$; $C(1; 5)$. Найти: а) площадь треугольника; б) уравнение высоты треугольника BH ; в) длину медианы AM ; г) косинус угла C

6. Уравнения, задающие линии второго порядка, привести к каноническому виду; определить тип линии: а) $5y^2 = 30x$; б) $81x^2 + 225y^2 = 18225$.

Найти: а) центр кривой; б) эксцентриситет; в) уравнение(я) директрис(ы); г) координаты фокуса(ов)

7. Найдите уравнение прямой, проходящей через точки A и B . Преобразуйте полученное уравнение к виду

а) общему, б) в отрезках, в) с угловым коэффициентом $A(-1; 2)$; $B(4; -6)$

8. Найти уравнения прямых, проходящих через точку A , одна из которых параллельна, а другая перпендикулярна данной прямой $A(3; 4)$; $-4y + 3x - 3 = 0$

9. Вычислить пределы без использования правила Лопитала

1. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5n^2 + 3n^3 - 2n - 1}{4n^2 - 2n^3 + \frac{1}{5}n^5 + 5}$
2. $\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{1}{x-2} - \frac{12}{x^3 - 8} \right)$
4. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 - \sqrt{x^2 + 4}}{3x^2}$
5. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3 \sin 7x}{7 \sin 3x}$

6. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{6x} \right)^{3x}$

10. Найти производные функций, используя правила вычисления производных

$$11. y = \sqrt[3]{x} + \frac{1}{x} - \frac{3}{x^2} + 5x \quad 2. y = \frac{\operatorname{ctgx}}{x^4} + x^5 \sin 6x \quad 3. y = 7^{5x} \sin^2 x + \frac{1}{2} e^{\cos^2 x}$$

$$12. y = x(\cos \ln 2x + \sin \ln^4 3x) \quad 5. y = \arccos^3 \frac{1}{\sqrt{x}} - 3^{2x^5}$$

13. Вычислить предел с помощью правила Лопиталья

$$1. \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 - 5x^2 + 2x + 8}{x^4 - 2x^3 - 16x^2 + 2x + 15}; \quad 2. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln x}{\operatorname{ctgx}} \quad 3. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{2 \operatorname{arctgx} - 5}$$

14. Вычислить интеграл

$$1. \int \left(\frac{3x + 2x^2 \sin x}{x^2} + \sqrt{x} \right) dx \quad 2. \int \left(\frac{1}{5-3x} + \frac{6}{5 \cos^2 x} \right) dx \quad 3. \int (2x-5) \cos \frac{x}{4} dx$$

$$4. \int \frac{4x+8}{(x+3)(x+7)} dx \quad 5. \int_1^4 (\sqrt{x} - x^4) dx$$

15. Найти дифференциал второго порядка функции $z = e^x \sin 3y$

16. Найти экстремум следующей функции $z = xy - x^2y - xy^2$

17. Исследовать ряд на сходимость:

$$1. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n}{n^2+1} \quad 2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n (n+1)}{3n} \quad 3. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n}{3n+5} \right)^n \quad 4. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{3n+6}$$

18. Найти область сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} 3^n (x-3)^n$

Примеры контрольно-измерительных материалов:

Зачет

Контрольно-измерительный материал № 1

1. Матрицы. Операции над матрицами. Обратная матрица.

$$2. \text{Посчитать определитель} \begin{vmatrix} -1 & 2 & -3 & 2 \\ -5 & 0 & -1 & -2 \\ -1 & 0 & 2 & 1 \\ 3 & -2 & 1 & 2 \end{vmatrix}.$$

Экзамен

Контрольно-измерительный материал № 1

1. Первообразная и неопределенный интеграл. Свойства неопределенного интеграла.

2. Исследовать ряд на сходимость: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n}{n^2+1}$.

Описание технологии проведения. Промежуточная аттестация по дисциплине «Математика» проводится в форме зачета (2 семестр), экзамена (3 семестр).

По решению кафедры оценки за экзамен/зачет могут быть выставлены по результатам текущей успеваемости обучающегося в течение семестра, но не ранее, чем на заключительном занятии. Для этого обучающемуся необходимо выполнить домашние задания на оценку «зачтено», посетить не менее 80% занятий, активно работать на занятиях. При несогласии обучающегося, ему дается возможность пройти промежуточную аттестацию на общих основаниях.

Промежуточная аттестация, как правило, осуществляется в конце семестра.

Промежуточная аттестация по дисциплине с применением электронного обучения, дистанционных образовательных технологий (далее – ЭО, ДОТ) проводится в рамках электронного курса, размещенного в ЭИОС (образовательный портал «Электронный университет ВГУ» (LMS Moodle, <https://edu.vsu.ru/>).

Обучающиеся, проходящие промежуточную аттестацию с применением ДОТ, должны располагать техническими средствами и программным обеспечением, позволяющим обеспечить процедуры аттестации. Обучающийся самостоятельно обеспечивает выполнение необходимых технических требований для проведения промежуточной аттестации с применением дистанционных образовательных технологий.

Идентификация личности обучающегося при прохождении промежуточной аттестации обеспечивается посредством использования каждым обучающимся индивидуального логина и пароля при входе в личный кабинет, размещенный в ЭИОС образовательной организации.

В ходе проведения аттестации обучающемуся необходимо ответить на вопросы КИМ, состоящего из: одного теоретического и одного практического вопросов и дополнительные вопросы экзаменатора.

Результаты текущей аттестации обучающегося учитываются при проведении промежуточной аттестации следующим образом: обучающиеся, получившие за домашние задания оценку «не зачтено» или не выполнившие домашнее задание, получают дополнительное практическое задание.

Требования к выполнению заданий, шкалы и критерии оценивания.

Зачет

Критерии оценивания компетенций	Шкала оценок
<p>«Зачтено» выставляется студенту, который прочно усвоил предусмотренный программный материал; правильно, аргументировано ответил на все вопросы; показал глубокие систематизированные знания, владеет приемами рассуждения и сопоставляет материал из разных источников: теорию связывает с практикой, другими темами данного курса, других изучаемых предметов; без ошибок выполнил практическое задание.</p> <p>Обязательным условием выставленной оценки является правильное выполнение не менее 50% предложенных заданий. Дополнительным условием получения оценки «зачтено» могут стать хорошие успехи при выполнении самостоятельной и домашней работы, систематическая активная работа на лекционных и практических занятиях.</p>	«зачтено»
<p>«Не зачтено» Выставляется студенту, который не справился с 50% вопросов и заданий билета, в ответах на другие вопросы допустил существенные ошибки. Не может ответить на дополнительные вопросы, предложенные преподавателем.</p>	«Не зачтено»

Экзамен

Критерии оценивания компетенций	Шкала оценок
<p>Обучающийся не владеет основами учебно-программного материала, обнаружил пробелы в знаниях основного учебно-программного материала, допустил принципиальные ошибки в выполнении предусмотренных программой заданий.</p>	«Неудовлетворительно»
<p>Обучающийся владеет знаниями основного учебно-программного материала в объеме, необходимом для дальнейшей учебы и предстоящей работы по специальности, справился с выполнением заданий, предусмотренных программой, знаком с основной литературой, рекомендованной программой. Как правило, оценка "удовлетворительно" выставляется студентам, допустившим погрешности в ответе</p>	"Удовлетворительно"

на экзамене и при выполнении экзаменационных заданий, но обладающим необходимыми знаниями для их устранения под руководством преподавателя. Оценка «удовлетворительно» выставляется, если студент выполнил не менее 50% заданий КИМ	
Обучающийся полностью владеет знаниями учебно-программного материала, успешно выполнил предусмотренные в программе задания, усвоил основную литературу, рекомендованную в программе. Как правило, оценка "хорошо" выставляется студентам, показавшим систематический характер знаний по дисциплине и способным к их самостоятельному. Оценка «хорошо» выставляется студенту, если он правильно выполнил не менее 75% заданий КИМ	"Хорошо"
Оценка «отлично» выставляется обучающимся, обнаружившим всестороннее, систематическое и глубокое знание учебно-программного материала, умение свободно выполнять задания, предусмотренные программой, усвоившему основную программу и знакомому с дополнительной литературой, рекомендованной программой. Как правило, оценка "отлично" выставляется студентам, усвоившим взаимосвязь основных понятий дисциплины в их значении для приобретаемой профессии, проявившим творческие способности в понимании, изложении и использовании учебно-программного материала. Оценка «отлично» выставляется, если студент в полном объеме и правильно ответил на все вопросы контрольно-измерительного материала (как на теоретическую, так и на практическую части)	"Отлично"

20.3 Фонд оценочных средств сформированности компетенций студентов, рекомендуемый для проведения диагностических работ

ОПК - 1 Способен применять знания фундаментальных разделов наук о Земле, базовые знания естественно-научного и математического циклов при решении стандартных профессиональных задач

ОПК -1.3 Применяет базовые знания математического цикла

Знать: основные понятия и методы математического анализа, линейной алгебры, аналитической геометрии

Уметь: применять математические методы при решении типовых профессиональных задач, использовать возможности вычислительной техники и программного обеспечения

Владеть: методами построения математических моделей при решении профессиональных задач

Перечень заданий для оценки сформированности компетенций

1) закрытые задания (тестовые, средний уровень сложности):

1. Какая из следующих матриц будет размером 2×3 : а) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ б) $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 2 & 5 \\ 4 & 6 \end{pmatrix}$ в) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

2. Даны точки $A(-4;5)$ и $B(1;-3)$. Вектор \overline{AB} будет иметь координаты а) $\{3;4\}$ б) $\{5;-8\}$ в) $\{-5;8\}$

3. Общий член числовой последовательности $1; \frac{4}{6}; \frac{5}{9}; \dots$ имеет вид:

а) $a_n = \frac{4n-1}{3n}$; б) $a_n = \frac{3n-2}{2n-1}$; в) $a_n = (-1)^{n+1} \frac{4n-1}{3n}$; г) $a_n = \frac{n+2}{3n}$.

4. Производная функции $y = \sin 3x$ равна а) $\cos 3x$ б) $3 \cos 3x$ в) $-3 \cos 3x$ г) $-\cos 3x$.

5. $\int dx$ равен ... а) C б) 0 в) $x^2 + C$ г) $x + C$.

2) открытые задания (тестовые, средний уровень сложности):

1. Посчитать определитель матрицы $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -2 & 4 & 1 \\ 2 & 3 & -1 \end{pmatrix}$.

2. Вычислить длину вектора \overline{AB} , если даны точки $A(-3;5)$ и $B(1;-3)$.

3. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3 \sin 7x}{7 \sin 3x}$.

4. Вычислить определенный интеграл $\int_{-2}^4 (8 + 2x - x^2) dx$

5. Найти радиус сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty} 2^n x^{5n}$.

Критерии и шкалы оценивания заданий ФОС:

1) Задания закрытого типа (выбор одного варианта ответа, верно/неверно):

- 1 балл – указан верный ответ;
- 0 баллов – указан неверный ответ.

2) Задания открытого типа (число):

- 2 балла – указан верный ответ;
- 0 баллов – указан неверный ответ.

Задания раздела 20.3 рекомендуются к использованию при проведении диагностических работ с целью оценки остаточных результатов освоения данной дисциплины (знаний, умений, навыков).